

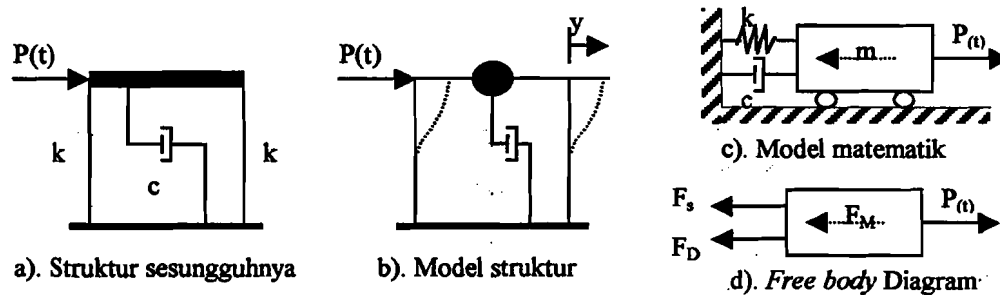
### BAB III

### LANDASAN TEORI

Landasan teori memuat dasar-dasar teori yang akan dipergunakan secara garis besar dan merupakan tuntunan yang digunakan untuk memecahkan masalah yang dihadapi. Bagian ini juga akan memuat teori-teori dinamika struktur, model-model matematik dan penjabarannya.

#### 3.1 Struktur Dengan Derajat Kebebasan Tunggal (SDOF) Akibat Pembebanan Dinamik

Beban dinamik yang bekerja pada struktur dianggap bekerja secara langsung pada elevasi lantai, misalnya beban akibat putaran mesin  $P(t) = P_0 \sin \omega t$ . Model sistem dengan derajat kebebasan tunggal akibat beban dinamik ditunjukkan dalam Gambar 3.1.



**Gambar 3.1.** Model sistem SDOF akibat beban dinamik

Keseimbangan dinamik dengan *free body diagram* sebagaimana terlihat pada Gambar 3.1(d) adalah

$$F_M + F_D + F_S = P(t) \quad (3.1)$$

dengan,

$$F_M = m \cdot \ddot{y}, \quad F_D = c \cdot \dot{y}, \quad F_S = k \cdot y \quad (3.2)$$

$F_M$ ,  $F_D$ ,  $F_S$  masing-masing adalah gaya inersia, gaya redam dan gaya tarik/desak yang mempresentasikan kekuatan kolom,  $P(t)$  adalah beban dinamik, dan  $\ddot{y}$ ,  $\dot{y}$ ,  $y$  masing-masing adalah percepatan, kecepatan dan simpangan, sedangkan  $m$ ,  $c$ ,  $k$  masing-masing adalah massa, redaman dan kekakuan kolom.

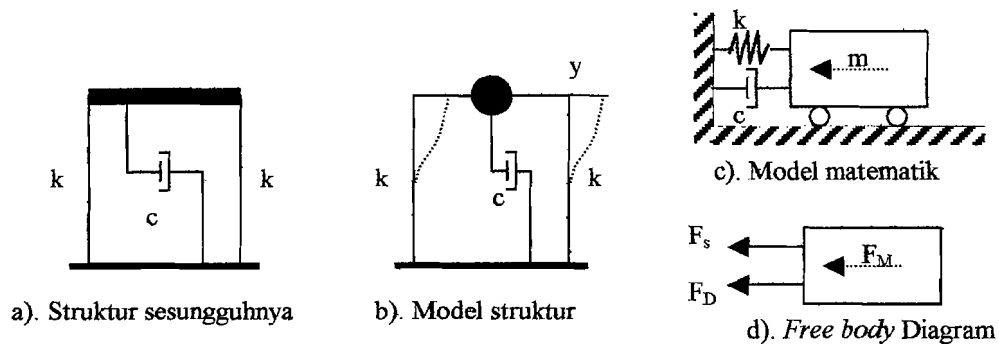
Substitusi persamaan (3.2) ke dalam persamaan (3.1), maka akan didapatkan

$$m \ddot{y} + c \dot{y} + k y = P(t) \quad (3.3)$$

persamaan (3.3) disebut persamaan differensial gerakan (*differential equation of motion*).

### 3.2 Struktur Dengan Derajat Kebebasan Tunggal (SDOF) Akibat Gerakan Tanah

Beban dinamik yang umum diperhitungkan adalah beban gempa. Gempa bumi akan menyebabkan getaran pada tanah, percepatan tanah serta simpangan horisontal (Widodo, 1996).



