

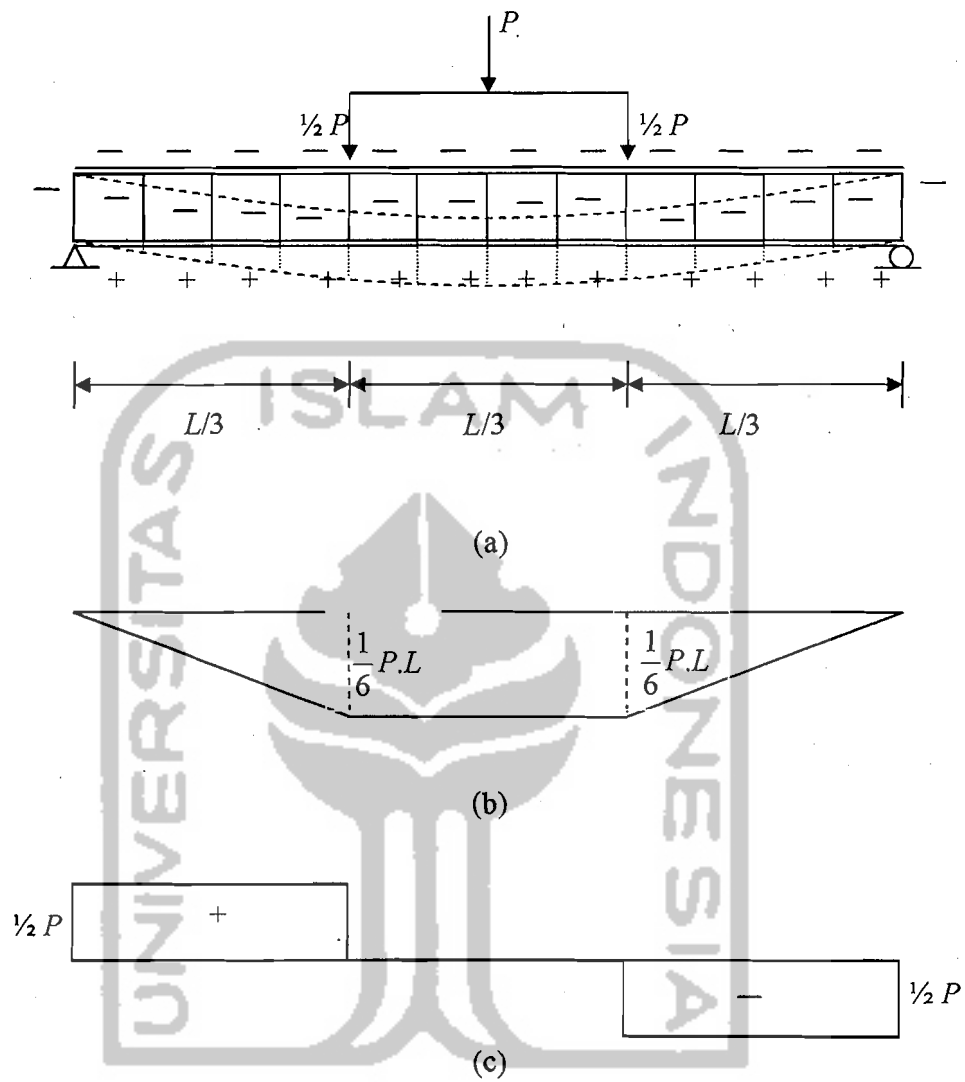
BAB III

LANDASAN TEORI

Pada bab ini membahas tentang dasar dari teori dan metode yang digunakan untuk analisis balok beton *vierendeel*, sehingga dapat ditarik hipotesis balok *vierendeel* terhadap pengaruh dari variasi rasio a/h .

3.1 Pendahuluan

Rangka *Vierendeel* merupakan balok badan terbuka yang terdiri dari batang transversal dan batang tepi (tepi atas dan tepi bawah) yang membentuk pola segi empat dihubungkan dengan joint yang kaku (mampu memikul momen yang mempunyai derajat pengekangan rotasi cukup besar $> 90\%$). Kekakuan pada joint struktur tersebut diperlukan untuk menahan gaya lateral (gaya yang sejajar dengan sumbu memanjang batang) gaya dan aksi gaya aksial (gaya yang tegak lurus sumbu batang) asimetris yang terjadi. Apabila balok tersebut diberi beban transversal P yang didistribusikan menjadi $\frac{1}{2} P$, maka balok akan mengalami deformasi dalam bentuk garis putus-putus seperti Gambar 3.1a. Bila berat sendiri diabaikan dan *Vierendeel* dianggap tampang solid, maka momen dan gaya geser yang bekerja seperti ditunjukkan Gambar 3.1b dan Gambar 3.1c., Schueller (1989).

