

BAB III

LANDASAN TEORI

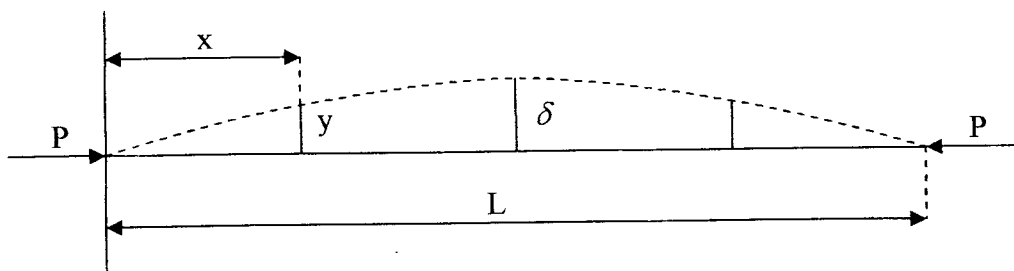
3.1. Kolom

Komponen struktur tekan pada baja dapat dibuat dari profil tunggal atau profil bangun (*built up*). Kapasitas tekan dan kekakuan profil tunggal terbatas karena ukuran penampang baja yang tersedia terbatas. Pada kolom dengan beban besar dan memerlukan kekakuan besar, kapasitas profil tunggal tidak memenuhi. Persoalan seperti diatas dapat diselesaikan dengan menggunakan kolom profil gabungan (bangun), kolom bangun digunakan untuk mendapatkan kolom yang lebih efisien dalam menahan beban dengan kapasitas yang besar.

3.2 Kolom Tunggal

3.2.1. Tekuk elastis

Kolom tunggal adalah komponen struktur tekan yang terbuat dari satu profil. Kapasitas tekan kolom tunggal terbatas karena ukuran penampang terbatas. Akibat pengaruh beban, kolom tunggal dapat melentur.



Gambar 3.1 Batang lurus di bebani gaya tekan aksial

Gambar 3.1 menunjukkan sebuah batang lurus yang kedua ujungnya sendi, di bebani gaya tekan aksial (P) akibatnya batang melengkung. Anggap penampang batang yang letaknya x dari ujung kiri mengalami pelenturan sebesar y. Akibat beban P dan pelenturan (y) dipenampang tersebut bekerja momen lentur Padosbajoyo (1992),.

$$M = -P.y \quad (3.1)$$

Karena $M = EI \frac{d^2 y}{dx^2}$, maka persamaan 3.1 menjadi :

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -Py \quad (3.2a)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{P}{EI} y \quad (3.2b)$$

Masing-masing ruas persamaan 3.2a dikalikan dengan 2dy diperoleh :

$$EI \frac{dy}{dx} \frac{dy}{dx} (2dy) = -2.P.y.dy \quad (3.3)$$

Jika masing-masing ruas persamaan 3.3 diintegalkan, diperoleh :

$$EI \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right) = -P.y^2 + C_1 \quad (3.4)$$

Pada $y = \delta$, $\frac{dy}{dx} = 0$, sehingga $0 = -P.y^2 + C_1$

Substitusi C_1 kedalam persamaan 3.4, maka diperoleh :

$$\frac{dy}{\sqrt{\delta^2 - y^2}} = \sqrt{\frac{P}{EI}} dx \quad (3.5)$$

Masing-masing ruas diintegalkan, diperoleh :

$$\text{arc. sin } \frac{y}{\delta} = x \sqrt{\frac{P}{EI}} + C_2 \quad (3.5a)$$

Pada $x = 0$, pelenturan (y) = 0. sehingga $C_2 = 0$. Persamaan 3.5^a menjadi :

$$\text{arc. sin } \frac{y}{\delta} = x \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad (3.5b)$$

$$\sin x \sqrt{\frac{P}{EI}} = \frac{y}{\delta} \quad (3.5c)$$

Pada $x = L$, pelenturan (y) = 0, persamaan 3.5c menjadi :

$$P = \frac{(n\pi)^2 EI}{L^2} \quad (3.6)$$

Untuk $n = 0$ persamaan 3.6 tidak bernilai, karena $P = 0$. Nilai P terkecil diperoleh bila $n = 1$, sedangkan P disebut sebagai beban kritis (P_{cr}). Dengan memasukkan nilai $n = 1$ kedalam persamaan 3.6 didapat persamaan :

$$P = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.7)$$

Persamaan 3.7 dibagi dengan luas penampang (A), diperoleh tegangan kritis :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad (3.8)$$

Dalam persamaan 3.8, (KL/r) menunjukkan kelangsingan batang, K adalah faktor panjang efektif, $r = \sqrt{I/A}$ (jari-jari inersia) dan I adalah momen inersia. Tampak bahwa tegangan kritis batang berbanding terbalik dengan kuadrat kelangsingan. Semakin langsing suatu batang, maka beban kritis semakin kecil.

Tekuk elastis terjadi pada kolom langsing dengan kelangsingan $(KL/r) > \lambda_c$, λ_c adalah kelangsingan ideal kolom, dengan kelangsingan batas (λ_c) :

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} \quad (3.9)$$

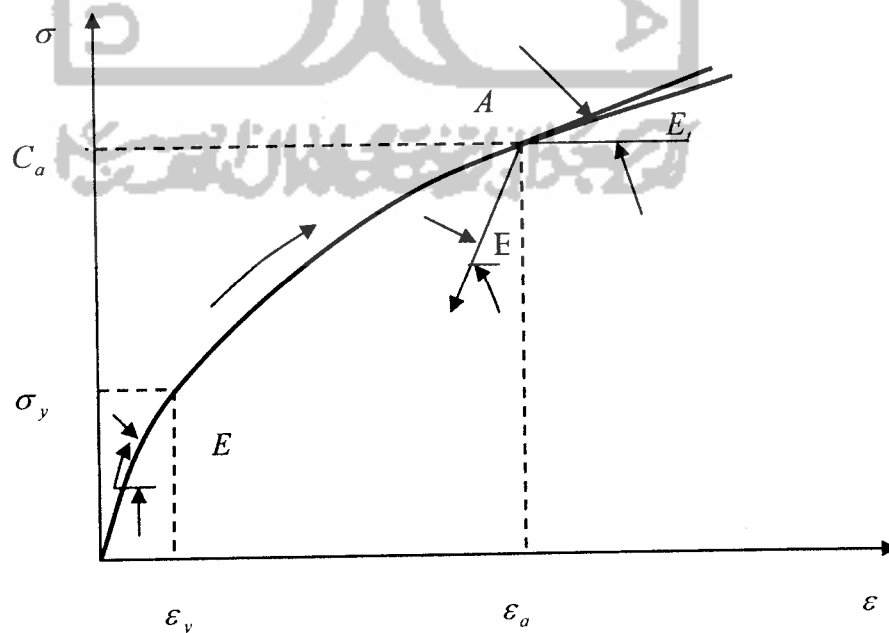
3.2.2 Tekuk tidak elastis

Terdapat beberapa teori mengenai tekuk tidak elastis, diantaranya adalah teori modulus tangen yang dikemukakan oleh *Engesser* (1889) dan teori modulus ganda atau teori modulus tereduksi yang juga dikemukakan oleh *Engesser* (1895).

3.2.2.a. Modulus Tangen

Tegangan kritis untuk keruntuhan tidak elastis dapat ditentukan dengan konsep modulus tangen dan modulus tereduksi. *Salmon dan Johnson* (1990), oleh karena kolom dengan panjang yang umum tertekuk pada saat sejumlah seratnya menjadi inelastis, maka modulus elastisitas ketika tertekuk lebih kecil dari harga awalnya. Inilah dasar pemikiran dari *Engesser, Consider, dan Shanley*.

