PERBANDINGAN METODE ESTIMASI *LTS*, ESTIMASI *M*, DAN ESTIMASI *S* PADA REGRESI *ROBUST*

(Studi Kasus: Pembiayaan Mobil pada Perusahaan *'X'* Tahun 2016)

TUGAS AKHIR

DENISHA INTAN PERIHATINI

14 611 091

JURUSAN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA

YOGYAKARTA

2018

PERBANDINGAN METODE ESTIMASI *LTS*, ESTIMASI *M*, DAN ESTIMASI *S* PADA REGRESI *ROBUST*

(Studi Kasus: Pembiayaan Mobil pada Perusahaan *'X'* Tahun 2016)

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar Sarjana

Jurusan Statistika

DENISHA INTAN PERIHATINI

14 611 091

JURUSAN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA

YOGYAKARTA

2018

HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING

TUGAS AKHIR

Judul	:PERBANDINGAN METODE ESTIMASI *LTS*, ESTIMASI *M*, DAN ESTIMASI *S* PADA REGRESI *ROBUST* (Studi kasus: Pembiayaan Mobil pada Perusahaan '*X*' Tahun 2016)
Nama Mahasiswa	: Denisha Intan Perihatini
Nomor Mahasiswa	: 14 611 091

TUGAS AKHIR INI TELAH DIPERIKSA DAN DISETUJUI UNTUK DIAJUKAN

Yogyakarta, 26 Maret 2018

Pembimbing

Dr. Edy Widodo, S.Si., M.Si.

HALAMAN PENGESAHAN

TUGAS AKHIR

PERBANDINGAN METODE REGRESI *ROBUST* ESTIMASI *LTS*, ESTIMASI *M*, DAN ESTIMASI *S*

(Studi kasus: Pembiayaan Mobil pada Perusahaan *'X'* Tahun 2016)

Nama Mahasiswa : **Denisha Intan Perihatini**

Nomor Mahasiswa : **14 611 091**

TUGAS AKHIR INI TELAH DIAJUKAN

PADA TANGGAL 26 MARET 2018

Nama Penguji	**Tanda Tangan**
1. Dr. Edy Widodo, S.Si., M.Si.	....
2. Dr. Jaka Nugraha, S.Si., M.Si.	....
3. Ir. Ali Parkhan, M.T.	....

Mengetahui,

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA YOGYAKARTA FAKULTAS MIPA

Drs. Allwar M.Sc., Ph.D.

KATA PENGANTAR

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillah puji syukur kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, serta shalawat dan salam kepada Nabi Muhammad SAW sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul "Perbandingan Metode Estimasi *LTS*, Estimasi *M*, Dan Estimasi *S* pada Regresi *Robust* (Studi Kasus: Pembiayaan Mobil pada Perusahaan *'X'* Tahun 2016)"

Tugas akhir ini dilakukan sebagai salah satu persyaratan yang harus dipenuhi dalam menyelesaikan Program Strata Satu di Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Indonesia. Selama mengerjakan dan menyusun tugas akhir ini, penulis banyak memperoleh bantuan dari berbagai pihak, baik berupa saran, kritik, ataupun bimbingan. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Allwar, M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia.
2. Bapak Dr. Raden Bagus Fajriya Hakim, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Statistika.
3. Bapak Dr. Edy Widodo, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing skripsi atas bimbingan dan kesabarannya selama menyelesaikan tugas akhir ini.
4. Seluruh dosen Statistika di Universitas Islam Indonesia yang telah memberikan ilmunya selama masa kuliyah.
5. Bapak Ibu, Kakak, Adik dan Keluarga Besar yang telah memberikan kasih sayang, kesabaran, doa, dukungan serta dorongan moril maupun materil kepada saya.
6. Danys Haryadi, terima kasih telah meminjamkan laptop dan memberikan dorongan, motivasi terbaik selama menyelesaikan tugas akhir ini.
7. Sahabat seperjuangan saya Indah Dewi Fitriani, Nurul Imani, Tiara Shafira, Hani Budi Rahayu, terimakasih telah menjadi sahabat sekaligus keluarga

yang selalu ada dan membantu dalam suka maupun duka.

8. Teman-teman Kos Windi, Cindy Fatika, Mia Rizky Agustin, Eva Rosiana, Resti, Nur Cahyati, Nanda, terimakasih atas dukungan dan semangatnya.
9. Pihak lain yang tidak bisa disebutkan satu per satu, terima kasih telah membantu penulis hingga akhirnya dapat menyelesaikan tugas akhir ini.

Semoga Allah SWT selalu memberikan rahmat dan anugerah-Nya kepada mereka semua atas segala bantuan, bimbingan, dan pengajaran yang telah diberikan kepada penulis. Penulis menyadari sepenuhnya bahwa tugas akhir ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu penulis menerima kritik dan saran yang bersifat membangun dari semua pihak demi kesempurnaan tugas akhir ini. Semoga tugas akhir ini bermanfaat bagi semua pihak.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Yogyakarta, 26 Maret 2018

Denisha Intan Perihatini

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

Gambar **Judul** **Halaman**

DAFTAR ISTILAH DAN LAMBANG

$\arg min\ f(x)$	: titik x dimana $f(x)$ mencapai nilai terkecil
$\arg max\ f(x)$	: titik x dimana $f(x)$ mencapai nilai terbesar
BLUE	: *Best Linear Unbias Estimator*
BPS	: Badan Pusat Statistik
D	: nilai hitung uji *Kolmogorov Smirnov*
d	: nilai *Durbin Watson*
d_L	: batas atas tabel *Durbin Watson*
d_u	: batas bawah *Durbin Watson*
db	*: derajat bebas*
DP	: *Down Payment*
DfFITS	*: Difference fitted Value FITS*
e_i	: residual ke-i
FWLS	*: Final Weight Scale Estimator*
IHK	: Indeks harga konsumen
IQR	: *Interquartile Range*
IRLS	*: Iteratively Reweighted Least Squared*
JKG	: jumlah kuadrat galat
LMS	: *Least Median Square*
LTS	: *Least Trimmed Squares*
MM	: *Method of Moment*
MLT	: *Maximum Likelihood Type*
MSE	: *Mean Squared Error*
NTF	: *Nett to Finance*
OLS	: *Ordinary Least Square*
OTR	: *On The Road*
RSE	: *Residual Standart Error*
$\bar{R}^2$	: *adjusted R-Square*

R^2	: koefisien determinasi
S	: *Scale*
u_i	: skala sisaan ke-i
VIF	: *Variance Inflation Factor*
$\vert \; \vert$	: harga mutlak
t_i	: nilai $R_{student}$
$\hat{\sigma}^2$	: variasi residual

DAFTAR LAMPIRAN

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang sebelumnya pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang diacu di dalam naskah ini dan diterbitkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 26 Maret 2018

Penulis

PERBANDINGAN METODE ESTIMASI *LTS*, ESTIMASI *M*, DAN ESTIMASI *S* PADA REGRESI *ROBUST*

(Studi kasus: Pembiayaan Mobil pada Perusahaan *'X'* Tahun 2016)

Oleh: Denisha Intan Perihatini

Jusuran Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Islam Indonesia

INTISARI

Analisis Regresi adalah metode statistika yang digunakan untuk mengetahui pengaruh variabel dependen terhadap variabel independen. Tujuan analisis regresi adalah mendapatkan model estimasi parameter model regresi dari suatu data. MKT merupakan salah satu metode untuk mengestimasi parameter. Metode Kuadrat Terkecil kurang tepat digunakan pada data yang mengandung *Outlier*, Oleh karena itu digunakan metode estimasi regresi *robust*. Pada penelitian ini metode *robust* yang digunakan adalah regresi robust estimasi *LTS*, estimasi *M*, estimasi *S*. Tujuan penelitian ini adalah membandingkan ketiga metode estimasi tersebut dan memilih metode estimasi yang menghasilkan model estimasi parameter terbaik yang dilihat dari nilai *MSE* dan $\hat{R}^2$. Studi kasus penelitian ini adalah data jumlah pembiayaan kendaraan mobil tahun 2016 yang bersumber dari salah satu perusahaan *'X'* dengan variabel dependen *Nett to Finance* (*NTF)*, variabel independen *On the road* (OTR), *Down Payment (*DP), Umur Mobil, Pendapatan. Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi *NTF* adalah OTR, DP, Pendapatan, Umur kendaraan dan Tenor. Metode regresi *robust* estimasi terbaik adalah estimasi *LTS*.

Kata Kunci: MKT, *Outlier*, Estimasi *LTS*, Estimasi *M*, Estimasi *S*.

COMPARISON OF LTS ESTIMASITION M ESTIMASITION AND S ESTIMASITION IN ROBUST REGRESSION METHODS

(Case: Car Financing at the 'X' Company in 2016)

Denisha Intan Perihatini

Departement of Statistics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences

Islamic University of Indonesia

ABSTRACT

Regression Analysis is a method in statistic used to determine the effect of dependent variable on the independent variable. The purpose of regression analysis is to estimate parameters in the regression model from a data. MKT is one of the methods to estimate parameters. The Least Squares Method is less appropriate for use on data containing Outlier, therefore in this study robust regression estimation method is used. In this study robust method used is robust regression LTS estimation, M estimation, S estimation. The purpose of this study was to compare the three estimation methods and choose estimation method which yielded the best parameter estimation model seen from MSE and $\hat{R}^2$. The case studies of this study are data on the number of car financing in 2016 sourced from one of the Company 'X'. Variable in this study are dependent variable Nett to Finance (NTF), independent variable On the Road (OTR), Down Payment (DP), Car's age, Income. The result of this study is the factors that affect NTF are OTR, DP, Income, Car's age and Tenor. The best estimation robust regression method is LTS estimation.

Kata Kunci: *MKT, Outlier, LTS estimation, M estimation, S estimation.*

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dikehidupan sehari-hari manusia tidak lepas dari bermacam-macam kebutuhan, manusia harus berusaha dengan cara bekerja untuk memenuhi semua kebutuhannya tersebut. Di zaman yang modern ini, kendaraan juga merupakan kebutuhan manusia, banyak masyarakat yang menggunakan kendaraan sebagai ikon "*prestise*" lambang kesejahteraan masyarakat, hal ini terbukti dengan meningkatnya jumlah kendaraan di Indonesia pada tahun 2013, yaitu sebesar 104.118 juta unit naik sebesar 11% dari tahun sebelumnya (2012) yaitu 94.373 juta unit (BPS, 2016) dan Kota Yogyakarta jumlah kendaraan bermotor yang terdaftar menurut jenisnya pada tahun 2015 naik ± sebanyak 1.100 juta unit (BPS, 2016).

Besar minat masyarakat untuk memiliki kendaraan mengakibatkan banyak masyarakat yang melakukan segala cara untuk memenuhi kebutuhan dan keinginanya membeli kendaraan. Ketika kebutuhan kendaraan mobil terpenuhi, mobil tersebut dapat dijadikan sumber mendapatkan uang tanpa harus menjual mobil tersebut dengan cara kredit pembiayaan dengan jaminan sertifikat kepemilikan kendaraan. Hal tersebut mengakibatkan munculnya perusahaan pembiayaan untuk memenuhi kebutuhan khususnya pembiayaan, baik itu pembiayaan dalam bentuk penyediaan dana maupun penyediaan barang.

Proses pembiayaan sangat memakan waktu, itu disebabkan perusahaan *leasing* harus menganalisa konsumen dari segi kemampuan dan keterjaminannya untuk melakukan pengkreditan, hal itu dilakukan untuk menentukan jumlah pembiayaan yang layak diberikan perusahaan kepada konsumen, namun proses pencairan yang cukup lama sering menjadi keluhan masyarat ketika mengajukan pembiayaan pada perusahaan *leasing*. Oleh karena itu perlu dilakukannya analisis yang lebih efektif dalam mengatasi proses pencairan pembiayaan tersebut.

Salah satu upaya untuk mengatasi masalah ini adalah dengan menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah pembiayaan yang diberikan untuk konsumen. Salah satu metode analisis untuk mengetahui hal tersebut adalah regresi linear berganda. Regresi linear berganda berfungsi untuk mengetahui hubungan yang mempengaruhi besarnya jumlah pembiayaan sebagai upaya untuk mempercepat proses pembiayaan ini bertumpu pada beberapa faktor seperti umur kendaraan, lama angsuran, *DP*, harga jual kendaraan pada saat itu atau sering disebut dengan *OTR* dan pendapatan konsumen, tetapi beberapa perusahaan pembiayaan berpendapat bahwa jumlah pembiayaan yang akan diberikan kepada konsumennya disesuaikan dengan keadaan secara nyata konsumen tersebut dan beberapa keadaan yang tidak terduga dapat mempengaruhi besarnya jumlah pembiayaan. Hal inilah yang mendorong peneliti melakukan penelitian tentang analisis faktor-faktor apa saja yang mempengaruhi jumlah pembiayaan kendaraan.

Analisis Regresi merupakan analisis yang mempelajari bagaimana mendapatkan model terbaik dari data untuk meramalkan peristiwa dimasa depan yang terkait dengan data tersebut. Ada juga yang menyatakan analisis regresi merupakan teknik statistika yang dapat digunakan untuk menggambarkan hubungan antara dua variabel atau lebih. Sebuah model regresi dikatakan baik apabila memenuhi asumsi klasik yaitu kenormalan sisaan, tidak adanya autokorelasi, bersifat homoskedastisitas dan bebas multikolinearitas. Pada kenyataannya tidak semua kasus dapat diselesaikan dengan analisis regresi karena adanya asumsi-asumsi yang tidak terpenuhi tersebut. Pemenuhan asumsi sangat berpengaruh besar terhadap keakuratan estimasi yang dihasilkan. Beberapa asumsi yang tidak terpenuhi dapat disebabkan oleh adanya *outlier*. Terdapat dua cara untuk mengatasi adanya *outlier* yaitu satu membuang data *outlier*, tetapi menghilangkan informansi yang ada pada data *outlier* tersebut atau dua tetap menggunakan seluruh data dengan memberikan bobot yang rendah untuk observasi terindikasi *outlier* (Rousseeuw dan Leroy, 1987), adakalanya *outlier* memberikan informasi yang tidak bias digambarkan oleh titik data lainnya, misalnya karena *outlier* timbul dari kombinasi keadaan yang tidak biasa yang mungkin saja sangat penting dan perlu dilakukan analisis lebih lanjut.

Regresi *robust* adalah metode regresi yang digunakan ketika disribusi residual tidak normal atau ada beberapa *outlier* yang mempengaruhi model

(Susanti, 2014). Regresi *robust* memiliki beberapa estimasi yaitu (1) estimasi *LMS* (*Least Median Square*), (2) estimasi *LTS* (*Least Trimmed Squares*), (3) estimasi *MM* (*Method of Moment),* (4) estimasi *M* (*Maximum Likelihood Type).* (5) estimasi *S* (*Scale*) (Chen, 2002). Metode estimasi *S* pertama kali dikembangkan oleh Rousseeuw dan Yohai (1984). Metode ini memiliki *breakdown point* yang tinggi. *Breakdown point* yaitu bagian terkecil data yang menyimpang yang menyebabkan nilai estimator menjadi tidak berguna (Montgomery, Peck & Vining, 1982). Disebut estimasi *S* karena mengestimasi berdasarkan skala, skala yang digunakan adalah standar deviasi sisaan. Metode estimasi *LTS* merupakan salah satu metode penaksiran parameter model regresi *robust* terhadap kehadiran nilai *outlier* yang memiliki nilai *breakdown point* yang tinggi dibandingkan dengan metode estimasi lainnya

Metode estimasi *M* merupakan salah satu metode regresi *robust* yang penting dan luas digunakan. Selain itu metode estimasi *M* mempunyai efisiensi yang tinggi dan estimasi *M* sangat baik digunakan untuk mengestimasi parameter yang mengandung *outlier* pada arah *X* (Bekti, 2011). Ketiga estimasi tersebut dapat menunjukkan model regresi yang optimal dalam memprediksi data pembiayaan mobil pada suatu perusahaan *finance*.