**Gambar 3.2.** Model sistem SDOF akibat gerakan tanah

Model sistem dengan derajat kebebasan tunggal akibat gerakan tanah ditunjukkan dalam Gambar 3.2. Berdasar *free body diagram* yang ditunjukkan pada Gambar 3.2(d), maka persamaan differensial gerakan adalah

$$m \ddot{y}_1 + c \dot{y}_1 + k y_1 = 0 \quad (3.4)$$

Persamaan (3.4) merupakan kondisi khusus dari persamaan (3.3). Setelah terjadi gempa bumi tanah mempunyai percepatan, kecepatan, simpangan masing-masing sebesar  $\ddot{y}_b$ ,  $\dot{y}_b$ , dan  $y_b$  terhadap posisi awal, maka

$$\ddot{y}_1 = \ddot{y}_b + \ddot{y}, \quad \dot{y}_1 = \dot{y}_b + \dot{y}, \quad \text{dan} \quad y_1 = y_b + y \quad (3.5)$$

Dengan mendistribusikan persamaan (3.5) ke dalam persamaan (3.4), maka persamaan (3.4) dapat ditulis menjadi

$$m \ddot{y} + c \dot{y} + k y = -m \ddot{y}_b - c \dot{y}_b - k y_b \quad (3.6)$$

Pada kondisi *rigid body motion* dianggap struktur tidak terjadi simpangan dan kecepatan antara tanah dan struktur. Dengan demikian persamaan (3.6) menjadi

$$m \ddot{y} + c \dot{y} + k y = -m \ddot{y}_b \quad (3.7)$$

$$\ddot{y} + \frac{c}{m} \dot{y} + \frac{k}{m} y = -\ddot{y}_b \quad (3.8)$$

Dalam prinsip dinamika struktur diperoleh hubungan

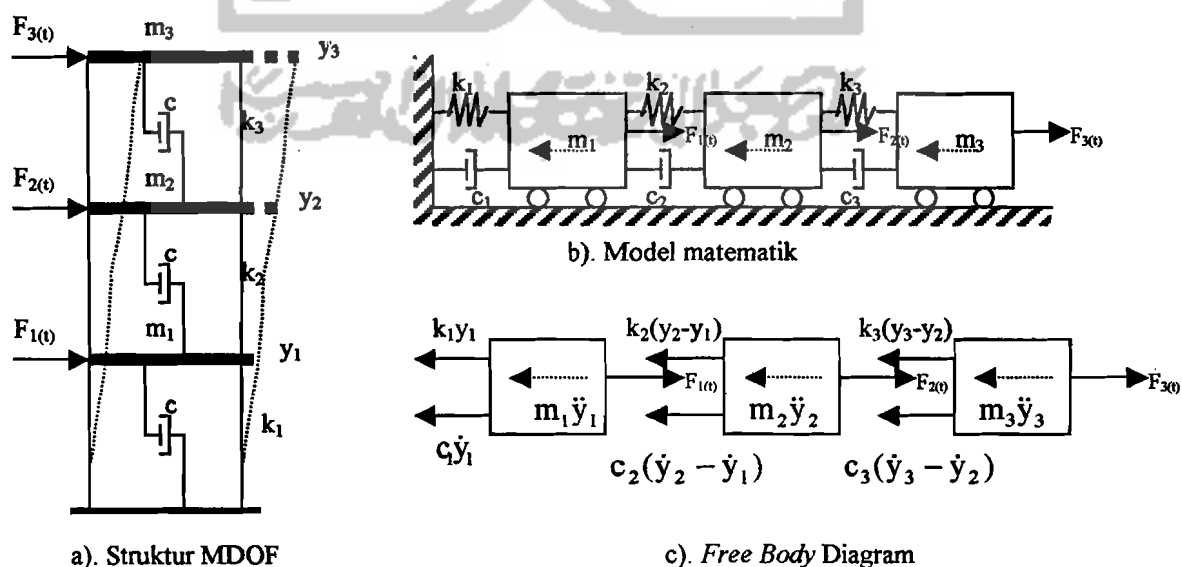
$$\frac{k}{m} = \omega^2 \quad \frac{c}{m} = 2\xi \omega$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{rad/dt}), \quad \omega = \text{angular frequency} \quad (3.9)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{dt}), \quad T = \text{periode} \quad (3.10)$$

### 3.3 Struktur Dengan Derajat Kebebasan Banyak (MDOF)

Pada struktur bangunan gedung bertingkat banyak, umumnya massa struktur dapat digumpalkan pada setiap lantai (*lumped mass*), dengan demikian struktur yang semula mempunyai derajat kebebasan tak terhingga akan dapat dipandang sebagai struktur kebebasan terbatas. Untuk memperoleh persamaan differensial gerakan pada struktur kebebasan banyak, maka dapat digunakan anggapan *shear building* sebagaimana pada struktur SDOF.



