

**ESTIMASI INTERVAL BAGI FUNGSI TAHAN HIDUP DARI  
DATA BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL DUA PARAMETER  
TERSENSOR TIPE II  
(Studi Kasus: gol tercepat dalam Piala Dunia)**

**TUGAS AKHIR**

**Diajukan Sebagai Salah Satu Untuk Memperoleh Gelar Sarjana**

**Jurusan Statistika**



**Shofyan Hadi**

**07611002**

**JURUSAN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA  
JOGJAKARTA  
2011**

## HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING

### TUGAS AKHIR

Judul : Estimasi Interval Bagi Fungsi Tahan Hidup dari Data Berdistribusi Eksponensial Dua Parameter Tersensor Tipe II (Studi Kasus: lamanya gol tercepat dalam Piala Dunia)

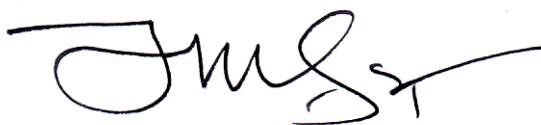
Nama Mahasiswa : Shofyan Hadi

Nomor Mahasiswa : 07 611 002

TUGAS AKHIR INI TELAH DIPERIKSA DAN DISETUJUI UNTUK DIUJIKAN

Yogyakarta, 14 Juni 2011

Pembimbing



(Prof. Akhmad Fauzy, S.Si., M.Si., Ph.D)

**HALAMAN PENGESAHAN  
TUGAS AKHIR**

**ESTIMASI INTERVAL BAGI FUNGSI TAHAN HIDUP DARI  
DATA BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL DUA PARAMETER**

**TERSENSOR TIPE II**

(Studi kasus: gol tercepat dalam Piala Dunia)

**Nama Mahasiswa : Shofyan Hadi**

**Nomor Mahasiswa : 07 611 002**

**TUGAS AKHIR INI TELAH DIUJIKAN  
PADA TANGGAL 11 Juli 2011**

**Nama Penguji:**

1. M. Fatekurohman S.Si., M.Si.
2. Edy Widodo, S.Si, M.Si
3. Prof. Akhmad Fauzy, S.Si., M.Si., Ph.D

**Tanda Tangan**





## HALAMAN PERSEMBAHAN

Karya kecilku ini akan ku persembahkan untuk:

**Ayahanda 'Drs. H. Suherman' & Ibunda 'Hj. Hijrawati'**

*Walaupun jauh dari kampung halaman tercinta namun semua harapan, kerja keras dan do'a ibu & ayah yang tak pernah berhenti selama ini yang mampu membuat Ananda semangat dalam menuntut ilmu.*

*Trima Kasih untuk semua.*

*Ananda Cuma bisa memberikan sedikit kebahagiaan ini buat kalian..... tapi Ananda akan terus dan terus berusaha untuk selalu membahagiakan kalian dan memberikan yang terbaik untuk kalian.....*

*I just wanna say,, "I LOVE YOU,, VERY VERY LOVE YOU FOREVER"  
(And now I try hard to make it,, I just want to make you proud.....)*

**Bang Firman,, Sherty,, dan Sherpi**

*Terima kasih atas semangatnya buat Ananda selama ini..... Kalian adalah abang dan adik-adik ananda yang paling the BEST,, LOVE YOU ALL.....*

## HALAMAN MOTTO

*Hidup itu Indah, tapi tak selamanya hidup itu indah..*

Kita baru merasakan begitu berartinya seorang sahabat ketika  
Kita dan Sahabat berpisah untuk jangka waktu pertemuan yang  
tak menentu...

Janganlah mengambil Keuntungan dari Organisasi,  
namun berikanlah keuntungan kepada Organisasi  
(KH.Ahmad Dahlan)

Dalam melakukan sesuatu hanya ada dua hal  
kemungkinan yang terjadi, Sukses atau Belajar lagi..

## KATA PENGANTAR



*Assalaamu'alaikum Wr . Wb .*

Alhamdulillah, segala puji dan syukur kehadiran Allah SWT penulis ucapkan atas segala rahmat dan karuniaNya, sehingga penulisan Laporan Tugas Akhir ini dapat diselesaikan sesuai dengan waktu yang direncanakan. Sholawat serta salam tak lupa penulis haturkan pada junjungan Nabi Muhammad SAW beserta keluarga dan para sahabat yang setia mengikuti ajaran-ajarannya dan orang-orang yang telah berjihad demi tegaknya agama Allah di muka bumi ini hingga akhir zaman.

Penulisan Tugas Akhir ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana di Jurusan Statistika. Penulis menyadari Tugas Akhir ini masih banyak memiliki kekurangan dan masih jauh dari kesempurnaan, meski segenap pengetahuan dan kemampuan telah penulis curahkan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun akan penulis terima dengan senang hati.

Pada kesempatan ini tak lupa penulis mengucapkan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada:

1. Bapak Yandi Syukri, M.Si., Apt. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Indonesia;
2. Ibu Kariyam, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia;

3. Bapak Prof. Akhmad Fauzy, S.Si., M.Si., Ph.D, selaku dosen pembimbing yang telah memberikan arahan dan bimbingan kepada penulis sehingga laporan ini dapat terselesaikan dengan baik;
4. Keluarga besarku di rumah, Ibu dan Ayah, yang senantiasa memberikan cinta, kasih sayang dan doanya serta selalu mensupport penulis dengan segala pengorbanannya yang tulus dan suci, juga untuk semua kakak dan adik tersayang atas dukungannya;
5. Anak – anak Rumah Jalan Magelang, atas keceriaan dan kebersamaannya selama ini;
6. Teman-teman Statistika UII angkatan 2007 yang selalu menyemangati dan mewarnai hari – hariku, sehingga membuatku senang dan nyaman kuliah di UII;
7. Semua pihak-pihak yang secara langsung maupun tidak langsung telah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Akhir kata, penulis berharap semoga tugas akhir ini sepenuhnya dapat bermanfaat bagi semua pihak yang membaca dan berkepentingan.