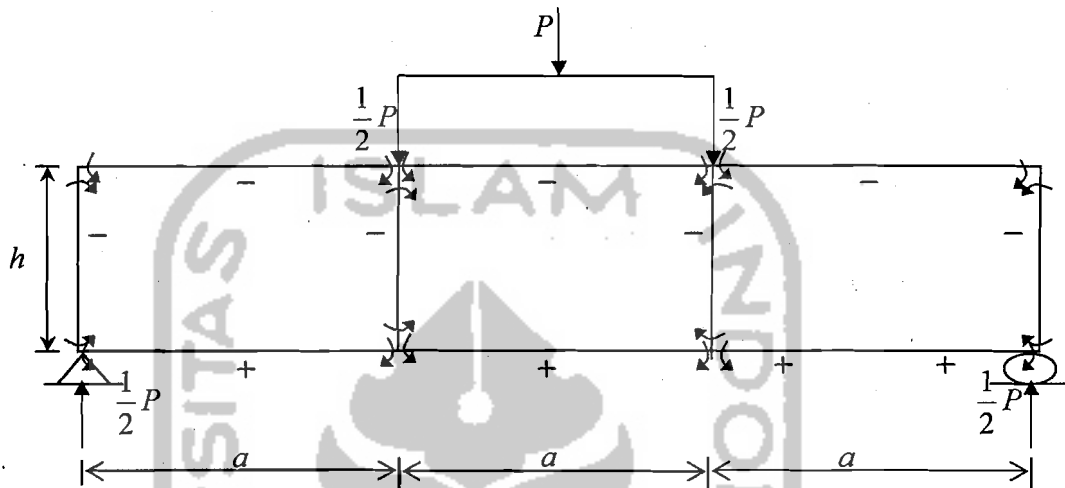


Gambar 3.1 (a). Peristiwa pembebanan pada Balok *Vierendeel*

(b). Diagram momen

(c). Diagram geser

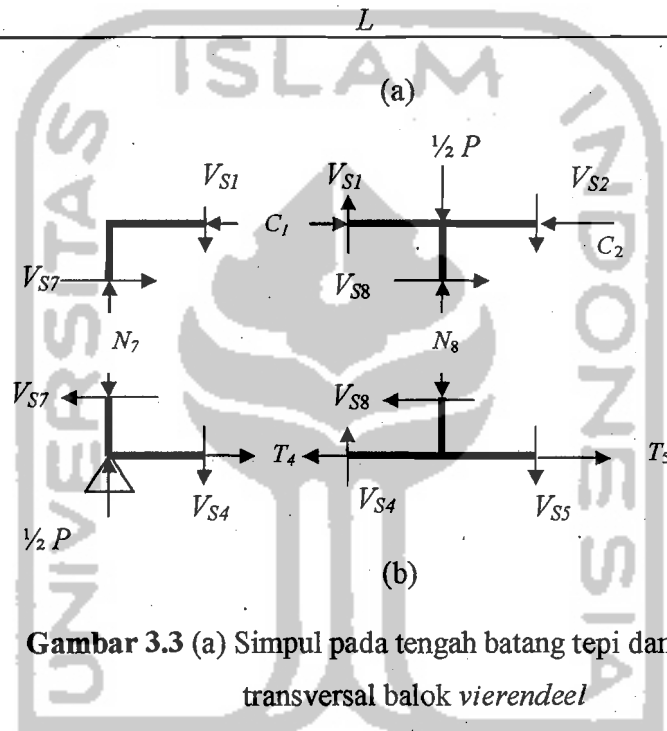
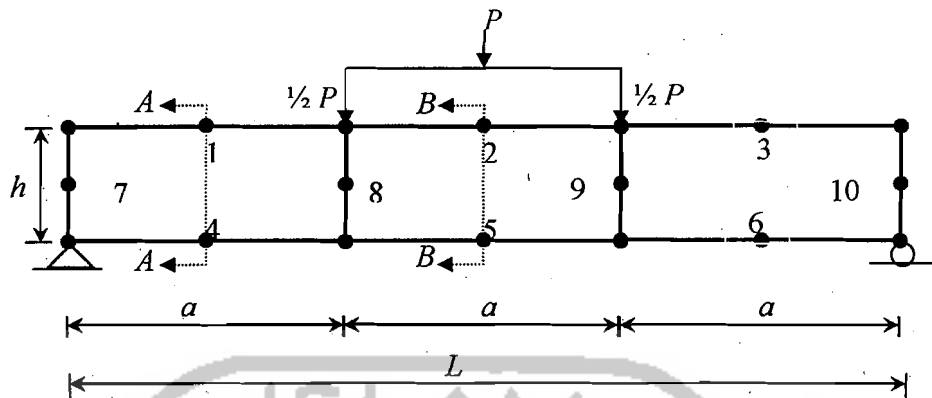
Akibat beban P , batang atas dan batang transversal akan menerima gaya tekan dan momen sedangkan batang tepi bawah akan menerima gaya tarik dan momen. Selain itu setiap elemen batang akan menerima gaya geser seperti pada Gambar 3.2 *Vis dan Gideon (1993)*.



