#### ВАВ ПІ

#### LANDASAN TEORI

#### 3.1 Balok Lentur

Komponen struktur yang mengalami lentur banyak dijumpai sebagai balok maupun gelagar. Salah satu contoh struktur yang mengalami lentur adalah balok sederhana (*simple beam*) yang penampangnya berbentuk I menerima beban terdistribusi (Gambar 3.1a), akibat beban tersebut balok menerima momen lentur (Gambar 3.1b) dan gaya geser (Gambar 3.1c).  $f_y < F_y$   $f_y = F_y$   $f_y > F_y$ 



Gambar 3.1. Balok statis tertentu dengan beban terdistribusi merata

Akibat momen, penampang balok mengalami tegangan lentur (bending stress) (Gambar 3.1e), sedangkan gaya geser menimbulkan tegangan geser.

<sup>J</sup> Dalam keadaan penampang balok masih elastis, distribusi tegangan lentur pada penampang balok adalah linier. Tegangan pada serat yang letaknya y dari sumbu netral adalah:

$$\mathbf{f}_{\mathrm{b}} = \pm \frac{M.y}{I} \tag{3.1}$$

dengan: M= momen pada penampang yang ditinjau

y= jarak serat yang ditinjau dari sumbu netral

I= momen inersia

Tegangan maksimum akibat momen terjadi pada serat terluar yaitu serat yang letaknya terjauh dari sumbu netral. Jika penampang balok simetris dan jarak serat terluar ke sumbu netral dinyatakan dengan C, maka tegangan maksimumnya adalah:

$$f_{\rm b} = \pm \frac{M.C}{I} \tag{3.2}$$

karena I/C =S, Persamaan 3.2 dapat ditulis kembali dalam bentuk

$$f_{b} = \pm \frac{M}{S}$$
(3.3)

dengan: S= modulus potongan (section modulus)

Tegangan maksimum mulai terjadi ke serat sebelah dalam dan juga tidak ada tegangan yang melebihi tegangan yang lebih besar dari pada tegangan maksimum (Gambar 3.1f). Akibat penambahan beban, akan tercapai keadaan dimana seluruh serat mengalami tegangan sebesar tegangan maksimum. Dalam keadaan ini serat berada pada kondisi plastis. Tanda positif menunjukkan tegangan tarik, tanda negatif menunjukkan tegangan tekan, dengan demikian balok dapat dipandang sebagai gabungan komponen tarik dan komponen tekan. Perhatian perlu diberikan kepada bagian penampang yang mengalami tegangan tekan, karena bagian ini dapat mengalami peristiwa tekuk (*buckling*). Untuk mencegah peristiwa tekuk, pada bagian penampang yang mengalami tekan diberi pengaku transversal atau longitudinal.

Pada balok papan baik sayap maupun badannya relatif langsing sehingga ada kemungkinan tegangan kritisnya dipengaruhi oleh kelangsingan sayap  $(b/2t_f)$ , kelangsingan elemen badan  $(h/t_w)$ , dan jarak antar pengaku (a/h).

Tegangan kritis gelagar plat dari baja merupakan fungsi :

$$F_{er} = f\left(\frac{b}{2t_f}, \frac{h}{t_w}, \frac{a}{h}\right)$$
(3.4)

dengan: b= lebar sayap profil,  $t_f$ = tebal sayap profil, h= tinggi badan profil,  $t_w$ = tebal badan profil, a= jarak antar pengaku

# 3.2 Balok Susun Profil I Dengan Paku

Balok dengan profil I ternyata lebih hemat daripada balok segiempat karena ternyata hanya serat tepi atas dan bawah sajalah yang dibebani tegangantegangan yang besar, sehingga akan lebih hemat kalau bagian serat atas dan bawah diletakkan sejauh mungkin dari sumbu netral. Ini berarti bahwa momen lembamnya menjadi bertambah besar.



Gambar 3.2 Profil I dengan paku

Balok-balok papan disusun membentuk penampang I dengan menggunakan paku (Gambar 3.2a). Akibat penggunaan paku tersebut, maka luas penampang berkurang. Untuk mengatasi hal tersebut, maka diatur pemasangan dan perhitungan jumlahnya. Selain itu, untuk memperkuat struktur balok itu sendiri, maka dipasang pengaku transversal (Gambar 3.3).