*Wassalamu'alaikum Wr. Wb.*

Yogyakarta, Juni 2011

Shofyan Hadi

## DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING .....	ii
HALAMAN PENGESAHAN TUGAS AKHIR .....	iii
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	iv
HALAMAN MOTTO.....	v
KATA PENGANTAR .....	vi
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiii
PERNYATAAN.....	xiv
INTISARI.....	xv
ABSTRACT.....	xvi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Jenis Penelitian dan Metode Analisis.....	4
1.4 Tujuan Penelitian.....	4
1.5 Manfaat Penelitian.....	4



## BAB II LANDASAN TEORI

2.1	Survival Analisis .....	5
2.2	Distribusi Eksponensial .....	7
2.3	Penyensoran .....	8
2.3.1	Sensor Lengkap.....	8
2.3.2	Sensor Tipe I .....	9
2.3.3	Sensor Tipe II.....	9
2.4	Fungsi Tahan Hidup.....	10

## BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1.	Populasi dan Sampel Penelitian.....	11
3.2	Variabel Penelitian.....	11
3.3.	Sumber Data .....	11
3.4.	Langkah-Langkah Penelitian.....	12
3.5	Metode Analisis Data.....	13

## BAB IV PEMBAHASAN

4.1.	Data.....	14
4.2.	Parameter $\theta$ dan $\mu$ .....	15
4.2.1	Estimasi Titik untuk Parameter $\hat{\theta}$ dan $\hat{\mu}$ .....	15
4.2.2	Interval Konfidensi untuk Estimasi Parameter $\hat{\theta}$ .....	16
4.2.3	Interval Konfidensi untuk Estimasi Parameter $\hat{\mu}$ .....	17
4.3.	Fungsi Tahan Hidup ( $S_t$ ) .....	18

4.3.1	Estimasi Titik Fungsi Tahan Hidup ( $S_t$ ).....	18
4.3.2	Interval konfidensi Fngsi Tahan Hidup.....	19

BAB V PENUTUP

5.1	Kesimpulan.....	21
5.2	Saran.....	22

DAFTAR PUSTAKA

RINGKASAN TUGAS AKHIR

LAMPIRAN



## DAFTAR TABEL

Nomor	Judul	Halaman
1	Batas Bawah dan Batas Atas untuk estimasi tahanan hidup Untuk $t = 45$ detik dan $t = 75$ detik.....	20



## DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul	Halaman
1	Langkah-langkah Penelitian	12



## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 : Data lamanya 11 gol tercepat dalam Piala Dunia



## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi dan sepanjang pengetahuan saya, juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan diterbitkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 14 Juni 2011

Penulis,

Shofyan Hadi



**ESTIMASI INTERVAL BAGI FUNGSI TAHAN HIDUP DARI  
DATA BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL DUA PARAMETER  
TERSENSOR TIPE II**

**(Studi Kasus: gol tercepat dalam Piala Dunia)**

**INTISARI**

Penelitian tugas akhir ini bertujuan untuk mengetahui berapa besarnya probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia. Jenis data yang digunakan adalah data sekunder yang bersumber dari FIFA. Metode analisis yang dipakai adalah *Survival Analysis* atau analisis uji hidup. Data lamanya gol tercepat dalam Piala Dunia diasumsikan berdistribusi eksponensial dua parameter tersensor tipe II. Dari perhitungan yang dilakukan, diperoleh besarnya probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia pada detik ke-45 adalah 0.418 dan pada detik ke-75 adalah 0.194.

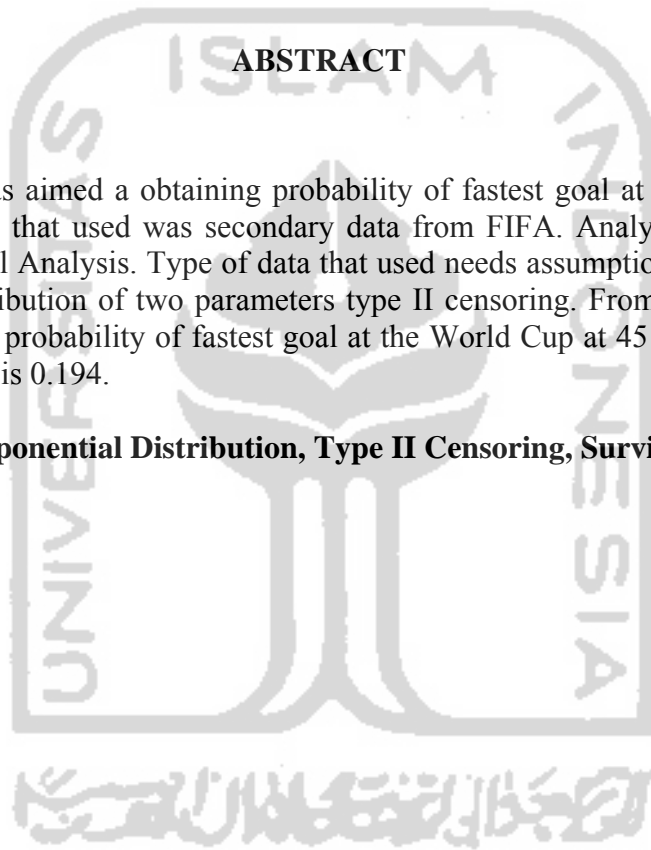
**Kata kunci : Distribusi Eksponensial, Sensor Tipe II, *Survival Analysis***

**INTERVAL ESTIMATION FOR SURVIVOR FUNCTION ON  
DATA TWO PARAMETERS EXPONENTIAL DISTRIBUTION  
UNDER TYPE II CENSORING  
(Case Study : fastest goals at the World Cup)**

**ABSTRACT**

This research was aimed a obtaining probability of fastest goal at the World Cup. The type of data that used was secondary data from FIFA. Analysis Method that used was survival Analysis. Type of data that used needs assumption that sample is exponential distribution of two parameters type II censoring. From the calculation obtained that the probability of fastest goal at the World Cup at 45 second is 0.418 and at 75 second is 0.194.