Gambar 3.3. Model sistem MDOF

Pada struktur bangunan gedung bertingkat tiga seperti pada Gambar 3.3(a), struktur akan mempunyai tiga derajat kebebasan, sehingga struktur yang mempunyai  $n$  - tingkat akan mempunyai  $n$  - derajat kebebasan dan mempunyai  $n$  - modes.

Untuk memperoleh persamaan differensial gerakan pada struktur MDOF umumnya dipakai goyangan senada untuk mode pertama yaitu goyangan yang  $y_3 > y_2 > y_1$ . Berdasarkan keseimbangan dinamik seperti pada Gambar 3.3(c), maka akan diperoleh persamaan seperti di bawah ini.

$$m_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 + k_1 y_1 - c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - k_2 (y_2 - y_1) = F_{1(t)} \quad (3.11a)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_2 (y_2 - y_1) - c_3 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) - k_3 (y_3 - y_2) = F_{2(t)} \quad (3.11b)$$

$$m_3 \ddot{y}_3 + c_3 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + k_3 (y_3 - y_2) = F_{3(t)} \quad (3.11c)$$

Selanjutnya persamaan (3.11a - c) dapat ditulis menjadi matrik dengan ekspresi :

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{F_w\} \quad (3.12)$$

yang mana matrik ekspresi di atas (massa, redaman dan kekakuan) masing-masing adalah

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (3.13a)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \quad (3.13b)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \quad (3.13c)$$

$$\{\ddot{y}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \end{Bmatrix}, \quad \{\dot{y}\} = \begin{Bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{Bmatrix}, \quad \{y\} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{Bmatrix} \quad \text{dan} \quad \{F_{(t)}\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

$\{\ddot{y}\}$ ,  $\{\dot{y}\}$ ,  $\{y\}$ , dan  $\{F_{(t)}\}$  adalah vektor percepatan, kecepatan, simpangan, dan gaya.

### 3.4 Mode Shape dan Frekuensi

Suatu struktur umumnya akan bergerak akibat adanya pembebanan dari luar maupun adanya suatu nilai awal (*initial condition*). Misalnya suatu massa ditarik sedemikian rupa sehingga mempunyai simpangan awal sebesar  $y_n$  dan apabila gaya tarik tersebut dilepas kembali maka massa akan bergerak. Peristiwa pergerakan massa tersebut disebut dengan getaran bebas (*free vibration system*). Gerakan suatu massa disebabkan adanya pembebanan dari luar misalnya beban angin, beban gempa dan lainnya. Maka gerakan massa dikelompokkan sebagai gerakan dipaksa (*forced vibration system*). Untuk menyederhanakan permasalahan anggapan bahwa massa bergetar bebas (*free vibration system*) akan sangat membantu untuk menyelesaikan analisis dinamika struktur.

Persamaan differensial gerak getaran bebas pada struktur seperti pada persamaan (3.4) dalam kondisi khusus dapat dinyatakan dengan

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = 0 \quad (3.15)$$

Frekuensi sudut pada struktur dengan redaman (*damped frequency*) nilainya hampir sama dengan frekuensi sudut pada struktur tanpa redaman, bila nilai rasio redaman (*damping ratio*) kecil.

Maka persamaan (3.15) akan menjadi

$$[M]\{\ddot{y}\} + [K]\{y\} = 0 \quad (3.16)$$

Persamaan (3.16) diasumsikan pada getaran bebas, maka vektor  $\{y\}$

berbentuk

$$\{y\} = \{\phi\} z(t) \quad (3.17a)$$

$$\{\ddot{y}\} = \{\phi\} \ddot{z}(t) \quad (3.17b)$$

dengan  $\{\phi\}$  adalah vektor *mode shape* yaitu suatu vektor yang tidak berdimensi, yang memiliki paling sedikit sebuah elemen yang tidak sama dengan nol. Sedangkan  $z$  dan  $\ddot{z}$  adalah vektor perpindahan dan vektor percepatan. Jika persamaan (3.17) disubstitusikan ke dalam persamaan (3.16) maka akan didapatkan

$$[M]\{\phi\}\ddot{z}(t) + [K]\{\phi\}z(t) = 0 \quad (3.18)$$

$[M]$  dan  $[K]$  adalah matrik konstan dan pada sebuah hipotesis disebutkan bahwa  $\{\phi\}$  juga merupakan matrik konstan, maka akan didapatkan