Gambar 3.3. Balok papan profil I dengan pengaku

#### 3.3 Tekuk Vertikal pada Pelat Sayap

Gelagar yang melengkung, yang tampak diperbesar pada Gambar 3.4, kurvatur tersebut memperbesar komponen-komponen gaya flens yang menyebabkan tekan pada pinggir-pinggir badan balok yang berdekatan dengan flens tersebut. Apabila badan balok tersebut tetap stabil pada saat terkena komponen-komponen gaya tersebut, berarti badan tidak mengalami tekuk vertikal. Mengacu ke Gambar 3.4, deformasi  $\varepsilon_{j}dx$  yang terakumulasi di sepanjang

jarak dx adalah

$$\varepsilon_{f}dx = d\theta \frac{h}{2}$$

$$d\theta = \frac{2}{h}\varepsilon_{f}dx$$
(3.5)
(3.6)

Pada Gambar 3.5a, Komponen vertikal yang menyebabkan tekan adalah  $\sigma_{f}A_{f}d\theta$ . Setelah dibagi dengan luas  $t_{w}dx$  untuk mendapatkan tegangan tekan  $f_{c}$  seperti terlihat pada Gambar 3.5b, kita dapat mensubstitusi Persamaan 3.6 untuk  $d\theta$ ,

$$f_c = \frac{\sigma_f A_f d\theta}{t_w dx} = \frac{2\sigma_f A_f \varepsilon_f}{t_w h}$$
(3.7)



Gambar 3.4 Gaya-gaya yang terjadi akibat kurvatur pada gelagar



Gambar 3.5 Tekuk vertikal pada badan

dengan memisalkan  $A_w = t_w h$ , maka

$$f_c = \frac{2A_f}{A_{rr}} \sigma_j \varepsilon_f \tag{3.8}$$

dan nilai

$$\varepsilon_f = \frac{\left(F_r + F_{yf}\right)}{E} \tag{3.9}$$

sehingga Persamaan 3.8 menjadi

$$f_c = \frac{2A_f}{A_w} \sigma_f \frac{\left(F_r + F_{yf}\right)}{E}$$
(3.10)

dengan rumus tegangan kritis,

$$F_{\rm cr} = \frac{\pi^2 Ek}{12(1 - \mu^2)\left(\frac{h}{t_w}\right)^2}$$
(3.11)

dengan menyamakan Persamaan (3.8) dan Persamaan (3.11), maka

$$\frac{h}{t_{w}} = \sqrt{\frac{\pi^{2} E k}{24 (1 - \mu^{2})}} \left(\frac{A_{f}}{A_{w}}\right) \left(\frac{1}{\sigma_{f} \varepsilon_{f}}\right)$$
(3.12)

Untuk mencegah terjadinya tekuk maka nila<br/>i $f_c < {\rm F_{cr}}$ 

# Gambar 3.6 menunjukkan nilai k akibat gaya tekan pada pelat sayap.



Gambar 3.6 Koefisien tekuk vertikal pada pelat sayap

15

۰.

#### 3.4 Tekuk pada Bidang Badan

#### 3.4.1 Lentur pada Bidang Badan

Balok papan dengan pengaku bisa dianggap sebagai gelagar plat. Elemen badan pada balok papan akan mengalami lentur (Gambar 3.7a) dan mengalami geser (Gambar 3.7b)



Gambar 3.7 Perilaku elemen badan

Penurunan harga k secara teoritis untuk lentur dijabarkan oleh Timoshenko-Krieger(1959). Untuk sembarang jenis pembebanan, k bergantung pada aspect ratio a/h dan kondisi tumpuan sepanjang tepi.



Gambar 3.8 Koefisen tekuk untuk plat yang mengalami lentur murni ( Sumber Salmon CG & Johnson JE, 1986)

Dari Gambar 3.8 dijelaskan bahwa:

- Untuk jepit sempurna:  $k_{min}$  39,6
- Untuk tumpuan sederhana:  $k_{min} = 23,9$

Pada penelitian ini dipakai  $k_{min} = 23,9$  yaitu dianggap tumpuan sederhana.