Metode-metode tersebut memiliki kelemahan dan kelebihan masing-masing sehingga penulis tertarik untuk membandingkan regresi *robust* estimasi *LTS*, estimasi *M* dan estimasi *S* dan menentukan model terbaik untuk data pembiayaan mobil pada perusahaan '*X*' tahun 2016. Pemilihan model terbaik nantinya didasari pada nilai *error* yaitu *Mean Squared Error (MSE)* dan nilai *Adjusted R-square* ($\overline{\mathrm{R}}^2$). Oleh karena itu, peneliti mengangkat judul "Perbandingan Metode Regresi *Robust* Estimasi *LTS*, Estimasi *M*, dan Estimasi *S* (Studi Kasus: Pembiayaan Mobil pada Perusahaan '*X*' Tahun 2016)".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan persoalan diatas maka peneliti dapat mengambil permasalah sebagai berikut:

1. Faktor-faktor apa saja yang mempengaruhi jumlah pembiayaan kendaraan mobil pada perusahaan '*X*' tahun 2016?

2. Bagaimana perbandingan metode regresi *robust* menggunakan estimasi *LTS*, estimasi *M*, dan estimasi *S* untuk data pembiayaan kendaraan mobil pada perusahaan '*X*' Tahun 2016 ?
3. Bagaimana model terbaik untuk data pembiayaan kendaraan mobil pada perusahaan '*X*' tahun 2016 yang mengandung data *outlier* ?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengetahui faktor-faktor apa saja yang mempengaruhi jumlah pembiayaan kendaraan mobil pada perusahaan '*X*' tahun 2016.
2. Mengetahui hasil perbandingan metode regresi *robust* menggunakan estimasi *LTS*, estimasi *M*, estimasi *S* untuk data pembiayaan kendaraan mobil pada perusahaan '*X*' tahun 2016.
3. Mengetahui model terbaik yang didapatkan untuk data pembiayaan kendaraan mobil pada perusahaan '*X*' tahun 2016 yang mengandung data *outlier*.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah mengetahui cara mengestimasi nilai parameter model regresi menggunakan estimasi *LTS*, estimasi *M*, dan estimasi *S* sehingga diharapkan menambah ilmu pengetahuan tentang pemecahan masalah regresi linear jika asumsi normalitas tidak terpenuhi yang disebabkan adanya data *outlier.* Selain itu mengetahui model terbaik dari salah satu metode estimasi sehingga nantinya dapat diketahui faktor-faktor yang mempengaruhi besarnya pembiayaan suatu perusahaan *finance* tahun 2016.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Penulisan skripsi ini adalah suatu pemikiran baru yang menggunakan beberapa penelitian terdahulu sebagai acuan dan dasar penelitian, diantaranya sebagai berikut:

2.1 Pembiayaan pada Kendaraan

Pada tabel 2.1 menjelaskan tentang beberapa penelitian terdahulu yang terkait dengan objek yang sama yaitu pembiayaan pada kendaraan.

Tabel 2.1 Penelitian Terdahulu tentang Pembiayaan

No	Nama/Tahun	Variabel Penelitian	Metode/Teori yang Digunakan	Hasil Penelitian
1	Khoiru Nisa Apriliya (2016)	Jumlah Angsuran, *Net Investment* dan *Outstanding Principal*	Analisis *Spatial Autoregressive* dan *Algoritma Fuzzy C-Means*	Hasil analisis menggunakan fuzzy *c-means* diperoleh pengelompokkan menjadi 4 kluster dengan masing-masing karakteristik yang berbeda. Gambaran jumlah angsuran, *net investment* dan *outstanding principal* yang terbanyak yaitu Kecamatan Purwojerto dan Purwokerto Timur.
2	Diah Ayu Legowati dan Ari Prasetyo (2016)	Pembiayaan Modal Kerja, Pembiayaan Investasi, Pembiayaan Konsumsi dan *Non Performing Financing* pada BUS dan UUS	Metode Statistik Inferensial Regresi Berganda	Ada pengaruh Pembiayaan modal kerja, pembiayaan investasi terhadap variabel *Non performing Financing* dan variabel pembiayaan konsumsi secara tidak signifikan mempengaruhi variabel *non performing Financing*

Tabel 2.1 Penelitian Terdahulu tentang Pembiayaan Lanjutan

No	Nama/Tahun	Variabel Penelitian	Metode/Teori yang Digunakan	Hasil Penelitian
3	Ahmad Choirudin (2017)	Pembiayaan Mudharabah, Deposito, *Capital adequacy Ratio, Non Perfoming Financing, Biaya Operasi-onal, Financing to Deposito Ratio*	Analisis Regresi Berganda	Di peroleh hasil bahwa variabel deposito, *capital adequacy ratio* dan *financing to deposito ratio* berpengaruh secara positif terhadap variabel *non perfoming financing* sedangkan biaya operational tidak berpengaruh terhadap pembiayaan mudharabah.

2.2 Analisis Regresi *Robust*

Pada Tabel 2.2 menjelaskan tentang beberapa penelitian terdahulu yang menggunakan metode Regresi *Robust* dari berbagai estimasi.

Tabel 2.2 Penelitian Terdahulu Menggunakan Metode Regresi *Robust*

No	Nama/Tahun	Variabel Penelitian	Metode/Teori yang Digunakan	Hasil Penelitian
1	Rini Cahyandari dan Nurul Hisani (2012)	Jumlah Produksi Padi, Luas Panen, Luas Irigasi Teknik	Regresi Linear Berganda dengan Penaksiran Parameter Regresi *Robust*	Model produksi padi di Provinsi Jawa Barat tahun 2019 yang paling baik adalah model dengan menggunakan metode regresi *robust M* estimator dengan pembobot *Huber* karena memiliki nilai standar *error* yang lebih kecil.
2	Al Ghazali, Desi Yuniarti dan Memi Nor Hayati (2015)	IHK, Bahan Makanan, Sandang, Pendidikan	Regresi *Robust* dengan Estimasi-*M*	Di peroleh hasil bahwa terdapat data *outlier* pada data IHK pengamatan ke-5, 11 dan 17 kemudian didapatkan model estimasi-M pada data IHK yaitu $Y = 21{,}965 + 0{,}420X_1 + 0{,}189X_2 + 0{,}199X_3$.

Tabel 2.2 Penelitian Terdahulu Menggunakan Metode Regresi *Robust* Lanjutan

No	**Nama/Tahun**	**Variabel Penelitian**	**Metode/Teori yang Digunakan**	**Hasil Penelitian**
3	Zuni Setiarini (2016)	Rata-rata Lama Sekolah, Upah Minimum regional dan Produk Domestik Regional Bruto, Indeks Pembangunan Masyarakat	Regresi *Robust* Estimasi *S* Menggunakan Pembobot *Welsch* dan *Tukey Bisquare*	Hasil penelitian ini adalah regresi *robust* dengan estimasi *S* menggunakan pembobot *Welsch* lebih efektif dibandingkan pembobot *Tukey bisquare* dalam mengatasi *outlier*.
4	Purnami Yuli Sasmiati (2017)	Data Simulasi	Estimasi *M*, Estimasi *S* dan Estimasi *MM* pada Regresi *Robust*	Metode terbaik antara estimasi *M*, estimasi *S* dan estimasi *MM* dan MKT pada data tidak mengandung *outlier* adalah MKT sedangkan pada data *outlier* 5% dan 10% antara metode tersebut yang paling baik adalah estimasi *M*
5	Muhammad Bohari Rahman (2017)	Produksi Jagung, Luas Panen, Produktifitas Jagung	Regresi *Robust* Estimasi *S*, Estimasi *MM*, Estimasi *LTS*	Hasil penelitian ini menyimpulkan bahwa metode *S* paling baik digunakan dalam mengestimasi parameter regresi untuk kasus jagung di Indonesia tahun 2015 dibandingkan metode estimasi *LTS, MM*

BAB III
LANDASAN TEORI

3.1 Matriks

Matriks adalah sebuah susunan segi empat dari bilangan-bilangan. Bilangan di dalam susunan tersebut dinamakan entri dalam matriks (Anton,1992) matriks dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \tag{3.1}$$

Susunan di atas disebut matriks m dikali n yang ditulis dengan $m.n$ karena memiliki m baris dan n kolom. Jika A $=[a_{ij}]$ adalah sebuah matriks $m.n$, maka *transpose* A dinyatakan dengan A^t sehingga didefinisikan sebagai matriks $n.m$ yang merupakan hasil dari pertukaran baris dan kolom dari matriks A (Ruminta, 2009) .

Contoh 1. $\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ maka $A^t = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

3.2 Determinan Matriks

Determinan A dilambangkan dengan $\det(A)$ atau |A|. Misalkan dengan ukuran $m.n$.

$$A_{m.n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

Jika elemen pada baris ke-i dan kolom ke-j dihapus, maka determinan matriks persegi sisanya ukuran $n-1$ disebut minor dari a_{ij}, dan dinyatakan dengan $|M_{ij}|$. Minor bertanda $(-1)^{i+j}\,|M_{ij}|$ disebut kofaktor dari a_{ij} dan dinyatakan dengan K_{ij}.

Nilai determinan |A| dengan A berukuran $m.n$ adalah jumlah hasil kali yang diperoleh dari perkalian tiap elemen suatu baris (kolom) |A| dengan kofaktornya adalah:

$$|A| = a_{i1}K_{i1} + a_{i2}K_{i2} + a_{i3}K_{i3} + \cdots + a_{in}K_{in} \quad (3.3)$$

Contoh 2. $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -5 \\ 1 & 3 & -7 \\ -1 & 4 & -8 \end{bmatrix}$ maka $|A|$ adalah sebagai berikut

$$|A| = (-2)\begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 4 & -8 \end{bmatrix} + (-4)\begin{bmatrix} 1 & -7 \\ -1 & -8 \end{bmatrix} + (-5)\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = 17$$

3.3 Matriks Adjoin

Adjoint matriks A adalah suatu matriks yang elemen-elemenya terdiri dari semua elemen-elemen faktor matriks A, dengan K_{ij} adalah kofaktor elemen-elemen $a_{ij}; i, j = 1,2, \ldots, n$. *Transpose* dari matriks kofaktor disebut *adjoint* Jadi adj A = K' (Suprapto, 2005). Sehingga dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\text{adj } A = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{21} & \cdots K_{m1} \\ K_{12} & K_{22} & \cdots K_{m2} \\ K_{13} & K_{23} & \cdots K_{m3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{1n} & K_{2n} & \cdots K_{mn} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Kofaktor $a_{ij} = k_{ij} = (-1)^{i \times j}|A_{ij}|$. Tanda kofaktor minus (-) bila $(i + j)$ bernilai ganjil dan (+) jika $(i + j)$ bernilai genap.

Contoh 3. $K = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 3 & -7 \\ 4 & -8 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ -1 & -8 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ 4 & -8 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ -1 & -8 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ 3 & -7 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 1 & -7 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 15 & 7 \\ 12 & 11 & 4 \\ -13 & -19 & -10 \end{bmatrix}$

Sehingga didapatkan adj $A = K' = \begin{bmatrix} 4 & 12 & -13 \\ 15 & 11 & -19 \\ 7 & 4 & -10 \end{bmatrix}$

3.4 Invers Matriks

Misalkan A matriks $m.n$ dan berlaku $A \,.A^{-1} = A^{-1}.A = 1$ maka dapat dikatakan A dan A^{-1} saling *invers* A^{-1} disebut *invers* dari suatu A. *Invers* dari A dapat dinyatakan dengan (Hadley, 1992) :

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \times Adj\ (A) \tag{3.5}$$

Contoh 4. $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -5 \\ 1 & 3 & -7 \\ -1 & 4 & -8 \end{bmatrix}$ sehingga didapatkan:

$$A^{-1} = \frac{1}{17}\begin{bmatrix} 4 & 12 & -13 \\ 15 & 11 & -19 \\ 7 & 4 & -10 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{4}{17} & \frac{12}{17} & \frac{-13}{17} \\ \frac{15}{17} & \frac{11}{17} & \frac{-19}{17} \\ \frac{7}{17} & \frac{4}{17} & \frac{-10}{17} \end{bmatrix}$$

3.5 Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan salah satu analisis statistik yang sering digunakan untuk menganalisis hubungan antara dua variabel atau lebih. Analisis regresi merupakan metode analisis yang dapat digunakan untuk menganalisis data dan mengambil kesimpulan yang bermakna tentang hubungan ketergantungan variabel terhadap variabel lainnya (Draper dan Smith, 1992). Hubungan yang didapat pada umumnya dinyatakan dalam bentuk persamaan matematika yang menyatakan hubungan antara variabel independen dalam bentuk persamaan sederhana.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + e \tag{3.6}$$

dengan :

y : variabel respon yang akan diteliti

β_0 : konstanta

β_1 : parameter variabel independen

x : variabel prediktor

e : variabel *error* acak

Hubungan atau pengaruh dua atau lebih variabel independen terhadap satu variabel dependen maka model regresi yang digunakan adalah model regresi linear berganda. Persamaan umum regresi berganda dapat ditulis dalam persamaan berikut (Walpole dan Myers, 1995):

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, \quad i = 1,2,3, \dots, n \qquad (3.7)$$

dengan:

Y_i : variabel dependen ke-i

β_0 : konstanta

β_k : parameter variabel independen ke-ik

x_{ik}: variabel independen ke-ik

ε_i : variabel *error* acak

persamaan (3.1) dapat disusun dalam bentuk matriks persamaan menjadi:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots x_{2k} \\ 1 & x_{31} & x_{32} & \cdots x_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots x_{nk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} \qquad (3.8)$$

atau dapat ditulis menjadi:

$$\boldsymbol{y_i = x'\beta + \varepsilon}$$

y_i : vektor amatan yang berukuran $(n \times 1)$

x' : matriks berukuran $(n \times (k+1))$ yang diketahui

β : vektor parameter yang berukuran $((k+1) \times 1)$

ε : vektor residual yang berukuran $(n \times 1)$

3.6 Metode Kuadrat Terkecil (MKT)

Metode Kuadrat Terkecil merupakan salah satu metode untuk mengestimasi parameter pada regresi linear yaitu $\beta_0, \beta_1, .. \beta_k$. Tujuan MKT adalah meminimumkan jumlah kuadrat dari kesalahan yang disebut dengan jumlah kuadrat galat terhadap garis regresi. Dari persamaan (3.7) JKG dapat ditulis:

$$JKG = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2} - \cdots - \beta_k x_{ik})^2 \qquad (3.9)$$

Jika persamaann (3.7) diturunkan secara berturut-turut dari terhadap $\beta_0, \beta_1, .. \beta_k$ dan disama dengankan nol maka diperoleh :

$$\frac{\partial(JKG)}{\partial\beta_0} = 2\sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 X_{i2} - \cdots - \beta_k x_{ik})(-1) = 0$$

$$\frac{\partial(JKG)}{\partial\beta_1} = 2\sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2} - \cdots - \beta_k x_{ik})(-x_{i1}) = 0$$

$$\frac{\partial(JKG)}{\partial\beta_2} = 2\sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2} - \cdots - \beta_k x_{ik})(-x_{i2}) = 0$$

$$\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots$$

$$\frac{\partial(JKG)}{\partial\beta_k} = 2\sum_{i=1}^{n}(-\beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2} - \cdots - \beta_k x_{ik})(-x_{ik}) = 0 \qquad (3.10)$$

Penjabaran dari persamaan (3.10) diperoleh seperangkat persamaan normal sebagai berikut :

$$n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}x_{i1} + \hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}x_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_k\sum_{i=1}^{n}x_{ik} = \sum_{i=1}^{n}y_i$$

$$\hat{\beta}_0\sum_{i=1}^{n}x_{i1} + \hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}{x_{i1}}^2 + \hat{\beta}_2\sum_{i=1}^{n}x_{i1}x_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_k\sum_{i=1}^{n}x_{i1}x_{ik} = \sum_{i=1}^{n}x_{i1}y_i$$

$$\hat{\beta}_0\sum_{i=1}^{n}x_{i2} + \hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}x_{i1}x_{i2} + \hat{\beta}_2\sum_{i=1}^{n}{x_{i2}}^2 + \cdots + \hat{\beta}_k\sum_{i=1}^{n}x_{i2}x_{ik} = \sum_{i=1}^{n}y_{i2}y_i$$

$$\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots$$

$$\hat{\beta}_0\sum_{i=1}^{n}x_{ik} + \hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}x_{i1}x_{ik} + \hat{\beta}_2\sum_{i=1}^{n}x_{i1}x_{ik} + \cdots + \hat{\beta}_k\sum_{i=1}^{n}{x_{ik}}^2 = \sum_{i=1}^{n}x_{ik}y_i$$

(3.11)