**Kata kunci : Exponential Distribution, Type II Censoring, Survival Analysis**





# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1.LATAR BELAKANG MASALAH

Sepak bola merupakan salah satu olahraga yang paling populer di muka bumi. Sepak bola adalah permainan yang dimainkan oleh dua tim dimana setiap tim terdiri dari 11 orang. Sepak bola sudah dikenal sejak ribuan tahun yang lalu. Bukti ilmiah yang bisa didapat adalah adanya permainan semacam sepak bola di negeri Cina. Kala itu, dinasti Han melatih tentara menggunakan “*tsu-chu*” untuk latihan fisiknya, yaitu latihan menendang bola kulit memasukkan ke dalam jaring kecil yang diikatkan pada batang-batang bambu panjang. Pemain membidikkan bola ke dalam jaring kecil menggunakan kaki, dada, punggung, serta bahu sambil berusaha menahan serangan dari lawan. Sepak bola modern sendiri muncul di Inggris dengan berdirinya FA atau *Football Association* (FIFA,2011).

Piala Dunia sepak bola atau sering disingkat sebagai Piala Dunia adalah kompetisi terpenting dalam dunia [sepak bola](#) internasional yang diselenggarakan oleh *Fédération Internationale de Football Association* ([FIFA](#)). Organisasi sepakbola dunia FIFA telah membahas rencana menyelenggarakan Piala Dunia sejak pertama kali organisasi ini dibentuk tahun 1904 tapi baru terealisasi di awal abad ke-20. Namun, pada pertengahan tahun 1920-an saat keprofesionalan penyelenggaraan turnamen mulai mengakar di Eropa dan Amerika Selatan, FIFA

memutuskan untuk menyelenggarakan turnamen sendiri dan akhirnya memilih Uruguay, juara Olimpiade 1924 dan 1928 untuk menjadi tuan rumah Piala Dunia 1930.

Apa yang selalu dinantikan dalam pertandingan sepak bola? Tentu saja gol dan gol. Apalagi, jika gol itu lahir dengan sangat cepat hanya beberapa menit atau bahkan detik setelah *kick off* dimulai. Dalam sejarah piala dunia, gol pertama dalam pertandingan piala dunia dihasilkan oleh Lucien Laurent dari tim nasional Perancis yang dijaringkan ke gawang tim nasional Meksiko pada menit 19. Namun gol tercepat pada ajang ini sempat dibuat oleh Adalbert Desu dari tim nasional Rumania saat berhadapan dengan tim nasional Peru dalam waktu 50 detik saja pada Piala Dunia 1930. Pada Piala Dunia 1962, rekor gol tercepat Piala Dunia sempat dipatahkan oleh Vaclav Masek dari tim nasional Cekoslowakia yang dihasilkan saat berhadapan dengan tim nasional Meksiko pada detik 15. Akhirnya pada tahun 2002 rekor gol tercepat yang bertahan sampai sekarang dicetak oleh Hakan Sukur dari tim nasional Turki saat berhadapan dengan tim nasional Korea Selatan hanya dengan waktu 11 detik.

Dalam proses terciptanya gol memerlukan durasi waktu. Dimulai dari proses *Kick Off* sampai terciptanya gol. Dengan menggunakan analisis tahan hidup, maka dapat diketahui berapa durasi waktu gol tercepat dalam Piala Dunia. Analisis uji hidup (*survival analysis*) adalah suatu penelitian tentang tahan hidup dari suatu unit atau komponen. Salah satu fungsi dari uji tersebut adalah untuk menguji daya tahan atau keandalan suatu penelitian industri (Lawless, 1982). Namun dalam penelitian ini analisis uji hidup tersebut akan diaplikasikan pada

bidang olahraga yaitu sepakbola. Fungsi tahan hidup adalah probabilitas sebuah individu yang dipilih secara acak akan bertahan untuk waktu tertentu (Lawless,1982).

Dalam analisis uji hidup ini, perhitungan yang dilakukan adalah menghitung prediksi parameter waktu hidup, menghitung besarnya probabilitas untuk fungsi tahan hidup. Dalam melakukan perhitungan, nilai yang dihitung berdasarkan pada nilai estimasi titik dan interval konfidensi pada estimasi parameter waktu hidup.

Dalam analisis uji hidup, dikenal istilah sensor data. Sensor data terbagi menjadi tiga yaitu sensor lengkap, sensor tipe I dan sensor tipe II. Sensor tipe II merupakan pengujian sejumlah sampel komponen penelitian eksperimen dan akan dihentikan setelah sejumlah kegagalan diperoleh. Penelitian dihentikan karena keterbatasan waktu dan lainnya.

## **1.2.RUMUSAN MASALAH**

Berdasarkan latar belakang masalah, maka timbul permasalahan untuk mengestimasi interval fungsi tahan hidup dari data berdistribusi eksponensial dua parameter tersensor tipe II yaitu bagaimanakah besarnya probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia?

### **1.3.JENIS PENELITIAN DAN METODE ANALISIS**

Penelitian ini dilakukan dengan mengambil data sekunder (data dari FIFA). Dari hasil penelitian yang diperoleh, penulis menggunakan metode analisis uji hidup (*survival analysis*) untuk mengestimasi interval fungsi tahan hidup dari data berdistribusi eksponensial dua parameter tersensor tipe II dengan studi kasus gol tercepat dalam Piala Dunia.