#### 3.4.2 Tekuk Elastis Akibat Geser Murni

Menurut Timoshenko dan Woinowski-Krieger(1959) bahwa tipikal untuk

kasus geser murni :

$$\tau_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)(\text{sisi pendek/t})^2}$$
(3.13)

dimana untuk kasus tumpuan sederhana :

$$k = 5,34 + 4,0 \left( \frac{\text{sisi pendek}}{\text{sisi panjang}} \right)^2$$
(3.14)

Pengaku antara transversal dengan jarak yang teratur mampu memperbesar kekuatan badan balok untuk memikul geser. Parameter stabilitas yang berpengaruh adalah rasio kelangsingan elemen badan (h/t) dan rasio jarak antar pengaku (a/h).



Gambar 3.9 Dua kasus jarak antar pengaku antara

Untuk perencanaan, dengan : h= tinggi badan tanpa sokongan

#### *a*= jarak antar pengaku

Jika  $a/h \le 1$  (lihat Gambar 3.9a), maka Persamaan 3.13 menjadi:

$$\pi_{cr} = \frac{\pi^2 \mathrm{E}[5,34+4,0(a/h)^2](h/a)^2}{12(1-\mu^2)(a/t)^2(h/a)^2}$$
(3.15)

Jika  $a/h \ge 1$  (lihat Gambar 3.9b), maka Persamaan 3.13 menjadi:



Gambar 3.10 Koefisien tekuk untuk plat yang mengalami geser murni (Sumber Trahair N.S & Bradford M.A. 1977)

Dari persamaan (3.15) dan (3.16) di atas diketahui bahwa jika kita hendak memakai rasio kelangsingan badan (h/t) sebagai rasio stabilitas pada penyebut, maka dua persamaan untuk k diperlukan. Untuk semua harga a/h, persamaan tegangan geser kritisnya,

$$\tau_{\rm cr} = \frac{\pi^2 Ek}{12 \left(1 - \mu^2\right) {h_t}^2}$$
(3.17)

dengan nilai k seperti tampak pada Gambar 3.10 :

$$k=4,0+[5,34/(a/h)^2] , \text{ untuk } a/h \le 1$$

$$k=[4,0/(a/h)^2+5,34 , \text{ untuk } a/h \ge 1$$
(3.18)

sehingga:

$$C_{v} = \frac{\tau_{cr}}{\tau_{y}} = \frac{\pi^{2} Ek}{\tau_{y}(12)(1-\mu^{2})(h/t)^{2}}$$
(3.19)

dengan:  $C_v$ =perbandingan antara tegangan geser pada saat tertekuk dan leleh.

## 3.5 Tekuk Elastis Pada Pelat Sayap

Elemen sayap yang terbuat dari pelat, pada komponen balok papan dengan profil I terdiri dari dua elemen yaitu sayap atas yang menahan tekan dan sayap bawah yang menahan tarik (Gambar 3.11)



Gambar 3.11 Perilaku elemen sayap

Pada Gambar 3.11 terlihat elemen sayap tumpuannya terletak di tengah pelat sayap, sehingga dalam perhitungan lebar dari sayap (b) dihitung setengahnya.

Pada elemen sayap tekan, pelatnya akan mengalami tekuk lokal yang dapat menyebabkan terjadinya kegagalan prematur pada keseluruhan penampang,

atau setidaknya akan menyebabkan tegangan tidak merata dan mengurangi kekuatan seluruhnya. Menurut *Salmon dan Johnson (1990)*, tegangan tekuk elastis teoritik atau tegangan kritis untuk plat sayap dapat dinyatakan sebagai:

$$F_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \mu^2) (b/a)^2}$$
(3.20)

Nilai k tergantung pada tipe tegangan, kondisi tumpuan tepi dan rasio panjang terhadap lebar (aspek rasio) dari plat yang bersangkutan. Gambar 3.12 menunjukkan variasi nilai k terhadap aspek rasio a/b untuk berbagai kondisi tumpuan ideal *(Salmon dan Johnson.1990)* 



Gambar 3.12 Koefisien tekuk elastik untuk tekuk pada plat (Sumber Salmon CG & Johnson JE, 1986)