Gambar (3.2) Gaya-gaya dalam pada Balok *Vierendeel*

3.2 Analisis Balok *Vierendeel*

Schueller (1989) menyatakan bahwa, analisis struktur dilakukan dengan tujuan untuk mendapatkan gaya-gaya dalam seperti gaya aksial (aksial tekan dan aksial tarik), gaya geser dan momen. Dalam menganalisis balok *Vierendeel* dapat menggunakan Metode Portal yaitu metode pendekatan dengan anggapan bahwa pada setiap elemen batang (batang tepi dan batang transversal) terdapat titik-titik belok di tengah batang seperti pada Gambar 3.3a Rangka dibagi menjadi *free body* ditunjukkan Gambar 3.3.b.



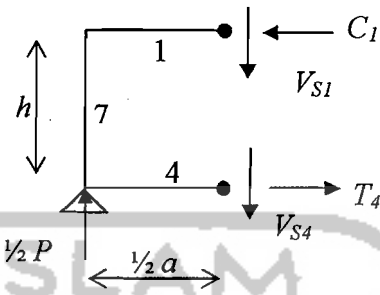
Gambar 3.3 (a) Simpul pada tengah batang tepi dan batang transversal balok *vierendeel*
(b) *free body*

3.2.1 Gaya Geser

a. Batang Tepi

Karena bentuk struktur dan sistem pembebanan simetris, analisis dilakukan pada setengah bentang. Besarnya gaya-gaya dalam pada titik-titik belok

di setiap elemen batang tepi dapat diketahui dengan merujuk pada Gambar 3.4, Gambar 3.5 dan Gambar 3.6.



Gambar 3.4 Free body Balok vierendeel pada Potongan A-A

Dari Gambar 3.4 dapat dicari gaya geser pada batang tepi atas dan tepi bawah. Gaya geser pada batang (1) dan batang (4) dapat dicari dengan menggunakan kesetimbangan gaya-gaya vertikal,

$$\Sigma V = 0$$

$$-V_{s1} - V_{s4} + \left(\frac{1}{2}P\right) = 0$$

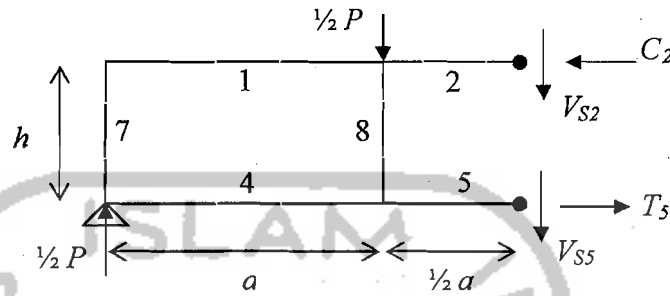
$$V_{s1} + V_{s4} = \frac{1}{2}P \dots\dots\dots(3.1)$$

dengan asumsi $V_1 = V_4$ maka persamaan (3.1) menjadi :

$$2V_{s1} = \frac{1}{2}P$$

$$V_{s1} = \frac{1}{4}P \dots\dots\dots(3.2)$$

Cara yang sama dapat digunakan untuk mencari gaya geser pada batang (2). Dengan mengacu pada Gambar 3.5, gaya geser pada batang (2) dan batang (5) dicari dengan persamaan kesetimbangan gaya-gaya vertikal pada batang tepi,



Gambar 3.5 Free body Balok vierendeel pada Potongan B-B

$$\Sigma V = 0$$

$$-V_{S2} - V_{S5} - \left(\frac{1}{2}P\right) + \left(\frac{1}{2}P\right) = 0$$

$$V_{S2} + V_{S5} = \left(\frac{1}{2}P\right) - \left(\frac{1}{2}P\right)$$

$$V_{S2} + V_{S5} = 0 \dots\dots\dots(3.3)$$

dengan asumsi $V_{S2} = V_{S5}$ maka persamaan 3.3 menjadi :

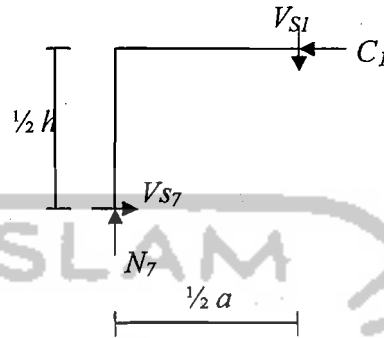
$$2V_{S2} = 0$$

$$V_{S2} = 0 \dots\dots\dots(3.4)$$

Dari analisis gaya geser pada batang tepi, tampak bahwa gaya geser pada batang tepi tidak dipengaruhi oleh (a/h) . Berdasarkan persamaan (3.2) dan persamaan (3.4) gaya geser maksimum pada batang tepi terdapat pada sisi sepertiga bentang paling tepi.

b. Batang Transversal

Gaya geser pada batang (7) (batang transversal) dapat dicari dengan melihat Gambar 3.6. Dengan kesetimbangan gaya horizontal,



Gambar (3.6) Gaya-gaya dalam batang (7) dan batang (1)

$$\begin{aligned} \Sigma H &= 0 \\ V_{S7} - C_1 &= 0 \dots\dots\dots (3.5) \end{aligned}$$