### **1.4.TUJUAN PENELITIAN**

Tujuan yang hendak dicapai dalam penelitian ini adalah untuk mengestimasi interval fungsi tahan hidup dari data berdistribusi eksponensial dua parameter tersensor tipe II yaitu untuk mengetahui besarnya probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia.

### **1.5 MANFAAT PENELITIAN**

Manfaat yang hendak dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai informasi kepada Negara-Negara peserta Piala Dunia bahwa besarnya probabilitas terjadinya gol cepat pada detik tertentu, sehingga dapat lebih diwaspadai pada detik tersebut.

## **BAB II**

### **LANDASAN TEORI**

#### **2.1 SURVIVAL ANALISIS**

Analisis uji hidup (*survival analysis*) adalah suatu penyelidikan tentang tahan hidup dari suatu unit atau komponen. Waktu hidup adalah terjadinya suatu peristiwa, biasanya yang dimaksud dengan peristiwa disini adalah kematian dari individu atau panjang kehidupan suatu individu atau bisa juga disebut waktu ketahanan yang diukur dari nilai awal tertentu. Analisis uji hidup ini sudah dikembangkan menjadi topik yang penting bagi banyak orang, terutama di bidang industri elektrik dan ilmu kesehatan. Di bidang kesehatan, analisis uji hidup digunakan untuk meneliti berbagai jenis penyakit, penyebarannya, dan lain-lain. Sedangkan di bidang industri elektrik analisis uji hidup digunakan untuk mengukur ketahanan bola lampu, kipas angin, atau produk lainnya. Untuk bidang kriminal analisis uji hidup digunakan untuk meneliti lama waktu pembebasan bersyarat seorang terpidana, di bidang sosiologi yaitu lama waktu pernikahan pertama (Elisa dan John,2003).

Analisis uji hidup sangat berguna dalam melakukan pengujian tentang lama hidup atau keandalan suatu produk hasil industri. Adapun tujuan diadakannya analisis uji hidup antara lain (Lawless, 1982):

1. Untuk mengidentifikasi model statistika yang sesuai bagi distribusi tahan hidup atau proses kegagalan, yaitu suatu proses yang mengakibatkan tidak berfungsinya unit dengan wajar.
2. Untuk menduga parameter-parameter yang tidak diketahui dari model distribusi data.
3. Untuk menghitung batas keyakinan tahan hidup.

Perbedaan analisis tahan hidup dengan bidang-bidang statistika lainnya adalah adanya penyensoran. Penyensoran adalah sesuatu hal yang penting di dalam analisis tahan hidup. Beberapa tipe penyensoran yang sering dipakai antara lain sensor lengkap, sensor tipe I, dan sensor tipe II (Bain dan Engelhardt, 1992).

Data tahan hidup biasanya termasuk dalam data parametrik karena dalam penerapannya, kerap kali orang mengasumsikan model distribusi tahan hidup yang digunakan. Jika data tidak diketahui model distribusinya, maka data tahan hidup termasuk data nonparametrik. Salah satu distribusi yang penting di dalam analisis tahan hidup adalah distribusi eksponensial dua parameter. Untuk dapat memberikan gambaran yang baik tentang nilai parameter tersebut, biasanya dicari nilai selang keyakinannya atau interval konfidensinya. Lawless (1982), Bain dan Engelhardt (1992) telah menguraikan suatu metode untuk mencari interval peluang tahan hidup distribusi eksponensial dua parameter pada data tersensor tipe II. Perhitungan interval tersebut memerlukan bantuan distribusi khi-kuadrat.

Konsep dasar statistik uji tahan hidup adalah berlangsungnya suatu kejadian pada individu dari suatu populasi, sedangkan perhatian utamanya adalah

waktu kejadian tersebut. Dalam penerapannya, kerap kali orang mengasumsikan model distribusi tahan hidup yang digunakan.

## 2.2 DISTRIBUSI EKSPONENSIAL

Distribusi eksponensial mempunyai peranan yang sangat penting dalam analisis data uji hidup. Model distribusi ini mempunyai bentuk distribusi yang sederhana dan merupakan model distribusi uji hidup pertama yang dipakai.

Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi eksponensial dua parameter ( $\theta$  dan  $\mu$ ) adalah (Lawless, 1982):

$$f(t; \mu, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-(t-\mu)/\theta} \quad ; \quad t \geq \mu, \mu \geq 0, \theta > 0 \quad \dots(1)$$

dimana,  $\theta > 0$  merupakan parameter rata-rata dan  $\mu \geq 0$  adalah parameter ambang atau parameter waktu jaminan (waktu garansi). Model tersebut digunakan dalam situasi-situasi dimana kegagalan tidak dapat terjadi sebelum waktu  $\mu$ . Jika  $\mu$  diketahui, analisis statistik dapat dibawa sebagai distribusi satu parameter sehingga  $t-\mu$  mempunyai distribusi satu parameter (Lawless, 1982).

Uji Kesesuaian Model yang digunakan adalah Uji Lilifors. Fall (2003) telah menguraikan langkah-langkah Uji Lilifors untuk data distribusi Eksponensial yaitu:

### 1. Hipotesis

$H_0$  : populasi berdistribusi eksponensial

$H_1$  : populasi tidak berdistribusi eksponensial

### 2. Menentukan tingkat signifikansi ( $\alpha$ )

### 3. Menentukan daerah kritis

- Jika  $T_{hitung} > T_{tabel}$  maka  $H_0$  ditolak.
- Jika  $T_{hitung} < T_{tabel}$  maka  $H_0$  gagal ditolak.

### 4. Menentukan statistik uji

$$T_{hitung} = maks |F^*(x) - S(x)|$$

$$\text{Dimana } F^*(x) = 1 - e^{-x} \text{ dan } S(x) = \frac{x_i}{\bar{x}}$$

### 5. Membuat kesimpulan

Untuk menyatakan apakah  $H_0$  ditolak atau gagal tolak, dilakukan dengan membandingkan nilai  $T_{hitung}$  dengan  $T_{tabel}$ . Dalam batasan kasus ini jika  $H_0$  gagal tolak berarti data mengikuti distribusi eksponensial dan jika  $H_0$  ditolak maka data bukan berasal dari data yang mengikuti distribusi eksponensial.