Menurut *Engesser* (1889) yang dikemukakan oleh *Gere dan Timoshenko*, kolom tetap lurus sampai sesaat sebelum runtuh dan modulus elastisitas pada saat runtuh adalah tangen sudut garis singgung pada kurva tegangan regangan. Hubungan tersebut tampak pada Gambar 3.2



Gambar 3.2 Hubungan tegangan regangan

Beban kritis yang digunakan dalam teori ini sama persis dengan persamaan tekuk elastis, persamaan (3.8), perbedaan yang ada adalah dengan mengganti modulus elastisitas E dengan modulus tangen E_t . Sehingga persamaan 3.8 menjadi :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E_t}{(KL/r)^2} \quad (3.9)$$

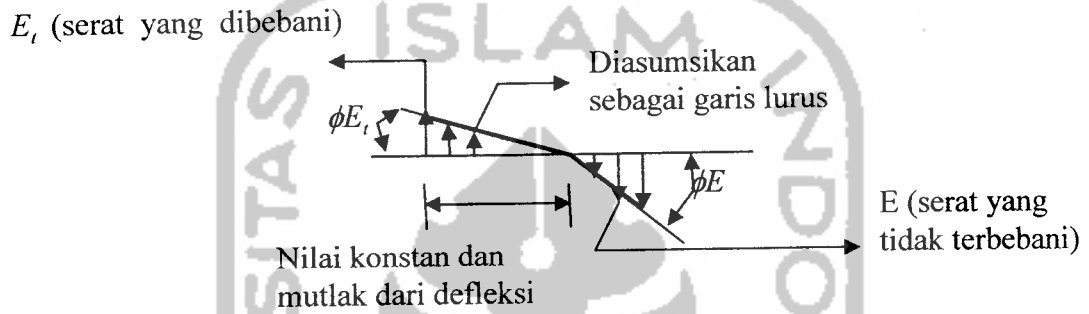
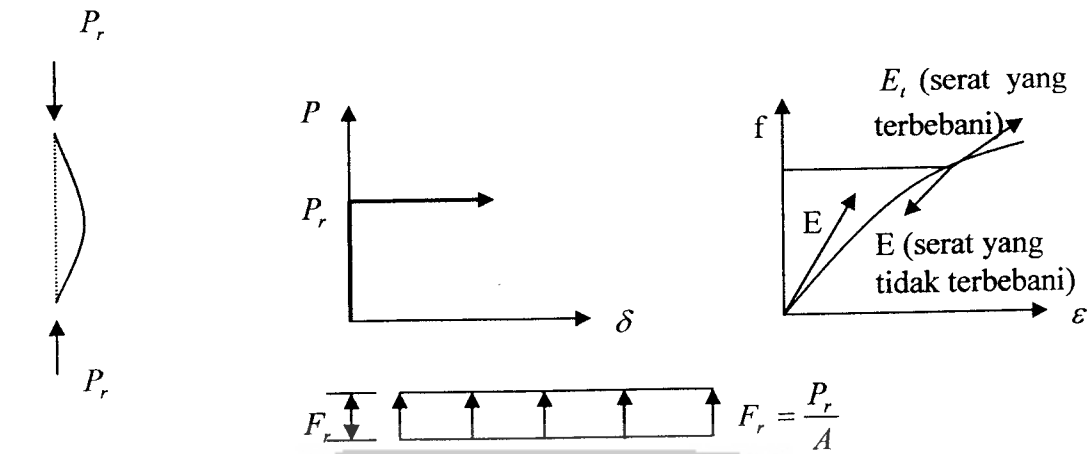
Menurut Padosbajoyo (1992), tegangan kritis maksimum untuk tekuk tidak elastis ditetapkan sama dengan tegangan leleh. Sehingga dengan mengasumsikan bahwa $F_{cr} = F_y$ maka nilai modulus tangen (E_t) adalah:

$$E_t = \frac{F_y(KL/r)^2}{\pi^2} \quad (3.10)$$

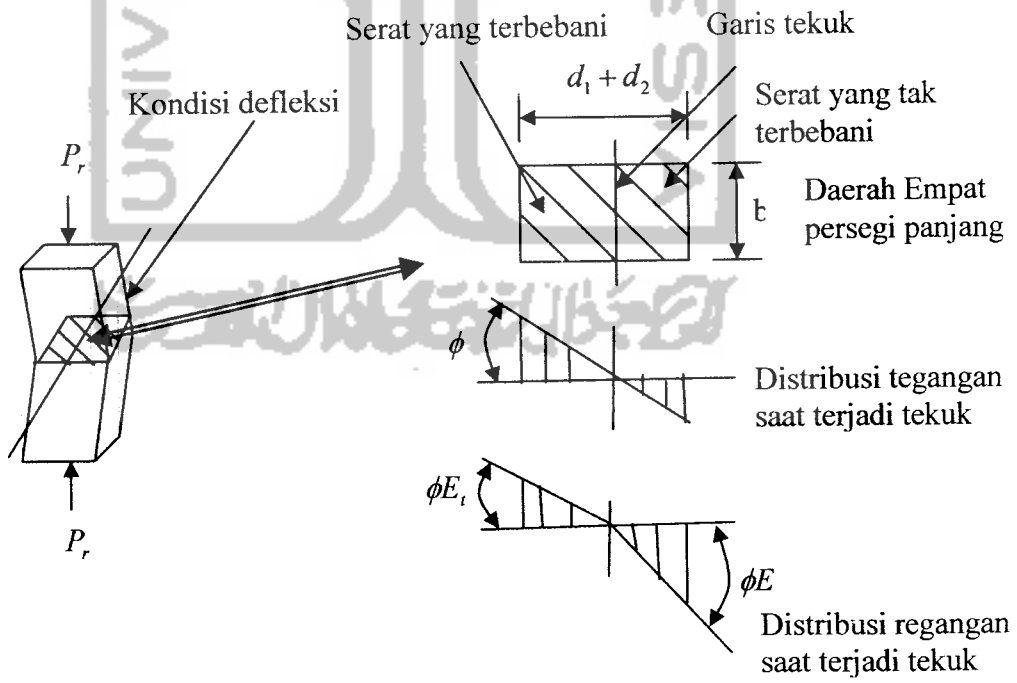
3.2.2.b Modulus Tereduksi

Walau teori modulus tangen mudah untuk digunakan dan memberikan beban kritis yang mendekati hasil penelitian, namun konsep dasar dari teori tersebut tidak sepenuhnya benar karena tidak memperhitungkan perilaku kolom secara lengkap.

Jasinski mengkritik bahwa pembalikan regangan yang terjadi pada batang tidak ikut diperhitungkan. *Engesser* (1895) mengakui kesalahan tersebut dan merubah teorinya dengan alasan bahwa selama melentur, sejumlah serat mengalami kenaikan regangan, sementara beberapa serat tidak dibebani. Untuk itu harga modulus yang berlainan harus dipergunakan, dan memunculkan teori baru yaitu teori *Modulus Tereduksi*. Penjelasan Teori modulus tereduksi dapat dilihat pada Gambar 3.3. dan 3.4 :



Gambar 3.3 Konsep Modulus Tereduksi



Gambar 3.4 Tekuk kolom, konsep modulus tereduksi

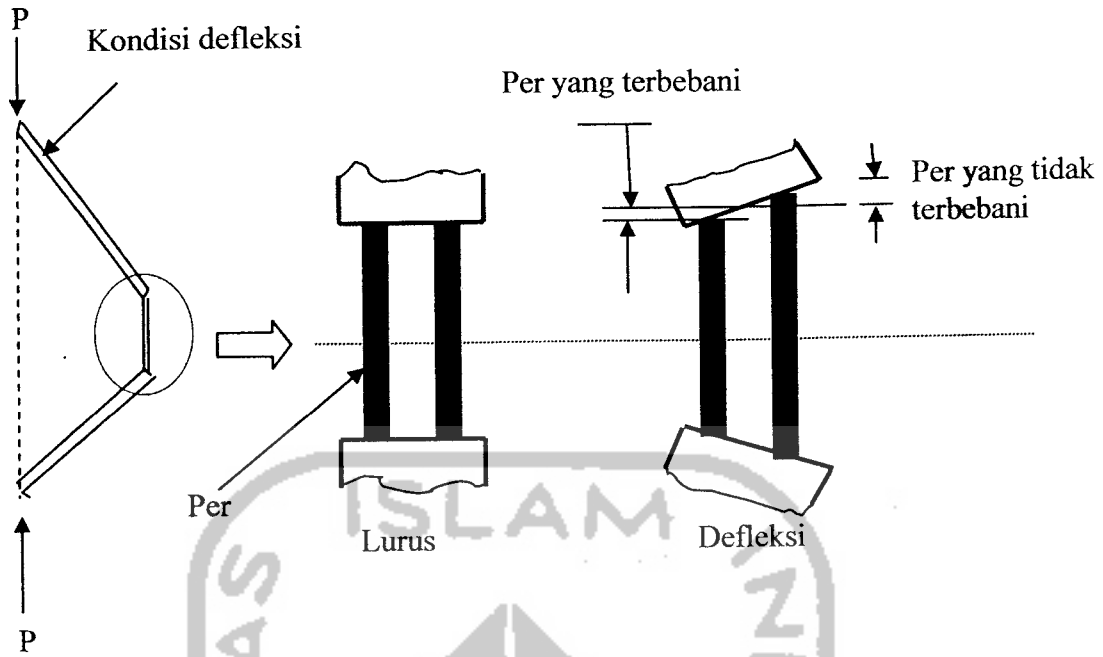
Adapun persamaan modulus tereduksi menurut Gere dan Timoshenko (1961) dapat dilihat pada persamaan 3.11 dan 3.12