Persamaan-persamaan (3.11) dapat ditulis dengan menggunakan persamaan matriks yaitu

$$\boldsymbol{X'X\hat{\beta}} = \boldsymbol{X'Y} \qquad (3.12)$$

dengan :

$$\mathrm{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \mathrm{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots x_{2k} \\ 1 & x_{31} & x_{32} & \cdots x_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots x_{nk} \end{pmatrix}, \quad \hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{pmatrix}$$

$$
X'X = \begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} x_{i1} & \cdots \sum_{i=1}^{n} x_{ik} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i1} & \sum_{i=1}^{n} x_{i1}^2 & \cdots \sum_{i=1}^{n} x_{i1}\, x_{ik} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ik} & \sum_{i=1}^{n} x_{i1} x_{ik} & \cdots \sum_{i=1}^{n} x_{ik}^2 \end{pmatrix}
$$

$$
X'Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_{11} & x_{21} & x_{31} & \cdots & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & x_{32} & & x_{n2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i1} y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ik} y_i \end{pmatrix}
$$

Nilai estimasi $\widehat{\beta}$ dapat dicari dengan menggunakan persamaan tersebut yang kedua ruasnya dikalikan dengan *invers* dari $X'X$, sehingga diperoleh :

$$
(\boldsymbol{X'X})^{-1}\boldsymbol{X'X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X'X})^{-1}\boldsymbol{X'Y}
$$

$$
\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X'X})^{-1}\boldsymbol{X'Y} \qquad (3.13)
$$

Pada penerapan nilai estimasi $\hat{\beta}$ dapat dilakukan baik pada regresi sederhana mapun regresi berganda. Akan tetapi biasanya matriks lebih sering digunakan untuk regresi linier berganda. Perhitungan MKT dengan matriks dapat dilihat seperti contoh kasus berikut ini:

Contoh 5. Diketahui Produktifitas Kerja (Y) dipengaruhi oleh kemampuan kerja (X_1), Pemahaman terhadap tugas (X_2), Motivasi kerja (X_3) dengan data sebagai berikut:

Tabel 3.1 Contoh Data Simulasi MKT

No	(Y)	(X_1)	(X_2)	(X_3)
1	15.9	149.3	4.2	108.1
2	16.4	161.2	4.2	114.8
3	19.0	171.5	3.1	123.2

Tabel 3.1 Contoh Data Simulasi MKT (Lanjutan)

No	(Y)	(X_1)	(X_2)	(X_3)
4	19.1	175.5	3.1	126.9
5	18.8	180.8	1.1	132.1
6	20.4	190.7	2.2	137.7
7	22.7	202.1	2.1	146.0
8	26.5	212.4	5.6	154.1
9	28.1	226.1	5.0	162.3
10	27.6	231.9	5.1	164.3
11	26.3	239.0	0.7	167.6
12	31.1	258.0	5.6	176.8
13	33.3	269.8	3.9	186.6
14	37.0	288.4	3.1	199.7
15	43.3	304.5	4.6	213.9
16	49.3	323.4	7.0	223.8
17	50.3	336.8	1.2	232.0
18	56.5	353.9	4.5	242.9

dari Tabel 3.1 diperoleh:

$$X'X = \begin{pmatrix} 18 & 4275.3 & 66.3 & 3012.8 \\ 4275.3 & 1084039 & 16144.8 & 760440.9 \\ 66.3 & 16144.8 & 295.8 & 11354.9 \\ 3012.8 & 760440.9 & 11354.9 & 533668.5 \end{pmatrix} \quad X'Y = \begin{pmatrix} 541.6 \\ 141917 \\ 2092.7 \\ 99349.5 \end{pmatrix}$$

$$(X'\,X)^{-1} = \begin{pmatrix} 3.4 & 0.1 & -0.0 & -0.2 \\ 0.1 & 0.0 & -0.0 & -0.0 \\ -0.1 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -0.2 & -0.0 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix}$$

sehingga didapatkan nilai estimasi $\widehat{\beta}$ dengan persamaan $\widehat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$,

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -19.879 \\ 0.029 \\ 0.433 \\ 0.248 \end{pmatrix}$$

estimasi model regresi linear berganda untuk data kemampuan kerja, Pemahaman terhadap tugas, Motivasi Kerja dan Produktifitas Kerja dari contoh kasus di atas adalah :

$$\widehat{\mathrm{Y}} = -19.879 + 0.029\mathrm{X}_1 + 0.433\mathrm{X}_2 + 0.248\mathrm{X}_3$$

3.7 Uji Asumsi Klasik

Model regresi yang diperoleh dari metode kuadrat terkecil merupakan model regresi yang menghasilkan estimator linear tidak bias dan yang terbaik (*BLUE*). Kondisi ini akan terjadi jika dipenuhi beberapa asumsi yang disebut asumsi klasik (Algifari, 2000). Terdapat beberapa asumsi yang harus dipenuhi terlebih dahulu sebelum menggunakan *Multiple Linear Regression* sebagai alat untuk menganalisis pengaruh variabel-variabel yang diteliti, pengujian asumsi klasik yang digunakan terdiri dari:

3.7.1 Uji Autokorelasi

Uji autokorelasi bertujuan untuk menguji apakah dalam model regresi linier ada korelasi antara kesalahan pengganggu pada periode sebelumnya. Autokorelasi ini muncul karena observasi yang berurutan sepanjang waktu berkaitan satu sama lainnya. Korelasi antar observasi ini diukur berdasarkan deret waktu dalam model regresi atau dengan kata lain *error* dari observasi yang satu dipengaruhi oleh *error* dari observasi yang sebelumnya atau dapat dikatakan bahwa penyimpangan asumsi ini biasanya muncul pada observasi yang menggunakan data *time series.* (Algifari, 2000). Hipotesis yang digunakan sebagai dugaan awal adalah:

H_0: tidak terdapat autokorelasi

H_1: terdapat autokorelasi

Ada tidaknya gejala autokorelasi dapat dideteksi dengan uji *Durbin Watson* yang dirumuskan sebagai berikut:

$$\mathrm{d} = \frac{\sum_{i=2}^{N}(e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{N} e_i^2} \qquad (3.14)$$

Setelah nilai *Durbin Watson* dihitung, pengambilan keputusan dilakukan dengan membandingkan nilai batas d_L dan d_U untuk berbagai jumlah sampel (n) dan jumlah variabel bebas (k) yang ada dalam tabel *Durbin Watson*. Berikut ketentuan pengambilan keputusan uji autokorelasi berdasarkan (Gujarati, 2013):

a. Jika $d < d_L$ atau $d > 4 - d_L$ maka kesimpulannya adalah tolak H_0 artinya terdapat autokorelasi antara *residual*.

b. Jika $d_U < d < 4 - d_U$ maka kesimpulannya adalah gagal tolak H_0 atau tidak terdapat autokorelasi antara *residual*.

c. Jika $d_L \leq d \leq d_u$ atau $4 - d_U \leq d \leq 4 - d_L$ pengujian tidak meyakinkan sehingga tidak dapat disimpulkan ada atau tidaknya autokorelasi antara *residual*

Contoh 6. Tabel 3.1 akan di uji apakah model regresi yang terbentuk telah memenuhi asumsi no autokorelasi, perhitungannya sebagai berikut:

$$\mathrm{d} = \frac{\sum_{i=2}^{N}(e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{N} e_i^2} = \frac{17.05}{71.19} = 0{,}24$$

Berdasarkan tabel *Durbin Watson* dengan k= 3 dan n= 18 didapat nilai $d_L = 1.05$ dan nilai $d_U = 1.53$. Oleh karena itu nilai *Durbin Watson* memenuhi kriteria $d = 0{,}24 < d_L = 1.05$ maka dapat disimpulkan terdapat autokorelasi antara residual dalam data tersebut.

3.7.2 Uji Heterokedastisitas

Uji Heteroskedastisitas bertujuan menguji apakah dalam model regresi terjadi ketidaksamaan variansi dari residual satu pengamatan ke pengamatan yang lain. Jika variansi dari residual satu pengamatan ke pengamatan lain tetap, maka disebut homokedastisitas dan jika berbeda disebut heteroskedastisitas.

Model regresi yang baik adalah yang homokedastisitas atau tidak terjadi heteroskedastisitas (Ghozali, 2009). Uji Heteroskidastisitas bertujuan untuk mengetahui varians variabel dalam model tidak sama (konstan). Situasi heterokedastisitas akan menyebabkan penaksiran koefisien-koefisien regresi menjadi tidak efisien dan hasil taksiran dapat menjadi kurang atau melebihi dari yang semestinya. Dengan demikian, agar koefisien-koefisien regresi tidak menyesatkan maka situasi heteroskedastisitas tersebut harus dihilangkan dari model regresi. Uji heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan menggunakan uji *Glejser* yaitu dengan meregresikan nilai *absolute* residual dengan masing-masing variabel independen. Hipotesis yang digunakan sebagai dugaan awal adalah sebagai berikut:

H_0: tidak terdapat heteroskedastisitas

H_1: terdapat heteroskedastisitas

Keputusan H_0dilakukan ketika *p-value* < α: 5% yang artinya model dinyatakan bebas masalah heteroskedastisitas. Contoh 6. Nilai *absolute* residual model tabel 3.1 diregresikan dengan variabel independen dan didapatkan dhasil sebagai berikut:

Tabel 3.2 Hasil Uji Regresi Nilai *Absolute* Residual

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-19.875	.000		-8.546E7	.000
	x1	.029	.000	.151	2.788E6	.000
	x2	.433	.000	.061	2.392E7	.000
	x3	.247	.000	.834	1.539E7	.000

a. Dependent Variable: abs

Berdasarkan tabel 3.2 dapat dilihat bahwa nilai *p-value* variabel independen lebih kecil dari nilai α: 5%, sehingga gagal tolak H_0 yang artinya terdapat heteroskedastisitas.

3.7.3 Uji Multikolinearitas

Uji Multikolinieritas bertujuan untuk mengetahui ada tidaknya hubungan antara variabel independen atau bebas. Pengujian ini dilakukan sebagai syarat digunakannya analisis berganda dimana regresi yang baik adalah regresi yang terbebas dari masalah multikolinearitas. (Ghozali, 2009).

Penentuan ada atau tidaknya multikolinearitas salah satunya dengan melihat nilai *Variance Inflation Factor* dan nilai *tolerance* dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0: tidak terdapat multikolinearitas

H_1: terdapat multikolinearitas

Gejala multikolinearitas terjadi ketika $VIF \geq 10$ dan nilai *tolerance* $\leq$ 0,10.(Ghozali, 2009). Perhitungan nilai *VIF* dapat dilakukan dengan menggunakan persamaan berikut (Montgomery, Peck & Vining, 1982):

$$VIF = \frac{1}{1-R^2} \tag{3.15}$$

dengan R^2 :

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i-\bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2} \tag{3.16}$$

dengan $i = 1,2,3, \dots k$ dan R^2 adalah koefisien regresi yang dihasilkan dari variabel independen x_i dengan variabel independen lain x_j $(x_i \neq x_j)$.

Contoh 7. Mengacu pada data tabel 3.1 akan diuji apakah terdapat masalah multikolinearitas antara variablel x menggunakan nilai *VIF* maka berikut perhitungannya:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{Y}_i - \bar{Y}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{2583}{2654} = 0.973$$

$$VIF = \frac{1}{1 - 0.927} = 37.289$$

jadi nilai $VIF = 37.289 > 10.000$ maka tolak H_0 yang artinya terdapat masalah multikolinearitas pada model regresi.

3.7.4 Uji Normalitas Residual

Uji normalitas digunakan untuk menguji apakah model regresi variabel bebas dan variabel terikat keduanya mempunyai distribusi normal atau tidak (Ghozali, 2009). Pada regresi linear diasumsikan bahwa tiap e_i didistribusikan secara random dengan $e_i \sim N(0, \sigma^2)$. Jika asumsi ini tidak terpenuhi akan menyebabkan residual yang besar. Salah satu uji yang dapat digunakan adalah uji *Kolmogorov Smirnov*. Uji ini secara sistematis sebagai berikut:

$$D = \max|F_0(X_i) - F_n(X_i)| \tag{3.17}$$

dengan $i = 1,2, \dots, n$, $F_0(X_i)$ adalah fungsi distribusi frekuensi kumulatif relatif dari distribusi normal dan $F_n(X_i)$ adalah distribusi frekuensi kumulatif pengamatan sebanyak n sampel dengan menggunakan kurva normalitas. Adapun hipotesis dalam pengujian kenormalan adalah sebagai berikut:

H_0 : Data berdistribusi normal

H_1 : Data tidak berdistribusi normal

Apabila nilai $D > D_{tabel}$ atau $P_{value} < \alpha$ maka asumsi normalitas residual tidak terpenuhi. Contoh 8. Data tabel 3.1 akan di uji normalitas dari model regresi yang terbentuk, perhitungannya adalah sebagai berikut:

Tabel 3.3 Perhitungan Uji *Kolmogorov Smirnov*

Residual x_i	F_0	**Z** $= \frac{x_i - \bar{x}}{s}$	F_n	$\lvert F_0 - F_n \rvert$	**D**
-2.751	0.056	-1.344	0.090	0.035	
-2.595	0.111	-1.268	0.097	0.014	
-2.584	0.167	-1.263	0.097	0.070	
-2.324	0.222	-1.136	0.129	0.093	

Tabel 3.3 Perhitungan Uji *Kolmogorov Smirnov (*Lanjutan)

Residual x_i	F_0	$Z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$	F_n	$\lvert F_0 - F_n \rvert$	**D**
-2.177	0.278	-1.064	0.145	0.133	
-0.968	0.333	-0.473	0.319	0.014	
-0.658	0.389	-0.322	0.375	0.014	
-0.398	0.444	-0.195	0.425	0.020	0.133
-0.376	0.500	-0.184	0.429	0.071	
-0.332	0.556	-0.162	0.436	0.119	
0.220	0.611	0.108	0.544	0.067	
1.095	0.667	0.535	0.705	0.039	
1.299	0.722	0.635	0.736	0.013	
1.331	0.778	0.651	0.742	0.036	
2.028	0.833	0.991	0.839	0.006	
2.390	0.889	1.168	0.878	0.011	
2.838	0.944	1.387	0.918	0.027	
3.963	1.000	1.936	0.974	0.026	

Berdasarkan tabel 3.3 dapat dilihat bahwa nilai D = 0.133 sedangkan nilai D_{tabel} dengan n = 18 dan α: 5% didapatkan nilai D_{tabel}= 0.309 sehingga D = 0.133 < D_{tabel}= 0.309 maka asumsi normalitas terpenuhi.

3.8 Data *Outlier*

Outlier adalah data yang tidak mengikuti pola umum pada model regresi yang dihasilkan atau tidak mengikuti pola data secara keseluruhan. Dalam suatu himpunan data biasanya terdapat 10% amatan yang merupakan *outlier* (Rousseeuw dan Leroy 1987). Keberadaan *outlier* akan mengganggu dalam proses analisis data dan harus dihindari dalam banyak hal. Dalam kaitanya dengan analisis regresi. *Outlier* menyebabkan hal-hal berikut (Soemartini, 2007):

1. Residual yang besar dari model yang terbentuk
2. Varians pada data tersebut menjadi besar
3. Taksiran interval memiliki rentang yang lebar

Pada analisis regresi, terdapat 3 tipe *outlier* yang berpengaruh terhadap estimasi kuadrat terkecil yaitu sebaagai berikut (Soemartini, 2007):

a. *Outlier* Vertikal *(Vertical Outlier)*

Merupakan semua pengamatan yang terpencil pada variabel dependen, tetapi tidak terpencil pada variabel independen. Keberadaan *vertical outlier* mempengaruhi terhadap estimasi kuadrat terkecil yang dapat digambarkan pada gambar 3.1.

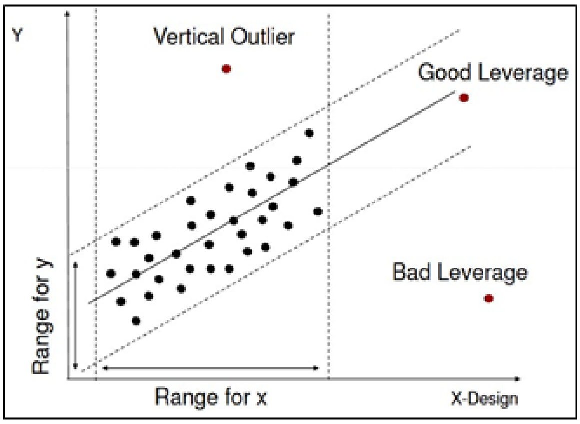
b. *Good Leverage Point*

Merupakan pengamatan yang terpencil pada variabel independen tetapi terletak dekat dengan garis regresi. Hal ini berarti pengamatan menjauh tetapi dekat dengan garis regresi. Keberadaan *good leverage point* tidak berpengaruh terhadap estimasi kuadrat terkecil, tetapi berpengaruh terhadap inferensi statistik karena dapat meningkatkan estimasi standar *error* seperti gambar 3.1.

c. *Bad leverage point*

Merupakan pengamatan yang terpencil pada variabel independen dan terletak jauh dari garis regresi. Keberadaan *bad leverage point* berpengaruh signifikan terhadap estimasi kuadrat terkecil, baik terhadap *intercept* maupun *slope* dari persamaan regresi seperti gambar 3.1.