$$\ddot{z}(t) + (\text{constan}) z(t) = 0 \quad (3.19)$$

Jika konstanta di atas adalah  $\omega_n^2$  (*undamped natural frequency*), maka persamaan (3.19) akan menjadi

$$\ddot{z}(t) + \omega_n^2 z(t) = 0 \quad (3.20)$$

Persamaan di atas diselesaikan dengan

$$z(t) = A \sin \omega_n t \quad (3.21)$$

dengan demikian maka persamaan (3.17) akan menjadi

$$\{\dot{y}\} = \{\phi\} A \sin \omega t \quad (3.22a)$$

$$\{\ddot{y}\} = -\omega^2 \{\phi\} A \sin \omega t \quad (3.22b)$$

Persamaan (3.22) dimasukkan ke dalam persamaan (3.18) didapatkan

$$(-\omega^2 [M] \{\phi\} + [K] \{\phi\} \sin \omega t) = 0 \quad (3.23)$$

Persamaan (3.23) akan ada penyelesaiannya (*nontrivial solution*), jika  $A$  dan  $\omega$  keduanya adalah tidak sama dengan nol, sehingga

$$([K] - \omega^2 [M]) \{\phi\} = 0 \quad (3.24)$$

Persamaan (3.24) akan ada penyelesaiannya atau suatu sistem akan ada amplitudo yang terbatas apabila nilai determinan ( $\{[K] - \omega^2 [M]\}$ ) adalah nol, maka

$$[K] - \omega^2 [M] = 0 \quad (3.25)$$

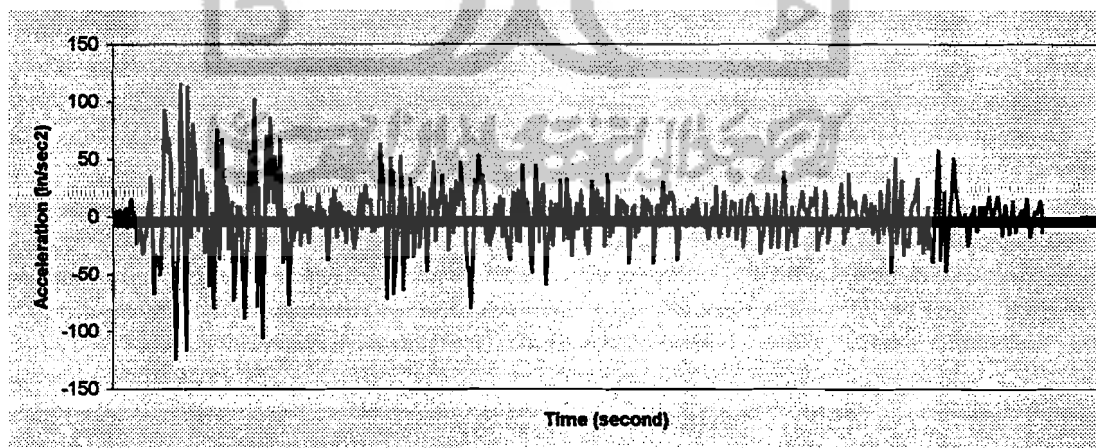
persamaan (3.25) disebut dengan *eigenproblem*. Nilai determinan pada persamaan (3.25) akan menghasilkan suatu persamaan polinomial dengan derajat ke- $n$  yaitu  $\lambda = \omega_n^2$ , kemudian nilai  $\lambda$  disubstitusikan dengan persamaan (3.24) maka akan menghasilkan nilai *mode shape*  $\{\phi\}_n$  dan simpangan  $(y)_n$ . Indeks  $n$  menunjukkan ragam/pola goyangan.



### 3.5 Persamaan Gerak Akibat Beban Gempa

Beban gempa adalah suatu beban yang unik. Umumnya beban yang bekerja pada struktur dalam satuan gaya, tetapi beban gempa berupa percepatan tanah, beban lain biasanya statis, tidak berubah pada periode waktu yang pendek. Tetapi beban gempa adalah beban yang dinamis yang berubah dengan sangat cepat dalam periode waktu yang pendek, dapat diartikan beban gempa berubah setiap detik. Beban lain biasanya bekerja pada arah vertikal, tetapi beban gempa bekerja secara simultan pada arah vertikal maupun horisontal bahkan beban gempa dapat berupa putaran ( Hu, Liu and Dong, 1996 ).