$$E_r = \frac{4E.E_t}{(\sqrt{E} + \sqrt{E_t})^2} \quad (3.11)$$

$$E_r = \frac{2E.Et}{E + Et} \quad (3.12)$$

Teori tangen modulus selalu memiliki nilai yang lebih kecil dibandingkan teori modulus tereduksi. *Shanley*(1947) menjelaskan alasan kenapa teori modulus tangen memiliki nilai lebih dekat dengan kondisi aslinya dengan menggunakan 2 batang kolom ideal, yang dikenal dengan *Shanley model*. *Shanley* menjelaskan bahwa perbedaan utama dari teori modulus tereduksi adalah bahwa hanya momen tekuk yang meningkat, sementara gaya aksial yang terjadi konstan. Teori *Shanley* (1974) dapat dilihat pada Gambar 3.5.

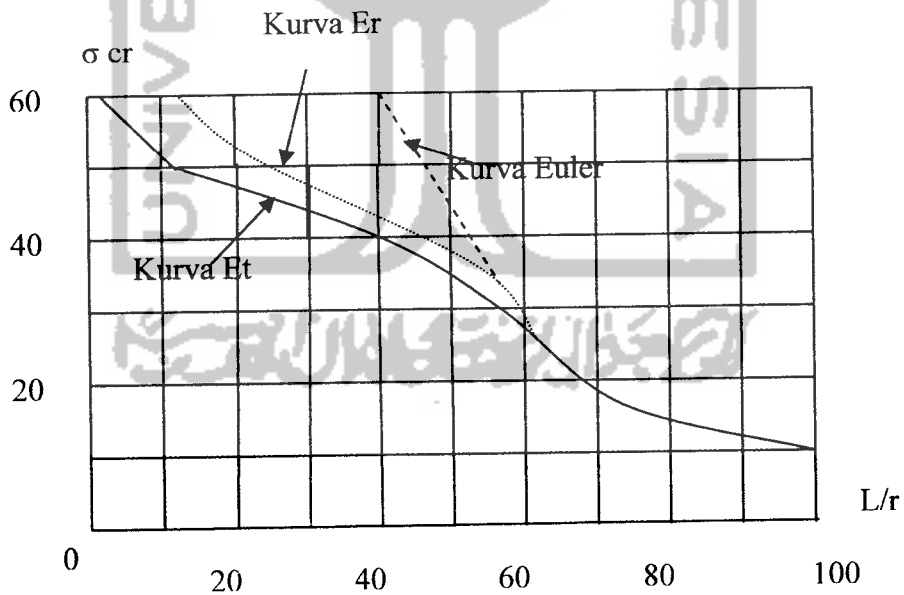
Pada Gambar 3.5 terlihat bahwa kedua ujung bagian yang padat dihubungkan dengan per pada bagian tengah. Tingkah laku dari per dipakai untuk mempelajari tingkah laku dari kolom. *Shanley* (1947) menyatakan bahwa ketika mencapai beban kritis modulus tangen, tidak ada yang bisa mencegah kolom untuk mengalami tekuk secara simultan dengan meningkatkan beban aksial. Pernyataan ini dapat dinyatakan sebagai konsep baru tingkah laku kolom.



Gambar 3.5. Model kolom Shanley(1974)

Perbandingan nilai E_t dan E_r pada perhitungan tegangan kritis dapat dilihat pada

Gambar 3.6



Gambar 3.6 Grafik tegangan berdasar persamaan Euler

Dari gambar 3.6 tampak bahwa tegangan kritis kolom yang menggunakan modulus tangen (E_t) berada dibawah tegangan kritis yang menggunakan modulus tereduksi (E_r).

Dikarenakan sifat baja menyerupai sifat aluminium, maka modulus tangen dan modulus reduksi baja dapat juga dicari dari perbandingan kelangsingan baja terhadap aluminium. Seperti pada tabel 3.1 tekuk plastis aluminium yang dikemukakan oleh Chen (1976) :

Tabel 3.1 Tabel tekuk plastis aluminium Chen (1976)

Stress σ (ksi)	Tangen modulus		Modulus reduksi	
	Et (ksi)	l/r	Er (ksi)	l/r
10	10600	105	10600	105
20	10600	72.5	10600	72.5
30	10600	59	10600	59
40	10600	51	10600	51
45	3000	26	5100	33.5
50	1000	14	2300	21.3
55	500	9.5	1300	15.3
60	400	8.1	1100	13.5

Tekuk tidak elastis terjadi pada batang tekan dengan kelangsingan (KL/r) $\leq \lambda_c$. Tegangan kritis untuk tekuk tidak elastis umumnya diturunkan dari hasil penelitian. Tegangan kritis maksimum ditetapkan sama dengan tegangan leleh. Bentuk umum persamaan tegangan kritis AISC adalah :

$$F_{cr} = F_y - k \left[\frac{KL}{r} \right]^n \quad (3.13)$$

dengan: k dan n adalah konstanta.

Turunan persamaan 3.13 ke perubahan (KL/r), adalah:

$$\frac{dF_{cr}}{d(KL/r)} = -k \cdot n \left[\frac{KL}{r} \right]^{n-1} \quad (3.14)$$

$$\frac{dF_{cr}}{d(KL/r)} = -2 \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad \text{untuk } (KL/r) > \lambda_c \quad (3.15)$$

Untuk $(KL/r) = \lambda_c$ dapat di cari dengan mensubstitusikan persamaan (3.13) dengan persamaan (3.14) maka :

$$k \cdot \lambda_c^n + \frac{\pi^2 E}{\lambda_c^2} - F_y = 0 \quad (3.16)$$

Turunan persamaan 3.16 ke perubahan (KL/r) , adalah:

$$\frac{dF_{cr}}{d(KL/r)} = -k \cdot n [\lambda_c]^{n-1} \quad (3.17)$$

Dari persamaan 3.15 dan persamaan 3.17 diperoleh :

$$-k \cdot n \lambda_c^{n-1} = -2 \frac{\pi^2 E}{\lambda_c^3} \quad (3.18)$$

atau

$$k \cdot n \lambda_c^{n-1} - 2 \frac{\pi^2 E}{\lambda_c^3} = 0 \quad (3.19)$$

Berdasarkan hasil tes, nilai n yang sesuai untuk kolom baja adalah 2. Nilai k dan λ_c dapat ditentukan dengan persamaan 3.16 dan persamaan 3.19

$$2 \cdot k \lambda_c^{n-1} - 2 \frac{\pi^2 E}{\lambda_c^3} = 0 \quad (3.20)$$

diperoleh

$$k = \frac{\pi^2 E}{\lambda_c^4} \quad (3.21)$$

Substitusi persamaan 3.18 ke dalam persamaan 3.16, diperoleh :

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{(F_y)^2}} \quad (3.22)$$

Substitusi k dan λ_c ke dalam persamaan 3.13 untuk $(KL/r) = \lambda_c$ diperoleh :

$$F_{cr} = F_y - \frac{\pi^2 E}{\lambda_c^4} \lambda_c^2 \quad \text{atau} \quad F_{cr} = F_y - \frac{\pi^2 E}{\lambda_c^2} \quad (3.23)$$

$$F_{cr} = F_y - \frac{\pi^2 E \cdot F_y}{2 \cdot \pi^2 \cdot E}$$

$$F_{cr} = 0.5 F_y$$

$$0.5 F_{cr} = F_y - k.F_{cr}$$

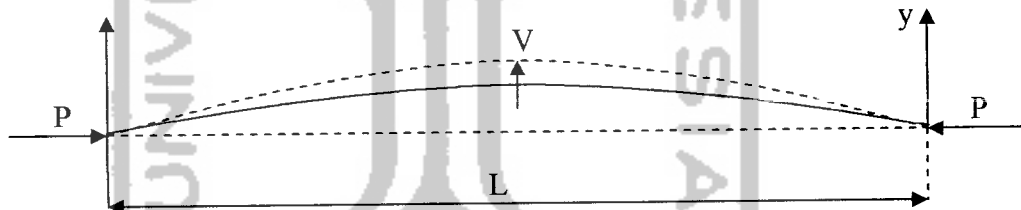
diperoleh $k = 0,5$.