## 2.3 PENYENSORAN

Perbedaan analisis tahan hidup dengan bidang-bidang statistika yang lain adalah adanya penyensoran. Penyensoran adalah sesuatu hal yang penting didalam analisis uji hidup. Penyensoran dilakukan karena berbagai alasan antara lain keterbatasan waktu dan biaya (Lawless, 1982).

Ada tiga macam tipe penyensoran, yaitu sampel lengkap, sensor tipe I, dan sensor tipe II. Di dalam penelitian ini penulis menggunakan penyensoran tipe II.

### 2.3.1 Sensor Lengkap



Dalam sensor lengkap ini percobaan diamati terus sehingga semua sampel yang diuji telah rusak/gagal semua. Cara ini memiliki keuntungan dan kerugian tersendiri. Keuntungan adalah informasi yang diperoleh lengkap, sedangkan kerugian yang ditimbulkan diantaranya waktu yang diperlukan tidak efisien atau terlalu lama disamping membutuhkan biaya yang besar.

### 2.3.2 Sensor Tipe I

Dalam sampel tersensor tipe I,  $n$  komponen baru akan diuji dan eksperimen akan dihentikan jika telah mencapai waktu sensor tertentu.

### 2.3.3 Sensor Tipe-II

Dalam sampel tersensor tipe II,  $n$  komponen diobservasi dalam eksperimen dan akan dihentikan setelah kegagalan ke- $r$  diperoleh ( $r < n$ ).

Fungsi kepadatan probabilitas dari  $r$  observasi dimana  $t_{(1)} < t_{(2)} < \dots < t_{(r)}$  dalam sampel random berukuran  $n$  dari Persamaan (1) adalah:

$$\frac{n!}{(n-r)!} \frac{1}{\theta^r} \exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^r (t_{(i)} - \mu) - \frac{n-r}{\theta} (t_{(r)} - \mu)\right); t_{(i)} \geq \mu \quad \dots(2)$$

Lawless (1982) telah merumuskan nilai estimasi titik untuk  $\mu$  yaitu:

$$\hat{\mu} = t_{(1)} \quad \dots(3)$$

Estimasi titik bagi  $\theta$ -nya yaitu:

$$\hat{\theta} = \frac{\left(\sum_{i=1}^r t_{(i)} + (n-r)t_{(r)} - nt_{(1)}\right)}{r} \quad \dots(4)$$

Lawless (1982) menguraikan rumus untuk mencari interval konfidensi dari distribusi eksponensial dua parameter pada data tersensor tipe II, yaitu:

$$\frac{2r\hat{\theta}}{\chi^2_{(1-\alpha/2; 2r-2)}} < \theta < \frac{2r\hat{\theta}}{\chi^2_{(\alpha/2; 2r-2)}} \text{ dan} \quad \dots(5)$$

$$\hat{\mu} - \frac{r\hat{\theta}F_{(1-\alpha/2; 2; 2r-2)}}{n(r-1)} < \mu < \hat{\mu} - \frac{r\hat{\theta}F_{(\alpha/2; 2; 2r-2)}}{n(r-1)} \quad \dots(6)$$

#### 2.4 FUNGSI TAHAN HIDUP ( $S_t$ )

Probabilitas sebuah individu yang dipilih secara acak akan bertahan untuk waktu tertentu disebut dengan fungsi tahan hidup (Lawless, 1982).

Dengan mengasumsikan bahwa data berdistribusi eksponensial dua parameter, maka fungsi tahan hidup bagi  $S(t)$  diberikan oleh rumus (Lawless, 1982):

$$\begin{aligned} S(t) &= \int_t^{\infty} f(t) dt \\ &= \int_t^{\infty} \frac{1}{\theta} \text{eksp} \left( -\frac{t - \hat{\mu}}{\hat{\theta}} \right) \\ &= \text{eksp} \left( -\frac{t - \hat{\mu}}{\hat{\theta}} \right) \quad \dots(7) \end{aligned}$$

Lawless (1982), menguraikan rumus untuk mencari interval konfidensi fungsi tahan hidup dari dua parameter distribusi eksponensial pada data tersensor tipe II, yaitu:

$$\exp\left(-\frac{t - \hat{\mu}_{\min}}{\hat{\theta}_{\min}}\right) \leq S_t \leq \exp\left(-\frac{t - \hat{\mu}_{\max}}{\hat{\theta}_{\max}}\right) \quad \dots(8)$$



## **BAB III**

### **METODOLOGI PENELITIAN**

#### **3.1 POPULASI DAN SAMPEL PENELITIAN**

Populasi merupakan keseluruhan objek penelitian yang diamati. Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh data durasi waktu gol tercipta pada seluruh pertandingan dalam Piala Dunia.

Sampel penelitian merupakan bagian dari populasi. Sampel pada penelitian ini data 15 gol tercepat dalam Piala Dunia. Sampel diambil setelah semua data diurutkan dari gol dengan durasi waktu tercepat sampai terlama. Kemudian diambil 15 data pertama.