Analisis yang didasarkan pada riwayat waktu dapat digunakan sebagai beban gempa yang berpengaruh pada struktur. Pada tugas akhir ini dipakai analisa riwayat waktu gempa El Centro 1940 berupa percepatan tanah dalam satuan unit  $\text{cm}/\text{sec}^2$ , yang kemudian diubah ke dalam satuan unit  $\text{in}/\text{sec}^2$  seperti yang diperlihatkan pada Gambar 3.4.



**Gambar 3.4.** Percepatan tanah Gempa El Centro 1940

Percepatan tanah selama berlangsungnya gempa bumi bervariasi secara irreguler, sehingga penyelesaian menggunakan metode numerik akan sangat membantu. Hasil respon yang akan disajikan pada tugas akhir ini diperoleh dari penyelesaian persamaan untuk percepatan tanah yang bervariasi secara linier setiap  $\Delta t = 0.02$  detik.

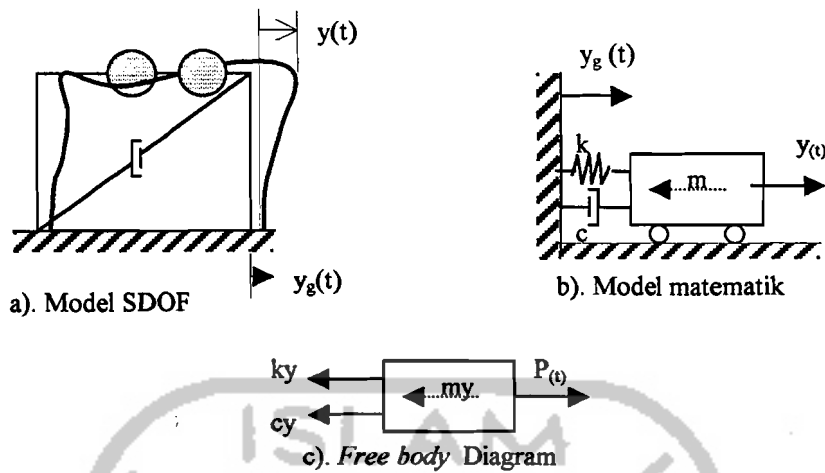
Pada daerah rawan gempa, masalah prinsip yang perlu diperhatikan adalah perilaku struktur bawah akibat beban gempa. Perpindahan tanah dinotasikan dengan  $y_g(t)$ , sedangkan antara massa dengan tanah dinotasikan dengan  $y(t)$ , sehingga perpindahan total yang terjadi adalah (Chopra, 1995)

$$y_{tot}(t) = y(t) + y_g(t) \quad (3.26)$$

Persamaan gerakan struktur yang dikenai beban gempa, dapat diturunkan melalui suatu pendekatan yang sama seperti pada persamaan gerakan struktur berderajat kebebasan tunggal, Gambar 3.5(a), sedangkan model matematisnya pada Gambar 3.5(b).

Dengan menggunakan konsep keseimbangan dinamis, dari *free body diagram* pada Gambar 3.5(c), maka akan didapatkan persamaan

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m\ddot{y}_g(t) \quad (3.27)$$



Gambar 3.5. Model Sistem SDOF dengan Beban Gempa

### 3.6 Persamaan Differensial Independen ( *Uncoupling* )

Pada kondisi standar struktur yang mempunyai  $n$  derajat kebebasan akan mempunyai  $n$  modes. Pada prinsip ini, masing-masing mode akan memberikan kontribusi pada simpangan horisontal tiap-tiap massa. Simpangan massa ke- $m$  atau  $y_m$  dapat diperoleh dengan menjumlahkan pengaruh atau kontribusi tiap-tiap modes. Kontribusi mode ke- $n$  terhadap simpangan horisontal massa ke- $m$  tersebut dinyatakan dalam produk antara  $\phi_{mn}$  dengan suatu modal amplitudo  $Z_n$  yang dinyatakan dalam bentuk

$$\{Y\} = [\phi]\{Z\} \quad (3.28a)$$

$$\{\dot{Y}\} = [\phi]\{\dot{Z}\} \quad (3.28b)$$

$$\{\ddot{Y}\} = [\phi]\{\ddot{Z}\} \quad (3.28c)$$

Substitusi persamaan (3.28) ke dalam persamaan (3.27) akan diperoleh

$$[M\mathbf{I}\phi]\{\ddot{Z}\} + [C\mathbf{I}\phi]\{\dot{Z}\} + [K\mathbf{I}\phi]\{Z\} = -[M\mathbf{I}1]\ddot{y}, \quad (3.29)$$