Apabila dalam pengamatan terdapat data *outlier* maka data dilakukan tranformasi, akan tetapi menghapus *outlier* memberikan informasi yang tidak bias diberikan oleh titik data lainnya, misalnya *outlier* timbul karena kombinasi keadaan yang tidak biasa yang mungkin saja sangat penting dan perlu diselidiki lebih jauh (Draper & Smith, 1992).



Gambar 3.1 Tipe Data *Outlier*
(Sumber: Verardi, 2008)

3.9 Identifikasi Data *Outlier*

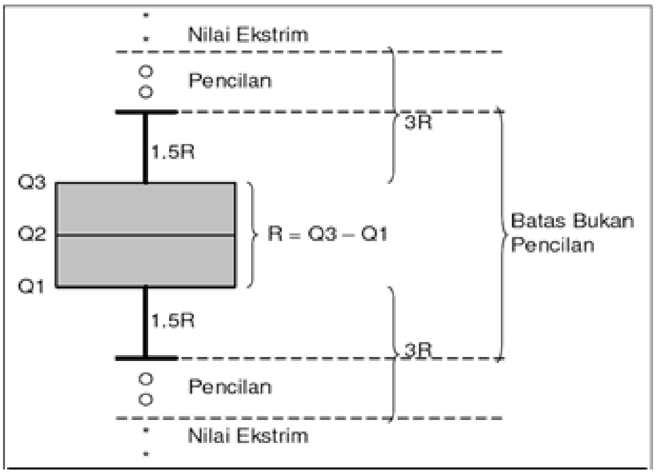
Metode identifikasi *outlier* terbagi menjadi dua yaitu metode grafis yang hanya mengandalkan visualisasi dan sangat bergantung kepada cara pandang peneliti terhadap grafik yang terbentuk sehingga tetap perlu dilakukan metode kedua yaitu metode perhitungan statistik. Beberapa metode identifikasi *outlier* dalam sebuah analisis adalah sebagai berikut:

a. *Scatterplot*

Metode ini dilakukan dengan cara memplotkan data dengan observasi ke$-i$ $(i = 1,2, \ldots n)$. Selain itu, jika sudah didapatkan model regresi maka dapat dilakukan dengan cara memplot residual (e) dengan nilai prediksi Y $(\hat{Y})$. Jika terdapat satu atau beberapa data yang terletak jauh dari pola kumpulan data keseluruuhan maka hal ini mengindikasikan adanya *outlier*.

b. *Boxplot*

Metode ini mempergunakan nilai kuartil dan jangkauan untuk mendeteksi pencilan. Kuartil 1,2, dan 3 akan membagi data yang telah diurutkan sebelumnya menjadi empat bagian. Jangkauan IQR *Interquartile Range* didefinisikan sebagai selisih kuartil 1 terhadap 3 atau IQR= $Q_3 - Q_1$. Data yang merupakan *outlier* yaitu nilai yang kurang dari 1.5*IQR terhadap kuartil 1 dan nilai yang lebih dari 1.5*IQR terhadap kuartil 3.



Gambar 3.2 *Outlier* Menggunakan *Boxplot*
(Sumber: Soemartani, 2007)

c. Metode *Leverage Values*

Metode ini mengukur pengaruh suatu observasi terhadap besarnya estimasi parameter. Hal ini dapat dilihat dari jarak nilai X semua observasi. Nilai *leverage* untuk linear sederhana dapat ditentukan sebagai berikut (Wijaya, 2009):

$$Leverage\ (h_{ii}) = \frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{(n-1)S_x^2} \tag{3.18}$$

dengan:

h_{ii} = *leverage* kasus ke-i

n = banyaknya data

X_i = nilai untuk kasus ke-i

S_x^2 = kuadrat n kasus terdiri dari simpangan X_i terhadap *mean*

$\bar{X}$ = *mean* dari X

Jika suatu kasus terdiri dari beberapa variabel independen maka perhitungan nilai *leverage* dapat dilakukan dengan menggunakan persamaan matriks berikut:

$$H = X(X'X)^{-1}X' \tag{3.19}$$

dengan H adalah *hat* matriks, elemen ke-i dari diagonal dari *hat* matriks merupakan *leverage* dan X merupakan matriks X. Pendekatan *outlier* berdasarkan pada nilai *cutoff* dan apabila nilai h_{ii} melebihi nilai *cutoff* dideteksi sebagai *outlier*. Adapun nilai *cutoff* yang telah ditentukan adalah $\frac{2p}{n}$, dengan n merupakan banyaknya data, dan p merupakan banyaknya parameter pada persamaan regresi yang terbentuk termasuk *intercept* (Kurtner, 2004). Contoh 9. Tabel 3.4 yaitu hubungan antara gaji tahunan matematikawan (Y) dan indeks mutu publikasi (X_1) lama pengalaman (X_2), dan indeks keberhasilan dukungan dana (X_3),

Tabel 3.4 Studi Kasus Data *Outlier*

NO	Y	(X_1)	(X_2)	(X_3)
1	33.2	3.5	9.0	6.1
2	40.3	5.3	20.0	6.4
3	46.8	5.8	33.0	6.7
4	41.4	4.2	31.0	7.5
5	37.5	6.0	13.0	5.9
6	39.0	6.8	25.0	6.0
7	40.7	5.5	30.0	4.0
8	76.0	8.0	70.0	12.0
9	48.0	7.0	40..0	7.0

Selanjutnya akan diicari nilai h_{ii}, observasi ke-8 maka perhitungannya adalah sebagai berikut:

$H = X(X'X)^{-1}X'$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 3.5 & 9.0 & 6.1 \\ 1 & 5.3 & 20.0 & 6.4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 7.0 & 40.0 & 7.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.5 & -0.6 & 0.1 & -0.4 \\ -0.6 & 0.1 & -0.0 & 0.0 \\ 0.1 & -0.0 & 0.0 & -0.0 \\ -0.4 & 0.0 & -0.0 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 3.5 & 5.3 & \cdots & 7.0 \\ 9.0 & 20.0 & \cdots & 40.0 \\ 6.10 & 6.40 & \cdots & 7.0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.2 & -0.0 & -0.1 & -0.1 & -0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & -0.1 & -0.0 & 0.0 & 0.05 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.0 & 0.1 & 0.2 & 0.1 & 0.1 \\ 0.4 & 0.1 & 0.1 & 0.5 & -0.1 & -0.2 & 0.1 & 0.2 & -0.0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.0 & -0.1 & 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0.1 & 0.1 \\ -0.0 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.0 & 0.0 & 0.2 \\ -0.1 & -0.0 & 0.2 & 0.1 & -0.2 & 0.1 & 0.8 & 0.2 & 0.2 \\ -0.1 & 0.0 & 0.1 & -0.2 & -0.1 & 0.0 & -0.2 & 0.9 & 0.2 \\ -0.1 & 0.1 & 0.1 & -0.0 & 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan perhitungan di atas didapatkan nilai h_{ii} pada observasi ke-8 adalah 0.9 dan nilai *cutoff* adalah $\frac{2p}{n} = \frac{2\times 4}{10} = 0.8$. Jadi oleh karena nilai h-$_8$ = 0.9 > nilai *cutoff* = 0.8 maka data observasi ke-8 merupakan *outlier* pada arah x.

d. Metode $R_{student}$

$R_{student}$ dapat juga digunakan untuk mendeteksi *outlier* secara bersama-sama. Metode ini memiliki perhitungan yang hampir sama dengan *studentized residuals*, tetapi variansi yang digunakan untuk perhitungan saat observasi ke-i dikeluarkan dari pengamatan. (Wijaya, 2009). Metode $R_{student}$ didefinisikan dengan lambang t_i sebagai berikut (Chatterjee dan Hadi, 1986):

$$t_i = \frac{e_i}{\sqrt{\hat{\sigma}^2_{(i)}(1-h_{ii})}} \tag{3.20}$$

dengan:

$$\hat{\sigma}^2_{(i)} = \frac{(n-p)\hat{\sigma}^2}{n-p-1} - \frac{e_i^2}{(n-p-1)(1-h_{ii})} \tag{3.21}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(e_i^2)}{n-p} \tag{3.22}$$

dengan $\hat{\sigma}^2_{(i)}$ merupakan variansi residual setelah observasi ke-i dikeluarkan dari observasi, $\hat{\sigma}^2$ adalah variasi residual, dan t_i adalah nilai *R_{student}*. Suatu observasi dikatakan *outlier* ketika $|t_i| > t_{\frac{\alpha}{2},n-k-1}$ (Montgomery dan Peck, 1982).

Contoh 10. Jika diterapkan pada tabel 3.4 yang akan dicari nilai t_i maka berikut perhitungannya:

$$\hat{\sigma}^2_{(i)} = \frac{(9-4)\ 9.8}{9-4-1} - \frac{(1.8^2)}{(9-4-1)(1-0.9)} = 10.630$$

$$t_i = \frac{1.8}{\sqrt{(10.630) \times (0.1)}} = 1.745$$

Berdasarkan perhitungan di atas didapatkan nilai t_i pada observasi k-8 = 1.745 dengan tingkat signifikansi 5% dan $t_{0.025,4} = 2.776$ maka dapat disimpulkan $|t_i|: 1.745 < t_{0.025,4} = 2.776$ yang artinya data observasi ke-8 bukan merupakan *outlier* pada arah y.

e. Metode *DfFITS (Difference fitted Value FITS)*

Metode ini menampilkan nilai perubahan dalam harga yang diprediksi ketika kasus ke-i dihapuskan dalam penelitian data penelitian yang sudah distandarkan (Soemartini, 2007). Perhitungan *DfFITS* adalah sebagai berikut;

$$DfFITS = t_i \left(\frac{h_{ii}}{1-h_{ii}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.23}$$

dimana t_i adalah $R_{student}$ untuk kasus ke-i dan h_{ii} adalah nilai *leverage* untuk kasus ke-i. Data dikatakan *outlier* apabila nilai $|DfFITS|$ > 2 $\sqrt{\frac{p}{n}}$ dengan p adalah banyaknya parameter dan n adalah banyaknya data observasi. Contoh 11. tabel 3.4 akan dicari nilai $DfFITS$ observasi ke-8 adalah:

$$DfFITS_8 = 1.745\sqrt{\frac{0.9}{1-0.1}} = 5.237$$

Maka nilai $|DfFITS| = 5.237\ >\ 2\ \sqrt{\frac{4}{9}} = 1.333$ sehingga disimpulkan bahwa data observasi ke-8 merupakan data *outlier* pada arah x dan y.

3.10 Regresi *Robust*

Regresi *robust* merupakan alat yang penting untuk menganalisis data yang terkontaminasi oleh *outlier* dan memberikan hasil yang lebih fleksibel. Regresi *robust* tetap menggunakan seluruh data, tetapi dengan memberikan bobot yang kecil untuk data pencilan (Soemartini, 2007). Regresi *robust* digunakan untuk mendeteksi pencilan dan memberikan hasil terhadap adanya *outlier* (Chen, 2002).

Terdapat dua hal penting yang sangat diperlukan dalam estimasi regresi *robust* yaitu resistensi dan efisiensi. Suatu estimasi dikatakan resisten terhadap *outlier* jika sebagian kecil dari data tidak dapat memberikan efek yang terlalu besar terhadap estimator sedangkan estimasi memiliki efisiensi yang cukup baik pada berbagai sebaran jika ragamnya mendekati ragam minimum untuk setiap sebaran (Mortgomery & Peck, 1982). Pada regresi *robust* terdapat beberapa metode estimasi yang dapat digunakan, yakni (1) estimasi *LMS,* (2) estimasi *LTS,* (3) estimasi *MM*, (4) estimasi *S*, (5) estimasi *M*. (Chen, 2002)

3.10.1 Estimasi *LTS (Least Trimmed Square)*

Estimasi *LTS* merupakan metode penduga regresi *robust* yang menggunaan konsep pengepasan metode kuadrat terkecil untuk meminimumkan jumlah kuadrat sisaan (Akbar & Maftukhah, 2007). Penduga *LTS* (β) dinyatakan dalam bentuk rumus sebagai berikut. (Rousseeuw & Leroy, 1987):

$$\hat{\beta}_{LTS} = \arg min \sum_{i=1}^{h} e_i^2 \tag{3.24}$$

dengan:

$h = \frac{n}{2} + \frac{p+1}{2} = \frac{n+p+1}{2}$; $e_i = (y_i - x_i^{'}\beta)$

${e^2}_1 \leq {e^2}_2 \leq \cdots \leq {e^2}_n =$ sisaan kuadrat yang diurutkan dari terkecil ke terbesar

$n =$ banyaknya sampel

$p =$ banyaknya parameter

Jumlah h menunjukan sejumlah subset data dengan kuadrat fungsi obyektif terkecil. Nilai h pada persamaan akan membangun *breakdown point* yang besar sebanding dengan 50%. Kuadrat sisa berasal dari persamaan estimasi regresi linear menggunakan konsep metode kuadrat terkecil dengan banyaknya sisaan kuadrat (e^2) yang akan diolah adalah sebanyak h residual. Estimator berdasaran pada estimasi S_{LTS} disebut juga sebagai *Final Weight Scale Estimator (FWLS).* Secara matematis fungsi pembobotnya jika nilai r =3 sebagai berikut:

$$w_i = \begin{cases} 0 & , \frac{|e_i|}{s_{LTS}} > 3 \\ 1 & , lainnya \end{cases} \tag{3.25}$$

dengan

$$S_{LTS} = d_{h,n} \sqrt{\frac{1}{h} \sum_i^h e_{(i)}^2} \tag{3.26}$$

$$d_{h,n} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2n}{hC_{h,n}} f(z)(\frac{1}{C_{h,n}})}} \tag{3.27}$$

$$C_{h,n} = \frac{1}{f(z)^{-1}(\frac{h+n}{2n})} \tag{3.28}$$

dengan:

n : banyaknya observasi

$f(z)$: fungsi *density* normal standar

Langkah-langkah estimasi *LTS* adalah sebagai berikut:

1. Menghitung estimasi parameter $\hat{\beta}$ menggunakan MKT sehingga didapatkan $\hat{y}_i$,
2. Menghitung nilai residualnya dengan $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$, kemudian menghitung jumlah $h_0 = \frac{n+p+1}{2}$ observasi dengan nilai e_i^2 terkecil,
3. Menghitung $\sum_i^h e_i^2$ dan mencari nilai estimasi parameter $\hat{\beta}_{new}$ dari $\hat{\beta}_{sebelum}$ observasi,
4. Menentukan n dari jumlah kuadrat residual $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$, yang berkesuaian dengan ($\hat{\beta}_{new}$) kemudian menghitung sejumlah $\hat{\beta}_{new}$ observasi dengan e_i^2 terkecil,
5. Dihitung $\sum_i^{h_{new}} e_i^2$,
6. Melakukan langkah 4 sampai dengan langkah 6 hingga konvergen

3.10.2 Estimasi *S (Scale)*

Pada situasi ketika data terkontaminasi *outlier* pada variabel *X* . Estimasi *M* tidak dapat bekerja dengan baik. Estimasi *M* tidak dapat mengidentifikasi *bad observation* yang berarti tidak dapat membedakan *good leverage point* dan *bad leverage point* dan untuk mengatasi hal tersebut, estimasi *high breakdown* sangat diperlukan. (Chen, 2002). Salah satu estimasi yang mempunyai nilai *high breakdown* adalah estimasi *S*.