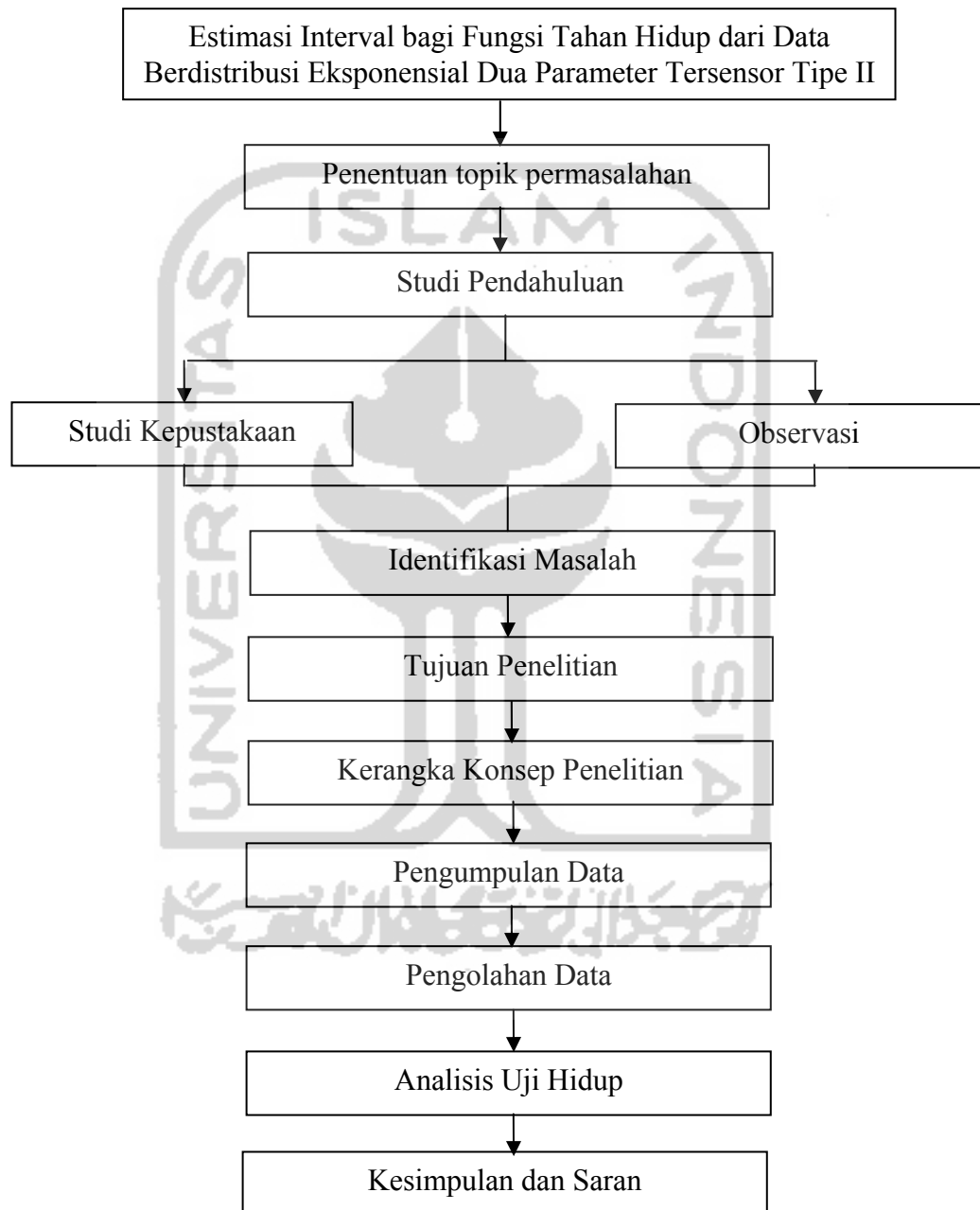
#### **3.2 VARIABEL PENELITIAN**

Penelitian menggunakan data 15 gol tercepat dalam Piala Dunia dengan satuan detik.

#### **3.3 SUMBER DATA**

Untuk keperluan analisis, penelitian ini bersumber dari data sekunder (bersumber dari data FIFA) dengan studi kasus gol tercepat dalam Piala Dunia.

### 3.4 LANGKAH-LANGKAH PENELITIAN



Gambar 1: Langkah-langkah Penelitian

### 3.5 METODE ANALISIS DATA

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui berapa besarnya probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia. Berdasarkan tujuan tersebut, metode analisis yang digunakan adalah metode analisis uji hidup (*survival analysis*) untuk mengestimasi interval fungsi tahan hidup (gawang tidak Kebobolan) dari data berdistribusi eksponensial dua parameter tersensor tipe II.

Sensor Tipe II dipilih karena adanya keterbatasan waktu serta lainnya namun lebih memberikan informasi yang maksimal. Seandainya tipe I dipilih, kelemahannya apabila sampai waktu yang telah ditetapkan, jumlah data yang diperoleh tidak maksimal sesuai dengan apa yang diharapkan oleh peneliti sehingga informasi yang diperoleh dari hasil analisis tidak maksimal.

## BAB IV

### PEMBAHASAN

#### 4.1. DATA

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data 15 gol tercepat dalam Piala Dunia dengan satuan detik. Alasan pengambilan hanya 15 data karena terdapat kendala dalam menkonversi satuan durasi waktu gol yaitu dari menit ke detik.

Sebelum Data dianalisis terlebih dahulu dilakukan uji kesesuaian model. Uji kesesuaian model sebagai berikut:

- Hipotesis  
 $H_0$  : populasi berdistribusi eksponensial  
 $H_1$  : populasi tidak berdistribusi eksponensial
- Tingkat signifikansi:  $\alpha = 0.05$
- Menentukan daerah kritis

Tolak  $H_0$  jika  $T_{hitung} > T_{tabel}$

- Statistik uji:

$$T_{hitung} = maks |F^*(x) - S(x)|$$

Dimana  $F^*(x) = 1 - e^{-x}$  dan  $S(x) = \frac{x_i}{\bar{x}}$

- Keputusan: gagal tolak  $H_0$  karena  $T \text{ hitung} < T \text{ tabel}$

$$0.3314 < 2.23$$

- Kesimpulan

Karena gagal tolak  $H_0$ , maka dapat disimpulkan bahwa data berasal dari populasi distribusi eksponensial.