Apabila persamaan (3.29) dikalikan dengan *transpose* suatu mode  $\{\phi\}^T$ , maka

$$\{\phi\}^T [M\mathbf{I}\phi]\{\ddot{Z}\} + \{\phi\}^T [C\mathbf{I}\phi]\{\dot{Z}\} + \{\phi\}^T [K\mathbf{I}\phi]\{Z\} = -\{\phi\}^T [M\mathbf{I}1]\ddot{y}, \quad (3.30)$$

Misal, diambil struktur yang mempunyai 3 derajat kebebasan, maka suku pertama persamaan (3.30) berbentuk

$$\begin{Bmatrix} \phi_{11} & \phi_{21} & \phi_{31} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \phi_{31} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Z}_1 \\ \ddot{Z}_2 \\ \ddot{Z}_3 \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

Dengan catatan persamaan di atas dalam hubungan orthogonal,  $m = n$ . Pada kondisi orthogonal apabila  $m$  tidak sama dengan  $n$  maka perkalian matrik sama dengan nol.

$$\phi_m^T [M] \phi_n = 0 \quad (3.32a)$$

$$\phi_m^T [K] \phi_n = 0 \quad (3.32b)$$

$$\phi_m^T [C] \phi_n = 0 \quad (3.32c)$$

Untuk mode ke- $n$  maka secara umum persamaan (3.31) dapat ditulis dengan

$$\{\phi\}_n^T [M] \{\phi\}_n \{\ddot{Z}\}_n \quad (3.33)$$

Persamaan (3.30) pada suku ke-2 dan ke-3 diubah seperti pada persamaan (3.33), maka persamaan akan menjadi

$$\{\phi\}_n^T [M\mathbf{I}\phi]_n \{\ddot{Z}\}_n + \{\phi\}_n^T [C\mathbf{I}\phi]_n \{\dot{Z}\}_n + \{\phi\}_n^T [K\mathbf{I}\phi]_n \{Z\}_n = -\{\phi\}_n^T [M\mathbf{I}1] \ddot{y}, \quad (3.34)$$

Persamaan (3.34) adalah persamaan differensial yang bebas/*independent* antara satu dengan yang lain. Persamaan tersebut diperoleh setelah diterapkan hubungan orthogonal, baik orthogonal matrik massa, matrik redaman dan matrik kekakuan. Dengan demikian untuk  $n$  derajat dengan  $n$  persamaan differensial yang dahulu bersifat *coupling* sekarang menjadi *independent/uncoupling*. Dengan sifat-sifat tersebut maka persamaan differensial dapat diselesaikan untuk setiap pengaruh mode.

Berdasarkan persamaan (3.34) maka dapat didefinisikan suatu generalisasi massa (*generalized mass*), redaman dan kekakuan sebagai berikut

$$M_n^* = (\phi_n^T [M] \phi_n) \quad (3.35a)$$

$$C_n^* = (\phi_n^T [C] \phi_n) \quad (3.35b)$$

$$K_n^* = (\phi_n^T [K] \phi_n) \quad (3.35c)$$

Dengan definisi seperti pada persamaan (3.35) maka persamaan (3.34) akan menjadi

$$M_n^* \ddot{Z}_n + C_n^* \dot{Z}_n + K_n^* Z_n = -P_n^* \ddot{y}_t \quad (3.36)$$

dengan,

$$P_n^* = \{\phi_n^T [M]\} \quad (3.37)$$

Terdapat suatu hubungan bahwa

$$\xi_n = \frac{C_n^*}{C_n^*} = \frac{C_n^*}{2M_n^* \omega_n}, \text{ maka } \frac{C_n^*}{M_n^*} = 2\xi_n \omega_n \quad (3.38a)$$

$$\omega_n^2 = \frac{K_n^*}{M_n^*} \text{ dan } \Gamma_n = \frac{P_n^*}{M_n^*} \quad (3.38b)$$

Dengan hubungan-hubungan seperti pada persamaan (3.38), maka persamaan (3.37) akan menjadi

$$\ddot{Z}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{Z}_n + \omega_n^2 Z_n = -\Gamma_n \ddot{y}_t \quad (3.39)$$

Dan persamaan (3.40) sering disebut dengan partisipasi setiap mode atau *mode participation factor*.

$$\Gamma_n = \frac{P_n^*}{M_n^*} = \frac{\{\phi\}_n^T [M] \{1\}}{\{\phi\}_n^T [M] \{\phi\}_n} \quad (3.40)$$