Persamaan tegangan kritis untuk kolom dengan kelangsingan $0 \leq (KL/r) \leq \lambda_c$

$$F_{cr} = F_y \left(1 - \frac{(KL/r)^2}{2 \lambda_c^2} \right) \quad (3.24)$$

3.2.3 Geser kolom tunggal

Gambar 3.7 menunjukkan sebuah kolom tunggal yang dibebani gaya tekan (P). Akibat pengaruh beban (P), kolom melentur dan di dalam penampangnya timbul gaya geser (V).



Gambar 3.7 Pengaruh Beban (P) yang menyebabkan gaya geser

Pelenturan akibat gaya tekan ditunjukkan dengan garis lengkung penuh sedangkan pelenturan akibat gaya lintang dinyatakan dengan garis putus-putus.

Ditinjau penampang batang yang letaknya x dari ujung bawah. Andaikan pelenturan akibat beban (P), dinyatakan dengan persamaan :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{P \cdot y}{EI} \quad (3.25)$$

Gaya geser (V) yang timbul pada penampang batang adalah :

$$V = \frac{Mx}{dx} \quad \text{atau} \quad V = P \cdot \frac{dy}{dx} \quad (3.26)$$

Kemiringan (slop) yang terjadi akibat gaya geser adalah :

$$\theta = \frac{\text{Tegangan Geser}}{\text{Modulus Geser}} \quad (3.27)$$

memperhtungkan faktor bentuk (β) diperoleh :

$$\theta = \frac{\beta \cdot v}{A \cdot G} \quad \text{atau} \quad \theta = \frac{\beta}{A \cdot G} P \cdot \frac{dy}{dx} \quad (3.28)$$

dengan:

G = Modulus Geser

$$= \frac{E}{2(1+\mu)}$$

μ = nilai banding poison (poison ratio)

Pelenturan akiba gaya lintang dinyatakan dengan persamaan :

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{\beta}{A \cdot G} P \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (3.29)$$

Pelenturan total (akibat P dan V) adalah :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{P}{EI} y + \frac{\beta P}{A \cdot G} \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (3.30)$$

atau

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{EI \left(1 - \frac{\beta P}{A \cdot G} \right)} y = -\frac{P}{EI} y \quad (3.31)$$

Penyelesaian persamaan diatas adalah :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{\beta}{A.G} \frac{\pi^2 EI}{L^2}\right)} \quad (3.32)$$

dengan : $\frac{\pi^2 EI}{L^2} = P_e$ (beban tekuk euler)

$\frac{1}{\left(1 + \frac{\beta}{A.G} \frac{\pi^2 EI}{L^2}\right)}$ merupakan efek gaya geser

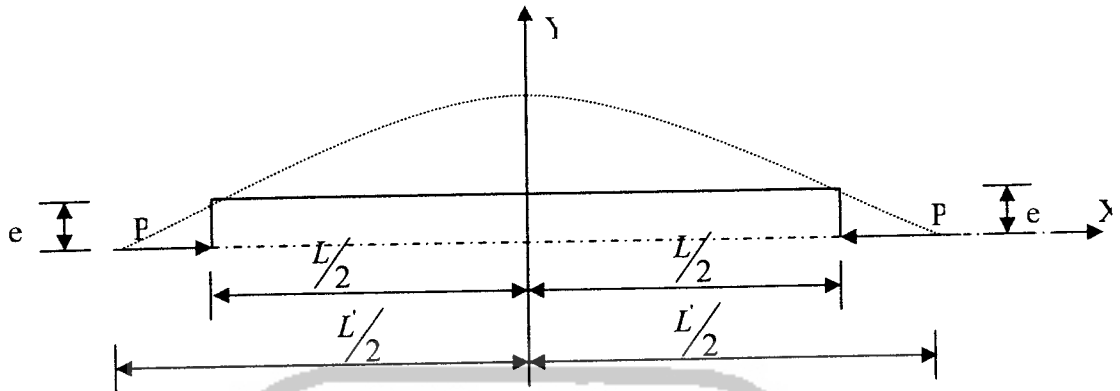
andaikan $\frac{\beta}{A.G} = \frac{1}{P_d}$; persamaan 3.32 dapat dinyatakan dengan persamaan 3.33,

$$P_{cr} = P_e \frac{1}{\left(1 + \frac{P_e}{P_d}\right)} \quad (3.33)$$

Dari persamaan 3.33 terlihat bahwa nilai geser kolom tunggal sangat kecil, sehingga pengaruh pada beban kritis yang didapatkan juga kecil.

3.2.4 Kolom tunggal dengan pembebanan eksentris

Bila pada suatu batang diberi beban dengan eksentrisitas (e) yang diukur dari sumbu batang, maka beban tekan aksial eksentrisitas ini ekuivalen dengan beban sentris (P) dan momen (M=P.e). Momen ini ada sejak beban tersebut diterapkan sehingga kolom mulai terdefleksi pada saat mulai diberi beban. Untuk menganalisis batang yang diberi beban eksentris dapat dilihat pada Gambar 3.8 :



Gambar 3.8 Kolom dengan beban P dan eksentris e

Salah satu rumus batang tekan yang memperhitungkan pengaruh eksentrisitas awal (Gambar 3.8) adalah rumus Secant (Padosbajayo, 1992), Persamaan pelenturan kolom adalah sebagai berikut :

$$y = \delta \sin \left(x \sqrt{\frac{P}{EI}} \right) \quad (3.34)$$

Karena $\sqrt{\frac{P}{EI}} = \frac{\pi}{L}$, maka persamaan 3.34 dapat dinyatakan dengan :

$$y = \delta \sin \left(x \frac{\pi}{L} \right) \quad (3.35)$$

Jika sumbu koordinat melalui tengah-tengah kolom, maka panjang kolom ekuivalen

(L') menjadi ;
$$y = e \frac{\cos \pi x}{\cos \left(\frac{\pi L'}{2L} \right)} \quad (3.36)$$

Harga L' diperoleh dari persamaan Euler, dimana $\frac{\pi}{L'} = \sqrt{\frac{P}{EI}}$. Bila nilai

$\frac{\pi}{L'}$ disubstitusikan kedalam persamaan 3.36, diperoleh :

$$y = e \frac{\cos\left(x\sqrt{\frac{P}{EI}}\right)}{\cos\left(\frac{L}{2}\sqrt{\frac{P}{EI}}\right)} \quad (3.37)$$

Turunan kedua dari persamaan 3.36 menunjukkan persamaan garis lengkung, yaitu :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{eP}{EI} \frac{\cos\left(x\sqrt{\frac{P}{EI}}\right)}{\cos\left(\frac{L}{2}\sqrt{\frac{P}{EI}}\right)} \quad (3.38)$$