Dimana gaya aksial C_1 dapat dicari dengan menggunakan kesetimbangan momen pada titik (4) yang mengacu pada Gambar 3.4 yang menghasilkan persamaan (3.6) berikut,

$$\begin{aligned} \Sigma M_4 &= 0 \\ \left(\frac{1}{2}P \cdot \left(\frac{1}{2}a\right)\right) - C_1 \cdot h &= 0 \\ C_1 &= \frac{1}{4}P \cdot \left(\frac{a}{h}\right) \dots\dots\dots (3.6) \end{aligned}$$

maka persamaan (3.5) menjadi :

$$\begin{aligned} V_{S7} - \left(\frac{1}{4}P \cdot \left(\frac{a}{h}\right)\right) &= 0 \\ V_{S7} &= \frac{1}{4}P \cdot \left(\frac{a}{h}\right) \dots\dots\dots (3.7) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (3.7) maka tampak bahwa gaya geser pada batang transversal dipengaruhi oleh (a/h) .

3.2.2 Gaya Aksial

a. Batang Tepi

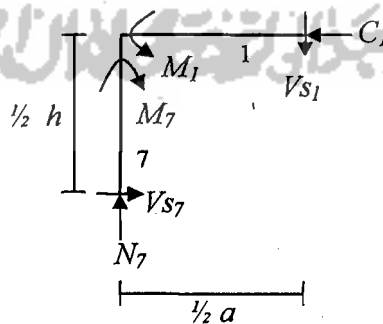
Gaya aksial pada batang (1) dapat dicari dengan mengacu pada Gambar 3.4. Dengan kesetimbangan gaya-gaya horisontal,

$$\begin{aligned} \Sigma H &= 0 \\ T_4 - C_1 &= 0 \\ T_4 = C_1 &= \frac{1}{4} P \cdot \left(\frac{a}{h}\right) \dots \dots \dots (3.8) \end{aligned}$$

Dari analisis diatas, tampak bahwa gaya aksial pada batang tepi dipengaruhi oleh a/h . Karena tinggi balok vierendeel (h) konstan maka semakin panjang jarak batang transversal (a) akan mengakibatkan gaya aksial pada batang tepi semakin besar.

b. Batang Transversal

Mengacu pada Gambar 3.7, maka dengan menggunakan kesetimbangan gaya-gaya vertikal menjadi,



Gambar (3.7) Potongan batang (1) dan batang (7)

$$\Sigma V = 0$$

$$N_7 - V_{S1} = 0$$

$$N_7 = V_{S1}$$

$$N_7 = \frac{1}{4}P \dots\dots\dots(3.9)$$

Berdasarkan persamaan (3.9) maka (a/h) tidak berpengaruh terhadap gaya aksial batang transversal balok *viereendeel*.

3.2.3 Momen

a. Batang Tepi

Momen pada batang (1) mengacu Gambar 3.7 didapat dengan cara mengalikan gaya geser pada batang (7) dengan setengah kali panjang batangnya, maka

$$M_1 = V_{S1} \cdot \frac{1}{2} \cdot a$$

$$M_1 = \frac{1}{4}P \cdot \left(\frac{1}{2}a\right)$$

$$M_1 = \frac{1}{8}P \cdot a \dots\dots\dots(3.10)$$

b. Batang Transversal

Momen pada batang (7) didapat dengan mengalikan gaya geser pada batang (7) dengan setengah tingginya, maka :

$$M_7 = V_{S7} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot h\right)$$

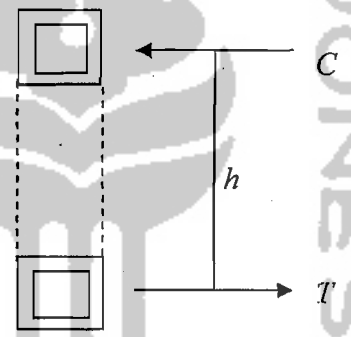
$$M_7 = \frac{1}{4}P \cdot \left(\frac{a}{h}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot h\right)$$

$$M_7 = \frac{1}{8} \cdot P \cdot a \dots\dots\dots(3.11)$$

Pada persamaan (3.10) dan persamaan (3.11), tampak bahwa momen pada batang tepi dan batang transversal dipengaruhi oleh jarak pengaku (*a*). Dimana semakin besar jarak pengaku maka akan menimbulkan momen yang besar pada balok *vierendeel*.

3.3 Pengaruh Rasio *a/h* terhadap Gaya Aksial dan Kapasitas Momen

Untuk mengetahui pengaruh *a/h* terhadap gaya aksial dan kapasitas momen dapat ditunjukkan oleh Gambar 3.1b dan Gambar 3.8.