Dari hasil uji kesesuaian model diperoleh kesimpulan bahwa data berdistribusi eksponensial. Permasalahan yang diselesaikan menentukan interval fungsi tahan hidup dari data berdistribusi eksponensial dua parameter tersensor tipe II yaitu untuk mengetahui berapa besarnya probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia. Perhitungan yang dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut diselesaikan secara manual.

## 4.2. PARAMETER $\theta$ DAN $\mu$

### 4.2.1. Estimasi Titik Untuk Parameter $\theta$ dan $\mu$

Data penelitian adalah data tersensor tipe II, karena dari 15 data yang dijadikan sebagai sampel, penelitian dihentikan setelah terkumpul 70% data dari sampel. Data tersebut adalah data gol tercepat dalam Piala Dunia urutan 1 sampai 11 dari 15 data yang menjadi sampel. Data gol tercepat yang terjadi dalam Piala Dunia (dalam detik):

11    15    25    28    31    35    35    50    50    50    52



Dari data diatas diketahui:

$$n = 15 \quad r = 11$$

$$\hat{\mu} = t_{(1)}$$

$$\hat{\mu} = 11$$

$$\hat{\theta} = \frac{\left( \sum_{i=1}^r t_{(i)} + (n-r)t_{(r)} - nt_{(1)} \right)}{r}$$

$$\hat{\theta} = \frac{(382 + ((15-11) \times 52) - (15 \times 11))}{11}$$

$$\hat{\theta} = \frac{382 + 208 - 165}{11} = 38.636 \approx 39$$

Dari hasil perhitungan tersebut, diperoleh nilai estimasi titik parameter  $\theta$  yaitu 39 detik ( $\hat{\theta} = 39$ ) dan nilai estimasi titik parameter  $\mu$  yaitu 11 detik ( $\hat{\mu} = 11$ ).

#### 4.2.2. Interval Konfidensi Untuk Estimasi Parameter $\theta$

Dari nilai estimasi parameter ( $\hat{\theta} = 39$ ) dan ( $\hat{\mu} = 11$ ) yang diperoleh, maka dapat dihitung interval konfidensi untuk estimasi parameter tersebut. Tingkat kepercayaan yang digunakan adalah 95 %.

$$\frac{2r\hat{\theta}}{\chi^2_{(1-\alpha/2; 2r-2)}} < \theta < \frac{2r\hat{\theta}}{\chi^2_{(\alpha/2; 2r-2)}}$$

$$\frac{2 \times 11 \times 39}{\chi^2_{(1-0.05/2; 2 \times 11 - 2)}} < \theta < \frac{2 \times 11 \times 39}{\chi^2_{(0.05/2; 2 \times 11 - 2)}}$$

$$\frac{858}{\chi^2_{(0.975;20)}} < \theta < \frac{858}{\chi^2_{(0.025;20)}}$$

$$\frac{858}{34.170} < \theta < \frac{858}{9.591}$$

$$25.110 < \theta < 89.459$$

Dari hasil perhitungan diatas diperoleh interval konfidensi untuk estimasi parameter  $\theta$  dengan tingkat kepercayaan 95 % yaitu:

$$25.110 < \theta < 89.459 \quad \dots(9)$$

#### 4.2.3. Interval Konfidensi Untuk Estimasi Parameter $\mu$

$$\hat{\mu} - \frac{r\hat{\theta}F_{(1-\alpha/2;2;2r-2)}}{n(r-1)} < \mu < \hat{\mu} - \frac{r\hat{\theta}F_{(\alpha/2;2;2r-2)}}{n(r-1)}$$

$$11 - \frac{11 \times 39 \times F_{(1-0.05/2;2;2 \times 11 - 2)}}{15(11-1)} < \mu < 11 - \frac{11 \times 39 \times F_{(0.05/2;2;2 \times 11 - 2)}}{15(11-1)}$$

$$11 - \frac{11 \times 39 \times F_{(0.975;2;20)}}{150} < \mu < 11 - \frac{11 \times 39 \times F_{(0.025;2;20)}}{150}$$

$$11 - \frac{11 \times 39 \times 4.461}{150} < \mu < 11 - \frac{11 \times 39 \times 0.025}{150}$$

$$11 - \frac{1913.769}{150} < \mu < 11 - \frac{10.725}{150}$$

$$11 - 12.769 < \mu < 11 - 0.072$$

$$-1.769 < \mu < 10.928$$

Nilai (-2.769) dianggap 0 karena ukuran waktu tidak ada yang bernilai negatif

Dari perhitungan diatas diperoleh interval konfidensi untuk estimasi parameter  $\mu$  dengan tingkat kepercayaan 95 % yaitu:

$$0 < \mu < 10.928 \quad \dots(10)$$

### 4.3. Fungsi Tahan Hidup ( $S_t$ )

#### 4.3.1. Estimasi Titik Fungsi Tahan Hidup ( $S_t$ )

Dari nilai estimasi parameter ( $\hat{\theta} = 39$ ), maka dapat dihitung estimasi fungsi tahan hidup (gawang tidak kebobolan) dari durasi gol tercepat dalam piala dunia. Waktu durasi yang digunakan dibagi menjadi 2 bagian yaitu durasi waktu diantara data yang diperoleh serta durasi waktu diatas data diperoleh. Setelah diacak maka diperoleh durasi waktu gol yang digunakan adalah 45 detik dan 75 detik.