Dari persamaan garis elastis, momen lentur maksimum diperoleh pada $x = 0$;

$$M = -P.e.\sec\left(\frac{L}{2}\sqrt{\frac{P}{EI}}\right) \quad (3.39)$$

Tegangan maksimum akibat kombinasi gaya tekan dan momen lentur adalah :

$$F_{mak} = \frac{P}{A} + \frac{M.C}{I} \quad (3.40)$$

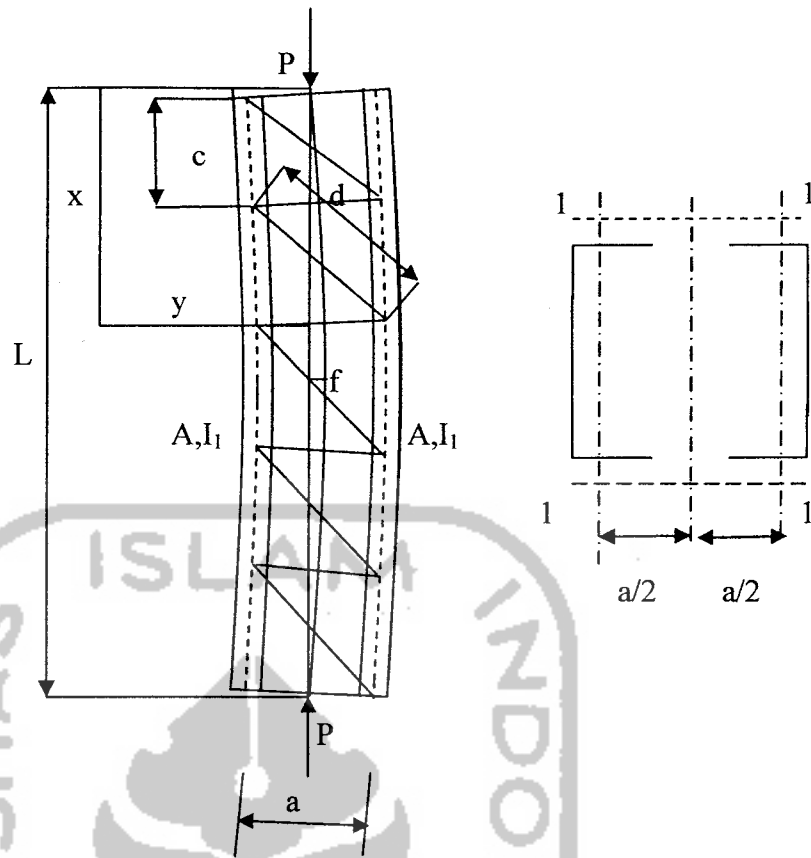
Karena $I = A.i^2$, maka dengan menggunakan (M) pada persamaan 3.38, persamaan

3.39 menjadi :

$$F_{mak} = \frac{P}{A} \left(1 + \frac{e.c}{i^2} \sec\left(\frac{L}{2.i}\sqrt{\frac{P}{EI}}\right) \right) \quad (3.41)$$

3.3 Kolom tersusun

Kolom bangun adalah gabungan dua batang atau lebih, dimana batang yang satu dengan batang yang lain dihubungkan sedemikian rupa sehingga membentuk satu kesatuan. Kolom tersebut dibuat dari beberapa profil dengan penampang tetap dan tidak tetap dengan konfigurasi batang perangkai. Beberapa bentuk konfigurasi batang perangkai ditunjukkan pada Gambar 3.9:



Gambar 3.10 Kolom bangun yang dibebani gaya aksial
(Frederich Bleich, 1952)

E_s = Energi regangan

Bagian $\frac{1}{2} \left(2 \frac{F^2 c}{E_t A} \right)$ adalah energi regangan yang bekerja pada batang tunggal atau batang tepi

Bagian kedua persamaan $\frac{1}{2} \left(\frac{D^2 d}{EA_d} \right)$ = energi regangan yang bekerja pada batang diagonal

Bagian ketiga persamaan $\frac{1}{2} \left(\frac{B^2 a}{EA_b} \right)$ = energi regangan yang bekerja pada batang transversal

c adalah jarak antar pias/panel perangkai

d adalah panjang batang diagonal

a adalah jarak antar batang tepi

Ad adalah luas penampang sepasang batang diagonal(2 batang)

Ab adalah luas penampang batang transversal

Momen pada penampang yang berjarak x dari ujung atas kolom dinyatakan dengan persamaan 3.43:

$$M_x = P_c y = P_c f \cdot \sin \frac{\pi x}{L} \quad (3.43)$$

Gaya geser adalah turunan pertama momen sehingga

$$Q_x = \frac{dM_x}{dx} = P_c f \frac{\pi}{L} \cos \frac{\pi x}{L} \quad (3.44)$$

Gaya pada batang tepi(F), yaitu gaya geser dibagi dengan jarak antar batang tepi (a) menjadi :

$$F = \frac{M_x}{a} = \pm P_c \frac{f}{a} \sin \frac{\pi x}{L} \quad (3.45)$$

Gaya yang bekerja pada batang diagonal (D) yaitu tegangan geser dikali dengan perbandingan jarak diagonal dan transversal, sehingga dimasukkan dalam persamaan menjadi:

$$D = Q_x \frac{d}{a} = \pm P_c f \frac{d}{a} \frac{\pi}{L} \cos \frac{\pi x}{L} \quad (3.46)$$

Gaya yang bekerja pada batang transversal (B) yaitu tegangan geser dikali dengan perbandingan jarak transversal dan transversal, sehingga dimasukkan dalam persamaan menjadi:

$$B = Q_x = \pm P_c f \frac{\pi}{L} \cos \frac{\pi x}{L} \quad (3.47)$$

Dengan anggapan $\frac{\pi x}{L} = \frac{2r-1}{2n} \pi$, dimana $r=1,2,3,\dots,n-1$ dan n adalah jumlah

pias/panel dan r adalah jumlah kelengkungan, sehingga :

$$E_s = \frac{P_c^2 f^2}{2} \frac{c}{a^2} \frac{2}{E_t A} \sum_{r=1}^n \sin^2 \frac{2r-1}{2n} \pi + \frac{P_c^2 f^2}{2} \frac{d^3}{a^2} \frac{\pi^2}{L^2} \frac{L}{EA_d} + \sum_{r=1}^n \cos^2 \frac{2r-1}{2n} \pi + \frac{P_c^2 f^2}{2} \frac{\pi^2}{L^2} \frac{L}{EA_b} + \sum_{r=1}^n \cos^2 \frac{2r-1}{n} \pi$$

Momen inersia $I_0 = A.a^2 / 2$, maka :

$$\frac{P_c^2 f^2}{2} \frac{c}{a^2} \frac{2}{E_t A} = \frac{P_c^2 f^2}{2} \frac{c}{E_t I_0}$$

$$\sum_{r=1}^n \sin^2 \frac{2r-1}{2n} \pi = \sum_{r=1}^n \cos^2 \frac{2r-1}{2n} \pi = \frac{n}{2} = \frac{1}{2c} \quad (3.48)$$

Bentuk persamaan energi tegangan E_s adalah :

$$E_s = P_c^2 \frac{f^3 L}{4} \left(\frac{1}{E_t I_0} + \frac{d^3}{ca^2} \frac{\pi^2}{L^2} \frac{1}{EA_d} + \frac{a}{c} \frac{\pi^2}{L^2} \frac{1}{EA_b} \right) \quad (3.49)$$

Persamaan gaya luar (W) :

$$W = P_c \Delta L = \frac{P_c}{2} \int_0^L y^2 dx \quad (3.50)$$

Karena $y' = (\pi/L)f \cos(\pi x/L)$, hsetela di integralkan didapat :

$$W = P_c \frac{\pi^2 f^2}{4L} \quad (3.51)$$

Substitusi (E_s) dan (W) dari Persamaan (3.49 dan 3.51) kedalam persamaan adalah :

$$\frac{\pi^2}{L} - P_c L \left(\frac{1}{E_t I_0} + \frac{\pi^2}{L^2} \frac{d^3}{ca^2} \frac{1}{EA_d} + \frac{\pi^2}{L^2} \frac{a}{c} \frac{1}{EA_b} \right) = 0 \quad (3.52)$$

Persamaan 3.59 diturunkan dan didapat persamaan beban kritis (*Fredrich Bleich*) :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_0}{L^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 EI_0}{L^2} \frac{1}{Ech^2} \left(\frac{d^3}{A_d} + \frac{a^3}{A_b} \right)} \quad (3.53)$$

Jika perangkai sangat kaku, $A_d = A_b = \infty$, maka bagian kedua penyebut akan bernilai = 0, sehingga persamaan 3.43 akan kembali menjadi persamaan beban kritis

Euler $\frac{\pi^2 EI}{L}$, dimana beban kritis kolom bangun tersebut mempunyai momen inersia

$I_0 = A.a^2 / 2$. Momen sebenarnya dari penampang kolom adalah :

$$I = I_0 + 2 I_1$$

Dengan substitusi I pada I_0 didapat persamaan beban kritis kolom bangun prismatic yaitu:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_t I}{(K.k_1.L)^2} \quad (3.54)$$

Dengan mengasumsikan kolom dengan tumpuan sendi-sendi maka K(faktor tekuk) = 1, sehingga persamaan 3.61 menjadi :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_t I}{(k_1.L)^2} \quad (3.55)$$

$$k_1 = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 E_t I_0}{L^2} \frac{1}{E.ch^2} \left[\frac{d^3}{Ad} + \frac{a^3}{Ab} \right]} \quad (3.56)$$

Dengan k_1 merupakan faktor geser, E adalah modulus elastis kolom, L adalah panjang kolom, I_0 adalah inersia batang perangkai ($I_0 = Aa^2/2$), d adalah panjang batang diagonal, h adalah panjang batang horizontal, A_b adalah luas penampang batang horizontal, A_d adalah luas penampang dua batang diagonal.