Selanjutnya persamaan (3.39) juga dapat ditulis menjadi

$$\frac{\ddot{Z}_n}{\Gamma_n} + 2\xi_n \omega_n \frac{\dot{Z}_n}{\Gamma_n} + \omega_n^2 \frac{Z_n}{\Gamma_n} = -\ddot{y}_t \quad (3.41)$$

Apabila diambil suatu notasi bahwa

$$\ddot{q}_n = \frac{\ddot{Z}_n}{\Gamma_n}, \quad \dot{q}_n = \frac{\dot{Z}_n}{\Gamma_n} \quad \text{dan} \quad q_n = \frac{Z_n}{\Gamma_n} \quad (3.42)$$

Maka persamaan (3.41) menjadi

$$\ddot{q}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = -\ddot{y}_t \quad (3.43)$$

Persamaan (3.43) adalah persamaan diferensial yang *independent* karena persamaan tersebut hanya berhubungan dengan tiap-tiap mode.

Nilai partisipasi setiap mode akan dapat dihitung dengan mudah setelah koordinat setiap mode  $\phi_{mn}$  telah diperoleh. Nilai  $q$ ,  $\dot{q}$  dan  $\ddot{q}$  dapat dihitung dengan integrasi secara numerik. Apabila nilai tersebut telah diperoleh maka nilai  $Z_n$  dapat dihitung. Dengan demikian simpangan horisontal setiap tingkat akan dapat dihitung.

### 3.7 Respon Struktur Terhadap Beban Gempa

Persamaan gerakan yang disebabkan adanya beban gempa dapat diselesaikan dengan persamaan (3.43). Nilai  $q(t)$  dapat diperoleh dengan membandingkan antara persamaan (3.43) dengan persamaan gerakan mode ke- $n$  sistem dari SDOF. Sistem SDOF mempunyai frekuensi natural (*natural frequency*) ( $\omega_n$ ) dan rasio redaman ( $\xi_n$ ) mode ke- $n$  dari sistem MDOF, dengan  $n = 1, 2, 3, \dots, i$ .

Nilai yang akan dicari adalah  $q_n(t)$ , misalnya dipakai metode *central difference* untuk *conditionally stable procedures*, maka proses integrasi adalah sebagai berikut.

Pada metode *central difference*, diperoleh hubungan awal bahwa

$$\dot{q}_n = \frac{q_{n+1} - q_{n-1}}{2\Delta t} \quad \ddot{q}_n = \frac{q_{n+1} - 2q_n + q_{n-1}}{(\Delta t)^2} \quad (3.44)$$

Substitusi persamaan (3.44) ke dalam persamaan (3.43) akan diperoleh

$$\frac{q_{n+1} - 2q_n + q_{n-1}}{(\Delta t)^2} + 2\xi\omega_n \frac{q_{n+1} - q_{n-1}}{2\Delta t} + \omega_n^2 q_n = -\ddot{y}_t \quad (3.45)$$

Persamaan (3.45) dapat ditulis menjadi

$$\left[ \frac{1}{(\Delta t)^2} + \frac{2\xi\omega_n}{2\Delta t} \right] q_{n+1} = -\ddot{y}_t - \left[ \omega_n^2 - \frac{2}{(\Delta t)^2} \right] q_n - \left[ \frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{2\xi\omega_n}{2\Delta t} \right] q_{n-1} \quad (3.46)$$

Persamaan (3.46) dapat ditulis menjadi

$$q_{n+1} = \frac{-\ddot{y}_t - aq_n - bq_{n-1}}{\hat{k}} \quad (3.47)$$

dengan,

$$a = \left[ \omega_n^2 - \frac{2}{(\Delta t)^2} \right] \quad (3.48a)$$

$$b = \left[ \frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{2\zeta\omega_n}{2\Delta t} \right] \quad (3.48b)$$

$$\hat{k} = \left[ \frac{1}{(\Delta t)^2} + \frac{2\zeta\omega_n}{2\Delta t} \right] \quad (3.48c)$$