Gambar 3.8 Momen kopel gaya

dari Gambar 3.1b tampak, bahwa :

$$M_{max} = \frac{PL}{6} \dots\dots\dots(3.12)$$

Gambar 3.8 menunjukkan hubungan momen dan gaya aksial adalah :

$$M = C \cdot h = T \cdot h \dots\dots\dots(3.13)$$

dari persamaan (12) dan persamaan (13) didapat :

$$\frac{PL}{6} = C \cdot h \dots\dots\dots(3.14)$$

dimana $L = 6.a$, maka :

$$P.a = C.h$$

sehingga :

$$C = \frac{P.a}{h} \dots\dots\dots(3.15)$$

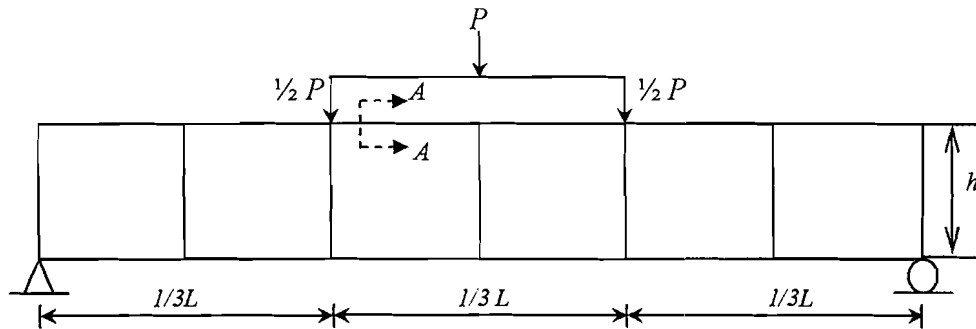
Persamaan (3.14) menjadi :

$$M = \frac{P.a}{h} .h \dots\dots\dots (3.16)$$

Karena rasio (a/h) dengan tinggi balok (h) konstan, maka semakin panjang jarak pengaku (a) akan menghasilkan momen yang semakin besar.

3.4 Batang Lentur

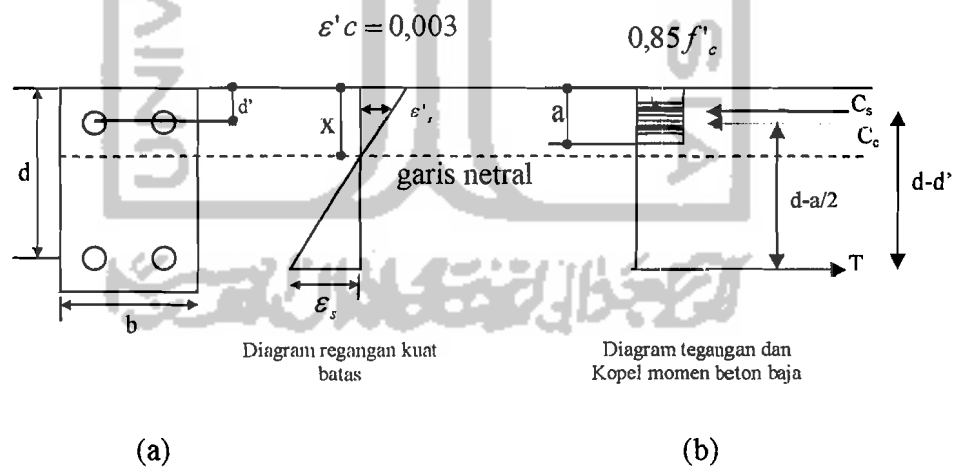
Nawy (1990) menyatakan bahwa; Struktur rangka *Vierendeel* mempunyai joint kaku, akibat kekakuan pada joint menyebabkan hampir semua elemen struktur mengalami lentur. Batang yang menerima beban yang dapat menimbulkan momen lentur, maka akan terjadi deformasi (regangan) lentur di dalam batang tersebut. Lentur pada balok merupakan akibat dari adanya regangan yang timbul karena adanya beban luar. Apabila beban bertambah, maka pada balok terjadi deformasi dan regangan tambahan yang mengakibatkan bertambahnya retak lentur di sepanjang bentang balok. Bila bebannya semakin bertambah, pada akhirnya dapat terjadi keruntuhan pada elemen struktur. Tegangan-tegangan lentur merupakan hasil dari momen lentur luar. Tegangan ini hampir selalu menentukan dimensi geometris penampang beton bertulang. Pada daerah yang mengalami keruntuhan lentur, retak terutama terjadi pada sepertiga tengah bentang dan tegak lurus terhadap arah tegangan utama.



Gambar 3.9 Balok *Vierendeel*

Analisis lentur balok *Vierendeel* dapat dilakukan dengan menghitung kapasitas lentur tiap batang. Dengan memotong rangka *Vierendeel* Gambar 3.9, akan dihasilkan gambar potongan *A-A* seperti Gambar 3.10a

Untuk menghitung kapasitas lentur batang tepi atas dapat dilakukan dengan meninjau tampang batang tepi seperti ditunjukkan Gambar 3.10a.