Dari persamaan (3.53) dapat kita lihat bahwa semakin besar luas penampang batang diagonal (A_d) maka nilai k akan semakin kecil dan P_{cr} akan semakin besar. semakin panjang elemen batang yang dibatasi oleh ujung-ujung batang penghubung (c) maka nilai k akan semakin kecil dan P_{cr} akan semakin besar dan tegangan kritis (F_{cr}) akan semakin membesar.

3.3.2 Kolom tersusun nonprismatis perangkai diamond

Pada persamaan 3.42 yang dikemukakan oleh *Bleich (1952)* maka untuk kondisi batang perangkai diamond yang dibebani gaya aksial (Gambar 3.9) mempunyai persamaan energi regangan:

$$E_s = \frac{1}{2} \left(2 \sum \frac{F^2 c}{E_t A} + \sum \frac{D^2 d}{EA_d} \right) \quad (3.57)$$

E_s = Energi regangan

Bagian pertama persamaan $\frac{1}{2} \left(2 \sum \frac{F^2 c}{E_t A} \right)$ = energi regangan yang bekerja pada batang tepi.

Bagian kedua persamaan $\frac{1}{2} \left(\sum \frac{D^2 d}{EA_d} \right)$ = energi regangan yang bekerja pada batang diagonal

c adalah jarak antar pias/panel perangkai

d adalah panjang batang diagonal

A_d adalah luas penampang sepasang batang diagonal (2 batang)

Momen pada penampang yang berjarak x dari ujung atas kolom dinyatakan dengan persamaan :

$$M_x = P_c y = P_c f \cdot \sin \frac{\pi x}{L} \quad (3.58)$$

Gaya geser adalah turunan pertama momen sehingga

$$Q_x = \frac{dM_x}{dx} = P_c f \frac{\pi}{L} \cos \frac{\pi x}{L} \quad (3.59)$$

Gaya yang bekerja pada batang tepi (F), yaitu persamaan 3.65 dibagi dengan jarak antar batang tepi (a) menjadi :

$$F = \frac{M_z}{a} = \pm P_c \frac{f}{a} \sin \frac{\pi x}{L} \quad (3.60)$$

Gaya yang bekerja pada batang diagonal (D) yaitu tegangan geser dikali dengan perbandingan jarak diagonal dan transversal, sehingga dimasukkan dalam persamaan menjadi:

$$D = Q_x \frac{d}{a} = \pm P_c f \frac{d}{a} \frac{\pi}{L} \cos \frac{\pi x}{L} \quad (3.61)$$

Gaya yang bekerja pada batang transversal (B) yaitu tegangan geser dikali dengan perbandingan jarak transversal dan transversal, dimasukkan dalam persamaan menjadi:

$$B = Q_x = \pm P_c f \frac{\pi}{L} \cos \frac{\pi x}{L} \quad (3.62)$$

Dengan anggapan $\frac{\pi x}{L} = \frac{2r-1}{2n} \pi$, dimana $r=1,2,3,\dots,n-1$ dan n adalah jumlah pias dan r adalah jumlah kelengkungan sehingga :

$$V = \frac{P_c^2 f^2}{2} \frac{c}{a^2} \frac{2}{E_t A} \sum_{r=1}^n \sin^2 \frac{2r-1}{2n} \pi + \frac{P_c^2 f^2}{2} \frac{d^3}{a^2 L^2} \frac{\pi^2}{E A_d} \sum_{r=1}^n \cos^2 \frac{2r-1}{2n} \pi \quad (3.63)$$

$$\text{Momen inersia penampang } I_0 = A a^2 / 2 \quad (3.64)$$

Dengan memasukan persamaan 3.64 ke persamaan 3.63 untuk nilai F yaitu gaya aksial untuk batang tepi di dapat persamaan :

$$\frac{P_c^2 f^2}{2} \frac{c}{h^2} \frac{1}{E_t A} = \frac{P_c^2 f^2}{2} \frac{c}{E_t I_0} \quad (3.65)$$

Persamaan 3.65 dapat disederhanakan menjadi:

$$\sum_{r=1}^n \sin^2 \frac{2r-1}{2n} \pi = \sum_{r=1}^n \cos^2 \frac{2r-1}{2n} \pi = \frac{n}{2} = \frac{L}{2c} \quad (3.66)$$

Sehingga substitusi persamaan 3.65 dan 3.63 ke dalam persamaan 3.54 menjadi:

$$E_s = P_c^2 \frac{f^2 L}{4} \left(\frac{1}{E_t I_0} + \frac{d^3 \pi^2}{ch^2 L^2 EA_d} \right) \quad (3.67)$$

Kerja W adalah gaya kali perpindahan sehingga:

$$W = P_c \Delta L = \frac{P_c}{2} \int_0^L y'^2 dx \quad (3.68)$$

Dengan $y' = (\pi/L)f \cos(\pi x/L)$, setelah di integralkan didapat :

$$W = P_c \frac{\pi^2 f^2}{4L} \quad (3.69)$$

Substitusi (E_s) dan (W) dari Persamaan (3.67) dan (3.69) untuk $E_s - W = 0$ adalah :

$$\frac{\pi^2}{L} - P_c L \left(\frac{1}{E_t I_0} + \frac{\pi^2 d^3}{L^2 ch^2 EA_d} \right) = 0 \quad (3.70)$$

Sehingga Persamaan beban kritis kolom prismatic perangkai diamond adalah

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_0}{L^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E I_0}{L^2} \frac{1}{Ech^2 A_d}} \quad (3.71)$$

Dari Persamaan (3.71) nilai P_{cr} akan semakin besar bila panjang batang diagonal (d) atau horisontal (a) di bagi dengan luas penampang diagonal (A_d) atau horisontal (A_b) makin kecil. Jika perangkai sangat kaku, $A_d = A_b = \infty$, persamaan (3.71) akan menjadi tegangan kritis $\pi^2 E_t I_0 / L^2$ dimana tegangan kritis kolom

(3.71) akan menjadi tegangan kritis $\pi^2 E_c I_0 / I^2$ dimana tegangan kritis kolom tersusun tersebut mempunyai momen inersia $I_0 = A.d^2 / 2$. Momen sebenarnya dari penampang kolom adalah :

$$I = 4I_0 + 4 I_1$$

Dengan substitusi I pada I_0 pada persamaan (3.71) didapat persamaan Kritis Kolom Tersusun Prismatis Dengan Perangkai Diagonal yaitu:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_c I}{(Kk_1 L)^2} \quad (3.72)$$

Dengan mengasumsikan kolom dengan tumpuan sendi-sendi, maka persamaan 3.72 menjadi:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_c I}{(k_1 L)^2} \quad (3.73)$$

$$k_1 = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 E_c I_0}{L^2} \frac{1}{E_c h^2} \frac{d^3}{A_d}} \quad (3.74)$$

Dimana k_1 merupakan faktor geser, E adalah modulus elastis kolom, L adalah panjang kolom, I_0 adalah inersia batang perangkai ($I_0 = A.d^2/2$), d adalah panjang batang diagonal, a adalah panjang batang horizontal, A_b adalah luas penampang satu batang horizontal, A_d adalah luas penampang satu batang diagonal.

Dari persamaan (3.71) dapat kita lihat bahwa semakin besar luas penampang batang diagonal (A_d) maka nilai k akan semakin kecil dan P_{cr} akan semakin besar. Semakin panjang elemen batang yang dibatasi oleh ujung-ujung batang penghubung (c) maka nilai k akan semakin kecil dan P_{cr} akan semakin besar dan tegangan kritis (F_{cr}) akan semakin membesar.