Estimasi *S* akan meminimumkan jumlah kuadrat *error* pada persamaan umum regresi linear. Estimasi *S* didefinisikan sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_s = arg_\beta \min S_s(e_1 e_{2,\dots,} e_n) \tag{3.29}$$

Dimana $S_s$adalah estimator skala *robust* yang memenuhi $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \rho \frac{e_i}{\widehat{\sigma_s}} = b$ dengan *b* konstan yang didefinisikan *b*=*E*$[z,(\rho)]$, $f(z)$ adalah distribusi normal standar. Estimator *S* mempunyai nilai *breakdown* tinggi yaitu 50%. Nilai *breakdown* dari estimator *S* ditulis $\frac{b}{\max(\rho(e)} = 0{,}5$ dengan S_s adalah nilai estimator skala *robust* yang minimum dan memenuhi:

$$\min \sum_{i=1}^{n} \rho \left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j}{S_s} \right) \tag{3.30}$$

dengan

$$S_s = \sqrt{\frac{1}{nK}\sum_{i=1}^{n} w_i e_i^2} \tag{3.31}$$

$K = 0.199, w = w_s(u_i) = \frac{\rho(u_i)}{u_i^2}$ dan estimasi awal yang digunakan adalah

$$S_{awal} = \frac{median|e_i - median(e_i)|}{0.6745} \tag{3.32}$$

Estimator $\hat{\beta}$ pada metode regresi *robust* estimasi *S* diperoleh dengan cara melakukan iterasi hingga diperoleh hasil yang konvergen. Proses ini dikenal sebagai MKT terboboti secara iterasi yang selanjutnya disebut sebagai *Iteratively Reweighted Least Squared (IRLS)* (Fox & Weisberg, 2010).

Prosedur estimasi dengan menggunakan estimasi *S* adalah sebagai berikut:

1. Menghitung estimasi parameter $\hat{\beta}$ menggunakan MKT sehingga didapatkan $\hat{y}_i$,
2. Menghitung nilai residualnya dengan $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$,
3. Menghitung estimasi skala *robust* dengan *K*= 0.199 kemudian mencari nilai,

$$S_s \begin{cases} \dfrac{median|e_i - median(e_i)|}{0.6745} & , iterasi = 1 \\ \sqrt{\dfrac{1}{nK}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} w_i e_i^2} & , iterasi > 1 \end{cases}$$

4. Menghitung nilai $u_i = \frac{e_i}{s_i}$,
5. Menghitung nilai fungsi pembobot w_i dengan nilai $c = 1.345$

$$w(u_i) = \begin{cases} 1 & |u_i| \leq c \\ \dfrac{c}{|u_i|} & |u_i| > c \end{cases}$$

6. Mengestimasi nilai $\hat{\beta}_s$ menggunakan metode *IRLS,*
7. Melakukan langkah 6 dan 7 hingga didapatkan estimasi parameter $\hat{\beta}_s$ yang konvergen.

3.10.3 Estimasi *M (Maximum Likelihood Type)*

Metode penaksiran *M* merupakan metode penaksiran dalam regresi *robust* untuk mengestimasi parameter yang disebabkan adanyak *outlier*. Penaksiran *M* meminimumkan fungsi ρ (fungsi obyektif) dari residualnya. Fungsi obyektif adalah fungsi yang digunakan untuk mencari fungsi pembobot pada regresi *robust.* Fungsi pembobot yang digunakan adalah fungsi pembobot *Huber* dan fungsi pembobot *Tukey* (Montgomery & Peck, 1982)

$$\min_{\beta} \rho(e_i) = \min_{\beta} \sum_{i=1}^{n} \rho\left(y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j\right) \tag{3.33}$$

Penaksiran parameter menggunakan metode penaksiran *M* disebut *Iteratively Raweighted Least Square (IRLS).* Mengestimasi parameter regresi pada regresi *robust* menggunakan esimasi *M* dilakukan iterasi hingga diperoleh nilai estimasi parameter yang konvergen. Tahapan estimasi parameter regresi menggunakan estimasi *M* adalah sebagai berikut:

1. Menghitung estimasi parameter $\hat{\beta}$ menggunakan MKT sehingga didapatkan $\hat{y}_i$,
2. Menghitung nilai residualnya dengan $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$,
3. Menghitung nilai $S = \frac{median|e_i - median(e_i)|}{0.6745}$

4. Menghitung nilai $u_i = \frac{e_i}{s_i}$,
5. Menghitung nilai fungsi pembobot $w_i = w(u_i)$ dengan fungsi pembobot *Huber* konstanta yang digunakan adalah $c = 1.345$:

$$w(u_i) = \begin{cases} 1 & |u_i| \leq c \\ \frac{c}{|u_i|} & |u_i| > c \end{cases}$$

6. Mengestimasi nilai $\hat{\beta}_m$ menggunakan MKT terboboti menggunakan pembobot w_i sehingga diperoleh estimasi M satu tahap. Pada setiap iterasi ke-t dihitung residual $e_i^{(t-1)}$ dan menggunakan pembobot $w_i^{(t-1)} = w(u_i^{(t-1)})$ dari iterasi sebelumnya sehingga didapatkan estimasi parameter $\hat{\beta}_m$ yang baru,
7. Melakukan langkah 5 dan 6 hingga didapatkan estimasi parameter $\hat{\beta}_m$ yang konvergen.

3.11 *Breakdown Point*

Breakdown point adalah *persentase* terkecil dari banyaknya data yang terkontaminasi atau banyaknya *outlier* yang menyebabkan nilai dari taksiran menjadi besar. (Rousseuw & Leroy, 1987). *Breakdown point* digunakan untuk menjelaskan ukuran ke-*robust*-an dari teknik *robust*. Kemungkinan tertinggi *breakdown point* untuk sebuah estimator adalah 50%. Jika *breakdown poin*t lebih dari 50% berarti estimasi model regresi tidak dapat menggambarkan informasi dari kebanyakan data.

3.12 Koefisien Determinasi

Koefisien determinasi atau *Adj-Square* merupakan salah satu ukuran yang sederhana dan sering digunakan untuk menguji kualitas suatu persamaan garis regresi (Gujarati, 1978). Nilai koefisien determinasi digunakan untuk mengukur seberapa jauh kemampuan model dalam menerangkan variasi variabel dependen. Semakin besar nilai *Adj-Square*, maka semakin besar variasi variabel dependen yang dijelaskan oleh variasi variabel independen. Sebaliknya, semain kecil nilai *Adj-Square* maka semakin kecil variansi variabel dependen yang dijelaskan oleh variabel independen, namun salah satu kelemahan R adalah besarnya dipengaruhi oleh banyaknya peubah bebas dalam model. Sehingga sulit menyatakan berapa R^2 yang optimum. Akan tetapi nilai model yang ingin dibandingkan mempunyai jumlah variabel independen yang sama maka R^2 mudah digunakan, yaitu dengan memilih R^2 terbesar (Sembiring, 2003).

Suatu cara mengatasi kelemahan R^2 tersebut di atas ialah dengan menggunakan apa yang disebut $\bar{R}^2$. berikut perhitungan $\bar{R}^2$:

$$\bar{R}^2 = 1 - \left((1 - R^2) \times \frac{n-1}{n-k}\right) \tag{3.34}$$

dengan n adalah banyaknya data observasi dan k adalah banyaknya variabel dan R^2 dapat dilihat pada persamaan 3.16. Contoh 12. Tabel 3.1 maka perhitungannya adalah:

$$\bar{R}^2 = 1 - \left((1 - 0.973) \times \frac{18-1}{18-4}\right) = 0.967$$

Hasil di atas menunjukkan nilai $\bar{R}^2 = 0.976$ yang artinya 97% variabel dependen dapat dijelaskan oleh variabel independen dan sisanya dijelaskan oleh variabel lain.

3.13 *Mean Squared Error (MSE)*

Terdapat beberapa cara untuk melihat kebaikan pendugaan parameter regresi yaitu dengan melihat niai *MSE*. Model persamaan yang baik adalah model regresi dengan nilai *MSE* kecil. Semakin kecil nilai *MSE* yang dihasilkan maka semakin baik pendugaan parameter yang dihasilkan tersebut. Nilai *MSE* diperoleh dari nilai jumlah kuadrat galat dibagi dengan *db* jumlah kuadrat sisaan. Berikut perhitungan nilai *MSE* (Sembiring, 2003).

$$MSE = \frac{JKG}{n-k} \tag{3.35}$$

dengan

$$JKG = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2 \tag{3.36}$$

dengan JKG adalah jumlah kuadrat galat, n adalah jumlah sampel dan p adalah jumlah parameter yang diestimasi. Contoh 14. menggunakan studi kasus pada tabel 3.1 maka berikut perhitungannya:

$$JKG = \sum_{i=1}^{18} \left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2 = 71.18$$

$$MSE = \frac{JKG}{n-k} = \frac{71.18}{14} = 5.08$$

3.14 Pengujian Signifikansi Parameter

Pengujian signifikansi parameter dibagi menjadi dua yaitu uji *overall* (serentak) dan uji *parsial* (individu), (Mortgomery, Leroy dan Vining, 1982) :

3.14.1 Uji *Overall*

Uji *overall* atau uji serentak atau uji F merupakan pengujian untuk mengetahui ada atau tidaknya pengaruh secara bersama-sama variabel prediktor terhadap variabel respon. Hipotesis dalam pengujian ini adalah sebagai berikut:

H_0: $\beta_1 = \beta_2 = \cdots \beta_k = 0$

H_1: Minimal ada satu $\beta_j \neq 0$ untuk $j = 0, 1, \ldots k$

Dasar pengambilan keputusannya yaitu apabila F_{hitung} > F_{tabel} maka H_0 ditolak. Artinya minimal ada satu B_j yang tidak sama dengan nol. Selain menggunakan dasar keputusan tersebut dapat digunakan dasar pengambilan keputusan lain yaitu jika $P - value \ < a$ maka H_0 ditolak .

3.14.2 Uji Parsial

Uji *parsial* atau uji *t* adalah pengujian masing-masing variabel x_i terhadap model. Tujuan dari uji *parsial* ini adalah untuk mengetahui adanya pengaruh antara variabel prediktor ke-*j* dengan $j = 0, 1, \ldots k$ dengan variabel respon. Hipotesis yang digunakan dalam pengujian ini adalah sebagai berikut:

H_0: $\beta_j = 0$

H_1: $\beta_j \neq 0$ untuk $j = 0, 1, \ldots k$

Statistik uji yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_j}{SE(\beta_j)} \tag{3.38}$$

dengan $SE(\beta_j)$ adalah nilai standar *error* dari β_j.

Pengambilan keputusan statistik uji tersebut adalah apabila $\left|t_{hitung}\right| > t_{(1-\left(\frac{\alpha}{2}\right),n-k-1)}$ dengan k adalah jumlah parameter, maka tolak H_0 yang artinya terdapat pengaruh variabel *independent* terhadap model.

3.15 Fungsi Objektif dan Fungsi Pembobot

Fungsi objektif merupakan representasi pembobot dari residual atau $\rho(u)$, fungsi ini digunakan untuk mencari fungsi pembobot pada regresi *robust* sedangkan fungsi pembobot didapatkan dengan menggunakan fungsi objektif. Secara ringkas, fungsi objektif dan pembobot dari estimator MKT dan pembobot Huber dapat dilihat pada tabel 3.5 sebagai berikut:

Tabel 3.5 Fungsi Objektif dan Fungsi Pembobot

Metode	Fungsi Objektif	Fungsi Pembobot	Interval
MKT	$\rho(u_i) = \frac{1}{2}u_i^2$	$w(u_i) = 1$	$\|u_i\| < \infty$
Huber	$\rho(u_i) = \begin{cases} \frac{1}{2}u_i^2 \\ r\|u_i\| - \frac{r^2}{2} \end{cases}$	$w(u_i) = \begin{cases} 1 \\ \frac{r}{\|u_i\|} \end{cases}$	$\|u_i\| \leq r$ $\|u_i\| > r$

Sumber: (Mortgomery, Leroy dan Vining, 1982)

BAB IV
METODELOGI PENELITIAN

4.1 Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder yang berasal dari salah satu perusahaan *leasing* yaitu data pembiayaan kendaraan mobil pada tahun 2016. Variabel penelitian yang akan digunakan adalah *Nett to Finance (NTF)*, *On the Road (OTR)*, *Down Payment (DP)*, Umur kendaraan dan Tenor. *Sofware* penelitian yang digunakan selama proses analisis data adalah *software R 3.3.1*, *Ms. Excel*. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode analisis Regresi *Robust* Estimasi *LTS*, Estimasi *S*, Estimasi *M*.

4.2 Variabel dan Definisi Operasional Penelitian

Variabel penelitian yang digunakan terdiri dari variabel *independent* dan *dependent* yang disajikan dalam tabel 4.1 tentang definisi operasional variabel sebagai berikut:

Tabel 4.1 Variabel dan Definisi Operational Penelitian

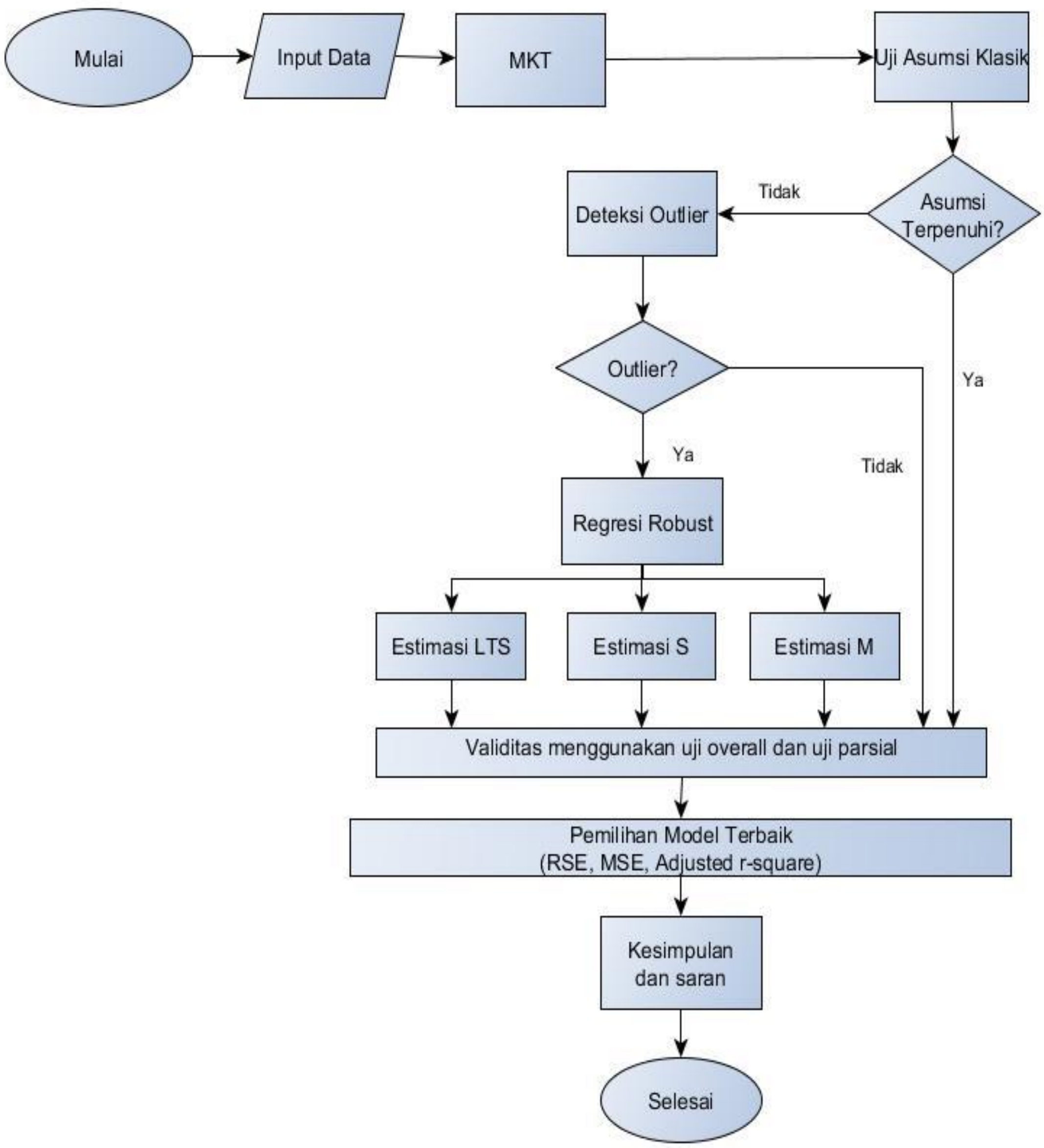
Variabel	Keterangan	Definisi Operational Penelitian
(Y)	*Nett to Finance*	Pokok hutang untuk konsumen yang diberikan perusahaan *leasing*
(x_1)	*On the Road*	Harga jual suatu kendaraan secara lengkap beserta surat-surat kendaraan (STNK & BPKB).
(x_2)	*Down Payment*	Uang muka atau sebagian harga kendaraan (OTR) yang dibayarkan oleh konsumen
(x_3)	Pendapatan	Besarnya gaji yang diterima oleh seseorang atas hasil kerja dalam kurun waktu satu bulan.
(x_4)	Umur Mobil	Selang waktu tahun mobil diproduksi sampai dengan tahun pengajuan pembiayaan.
(x_4)	Tenor	Lamanya konsumen akan mengangsur pinjaman dari perusahaan leasing.