Setelah diperoleh nilai  $q_n$  untuk tiap-tiap mode, selanjutnya nilai simpangan tiap mode dapat diperoleh  $y_n(t)$ ,

$$y_n(t) = \Gamma_n \phi_n q_n(t) \quad (3.49)$$

Selanjutnya gaya geser lantai akibat mode ke- $n$  adalah

$$F_n = [M]_n \Gamma_n \phi_n q_n(t) \quad (3.50)$$

Sehingga gaya geser dasar

$$V = - \left( \sum_{n=1}^i F_n \right) \quad (3.51)$$

Momen guling didapat dengan mengalikan gaya lantai yang terjadi pada setiap tingkat ( $F_n$ ) dengan jarak ( $h_n$ ), maka

$$M = \sum_{n=1}^i (F_n h_n) \quad (3.52)$$



### 3.8 Kandungan Frekuensi (*Frequency Contents*)

Persamaan differensial gerakan suatu massa SDOF tanpa redaman dengan beban harmonik sederhana seperti pada persamaan (3.3) dalam kondisi khusus dapat dinyatakan dengan

$$y_{(t)} = \frac{P_o}{m(\omega^2 - \Omega^2)} \left\{ \sin(\Omega t) - \frac{\Omega}{\omega} \sin(\omega t) \right\} \quad (3.53)$$

Persamaan (3.53) menunjukkan bahwa respon struktur akan dipengaruhi baik oleh frekuensi sudut beban dinamik ( $\Omega$ ) dan frekuensi sudut akibat getaran struktur ( $\omega$ ). Respon struktur terdiri dari dua bagian pokok yaitu *steady state response* yaitu respon yang ditunjukkan oleh suku  $\sin(\Omega t)$  dan *transient response* yang ditunjukkan oleh suku  $\sin(\omega t)$ .

Apabila frekuensi sudut beban dinamik sama dengan frekuensi sudut getaran struktur maka nilai penyebut persamaan di atas akan sama dengan nol sehingga respon struktur menjadi tak terhingga, keadaan ini disebut *resonansi*, seperti yang diperlihatkan pada Gambar 3.6.

Persamaan (3.53) dapat ditulis dalam fungsi *dynamics load factor* (DLF) yaitu

$$y_{(t)} = y_{st} DLF, \quad y_{st} = \frac{P_o}{k} \quad \text{dan} \\ DLF = \frac{1}{1-r^2} \left\{ \sin(\Omega t) - r \sin(\omega t) \right\} \quad (3.54)$$

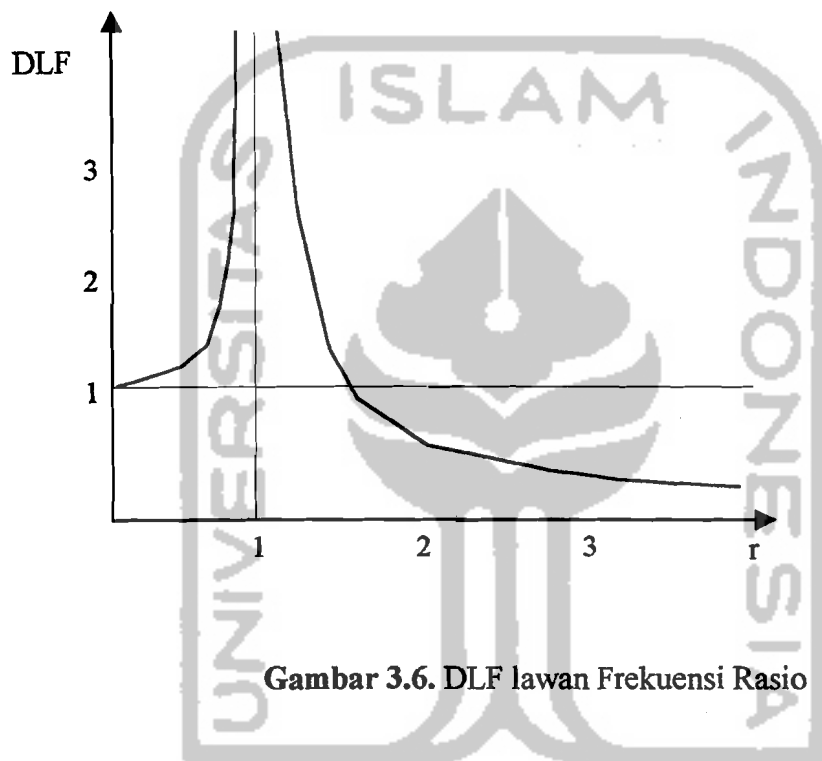
Di dalam soal-soal praktis, *transient response* sering diabaikan karena nilainya dianggap relatif kecil. Nilai DLF akan diperoleh apabila  $\sin(\Omega t) = 1$ , maka

$$DLF = \left| \frac{1}{1-r^2} \right| \quad (3.55)$$

dimana,

$$r = \frac{\Omega}{\omega} \quad (3.56)$$

Plot antara DLF dan nilai frekuensi rasio  $r$  dapat dilihat pada Gambar 3.6, yaitu



Gambar 3.6. DLF lawan Frekuensi Rasio