Gambar 3.10 (a) detail potongan *A-A*
(b) distribusi tegangan

Dengan menganggap kesetimbangan momen pada bagian bawah batang tepi atas, maka didapat persamaan :

$$Mn_1 = C_c \cdot z_1$$

$$Mn_1 = 0,85 \cdot f_c' \cdot a \cdot b \cdot (d - a/2) \dots \dots \dots (3.17)$$

$$Mn_2 = C_s \cdot z_2$$

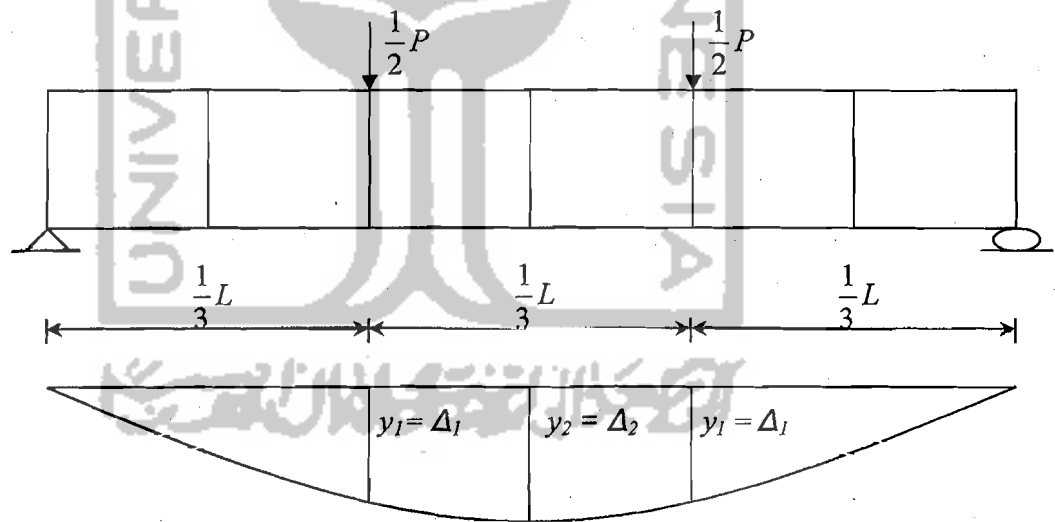
$$Mn_2 = A_s' \cdot (f_s' - 0,85 \cdot f_c') \cdot (d - d') \dots \dots \dots (3.18)$$

$$Mn = Mn_1 + Mn_2$$

$$Mn = 0,85 \cdot f_c' \cdot a \cdot b \cdot (d - a/2) + A_s' \cdot (f_s' - 0,85 \cdot f_c') \cdot (d - d') \dots \dots \dots (3.19)$$

3.4 Hubungan Beban-Lendutan

Sebuah balok yang menerima beban akan mengalami lendutan. Untuk pembebanan terpusat seperti pada Gambar 3.10 dapat dilihat terjadinya lendutan.



Gambar 3.11 Defleksi pada balok *Vierendeel*

Banyak cara yang digunakan untuk menghitung besarnya landutan balok, satu diantaranya adalah dengan metode integrasi ganda. Metode integrasi ganda diterapkan pada persamaan momen seperti persamaan (3.20) berikut :

$$E_{Iy} = \int \int Mx dx dx + c_1 x + c_2 \dots\dots\dots(3.20)$$

Berdasarkan persamaan (3.20), maka besarnya lendutan pada titik-titik yang ditunjukkan oleh Gambar 3.11 dapat dicari. Untuk lebih jelas dapat dilihat pada Lampiran (1.8 – 1.11)

$$\text{Untuk lendutan pada } \frac{1}{3} \text{ bentang : } \Delta_1 = y_1 = \frac{5PL^3}{324EI} \dots\dots\dots(3.21)$$

$$\text{Untuk lendutan pada } \frac{1}{2} \text{ bentang : } \Delta_2 = y_2 = \frac{23PL^3}{1296EI} \dots\dots\dots(3.22)$$

Keterangan :