Perbedaan antara kolom non prismatis dengan kolom prismatis adalah penggunaan nilai μ (angka poisson). Nilai ini berfungsi sebagai reduksi beban kritis.

Angka poisson (μ), merupakan nilai hasil perbandingan (rasio) antara h_o dan h_m . Persamaan untuk mencari angka poisson dapat dilihat pada persamaan 3.75 :

$$\mu = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{h_o}{h_m} \right)^2 \left[\frac{1}{\pi^2} + \frac{4}{(\log_e h_o - \log_e h_m)^2} \right] \quad (3.75)$$

Hubungan nilai h_o/h_m dan nilai μ dari persamaan perangkai diamond yang diadopsi dari *Bleich* (1952) dapat dilihat pada tabel dibawah ini:

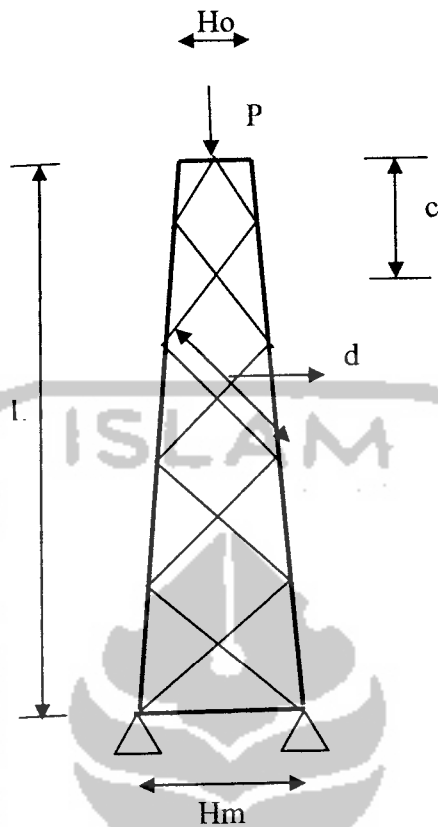
Tabel 3.2 Nilai μ pada berbagai rasio (h_o/h_m)

h_o/h_m	0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1
μ	0,025	0,173	0,263	0,433	0,618	0,804	1

Dengan memasukkan nilai μ kedalam persamaan 3.71, didapat persamaan beban kritis kolom non prismatis perangkai diamond, yaitu :

$$P_{cr} = \mu \frac{\pi^2 E I_0}{L^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E I_0}{L^2} \frac{1}{Ech^2} \frac{d^3}{A_d}} \quad (3.76)$$

Dari persamaan 3.83 terlihat bahwa semakin besar nilai μ , maka beban kritis akan semakin besar, dan semakin nilai μ maka beban kritis yang dihasilkan juga semakin kecil.



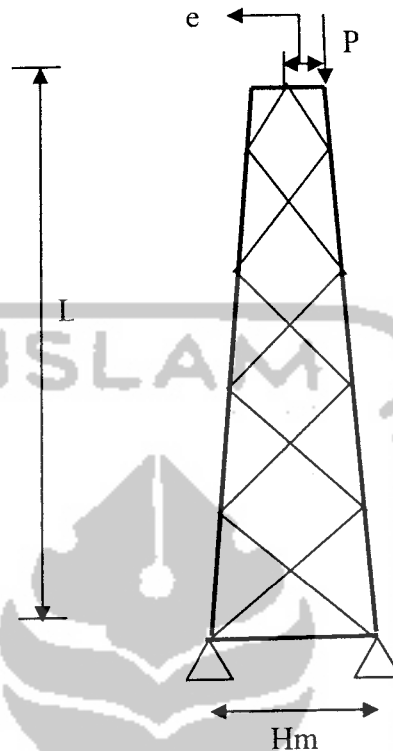
Gambar 3.11 Kolom tersusun yang dibebani gaya aksial dengan perangkat diamond

3.3.3 Kolom bangun nonprismatis perangkat diamond dengan pembebanan eksentris

Redwood, Singer dan Andrew Pytel, (1985) mengemukakan perilaku pembebanan yang bekerja pada kolom mempengaruhi timbulnya gaya – gaya yang bekerja pada sepanjang kolom. Beban aksial yang bekerja secara eksentris akan menimbulkan gaya dan selain gaya aksial berupa gaya momen yang disebabkan oleh eksentrisitas

Pembebanan eksentris pada kolom tersusun ditunjukkan pada gambar 3.12

berikut ini :



Gambar 3.12. Kolom bangun perangkai diamond dengan pembebanan eksentris

Pada saat kolom bangun diberi beban sebesar P dan sejauh e dari pusat berat panampang, sehingga pada panampang (m-n) bekerja interaksi gaya antara tegangan yang ditimbulkan oleh gaya tekan aksial (f_a) dan momen yang terjadi (f_b). Besarnya gaya yang ditimbulkan oleh P adalah :

$$f_a = \frac{P}{A} \quad (3.77)$$

Tegangan yang ditimbulkan akibat momen lentur adalah :

$$f_b = \frac{M \cdot C_x}{I_y} \quad (3.78)$$

Dengan $M=P \cdot e$, maka persamaan 3.85 berubah menjadi

hm

$$f_b = \frac{P \cdot e \cdot C_x}{I_y} \quad (3.79)$$

Besarnya tegangan kritis (Fcr) pada penampang kolom yang bekerja beban secara eksentris adalah:

$$F = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e \cdot C_x}{I_y} \quad (3.80)$$

Dengan mengasumsikan bahwa tegangan kritis (Fcr) maksimum yang terjadi adalah tegangan kritis (Fcr) kolom pada saat menerima beban secara sentris, maka untuk berbagai macam nilai eksentrisitas persamaan 3.76 menjadi:

$$P_{cr} = \frac{\mu \pi^2 E I_0}{L^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E I_0}{L^2} \frac{1}{Ech^2} \frac{1}{A_d} d^3} = P \left(\frac{1}{A} + \frac{e \cdot C_x}{I_y} \right) \quad (3.81)$$

Untuk mencari besarnya nilai beban kritis kolom (Pcr) maka Persamaan 3.81 menjadi:

$$P_{cr} = \frac{\mu \pi^2 E I_0}{L^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E I_0}{L^2} \frac{1}{Ech^2} \frac{1}{A_d} d^3} \left(\frac{1}{A} + \frac{e \cdot C_x}{I_y} \right) \quad (3.82)$$

Tabel 3.3 Nilai k pada berbagai rasio (ho/hm)

ho/hm	0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1
μ	0,025	0,173	0,263	0,433	0,618	0,804	1

Dari persamaan 3.89 terlihat bahwa semakin besar nilai eksentrisitas (e), maka beban kritis (Pcr) kolom semakin kecil.

3.4. Kuat Tekan

Kekuatan tekan suatu struktur kolom dalam menahan gaya tekan dipengaruhi oleh banyak factor, antara lain sifat bahan, geometri penampang, dan kelangsingan. Faktor yang dibahas dalam penelitian ini adalah factor geometri penampang yang diwakili dengan rasio b/t dan factor kelangsingan yang diwakili dengan rasio L/r . Rasio b/t berpengaruh pada kekuatan struktur kolom terhadap tekuk keseluruhan

3.4.1. Tekuk keseluruhan

Menurut persamaan Euler dikemukakan oleh Lambert Tall (1974), beban kritis kolom diturunkan dari persamaan pelenturan sebuah batang lurus yang semua seratnya tetap elastis hingga batang tersebut tidak mampu lagi menahan penambahan beban, batang tersebut memiliki dukungan sederhana pada ujung-ujungnya dan diberi gaya aksial tekan sentris.

Persamaan garis elastis untuk kolom yang ujung-ujungnya sendi-sendii ditunjukkan dengan persamaan 3.83

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad (3.83)$$

Persamaan diatas memperlihatkan dengan jelas kapasitas pikul beban suatu kolom selalu berbanding terbalik dengan kuadrat panjang tekuk, sebanding dengan modulus elastis material dan momen inersia penampang. Semakin panjang kolom maka semakin kecil beban yang dapat menyebabkan kolom tersebut tertekuk, sebaliknya semakin pendek kolom maka semakin besar beban yang dapat menyebabkan kolom tersebut tertekuk

3.4.2 Tekuk lokal

Apabila beban bekerja eksentris, maka distribusi tegangan yang timbul tidak akan merata. Efek beban eksentris menimbulkan momen lentur pada elemen yang berinteraksi dengan tegangan tekan langsung. Bahkan, apabila beban itu mempunyai eksentrisitas yang relatif besar, maka diseluruh bagian penampang yang bersangkutan dapat terjadi tegangan tekuk.