4.3 Metode Pengambilan Data

Data yang diperoleh dalam penelitian ini adalah data sekunder dari perusahaan *leasing* cabang Yogyakarta yang didapat dari divisi *credit analyze*. Data tersebut berupa data pembiayaan kendaraan mobil perusahaan *'X'* cabang Yogyakarta tahun 2016.

4.4 Tahapan Penelitian

Tahapan yang dilakukan pada penelitian ini digambarkan melalui sebuah gambar *flow chart* seperti berikut:



Gambar 4.1 Alur Tahapan Penelitian

Tahapan-tahapan yang digambarkan di atas adalah sebagai berikut:

1. Proses penelitian dimulai dari menginput data jumlah pembiayaan kendaraan mobil perusahaan *'X'* tahun 2016 hingga siap diolah menggunakan bantuan *software R.3.3.1*,
2. Menginstal beberapa *package* dalam *software R.3.3.1* diantaranya yaitu *gvlma, lmtest, car, nortest, robustbase, MASS,*
3. Melakukan analisis estimasi parameter metode kuadrat terkecil (MKT) menggunakan *software R.3.3.1,*
4. Melakukan uji asumsi klasik yaitu uji normalitas residual, uji multikolinearitas, uji autokorelasi dan uji heteroskedastisitas, jika terdapat asumsi klasik yang tidak terpenuhi dapat diduga adanya *outlier* maka proses analisis dilanjutkan pendeteksian *outlier* menggunakan *software R.3.3.1*,
5. Mendeteksi *outlier* menggunakan metode *DfFITS*, *plots*, $R_{student}$, dengan bantuan *software R.3.3.1,*
6. Melakukan analisis estimasi parameter regresi *robust* estimasi *LTS*. estimasi *S* dan estimasi *M* menggunakan *software R.3.3.1,*
7. Membandingkan hasil estimasi dan memilih metode estimasi terbaik melalui nilai *MSE* dan $\bar{R}^2$ menggunakan *software R.3.3.1*,
8. Selanjutnya menarik kesimpulan dari hasil estimasi terbaik.

BAB V
PEMBAHASAN

5.1 Studi Kasus

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data simulasi pada suatu kasus data *outlier* yaitu data jumlah pembiayaan kendaraan bermobil salah satu perusahaan *leasing* cabang Yogyakarta pada tahun 2016. Data tersebut berjumlah 96 data dengan tipe peminjaman *DF Used car* (membeli mobil dengan jasa pembiayaan). Data tersebut terdiri dari 5 variabel yaitu variabel *NTF* (Y), *OTR* (x_1), *DP* (x_2), Umur Mobil (x_3), Pendapatan (x_4), Tenor (x_5).

5.2 Analisis Deskriptif

Analisis deskriptif dalam penelitian ini digunakan untuk melihat gambaran data pada setiap variabel penelitian, berikut deskripsi statistik dari variabel penelitian yang digunakan dalam studi kasus penelitian:

Tabel 5.1 Analisis Deskriptif Variabel Penelitian

Variabel	Ukuran Statistik		
	Minimal	Rata-rata	Maksimal
NTF (Juta)	18	83	520
OTR (Juta)	25	122	669
DP (Juta)	9	37	84
pendapatan (Juta)	1	20	185
Umur Mobil (Tahun)	0	7	17
Tenor (Bulan)	10	30	48

Berdasarkan pada tabel 5.1 dapat dilihat nilai rata-rata perusahaan memberikan pinjaman pada konsumen sebesar 83 juta dengan rata-rata harga kendaraan pada saat itu sebesar 122 juta dan umur kendaraan kurang lebih 7 tahun telah diproduksi. Rata-rata Pendapatan konsumen yang mengajukan pembiayaan pada perusahaan tersebut adalah konsumen yang memiliki pendapatan sebesar 20 jutaan sehingga dapat dilihat bahwa profil konsumen perusahaan tersebut merupakan masyarakat menengah keatas.

5.3 Analisis Regresi Metode Kuadrat Terkecil (MKT)

Persamaan MKT bertujuan untuk menaksirkan parameter dengan meminimumankan jumlah kuadrat residualnya, dengan menggunakan *software R 3.3.1* didapatkan hasil estimasi parameter sebagai berikut:

Tabel 5.2 Hasil Estimasi Parameter

Parameter	Nilai Estimasi	$\bar{R}^2$
Intercept	50.948	
OTR (x_1)	0.703	
DP (x_2)	-1.512	0.932
Pendapatan (x_3)	0.063	
Umur Mobil (x_4)	0.163	
Tenor (x_5)	0.022	

Berdasarkan tabel 5.2 didapatkan hasil estimasi parameter sehingga terbentuk model awal regresi dengan MKT yaitu:

$$\hat{Y} = 50.948 + 0.703x_1 - 1.512x_2 + 0.063x_3 + 0.163x_4 + 0.022x_5 \qquad (5.1)$$

Model persamaan di atas belum sepenuhnya dapat menjelaskan variabel dependen hal tersebut disebabkan oleh adanya residual atau *error*. Berdasarkan tabel 5.2 diperoleh nilai $\bar{R}^2$ sebesar 0.932 yang artinya bahwa variabel dependen (Y) mampu dijelaskan oleh $x_1, x_2, x_{3,} x_4, x_5$ sebesar 93.2% sedangkan sisanya dijelaskan oleh variabel lain.

Model regresi yang diperoleh dari MKT dikatakan menghasilkan estimator yang tidak bias atau *BLUE* ketika uji asumsi klasik dapat terpenuhi terlebih dahulu.

5.4 Uji Asumsi Klasik

5.4.1 Uji Autokorelasi

Pada pengujian ini bertujuan untuk mengetahui apakah dalam suatu model linear yang didapatkan pada persamaan (5.1) terdapat korelasi antara residual pengamatan satu dengan pengamatan sebelumnya. Jika pengamatan satu dengan pengamatan sebelumnya, untuk mengetahui ada atau tidaknya autokorelasi dilakukan uji *Durbin Watson* dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0: tidak ada autokorelasi

H_1: terdapat autokorelasi

Merujuk pada persamaan (3.14) didapatkan hasil perhitungan nilai *Durbin Watson* menggunakan bantuan *software R 3.3.1* sebagai berikut:

Tabel 5.3 Hasil Uji *Durbin Watson*

d_L	DW	D_U	Keputusan
1.606	1.735	1.732	Gagal Tolak H_0

Tabel 5.3 memperlihatkan hasil nilai *Durbin Watson* sebesar 1,735 selanjutnya dibandingkan dengan tabel *Durbon Watson* dengan nilai k = 5, dan n= 96 didapatkan nila d_L= 1.606 dan d_u= 1.732 sehingga keadaan tersebut memenuhi syarat gagal tolak H_0 karena 1.732 < 1.735 < 4 – 1.732 = 2.267 sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak ada autokorelasi dalam model linear yang didapatkan pada persamaan (5.1).

5.4.2 Uji Multikolinearitas

Uji Multikolinieritas bertujuan untuk mengetahui ada atau tidaknya hubungan antara variabel independen, analisis regresi berganda dikatakan baik ketika terdapat hubungan antara variabel independen terhadap variabel dependen dan tidak ada hubungan antara variabel independen masalah multikolinearitas. Pengujian multikolinearitas dapat dilihat dari nilai *VIF*. *VIF* digunakan untuk mendeteksi adanya multikolinearitas yang melibatkan dua atau lebih variabel independen. Berdasarkan persamaan (3.15) didapatkan perhitungan *VIF* menggunakan software R 3.3.1 sebagai berikut:

Tabel 5.4 Hasil Uji *VIF*

Variabel	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
VIF	1.975	1.046	1.745	1.394	1.161

Model regresi dikatakan tidak terjadi multikolinearitas jika *VIF* < 10 dan sebaliknya regresi dikatakan terjadi multikolinearitas jika nilai *VIF* ≥ 10 Berdasarkan tabel 5.4 didapatakan niali *VIF* < 10 sehingga dapat dikatakan tidak terdapat masalah multikolinearitas dalam model.

5.4.3 Uji Normalitas Residual

Model regresi yang baik adalah model yang memiliki nilai residual berdistribusi normal. Uji normalitas dapat menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov Test* dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0: residual data berdistribusi normal

H_1: residual data tidak berdistribusi normal

Merujuk pada persamaan (3.16) dengan menggunakan perhitungan mencari nilai D didapatkan nilai D = 0.197 sebagai berikut:

Tabel 5.5 Uji Normalitas Residual

Kolmogorov-Smirnov	***P-value***		**Keputusan**
0.197	9.225e-11	< 0.05	Tolak H_0

Keputusan diambil berdasarkan daerah kritis yaitu tolak H_0 apabila $p - value < \alpha$: 5% . Berdasarkan tabel 5.5 didapatkan nilai $p - value$ = 9.225e-11 < α = 0.05 sehingga diambil keputusan tolak H_0 artinya residual data tidak berdistribusi normal.

5.4.4 Uji Heteroskedastisitas

Pada pengujian heteroskedastisitas dilihat dari nilai *absolute* residual yang digunakan sebagai variabel dependen terhadap variabel indepeden untuk melihat apakah terdapat ketidaksamaan variansi residual antara satu pengamatan ke pengamatan yang lain. Salah satu uji untuk deteksi heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan pengujian *Glesjer*, tingkat kepercayaan yang digunakan yaitu sebesar 5% dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0: tidak terdapat heteroskedastisitas dalam model

H_1: terdapat heteroskedastisitas dalam model

Tabel 5.6 Uji Heteroskedastisitas

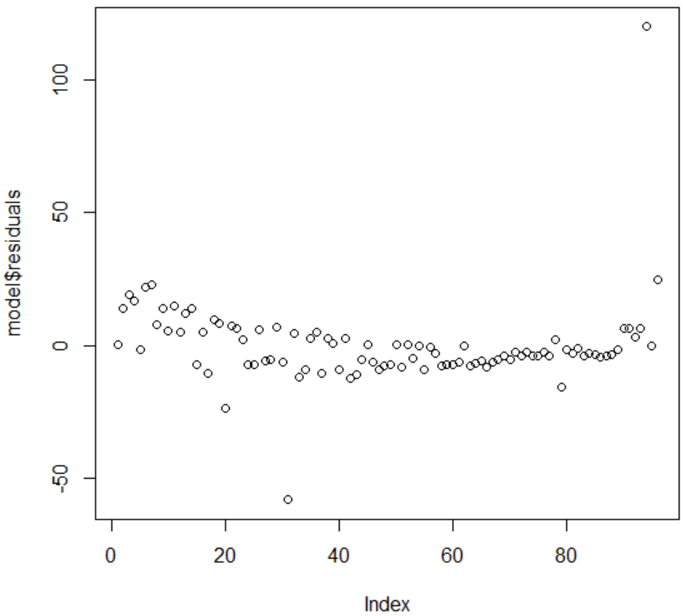
	P-value		**Keputusan**
Heteroscedasticity	3.411E-07	< 0.05	Tolak H_0

Berdasarkan hasil pengujian yang terdapat pada tabel 5.6 diperoleh $p - value$ sebesar 3.411E-07 yang menunjukkan nilai yang lebih kecil dari α: 0.05

sehingga ditarik kesimpulan tolak H_0 yang artinya terdapat heteroskedastisitas dalam model.

5.5 *Identifikasi Outlier*

Pada uji asumsi klasik sebelumnya didapatkan kesimpulan bahwa data tidak berdistribusi normal dan mengandung masalah heteroskedastisitas, hal ini dapat diduga karena adanya *outlier* pada data tersebut. Oleh karena itu perlu dilakukannya identifikasi *outlier*.



Gambar 5.1 Plot *Residual* pada Data

Berdasarkan uji normalitas sebelumnya estimasi MKT tidak memenuhi normalitas *residual* yang dibuktikan kembali pada plot *residual* gambar 5.1 dapat dilihat bahwa terdapat beberapa titik yang memencil dari sebaran data lainnya, titik tersebut disebut dengan *outlier*. Plot *residual* tersebut tidak dapat memberikan informasi data manakan yang termasuk data *outlier*, oleh karena itu untuk mengidentifikasi *outlier* selain menggunakan *scatter plot* digunakan metode lain yaitu metode *leverage* yang didasarkan pada nilai *cutoff* = $\frac{2p}{n} = \frac{2.6}{96} = 0{,}125$ kemudian nilai h_{ii} yang didapatkan berdasarkan perhitungan persamaan (3.18) dibandingkan dengan nilai *cutoff* yang ada. Dengan daerah kritis h_{ii} > *cutoff* maka dideteksi *outlier*.

Tabel 5.7 Hasil Nilai *Leverage*

No	h_{ii}		Keputusan
31	0.168		
66	0.148		
79	0.608	> 0.125	Data *Outlier*
95	0.119		
96	0.621		

Merujuk pada tabel 5.7 hasil identifikasi *outlier* dengan menggunakan persamaan *leverage* maka data yang mempunyai nilai lebih dari *cutoff* adalah data ke- 31, 66, 79, 95, 96 sehingga data observasi tersebut merupakan *outlier* pada arah x.

Selain menggunakan metode *leverage* terdapat metode *DFFITS* dimana suatu data dikatakan *outlier* ketika $|DFFITS| > 2\sqrt{\frac{p}{n}} = 2\sqrt{\frac{6}{96}} = 0.500$ dengan p merupakan parameter dalam persamaan termasuk intersep. Berdasarkan berhitungan menggunakan persamaan (3.27) maka didapatkan tabel 5.8 yaitu:

Tabel 5.8 Hasil Nilai *DFFITS*

No	Nilai *DfFITS*		Keputusan
20	0.581		
31	1.863		
79	1.918	> 0.500	Data *Outlier*
94	3.388		
96	3.176		

Berdasarkan tabel 5.8 didapatkan beberapa data memiliki nilai $|DFFITS| >$ 0,500 yaitu data pada observasi ke-20, 31, 79, 94, 96 sehingga dapat disimpulkan bahwa data observasi tersebut *outlier* pada *x* dan *y*.

5.6 Analisis Regresi *Robust* Estimasi *M*

Berdasarkan *output* dihasilkan estimasi parameter setelah dilakukannya iterasi sebanyak 17 kali iterasi guna mendapatkan estimasi parameter yang konvergen. Adapun iterasi tersebut dapat dilihat pada tabel 5.9 dibawah ini:

Tabel 5.9 Hasil Iterasi Estimasi *M*

Iterasi	Estimasi *M*					
	$\boldsymbol{\beta_0}$	$\boldsymbol{\beta_1}$	$\boldsymbol{\beta_2}$	$\boldsymbol{\beta_3}$	$\boldsymbol{\beta_4}$	$\boldsymbol{\beta_5}$
1	36.3512	0 .736	-1.269	0.023	0.500	-0.014
2	33.786	0.745	-1.219	0.009	0.507	-0.011
3	32.871	0.748	-1.206	0.008	0.506	-0.006
4	32.552	0.749	-1.202	0.009	0.509	-0.004
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
15	32.162	0.751	-1.199	0.009	0.517	-0.004
16	32.161	0.751	-1.199	0.009	0.517	-0.004
17	32.161	0.751	-1.199	0.009	0.517	-0.004

Dari tabel 5.9 di atas didapatkan estimasi parameter terbaik menggunakan pembobot *Huber* terletak pada iterasi ke-16. Sehingga dibentuk model persamaan regresi *robust* estimasi *M Huber* sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 32.161 + 0.751x_1 - 1.199x_2 + 0.009x_3 + 0.517x_4 - 0.004x_5 \quad (5.2)$$

Selanjutnya model persamaan (5.2) dilakukan proses validasi uji *overall* yang merupakan pengujian serentak semua parameter dalam model regresi. Hipotesis yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots \beta_4 = 0$

H_1: Minimal ada satu $\beta_j \neq 0$ untuk $j = 0, 1, \ldots 4$

Tabel 5.10 Validitas Estimasi *M*

Parameter	Nilai Estimasi	$\lvert t_{hitung} \rvert$	t_{tabel}	Keputusan	*P-value*	Keputusan
Intercept	32.161	8.4479	2.015	Tolak H_0	0.000	Tolak H_0
OTR (x_1)	0.751	69.737		Tolak H_0		
DP (x_2)	-1.199	-31.850		Tolak H_0		
Pendapatan (x_3)	0.009	0.307		Gagal Tolak H_0		
Umur Mobil (x_4)	0.517	2.863		Tolak H_0		
Tenor (x_5)	-0.004	-0.056		Gagal Tolak H_0		

Berdasarkan hasil pengujian yang terdapat pada tabel 5.10 tolak H_0 apabila *P-value* < α ditarik kesimpulan Tolak H_0 karena *P-value*:0.000 < α: 0.05 yang artinya model layak digunakan. Uji validitas selanjutnya adalah uji parsial untuk mengetahui adanya pengaruh antara variabel independen terhadap variabel dependen. Hipotesis:

$H_0: \beta_j = 0$, untuk $j = 0, 1, \dots 4$

$H_1: \beta_j \neq 0$

Daerah kritis dari uji parsial ini adalah $|t_{hitung}| > t_{tabel}$ maka tolak H_0. Merujuk pada tabel 5.10 dapat diambil kesimpulan bahwa variabel *OTR*, Umur mobil dan *DP* secara signifikan mempengaruhi variabel dependen sehingga model regresi estimasi *M* yang terbentuk adalah:

$$\hat{Y} = 32.161 + 0.751x_1 - 1.199x_2 + 0.517x_4 \qquad (5.2)$$

dengan:

$\hat{Y}$: *Nett to Finance* (juta)

x_1: *OTR* (juta)

x_2: *DP* (juta)

x_4: Umur Mobil (tahun)

Merujuk pada persamaan (3.34) dan persamaan (3.35) maka dilakukan perhitungan nilai *MSE* dan $\bar{R}^2$ sehingga didapatkan tabel 5.11:

Tabel 5.11 Nilai *MSE* dan $\bar{R}^2$ Estimasi *M*

Metode	$\bar{R}^2$	*MSE*
Estimasi *M*	0.990	23.688

Berdasarkan tabel 5.11 diperoleh nilai *MSE*: 23.688 artinya kesalahan dalam memprediksi $\hat{Y}$ sebesar Rp.23.688.000 , metode estimasi *M* mempunyai $\bar{R}^2$ sebesar 0.990 artinya 99% variasi *Y* dapat dijelaskan oleh variabel independen sedangkan sisanya dijelaskan oleh variabel lain.