Δ = defleksi balok

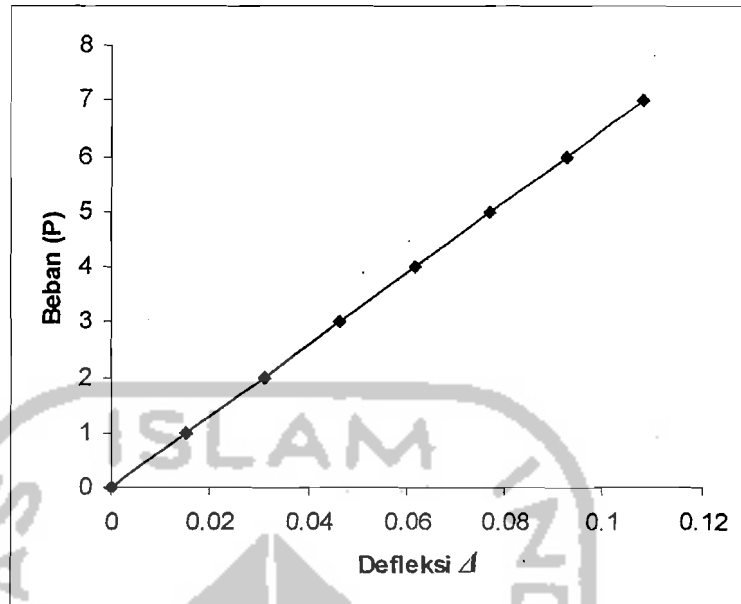
I = momen inersia tampang

P = beban

E = modulus elastis

L = panjang bentang

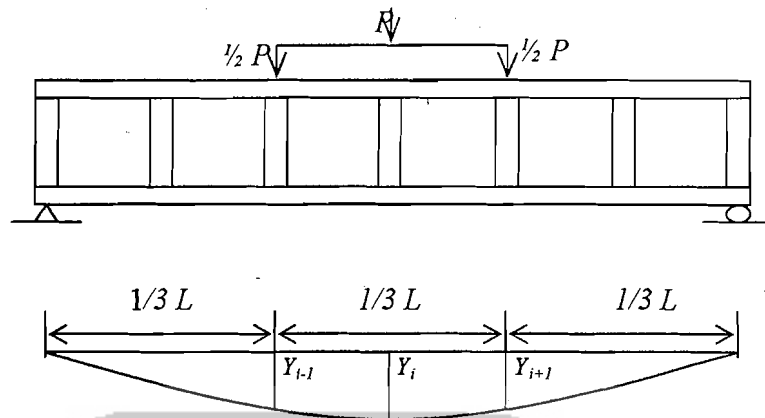
Berdasarkan persamaan (3.21) dan (3.22) maka dapat diperoleh grafik hubungan beban lendutan teoritis seperti terlihat pada Gambar 3.12 sebagai berikut. Dengan asumsi nilai modulus elastis bahan (E), Inersia (I) dan panjang balok (L) konstan, sehingga grafik hubungan beban -lendutan linier.



Gambar 3.12 Grafik hubungan beban-deformasi

3.6 Hubungan Momen-Kelengkungan

Balok adalah salah satu diantara elemen-elemen struktur yang paling banyak dijumpai pada setiap struktur. Momen lentur timbul pada balok sebagai akibat adanya beban pada balok. Apabila balok *vierendeel* dengan tumpuan sederhana seperti pada Gambar 3.13 mengalami dua beban transversal terpusat simetris, balok akan melentur atau mengalami deformasi.



Gambar 3.13 Deformasi pada balok *vierendeel*

Dari pengujian kuat lentur balok badan terbuka, didapat defleksi pada titik $= Y_i$, titik Y_{i+1} dan titik Y_{i-1} seperti pada Gambar 3.13. Pendekatan kemiringan menggunakan metode *central difference* dengan memanfaatkan tiga titik diskrit yang berurutan.

$$\Phi = \frac{1}{\kappa} \dots \dots \dots (3.23)$$

$$\kappa = \frac{d^2y/dx^2}{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}} \dots \dots \dots (3.24)$$

jika $\frac{dy}{dx} = 0$ maka persamaan 3.24 menjadi

$$\Phi = \frac{d^2y}{dx^2} \dots \dots \dots (3.25)$$

Perhatikan Gambar 3.13. berdasarkan persamaan (3.25) dy/dx didekati dengan persamaan (3.26)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x} \dots\dots\dots(3.26)$$

turunan kedua persamaan (3.26) adalah :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta_x) \frac{d}{dx}(y_{i+1} - y_{i-1}) - (y_{i+1} - y_{i-1}) \frac{d}{dx}(2\Delta_x)}{(2\Delta_x)^2} \dots\dots\dots(3.27)$$

Karena $(2\Delta_x)$ adalah konstan maka

$$\frac{d}{dx}(2\Delta_x) = 0$$

sehingga persamaan (3.27) menjadi

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta_x) \frac{d}{dx}(y_{i+1} - y_{i-1})}{(2\Delta_x)^2} \dots\dots\dots(3.28)$$

persamaan (3.28) menjadi

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+2} - 2y_i + y_{i-2}}{(2\Delta_x)^2} \dots\dots\dots(3.29)$$

dari persamaan (3.29) tersebut dapat disederhanakan menjadi persamaan (3.30)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta_x)^2} \dots\dots\dots(3.30)$$

Berdasarkan persamaan (3.42) maka untuk mencari kelengkungan diperlukan defleksi pada tiga titik yang berurutan seperti ditunjukkan pada Gambar 3.13.