Akan tetapi pada beban dengan besar tertentu suatu batang yang lurus, homogen dan dibebani secara sentris akan menjadi tidak stabil. Hal ini berarti dengan beban tersebut suatu kolom akan mulai melentur, meskipun tidak ada beban lentur yang bekerja.

Menurut *Lambert Tall*, tekuk lokal adalah tekuk yang terjadi pada salah satu elemen penyusun tampang suatu struktur. Elemen kolom tersusun memiliki rasio b/t besar, sehingga memungkinkan terjadinya tekuk lokal. Tekuk lokal menyebabkan elemen yang tertekuk tidak dapat lagi mengganggu penambahan beban, dengan kata lain efisiensi penampang berkurang. Keruntuhan akibat tekuk lokal ini terjadi pada batang yang langsing dimana tegangan kritis yang dimiliki oleh plat jauh dibawah tegangan lelehnya.

Persamaan umum tegangan tekuk elastis plat menurut *Salmon dan Johnson* (1994) adalah :

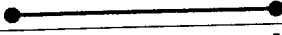
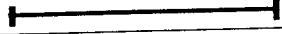



$$F_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)(b/t)^2} \quad (3.84)$$

Dari persamaan 3.91 tampak bahwa nilai F_{cr} dipengaruhi oleh koefisien tekuk plat (k) dan rasio lebar terhadap tebal (b/t). Semakin besar rasio b/t maka semakin kecil kekuatan plat. Semakin besar nilai k maka semakin kecil kekuatan pelat, sehingga menyebabkan tekuk lokal baik pada sayap maupun badan. Kerusakan akibat

tekuk dapat dicegah dengan cara memperkecil rasio b/t dan meningkatkan nilai k .

Perbandingan jenis tumpuan dan nilai k dapat dilihat pada Tabel 3.4

Tabel 3.4. Perbandingan nilai k dengan jenis tumpuan

Jenis tumpuan	Gambar batang + tumpuan	k
Kedua tumpuan sendi		4.00
Kedua tumpuan jepit		6.97
Salahsatu tumpuan sendi		0.425
Salahsatu tumpuan jepit		1.277
Satu tumpuan sendi dan satu tumpuan jepit		5.42

3.4.3 Hubungan tekuk lokal dan tekuk keseluruhan

Tekuk lokal dan tekuk lentur dapat terjadi secara bersamaan apabila tegangan kritis plat sama dengan tegangan kritis kolom keseluruhan, seperti pada persamaan :

$$F_{cr\text{ plat}} = F_{cr\text{ keseluruhan}} \quad (3.85)$$

Maka,

$$F_{cr\text{ keseluruhan}} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad (3.86)$$

sehingga :

$$(KL/r) = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{F_{cr\text{ plat}}}} \quad (3.87)$$

dengan memasukkan persamaan (3.83) ke dalam persamaan (3.87), maka :

$$(KL/r) = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\frac{k \pi^2 E}{12(1-\mu^2)(b/t)^2}}} \quad (3.88)$$

$$(KL/r) = (b/t) \sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{k}} \quad (3.89)$$

Dengan μ baja = 0,3, sehingga :

$$(KL/r) = \frac{3,3045(b/t)}{\sqrt{k}} \quad (3.90)$$

Dari persamaan (3.90) dapat diambil kesimpulan bahwa pada profil baja yang sama apabila semakin panjang batang tersebut maka KL/r akan semakin besar, sehingga F_{cr} keseluruhan akan semakin kecil bahkan bisa lebih kecil dari F_{cr} plat, sehingga keruntuhan kolom diakibatkan oleh tekuk keseluruhan kolom. Sebaliknya, pada profil baja yang sama apabila semakin pendek batang tersebut, maka KL/r akan semakin kecil sehingga F_{cr} keseluruhan akan semakin besar bahkan bisa lebih besar dari F_{cr} plat, sehingga keruntuhan kolom disebabkan oleh tekuk lokal kolom.

3.5. Hubungan tanpa dimensi antara $\frac{P}{P_y}$ dengan $\frac{e}{a}$

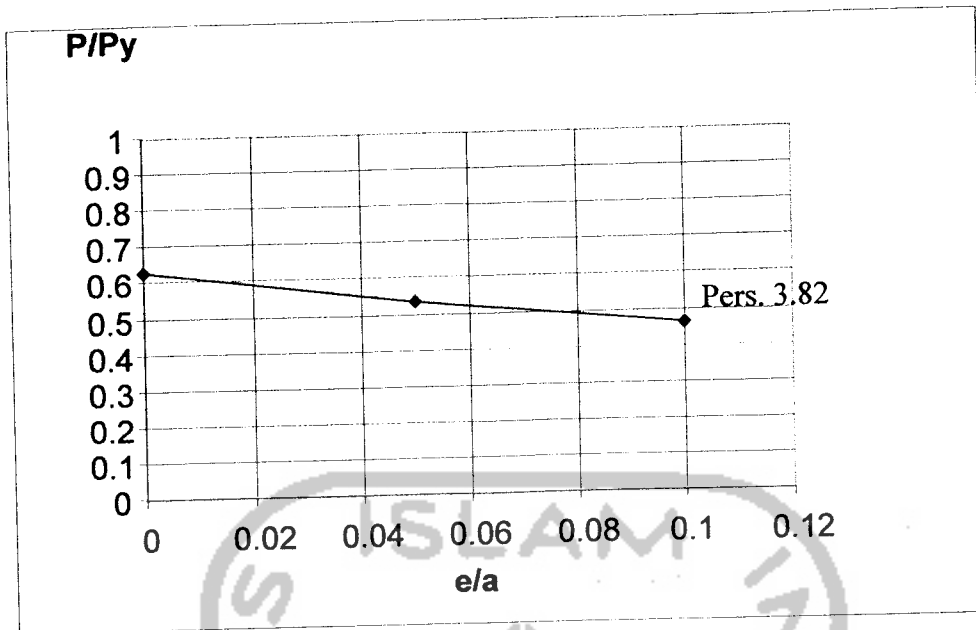
Hasil perhitungan beban (P) kolom untuk variasi eksentrisitas dibandingkan dengan nilai beban pada saat leleh (P_y), maka akan didapat rasio $\frac{P}{P_y}$ dengan rasio $\frac{e}{a}$.

Rasio $\frac{e}{a}$ didapat dari besarnya eksentrisitas (e) beban dibagi lebar penampang pendek (a).

Dalam penelitian ini nilai tegangan kritis (F_{cr}) yang digunakan sebagai batasan yaitu :Tegangan kritis kolom (F_{cr}) akibat leleh bahan ($F_y = 396.1$ MPa)

Persamaan 3.89 dapat dinyatakan dalam bentuk grafik hubungan

antara $\frac{P}{P_y}$ berbanding $\frac{e}{a}$ seperti pada Gambar 3.9 sebagai berikut



Gambar 3.12 Grafik hubungan antara $\frac{P}{P_y}$ dengan $\frac{e}{a}$

Dari gambar 3.12 dapat diketahui bahwa semakin besar eksentrisitas beban maka besarnya beban kritis yang dapat diterima kolom semakin kecil.

3.6 Hipotesis

Pada kolom tersusun dengan perangkat melintang dan diagonal dengan memberikan variasi h_0/h_m pada akan mempengaruhi nilai μ , semakin besar nilai h_0/h_m mengakibatkan nilai P_{cr} (beban kritis) semakin besar dan akan mengakibatkan tegangan kritis yang besar. Tegangan kritis lebih besar dari tegangan keseluruhan akan terjadi tekuk keseluruhan (*overall buckling*). Pembebanan kolom secara eksentris (e) dapat mempengaruhi kapasitas suatu kolom. Semakin besar nilai eksentrisitas maka besarnya beban kritis (P_{cr}) yang dapat diterima suatu kolom semakin kecil. Perangkat yang digunakan dapat berfungsi sebagai penguat, sehingga memperkecil tekuk lokal yang terjadi.