Gambar 3.13 Koefisien tekuk untuk plat dengan tumpuan sederhana bebas (Sumber Trahair N.S & Bradford M.A, 1977)

Terlihat bahwa untuk plat dengan kondisi tumpuan jepit-jepit (A) nilai  $k_{min}=6.79$ . Untuk plat dengan tumpuan sederhana-jepit (B) nilai  $k_{min}=5.42$ . Sedangkan plat dengan tumpuan sederhana-sederhana nilai  $k_{min}=4$ . Dan untuk plat jepit bebas nilai  $k_{min}=1.277$ , serta untuk plat dengan tumpuan sederhana bebas nilai  $k_{min}=0.425$ . Dalam penelitian ini berdasarkan Gambar 3.12 dipakai plat dengan tumpuan sederhana bebas yaitu pada titik E dengan nilai  $k_{min}=0.425$ 

Berdasarkan pada Gambar 3.13 dimana grafik mengambarkan keadaan yang lebih spesifik tentang Koefisien tekuk untuk plat dengan tumpuan sederhana-bebas dengan nilai  $k_{min}$ =0.425

#### 3.6 Kekuatan Lentur Batas Pada Gelagar

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan oleh *Charles G. Salmon dan John E. Johnson* dengan bahan penelitiannya adalah baja profil I dengan mutu baja A36, badan akan tertekuk akibat tegangan lentur. Seperti telah dijabarkan sebelumnya, tekuk seperti ini tidak menyebabkan gelagar kehilangan daya gunanya. Gambar 3.14 menunjukkan kapasitas momen batas suatu gelagar yang dipengaruhi oleh h/t. Kapasitas momen batas gelagar yang tinggi merupakan fungsi dari:

$$M_{u} = f\left\{\frac{h}{t}, \frac{L}{r_{y}}, \frac{b}{t_{f}}, \frac{A_{w}}{A_{f}}\right\}$$
(3.21)

dimana : h/t = menen tukan ketidakstabilan badan (tekuk lentur)

L/r<sub>Y</sub> = menentukan ketidak-stabilan lateral pada sayap (tekuk puntir lateral)

 $b/t_{\rm f}$  = menentukan tekuk setempat (atau tekuk puntir) pada sayap

 $A_w/A_f$  = menentukan pengaruh purna tekuk badan pada sayap

Dengan anggapan bahwa tekuk puntir lateral dan tekuk setempat dicegah seperti anggapan yang digunakan pada Gambar 3.14, variabel dari fungsi di atas menjadi :



Gambar 3.14 Kekuatan lentur gelagar yang dipengaruhi oleh tegangan lentur pada plat badan (baja A36)

# 3.7 Hubungan Momen-Kelengkungan

Perilaku struktur yang mengalami lentur dapat diketahui dari hubungan momen-kelengkungan yang menggambarkan perilaku balok pada berbagai kondisi, yaitu saat kondisi elastis, leleh, elastis-plastis dan plastis. Gambar 3.15 adalah sebuah balok sederhana dengan penampang I yang menerima beban terpusat P.

Teori defleksi balok dipengaruhi oleh geometri atau kinematika dari sebuah elemen balok. Kinematika dasar yang menghipotesa bahwa irisan-irisan yang berbentuk bidang datar akan tetap merupakan bidang datar selama berdeformasi.

Elemen differensial balok untuk lentur murni ditunjukkan pada Gambar 3.15. Sumbu u dan v pada potongan melintang, adalah sumbu utama yang ditunjukkan pada Gambar 3.15b.



(a) Tampak samping

(b) Potongan melintang

Gambar 3.15 Deformasi segmen balok dalam lenturan

AB adalah garis netral, pada garis netral ini garis tidak memendek ataupun memanjang. Regangan pada garis netral di dapatkan dari persamaan:

$$\mathcal{E}_{x} = \frac{\text{Panjang akhir - panjang mula-mula}}{\text{panjang mula-mula}}$$
(3.23)

dengan substitusi, didapat

.

$$\mathcal{E}_{x} = \frac{(\rho + v) d\theta - \rho d\theta}{\rho d\theta} \qquad v$$
(3.24)