5.7 Analisis Regresi *Robust* Estimasi *S*

Berdasarkan *output* yang dihasilkan didapatkan hasil estimasi parameter regresi *robust* hingga iterasi 12 kemudian pada iterasi 11 estimasi parameter regresi *robust* estimasi *S* sudah dianggap konvergen yang dibuktikan oleh tabel berikut:

Tabel 5.12 Hasil Iterasi Parameter *S*

Iterasi	Estimasi *S*					
	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
1	36.643	0.736	-1.270	0.024	0.483	-0.015
2	34.014	0.744	-1.222	0.014	0.476	-0.016
3	32.876	0.747	-1.202	0.010	0.450	-0.010

Tabel 5.12 Hasil Iterasi Parameter *S* (Lanjutan)

Iterasi	Estimasi *S*					
	$\boldsymbol{\beta_0}$	$\boldsymbol{\beta_1}$	$\boldsymbol{\beta_2}$	$\boldsymbol{\beta_3}$	$\boldsymbol{\beta_4}$	$\boldsymbol{\beta_5}$
4	32.097	0.750	-1.189	0.008	0.428	-0.002
5	31.550	0.751	-1.178	0.007	0.404	-0.003
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
10	30.248	0.755	-1.141	0.006	0.349	0.009
11	30.128	0.756	-1.137	0.007	0.344	0.008
12	30.031	0.756	-1.133	0.007	0.341	0.008

Hasil tabel 5.12 dapat dibentuk model persamaan regresi *robust* estimasi *S* sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 30.128 + 0.756x_1 - 1.137x_2 + 0.007x_3 + 0.341x_4 + 0.008x_5 \quad (5.4)$$

Seperti pada langkah estimasi lainnya, model persamaan (5.4) perlu dilakukan validasi uji *overall* dengan hipotesis berikut:

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots \beta_4 = 0$

H_1: Minimal ada satu $\beta_j \neq 0$ untuk $j = 0, 1, \ldots 4$

Tabel 5.13 Validasi Estimasi *S*

Parameter	Nilai Estimasi	$\lvert t_{hitung} \rvert$	t_{tabel}	Keputusan	*P-value*	Keputusan
Intercept	30.128	9.297	2.015	Tolak H_0	0.000	Tolak H_0
OTR (x_1)	0.756	70.019		Tolak H_0		
DP (x_2)	-1.137	-27.029		Tolak H_0		
Pendapatan (x_3)	0.007	0.284		Gagal Tolak H_0		
Umur Mobil (x_4)	0.341	2.261		Tolak H_0		
Tenor (x_5)	0.008	0.133		Gagal Tolak H_0		

Berdasarkan hasil pengujian tabel 5.13 didapatkan kesimpulan Tolak H_0 karena *P-value*: 0.000 < α: 0.05 maka model layak digunakan. Selanjutnya dilakukan uji parsial dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0: \beta_j = 0$, untuk $j = 0, 1, \ldots 4$

$H_1: \beta_j \neq 0$

Hasil uji parsial pada regresi *robust* estimasi *S* seperti pada tabel 5.13 maka dapat disimpulkan bahwa variabel *OTR*, *DP* dan Umur mobil secara signifikan mempengaruhi variabel dependen karena masing-masing nilai $\lvert t_{hitung} \rvert$ variabel

OTR, Umur mobil dan *DP* > t_{tabel} sehingga model regresi estimasi *S* yang terbentuk adalah:

$$\hat{Y} = 30.128 + 0.756x_1 - 1.137x_2 + 0.341x_4 \quad (5.5)$$

dengan:

$\hat{Y}$: *Nett to Finance* (juta)

x_1: *OTR* (juta)

x_2: *DP* (juta)

x_4: Umur Mobil (tahun)

Merujuk pada persamaan (3.34) dan persamaan (3.35) maka dilakukan perhitungan nilai $\bar{R}^2$ dan *MSE* sehingga didapatkan tabel 5.14:

Tabel 5.14 Nilai $\bar{R}^2$ dan *MSE* Estimasi *S*

Metode	$\bar{R}^2$	***MSE***
Estimasi *S*	0.989	329.219

Berdasarkan tabel 5.14 diperoleh nilai *MSE*: 329.219 artinya kesalahan dalam memprediksi $\hat{Y}$ sebesar Rp. 329.219.000 Sedangkan metode estimasi *M* mempunyai $\bar{R}^2$ sebesar 0.989 artinya 98,9% variasi Y dapat dijelaskan oleh variabel independen sedangkan sisanya dijelaskan oleh variabel lain.

5.8 Analisis Regresi *Robust* Estimasi *LTS*

Berdasarkan *output* yang dihasilkan sebagaimana terlampir pada lampiran didapatkan hasil estimasi parameter yang optimal pada iterasi ke-7 menggunakan regresi *robust* estimasi *LTS* seperti tabel berikut:

Berdasarkan tabel 5.15 dihasilkan model persamaan regresi *robust* estimasi *LTS* sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 48.955 + 0.709x_1 - 1.355x_2 + 0.023x_3 + 0.053x_4 - 0.121x_5 \quad (5.6)$$

Tabel 5.15 Hasil Estimasi Parameter Estimasi *LTS*

Iterasi	**Estimasi *LTS***					
	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
1	45.267	0.707	-1.364	0.048	0.094	0.012
2	44.679	0.707	-1.351	0.044	0.112	-0.002
3	46.438	0.709	-1.351	0.035	0.092	-0.052
4	49.018	0.709	-1.356	0.020	0.048	-0.117

Tabel 5.15 Hasil Estimasi Parameter Estimasi *LTS* (Lanjutan)

Iterasi	**Estimasi *LTS***					
	$\boldsymbol{\beta_0}$	$\boldsymbol{\beta_1}$	$\boldsymbol{\beta_2}$	$\boldsymbol{\beta_3}$	$\boldsymbol{\beta_4}$	$\boldsymbol{\beta_5}$
5	48.439	0.710	-1.353	0.022	0.081	-0.115
6	49.042	0.709	-1.354	0.023	0.049	-0.124
7	48.955	0.709	-1.355	0.023	0.053	-0.121
8	48.955	0.709	-1.355	0.023	0.053	-0.121

Seperti pada langkah estimasi lainnya, model persamaan (5.6) perlu dilakukan validasi uji *overall* dengan hipotesis berikut:

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots \beta_4 = 0$

H_1: Minimal ada satu $\beta_j \neq 0$ untuk $j = 0, 1, \dots 4$

Tabel 5.16 Validitas Estimasi *LTS*

Parameter	**Nilai Estimasi**	$\boldsymbol{\lvert t_{hitung} \rvert}$	$\boldsymbol{t_{tabel}}$	**Keputusan**	***P-value***	**Keputusan**
Intercept	48.955	136.091	2.015	Tolak H_0	0.000	Tolak H_0
OTR (x_1)	0.709	1265e3		Tolak H_0		
DP (x_2)	-1.355	-716.147		Tolak H_0		
Pendapatan (x_3)	0.023	7,085		Tolak H_0		
Umur Mobil (x_4)	0.053	3.404		Tolak H_0		
Tenor (x_5)	-0.121	-19.268		Tolak H_0		

Berdasarkan hasil pengujian yang terdapat pada tabel 5.16 tolak H_0 apabila *P-value* < α ditarik kesimpulan Tolak H_0 karena *P-value*:0.000 < α: 0.05 yang artinya model layak digunakan. Uji validitas selanjutnya adalah uji parsial untuk mengetahui adanya pengaruh antara variabel independen terhadap variabel dependen. Hipotesis:

$H_0: \beta_j = 0$, untuk $j = 0, 1, \dots 4$

$H_1: \beta_j \neq 0$

Daerah kritis yang digunakan dalam uji parsial ini adalah $\lvert t_{hitung} \rvert$ > t_{tabel} maka tolak H_0. Tabel 5.16 tersebut menunjukkan $\lvert t_{hitung} \rvert$ untuk variabel konstan, *OTR*, *DP*, Pendapatan, Umur Mobil dan Tenor memiliki nilai yang lebih besar dari t_{tabel} sehingga tolak H_0 yang artinya variabel independen secara signifikan mempengaruhi variabel dependen, sehingga model regresi estimasi *LTS* yang terbentuk adalah:

$$\hat{Y} = 48.955 + 0.709x_1 - 1.355x_2 + 0.023x_3 + 0.053x_4 - 0.121x_5 \qquad (5.7)$$

dengan:

$\hat{Y}$: *Nett to Finance* (juta)
x_1: *OTR* (juta)
x_2: *DP* (juta)
x_3: Pendapatan (juta)
x_4: Umur Mobil (tahun)
x_5: Tenor (bulan)

Merujuk pada persamaan (3.34) dan persamaan (3.35) persamaan maka dilakukan perhitungan nilai $\bar{R}^2$ dan MSE sehingga didapatkan tabel 5.17:

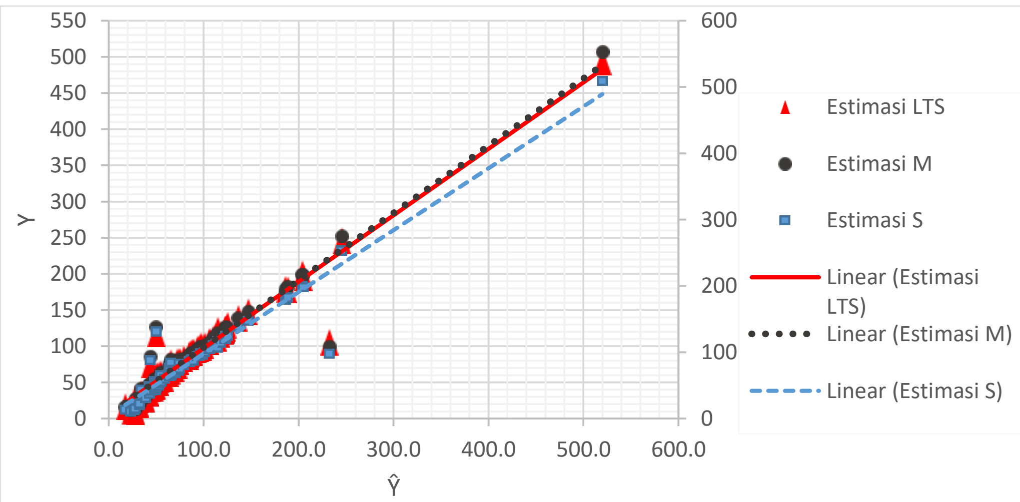
Tabel 5.17 Nilai $\bar{R}^2$ dan MSE

Metode	$\bar{R}^2$	***MSE***
Estimasi *LTS*	0.999	1.57E-4

Tabel 5.17 menunjukkan nilai *MSE* pada estimasi *LST* adalah 1.57E-4 artinya kesalahan dalam memprediksi $\hat{Y}$ sebesar Rp. 157,- Metode estimasi *LTS* mempunyai $\bar{R}^2$ sebesar 0.999 artinya 99,9% variasi *Y* dapat dijelaskan oleh variabel independen pada model.

5.9 Pemilihan Metode Estimasi Terbaik

Model estimasi parameter yang dihasilkan pada setiap estimasi dicocokkan dengan data aktual secara visual, model estimasi parameter yang baik adalah model yang memiliki pola yang sama dengan data aktual. Berikut hasil visualisasi dari masing-masing model estimasi parameter regresi *robust*



Gambar 5.2 Visualisasi Model Estimasi Parameter Regresi *Robust*

Berdasarkan gambar 5.2 dapat dilihat bahwa masing-masing estimasi memiliki pola yang hampir sama dengan data aktual (Y), hal tersebut dapat dibuktikan dengan sebaran data pada gambar 5.2 membentuk garis linear. Namun untuk memastikan lebih lanjut pemilihan metode estimasi terbaik, digunakan 3 nilai ukuran kebaikkan sebagai pembanding untuk masing-masing metode. Berikut tabel perbandingan nilai $\bar{R}^2$ dan *MSE* dibawah ini:

Tabel 5.18 Perbandingan Nilai $\bar{R}^2$ dan *MSE*

Parameter	Estimasi *M*	Estimasi *S*	Estimasi *LTS*
Intercept	32.161	30.128	48.955
OTR (x_1)	0.751	0.756	0.709
DP (x_2)	-1.199	-1.137	-1.355
Pendapatan (x_3)	0.009	0.007	0.023
Umur Mobil (x_4)	0.517	0.341	0.053
Tenor (x_5)	-0.004	0.008	-0.121
$\bar{R}^2$	0.990	0.989	0.999
MSE	23.688	329.219	1.57E-4

Penentuan model terbaik dari regresi *robust* yang berkaitan dengan penyelesaian masalah *outlier* menggunakan metode estimasi *M*, estimasi *S* dan estimasi *LTS* yaitu dengan membandingkan nilai $\bar{R}^2$ dan *MSE* dari masing-masing metode. Metode terbaik adalah metode yang memiliki *MSE* terkecil serta $\bar{R}^2$ paling besar diantara estimasi lain. Bedasarkan tabel 5.18 dapat dilihat bahwa nilai $\bar{R}^2$ paling tinggi dimiliki oleh estimasi *LTS* sedangkan nilai *MSE* terkecil juga dimiliki oleh estimasi *LTS*, maka dapat disimpulan bahwa metode estimasi *LTS* merupakan metode estimasi *robust* yang paling baik digunakan dalam mengestimasi parameter regresi untuk data pembiayaan mobil perusahaan *'X'* tahun 2016.