Persamaan diferensial balok elastis adalah

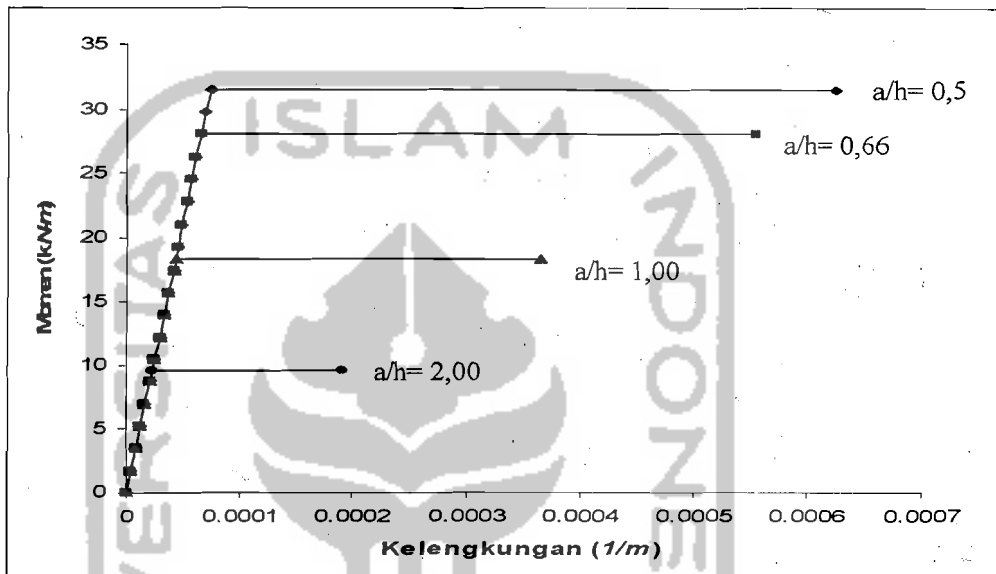
$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \Phi = \frac{M}{EI} \dots\dots\dots(3.31)$$

Berdasarkan persamaan (3.31) didapat persamaan (3.32) yang disebut sebagai faktor kekakuan EI didefinisikan sebagai momen per satuan unit kelengkungan ,

$$M = EI \cdot \Phi$$

$$EI = \frac{M}{\Phi} \dots \dots \dots (3.34)$$

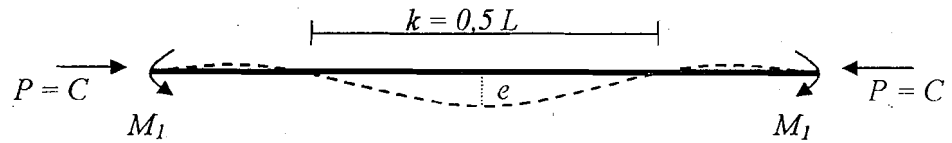
berdasarkan persamaan lendutan teoritis maka grafik hubungan momen-kelengkungan dapat disimulasikan pada gambar 3.14 berikut ini.



Gambar 3.14 Hubungan momen-kelengkungan

3.7 Kombinasi Tekan-Lentur

Vis dan Kusuma (1993) menyatakan, bahwa; Pada struktur yang sederhana, kolom merupakan komponen struktur yang sering menjadi bagian dari struktur rangka. Bila pada kolom bagian atas dan bawah berhubungan kaku dengan komponen horizontal (balok), maka tegangan yang diterima kolom, selain tegangan aksial juga terdiri dari tegangan yang disebabkan oleh momen lentur seperti Gambar 3.15.



Gambar 3.15 Batang Tekan-Lentur

Nilai kekakuan batang tekan-lentur seperti ditunjukkan (Gambar 3.14) dapat diketahui dengan persamaan (3.35).

$$k = \frac{P}{\Delta} \dots\dots\dots (3.35)$$

di mana:

$$\Delta = \frac{P.L}{E.A} \dots\dots\dots (3.36)$$

Persamaan (3.35) dan (3.36) dapat disubstitusikan menjadi :

$$k = \frac{E.A}{L} \dots\dots\dots (3.37)$$

dengan :

- k = kekakuan batang
- L = panjang batang
- Δ = nilai perubahan panjang akibat gaya aksial (P)
- E = modulus elastis bahan
- P = gaya aksial

Akibat gaya aksial (P) menyebabkan balok melentur, sehingga timbul lendutan e . Akibat dari timbulnya lendutan e akan menimbulkan momen skunder (M_c) yang besarnya ditunjukkan oleh persamaan (3.38)

$$M_c = P \cdot e \dots\dots\dots (3.38)$$

Sehingga momen yang terjadi pada balok menjadi

$$M = M_1 + M_c \dots\dots\dots (3.39)$$

dimana $M_1 = M \delta$:

$$M_1 = M \left(\frac{1}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \right) \dots\dots\dots(3.40)$$

dengan: P = gaya aksial
 M_1 = pembesaran momen
 M_c = momen skunder

Dasar-dasar anggapan dalam perhitungan suatu tampang yang diberi beban lentur dan aksial (kolom), pada prinsipnya sesuai dengan dasar-dasar anggapan yang menyatakan, bahwa:

1. beton tidak dapat melawan tegangan tarik, dan
2. perpanjangan dan perpendekan yang terjadi dalam beton serta tulangan dianggap berbanding lurus dengan jaraknya terhadap garis netral.

3.8. Hipotesa

Berdasarkan landasan teori, tampak bahwa rasio (a/h) yang semakin kecil mengakibatkan jarak antara batang transversal akan semakin kecil, hal tersebut akan berpengaruh pada kekuatan balok *vierendeel*, yaitu kekakuannya akan semakin tinggi, sehingga gaya luar dan momen eksternal yang mampu dipikul oleh balok *vierendeel* akan semakin besar, tetapi lendutan yang terjadi tidak jauh berbeda dengan balok *vierendeel* dengan jarak pengaku (a) yang besar.