Hubungan dasar antara kurva elastis dan regangan linier, didapat

$$\phi = 1/\rho = \mathbf{k} = -\varepsilon_{\rm x}/\nu \tag{3.25}$$

karena sifat beban tidak di perhitungkan, maka hubungan ini digunakan untuk masalah-masalah elastis maupun tidak.

$$\sigma x = E \varepsilon_{x}$$
sehingga
$$\varepsilon_{x} = \frac{Muv}{Elu}$$
(3.26)
(3.27)

Substitusi Persamaan (3.27) ke Persamaan (3.25) akan diperoleh

$$\phi = \mathbf{k} = \frac{1}{\rho} = \frac{\mathbf{M}u}{\mathbf{E}\mathbf{I}u}$$
(3.28)

dalam koordinat kartessian kurva kelengkungan didefinisikan

$$\phi = \mathbf{k} = \frac{1}{\rho} = \frac{\pm d^2 v (dx^2)}{\left[1 + (dv - dx)^2\right]^{3/2}}$$
(3.29)

karena kemiringan dv/dx dari kurva elastis adalah sangat kecil, maka

$$\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 \approx 0 \tag{3.30}$$

persamaan (3.30) disubstitusikan ke persamaan (3.29)

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EIu}$$
(3.31)
  
M

$$EIu = \frac{1}{(d^2v/dx^2)}$$
 (3.32)

Dari pengujian kuat lentur didapat defleksi pada titik-titik pembebanan dan pada tengah bentang. Pendekatan kemiringan menggunakan metode *Finite Difference*.



$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{\Delta x^2}$$
(3.34)

$$\phi = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{\Lambda x^2}$$
(3.35)

mengacu kepada Gambar 3.16 didapat momen ( M )

mengacu kepada Gambar 3.16 didapat momen (M)

$$M = 1/3 PL$$
 (3.36)

Sehingga dapat disimpulkan besar EI dengan rumus :

$$EI = M/\phi \tag{3.37}$$

$$M = EI\phi$$
(3.38)

$$M = EI d_{v}^{2} / d_{x}^{2}$$
(3.39)

Dengan menganggap stabilitas lateral sayap tekan memadai, perencanaan balok didasarkan pada pencapaian kekuatan lentur penampang maksimum. Distribusi tegangan pada profil sayap lebar tipikal yang mengalami momen lentur yang semakin besar diperlihatkan pada Gambar 3.1. Kekakuan ini didasarkan pada bahan yang tetap elastis sampai titik leleh tercapai, setelah itu, tambahan regangan tidak menimbulkan kenaikan tegangan. Pada saat tegangan leleh ( $F_y$ ) tercapai diserat terluar ( $S_x$ ) (Gambar 3.1e.) kapasitas momennya disebut momen leleh ( $M_y$ ) dan dapat dihitung sebagai

$$M_y = F_y S_x \tag{3.40}$$

Bila kondisi pada Gambar 3.1g tercapai, regangan pada setiap serat sama dengan atau lebih besar dari  $\varepsilon_y = F_y/E_y$ ; dengan kata lain serat berada pada daerah plastis.Besarnya momen plastis yaitu dimana seluruh serat berada pada daerah plastis. Kapasitas momennya disebut momen plastis (M<sub>p</sub>) dan besarnya adalah

$$M_{p} = f_{b} \int_{A} y. dA \qquad (3.41)$$

Dengan  $z = \int y dA$ , maka

$$M_{p} = f_{b.}z \tag{3.42}$$

Dimana z = modulus plastis

Terlihat bahwa rasio Mp/My adalah sifat bentuk penampang lintang dan tidak bergantung pada sifat bahan. Rasio ini disebut faktor bentuk f

$$f = \frac{Mp}{My} = \frac{z}{S}$$
(3.43)

Untuk profil I yang mengalami lentur terhadap sumbu kuat (x - x), faktor bentuk berkisar antara 1.09 dan 1.18 dengan harga yang umum sebesar 1.12.

Hubungan Momen (M) dan Kelengkungan (\$) ditunjukkan pada Gambar 3.17 (Roufaiel dan Meyer, 1983).