5.10 Interpretasi Model

Berdasarkan proses validasi model yaitu uji parsial maka terbentuk model persamaan regresi *robust* estimasi *LTS* sebagai berikut:

$$NTF = 48.955 + 0.709(OTR) - 1.355(DP) + 0.023(\text{Pendapatan}) + 0.053(\text{Umur Kendaraan}) - 0.121(\text{Tenor}) \quad (5.8)$$

Model di atas mempunyai nilai $\bar{R}^2$ sebesar 0.999 artinya 99,9% variasi variabel dependen dapat dijelaskan oleh variabel indepeden dan sisanya dipengaruhi oleh faktor lain. Persamaan regresi di atas dapat diuraikan sebagai berikut:

1. Koefisien regresi variabel *OTR* (x_1) sebesar 0.709: artinya dengan menganggap variabel independen lain konstan, setiap perubahan 1 juta rupiah *OTR* maka *Nett to Finance (NTF)* akan mengalami perubahan sebesar Rp. 709.000,00.
2. Koefisien regresi *DP* (x_2) sebesar -1.355: artinya dengan menganggap variabel independen lainnya konstan, setiap perubahan 1 juta rupiah *DP* maka *Nett to Finance (NTF)* akan mengalami perubahan sebesar Rp. 1.355.000,00 Koefisien bernilai negatif artinya terjadi hubungan negatif antara *DP* dan *Nett to Finance (NTF)*. Semakin turun nilai *DP* maka *NTF* semakin naik.
3. Koefisien regresi variabel Pendapatan (x_3) sebesar 0.023: artinya dengan menganggap variabel independen lain konstan, setiap perubahan 1 juta rupiah Pendapatan maka *Nett to Finance (NTF)* akan mengalami perubahan sebesar Rp. 23.000,00.
4. Koefisien regresi variabel Umur Kendaraan (x_4) sebesar 0.053: artinya dengan menganggap variabel independen lain konstan, setiap perubahan 1 tahun Umur Kendaraan maka *Nett to Finance (NTF)* akan mengalami perubahan sebesar Rp. 53.000,00.
5. Koefisien regresi variabel Tenor (x_5) sebesar -0.121: artinya dengan menganggap variabel independen lain konstan, setiap perubahan 1 bulan Tenor maka *Nett to Finance (NTF)* akan mengalami perubahan sebesar Rp. 121.000,00. Koefisien bernilai negatif artinya terjadi hubungan negatif antara Tenor dan *Nett to Finance (NTF)*. Semakin turun nilai Tenor maka *NTF* semakin naik.

BAB VI
KESIMPULAN DAN SARAN

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan maka dapat diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah pembiayaan kendaraan *(NTF)* pada tahun 2016 adalah *OTR*, *DP*, Pendapatan, Umur Kendaraan dan Tenor.
2. Metode estimasi regresi *robust* paling baik digunakan pada data jumlah pembiayaan mobil tahun 2016 adalah estimasi *LTS* karena metode estimasi *LTS* memiliki nilai *MSE* terkecil dan $\bar{R}^2$ terbesar dibandingkan metode estimasi lainnya.
3. Model terbaik jumlah pembiayaan kendaraan mobil pada perusahaan *'X'* tahun 2016 dengan menggunakan metode estimasi *LTS* adalah sebagai berikut:

$$NTF = 48.955 + 0.709(OTR) - 1.355(DP) + 0.023(\text{Pendapatan}) + 0.053(\text{Umur Kendaraan}) - 0.121(\text{Tenor})$$

6.2 Saran

Penelitian ini telah membahas tiga metode estimasi *robust* dan metode estimasi *LTS* adalah metode terbaik dibandingkan metode estimasi lainnya, sehingga harapannya hasil penelitian ini dapat dijadikan acuan peneliti selanjutnya dalam melakukan analisis data yang mengandung *outlier* menggunakan metode regresi *robust* estimasi *LTS.* Setelah dilakukan analisis diketahui bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi besarnya jumlah pembiayaan pada perusahaan *'X'* adalah *OTR*, *DP*, Pendapatan, Umur Kendaraan dan Tenor sehingga harapannya peneliti selanjutnya dapat menerapkan dan mengembangkan metode regresi *robust* diberbagai studi kasus yang lebih luas.

DAFTAR PUSTAKA

Akbar, dan Maftukhah. 2007. Optimasi Kekuatan *Tourqe* pada Lampu TL. *Jurnal ilmiah Sains dan Teknologi*. 6(1): 218-229.

Algifari. 2000. *Analisis Regresi Teori, Kasus, dan Solusi*, Edisi 2. Yogyakarta: BPFE.

Anton, H. 1992. *Aljabar Linear Elementer,* Edisi 3. Erlangga. Jakarta.

Apriliya, K. N. 2016. Penerapan analisis spatial Autoregressive dan Algoritma Fuzzy C-Means pada Data Konsumen Pembiayaan Kendaraan Bermotor Bulan Desember 2015 di PT BFI Finance di Kota Purwokerto. Purwokerto: *Laporan Kerja Praktek*. Statistika Universitas Islam Indonesia.Yogyakarta

Bekti, D. R. (2011). *Regresi Robust dengan M-Estimation. statisticsanalyst.files.wordpress.com/2011/10/11.doc* dan dataanalisa@yahoo.com , Diunduh Tanggal 20 Februari 2018.

Badan pusat statistika. DIY, 2016. *Jumlah Kendaraan Bermotor yang Terdaftar Menurut Jenisnya di D.I.Yogyakarta*, 2015. DIY. Badan Pusat Statistik.

Buechler, S. 2007. Statistical Models in R Some Examples. https://www3.nd.edu/~steve/Rcourse/Lecture8v1.pdf . Diunduh Tanggal 20 Februari 2018.

Cahyandari, R., dan Hisani, N. 2012. Model Regresi Linear Berganda Menggunakan Penaksir Parameter Regresi Robust M-Estimator (studi kasus: Produksi padi di Provinsi Jawa Barat tahun 2009). *Jurnal ISTEK.* 6(1-2): 85-92.

Chatterjee, S., and Hadi, A.S. 1986. Influential Observations, High Leverage Point, and Outlier in Linears Regression. *Statistical Science*, 1(3): 379-416.

Choirudin, A. 2017. Analisis Faktor yang Mempengaruhi Pembiayaan Mudharabah pada Bank Umum Syariah. *Jurnal Ilmu dan Riset Akuntasi*.6(6).

Chen, C. 2002. Robust Regression and Outlier Detection with the Robustreg procedure. SUGI Proceedings. SAS institude Inc., Cary, NC.:265-27.

Draper, N dan H.Smith, 1998. *Applied Regression Analysis*. Terjemahan Sumantri, B.1992. *Analisis Regresi Terapan*, Edisi kedua. Jakarta: PT.Gramedia Pustaka Utama.

Fox, J. dan Weisberg,S. 2010. *Robust Regression in R. Apendix to an R and S-Plus Companion to Applied Regression*. *Second Edition*.

https://socserv.socsci.mcmaster.ca/jfox/Books/Companion/appendix/Appendix-Robust-Regression.pdf. Diunduh Tanggal 20 Februari 2018.

Ghazali, A. Y., Desi dan Memi N. H. 2015. Metode Regresi dengan Estimasi M pada Regresi Linear Berganda (studi kasus: Indeks Konsumen Kota Tarakan). *Jurnal Eksponensial*. 6(2): 137-142

Ghozali. I. 2009. *Aplikasi Analisis Multivariate Dengan Program SPSS*. Semarang: UNDIP.

Gujarati. 1978. *Basic Econometrics. 1st Edition.* Newyork: McGraw-Hill. Terjemahan Zain, S.1988. *Ekonometrika Dasar.* Erlangga.

_______. 2013. *Dasar-Dasar Ekonometrika*, Edisi Kelima. Diterjemahkan oleh Mangunsong R.C. Jakarta: Salemba empat.

Hadley, G. 1992. *Aljabar Linear*. Erlangga. Jakarta.

Kurtner, M.H. Nachtseim.Neter.2004. *Apllied Linear Regression Models*. 4th ed. New York: Mc.Graw-Hill Companies.

Legowati, D. A. dan Prasetyo, A. Pengaruh Pembiayaan Berdasarkan Jenis Penggunaan Terhadap Non Performing Financing pada Ban Umum Syariah(BUS) dan unit usaha Syariah(UUS) Di Indonesia Periode Januari 2009- Desember 2015. Jurnal *Ekonomi Syariah dan Terapan*. 3(12): 1006-1019.

Mortgomery, D. C., Peck, E. A., dan Vining, G. G. 1982. *Intoducing to Linear Regression analysis.* New York: John Whilley and Sons Inc.

Rahman, M.B. 2017. Perbandingan Metode Regresi Robust Estimasi LTS, Estimasi S dan Estimasi MM (Studi Kasus Produksi Jagung di Indonesia Tahun 2015). *Skripsi*. Statistika Universitas Islam Indonesia. Yogyakarta.

Ruminta, 2009. *Matriks Persamaan Linear dan Pemograman Linear*. Jakarta: Rekayasa Sains.

Rousseuw, P. J., dan Leroy, A.M. 1987.*Robust Regression and Outlier Detection*. New York: John Wiley dan Sons.

Sasmiati, P.Y. 2017. Perbandingan Estimasi M, Estimasi S, dan Estimasi MM pada Regresi Robust. *Skripsi*. Statistika Universitas Islam Indonesia. Yogyakarta.

Sembiring, R.K.2003. *Analisis Regresi*, Edisi Kedua. Bandung: ITB.

Setiarini, Z. 2016. Analisis Regresi Robust Estimasi S Menggunakan Pembobot Welsch dan Tukey Bisquare. *Skripsi*. Matematika Universitas Negri Semarang. Semarang.

Soemartini, 2007. *Pencilan (Outlier)*. Bandung: Universitas Padjajaran.

Susanti, Y., Pratiwi H., Sulistijowati H. S., and Liana T. (2014) M Estimation, S Estimation, and MM Estimatoin in Robust Regression. *International Journal of Pure and Applies Mathematics*. 91(3):349-360.

Suprapto. 2005. *Ekonometrika.* Bogor: Ghalia Indonesia.

Verardi, V. 2008. *Robust Statistic In Stata*. Belgium: FNRS

Walpole, R. E., dan Myers, R. H. 1995. *Ilmu Peluang Dan Statistika Untuk Insinyur dan Ilmuawan*, Edisi Empat. ITB. Bandung.

Wijaya, 2009. *Taksiran Parameter pada Model Regresi Robust dengan Menggunakan Fungsi Huber*. Jakarta: Universitas Indonesia.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data NTF, OTR, DP, Pendapatan, Umur kendaraan mobil tahun 2016

No	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	17.5	25	36	2.5	15	23
2	23.4	42	49	10	12	24
3	27.0	61	59	15	11	23
4	27.1	55	55	15	16	12
5	28.0	40	35	9	13	23
6	28.2	79	68	5	9	36
7	28.3	81	69	5	6	36
8	32.3	56	46	10	16	12
9	32.4	62	52	7.5	8	36
10	32.6	52	42	10	12	24
11	32.8	66	55	15	14	24
12	34.3	132	77	9	4	36
13	37.8	95	63	8.5	13	24
14	38.9	87	59	6	6	36
15	42.8	57	29	5	12	24
16	42.9	125	68	10	3	24
17	43.3	55	25	1	7	24
18	43.3	100	60	24	6	35
19	43.4	80	50	20	10	36
20	44.1	190	79	15	8	36
21	44.9	93	54	15	9	10
22	48.2	90	50	26	5	36
23	48.3	130	65	10	4	12
24	48.8	65	29	10	11	36
25	48.8	65	29	15	10	24
26	49.2	77	42	6.5	2	36
27	49.5	66	30	11	11	24
28	49.7	71	34	40	16	12
29	49.8	85	46	15	1	24
30	49.9	65	28	6.5	5	36
31	50.0	260	84	13.5	0	24
32	50.0	85	45	10	9	36
33	50.4	63	24	25	6	24
34	51.9	66	25	1	5	24
35	52.8	90	44	17	4	24
36	53.7	107	53	14.25	8	35
37	54.4	69	25	20	8	36
38	54.5	132	62	4.5	4	36
39	55.1	142	65	8.5	5	36

No	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
40	55.2	142	25	15	5	36
41	59.3	69	46	12.5	17	36
42	62.5	101	25	50	12	12
43	63.8	80	25	25	12	24
44	63.9	82	61	35	4	24
45	64.1	152	41	20	11	36
46	64.6	101	28	15	6	30
47	64.8	85	25	3	8	24
48	65.7	83	64	15	1	36
49	65.9	167	25	10	2	24
50	66.3	83	43	10	10	36
51	66.9	110	26	15	8	36
52	67.9	86	55	20	2	36
53	70.0	139	33	14	11	24
54	70.2	100	36	9.2	6	36
55	72.3	102	25	20	5	24
56	73.2	93	40	35	7	24
57	74.5	113	54	25	2	36
58	75.1	150	25	11.5	7	36
59	79.1	95	25	15	9	36
60	85.0	100	25	15	9	35
61	85.5	108	25	10	4	36
62	85.5	109	41	6.95	4	36
63	86.7	135	25	15	9	36
64	88.0	111	25	8.5	9	36
65	89.3	112	25	10	3	36
66	89.3	114	25	87.5	7	36
67	93.6	110	25	25	10	36
68	94.4	118	25	8	7	36
69	95.8	120	26	17	7	36
70	96.9	121	25	3	7	24
71	99.1	124	26	15	7	36
72	101.5	124	25	15	5	48
73	106.0	128	28	15	2	36
74	106.5	139	25	25	5	36
75	55.2	134	25	15	5	36

No	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
76	110.5	139	25	15	11	35
77	112.5	143	25	3	1	24
78	113.1	144	25	13	6	24
79	114.8	138	25	22.5	3	36
80	114.8	148	25	185	9	36
81	118.2	148	25	20	3	30
82	122.2	154	25	27	8	36
83	123.0	155	25	15	3	35
84	123.2	158	25	10.5	11	35
85	123.3	158	25	8	4	36
86	123.3	158	25	15	6	12
87	124.0	159	25	25	7	24
88	125.3	162	25	15	2	18
89	136.4	186	30	30	6	24
90	147.1	189	25	10	7	47
91	186.4	233	25	30	3	12
92	188.7	237	25	16	4	36
93	204.0	261	25	50	2	35
94	204.9	258	25	40	4	24
95	232.7	102	8	15	2	12
96	245.6	343	33	40	4	35

Keterangan:

Y : *NTF* (Juta)

x_1 : *OTR* (Juta)

x_2 : *DP* (Juta)

x_3 : Pendapatan (Juta)

x_4 : Umur Kendaraan (Tahun)

x_5 : Tenor (Bulan)

Lampiran 2. *Script* dan Hasil *Running Software R*

A. Menginput data Jumlah Pembiayaan Kendaraan Perusahaan "*X*"

```
> #MENGINPUT DATA PEMBIAYAAN MOBIL PERUSAHAAN X TAHUN 2016#
> data=read.delim("clipboard")
> data
```

B. Analisis Metode Kuadrat Terkecil

```
> data=data.frame(X1=data$X1,X2=data$X2,X3=data$X3,X4=data$X4,X5=data$X5,Y=data$Y)
> #OLS
> model=lm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data)
> summary(model)
Call:
lm(formula = Y ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5, data = data)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-58.053  -6.545  -2.712   4.598 121.615 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) 50.94840   10.95294   4.652 1.13e-05 ***
X1           0.70268    0.03100  22.665  < 2e-16 ***
X2          -1.51177    0.10835 -13.953  < 2e-16 ***
X3           0.06266    0.08449   0.742    0.460    
X4           0.16371    0.51962   0.315    0.753    
X5           0.02289    0.21603   0.106    0.916    
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 16.71 on 90 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.936,	Adjusted R-squared:  0.9324 
F-statistic: 263.3 on 5 and 90 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

C. Uji Asumsi Klasik

```
#######UJI ASUMSI KLASIK#########
****#UJI HOMOSKEDASTISITAS#****
> library(gvlma)
Warning message:
package ‘gvlma’ was built under R version 3.3.2 
> hm.test=gvlma(model)
> hm.test
> library(lmtest)
*******#AUTOKORELASI#******
> dwtest(model)
*******#MULTIKOLINEARITAS#******
> library(car)
> mtc.test<-lm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data)
> vif(mtc.test)
******#NORMALITAS RESIDUAL#*****
> library(nortest)
> lillie.test(model$residuals)
```

D. Deteksi *Outlier*

```
#DETEKSI OUTLIER DENGAN PLOT RESIDUAL #
> plot(model$residuals)
#DETEKSI OUTLIER LEVERAGE#
> (im<-influence.measures(model))
#DETEKSI OUTLIER DFFITS#
> data$dffits.mkt<-dffits(model)
> hasil=data.frame(dffits(model))
> hasil
```

E. Regresi *Robust* Estimasi *LTS*, Estimasi *M* dan Estimasi *S*

```
----------#REGRESI ROBUST ESTIMASI M#----------------
                #Estimasi S #
control=lmrob.control(psi="tukey")
library(robustbase)
model.robust=lmrob(Y~X1+X2+X3+X4,data=data,method="S")
summary(model.robust)
model.robust
                #Estimasi LTS#
summary(Estimasi.LTS <- ltsReg(Y~X1+X2+X3+X4, data = data))
                #Estimasi M#
library(MASS)
Mhuber=rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data)
summary(Mhuber)
#iterasinya sesuai hasil mruber
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=1))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=2))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=3))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=4))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=5))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=6))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=7))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=8))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=9))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=10))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=11))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=12))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=13))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=14))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=15))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=16))
summary(rlm(Y~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,maxit=17))
```