Gambar 3.17 Grafik momen kelengkungan

### 3.8 Hubungan Beban-Lendutan

Apabila suatu beban menyebabkan timbulnya lentur, maka balok pasti mengalami lendutan. Meskipun sudah dicek aman terhadap lentur dan geser, suatu balok bisa tidak layak apabila balok terlalu fleksibel. Defleksi yang terlalu berlebihan harus dihindari karena defleksi yang terlihat dengan mata dapat mengurangi keyakinan terhadap kekuatan struktur. Hubungan antara beban yang bekerja P pada gelagar dengan lendutan  $\Delta$  yang ditimbulkan akibat beban tersebut akan ditunjukkan oleh diagram beban-lendutan.

Lynn S. Beedle (1958) menyimpulkan bahwa balok dukungan sederhana yang diberi beban memiliki satu titik yang momennya maksimum. Makin besar beban yang diberikan, makin besar pula momennya. Jika beban besar, material akan terdeformasi semakin cepat dan defleksinya juga akan semakin besar.



Gambar 3.20 Diagram geser

Hubungan beban-lendutan ditunjukkan oleh:

$$\Delta = \frac{23 \text{ P. L}^3}{648 \text{ E.I}}$$
(3.44)

dengan: $\Delta$  = defleksi balok, P= beban balok, E= modulus elastis bahan, L = panjang bentang balok, I = momen inersia penampang Hubungan beban – lendutan pada balok yang dibebani lentur dapat disederhanakan menjadi bentuk bi-linier seperti pada Gambar 3.21



Gambar 3.21 Hubungan beban dan lendutan pada balok

Pada daerah I yaitu pada daerah praretak, balok masih bersifat elastis penuh, tegangan tarik maksimal yang terjadi pada kayu masih lebih kecil dari kuat tarik lentur kayu, kekakuan lentur EI balok masih mengikuti modulus elastisitas (Ec) kayu dan momen inersia penampang balok kayu.

Pada daerah II atau daerah pasca layan, dimana tegangan pada daerah ini sudah mencapai tegangan maksimum, pada daerah ini diagram lendutan lebih landai daripada daerah-daerah sebelumnya. Hal ini karena semakin berkurangnya kekakuan lentur akibat bertambahnya jumlah dan lebar retak disepanjang bentang.

#### 3.9 Daktilitas

Prosedur perencanaan selalu didasarkan atas kekuatan ultimit yang membutuhkan kesatuan daktilitas yang besar, terutama untuk memperbaiki tegangan-tegangan dekat lubang atau perubahan yang mendadak pada bentuk batang seperti untuk perencanaan sambungan.

Kelakuan inelastis yang daktil bisa meningkatkan beban yang mampu dipikul batang dibanding dengan beban yang ditahan jika struktur tetap dalam keadaan elastis. Bila seluruh tinggi balok meleleh, diperoleh batas atas dari kekuatan momen yang disebut kekuatan plastis.

Proses pembebanan diluar daerah elastis adalah menyebabkan perubahan pada daktilitasnya. Sedangkan daktilitas itu sendiri adalah perbandingan antara

$$Daktilitas = \frac{\varepsilon_{tot}}{\varepsilon_{y}}$$

dimana :  $\varepsilon_{tot}$  = regangan total

 $\varepsilon_v = regangan pada saat leleh$ 

Dalam penelitian, setelah didapat besarnya lendutan dari hubungan beban lendutan maka daktilitas simpangan dapat dicari dengan:

$$\mu_{\text{simpangan}} = \frac{\Delta_{\text{tot}}}{\Delta_{\text{v}}}$$
(3.46)

dimana : µ<sub>simpangan</sub>= daktilitas simpangan

 $\Delta_v$  = lendutan pada leleh pertama

 $\Delta_{tot} = lendutan total$ 

(3.45)

Sedangkan daktilitas kelengkungan diperoleh dari hubungan momen kelengkungan yaitu perbandingan antara  $\phi_{tot}/\phi_y$ , yang disajikan dalam rumus

$$\mu_{\text{kelengkungan}} = \frac{\phi_{\text{tot}}}{\phi_{y}}$$
(3.47)

dimana:  $\mu_{kelengkungan} = daktilitas kelengkungan$ 

 $\phi_y$  = kelengkungan leleh pertama