- $t = 45$  detik

$$\begin{aligned} S_{(45)} &= \text{eksp} \left[ -\frac{t - \hat{\mu}}{\hat{\theta}} \right] \\ &= \text{eksp} \left[ -\frac{45 - 11}{39} \right] \\ &= \text{eksp} \left[ -\frac{34}{39} \right] \\ &= 0.418 \end{aligned}$$

- $t = 75$  detik

$$\begin{aligned}
 S_{(75)} &= \text{eksp} \left[ -\frac{t - \hat{\mu}}{\hat{\theta}} \right] \\
 &= \text{eksp} \left[ -\frac{75 - 11}{39} \right] \\
 &= \text{eksp} \left[ -\frac{64}{39} \right] \\
 &= 0.194
 \end{aligned}$$

Dari hasil perhitungan tersebut, diperoleh nilai estimasi fungsi tahan hidup (gawang tidak kebobolan) untuk  $t = 45$  detik yaitu 0.418 dan  $t = 75$  detik yaitu 0.194. Dengan demikian, probabilitas terciptanya gol dalam durasi 45 detik adalah 0.418 dan probabilitas terciptanya gol dalam durasi 75 detik adalah 0.194.

#### 4.3.2. Interval Konfidensi Fungsi Tahan Hidup ( $S_t$ )

Fungsi Tahan Hidup ( $S_t$ ) adalah probabilitas durasi gol tercepat terjadi dari waktu ( $t$ ) yang telah ditentukan. Peluang durasi gol tercepat akan dihitung adalah pada  $t = 45$  detik dan  $t = 75$  detik. Berdasarkan Persamaan (9) diketahui untuk nilai  $\hat{\theta}_{\min} = 25.110$  dan  $\hat{\theta}_{\max} = 89.459$  serta Persamaan (10) diketahui juga untuk nilai  $\hat{\mu}_{\min} = 0$  dan  $\hat{\mu}_{\max} = 10.928$ . Dengan menggunakan Tingkat kepercayaan 95% maka:

- $t = 45$  detik

$$S_{(45)} = \text{eksp} \left( -\frac{t - \hat{\mu}_{\min}}{\hat{\theta}_{\min}} \right) \leq S_t \leq \text{eksp} \left( -\frac{t - \hat{\mu}_{\max}}{\hat{\theta}_{\max}} \right)$$

$$\text{eksp}\left(-\frac{45-0}{25.110}\right) \leq S_t \leq \text{eksp}\left(-\frac{45-10.928}{89.459}\right)$$

$$\text{eksp}\left(-\frac{45}{25.110}\right) \leq S_t \leq \text{eksp}\left(-\frac{34.072}{89.459}\right)$$

$$\text{eksp}(-1.792) \leq S_t \leq \text{eksp}(-0.381)$$

$$0.167 \leq S_t \leq 0.683$$

- $t = 75$  detik

$$S_{(75)} = \text{eksp}\left(-\frac{t - \hat{\mu}_{\min}}{\hat{\theta}_{\min}}\right) \leq S_t \leq \text{eksp}\left(-\frac{t - \hat{\mu}_{\max}}{\hat{\theta}_{\max}}\right)$$

$$\text{eksp}\left(-\frac{75-0}{25.110}\right) \leq S_t \leq \text{eksp}\left(-\frac{75-10.928}{89.459}\right)$$

$$\text{eksp}\left(-\frac{75}{25.110}\right) \leq S_t \leq \text{eksp}\left(-\frac{64.072}{89.459}\right)$$

$$\text{eksp}(-2.987) \leq S_t \leq \text{eksp}(-0.716)$$

$$0.051 \leq S_t \leq 0.489$$

Berdasarkan perhitungan diatas, dapat disusun tabel berikut:

Tabel 4.1 Batas Bawah dan Batas Atas untuk estimasi tahan hidup Untuk  $t = 45$  detik dan  $t = 75$  detik

<b>t (detik)</b>	<b>Batas Bawah</b>	<b>Batas Atas</b>
45	0.167	0.683
75	0.051	0.489

Dari Tabel 4.1. tersebut terlihat bahwa interval untuk probabilitas durasi waktu terciptanya gol tercepat dalam 45 detik dengan menggunakan  $\alpha = 0.05$

adalah  $0.167 \leq S_i \leq 0.683$  . Artinya bahwa probabilitas terjadinya gol dalam durasi tersebut dimulai dari 16.7% sampai dengan 68.3%. Sedangkan interval untuk probabilitas durasi waktu terciptanya gol tercepat dalam 75 detik dengan menggunakan  $\alpha = 0.05$  adalah  $0.051 \leq S_i \leq 0.489$  . Artinya bahwa probabilitas terjadinya gol dalam durasi tersebut dimulai dari 5.1% sampai dengan 48.9%.



## **BAB V**

### **PENUTUP**

#### **5.1. KESIMPULAN**

Berdasarkan perhitungan dan pembahasan yang telah dilakukan berkaitan dengan gol tercepat dalam Piala Dunia, dapat diambil beberapa kesimpulan antara lain:

- a. Probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia Sepakbola dalam durasi waktu 45 detik adalah 0.418. Artinya bahwa gol tercepat bisa saja terjadi pada detik tersebut dengan persentase 41.8%, dengan kata lain dari 1000 gol tercepat dalam Piala Dunia diperkirakan 418 gol terjadi pada detik 45 sehingga nantinya Negara peserta Piala Dunia lebih waspada pada detik tersebut.
- b. Probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia Sepakbola dalam durasi waktu 75 detik adalah 0.194. Artinya bahwa gol tercepat bisa saja terjadi pada detik tersebut dengan persentase 19.4%, dengan kata lain dari 1000 gol tercepat dalam Piala Dunia diperkirakan 194 gol terjadi pada detik 75 sehingga nantinya Negara peserta Piala Dunia lebih waspada pada detik tersebut.
- c. Interval konfidensi probabilitas waktu terciptanya gol dalam 45 detik dengan tingkat kepercayaan 95 % adalah  $0.167 \leq S_t \leq 0.683$  . Artinya bahwa probabilitas terjadinya gol dalam durasi tersebut dimulai dari

16.7% sampai dengan 68.3%, dengan kata lain dari 1000 gol tercepat dalam Piala Dunia diperkirakan 167 gol sampai 683 gol terjadi pada detik 45.

- d. Interval konfidensi probabilitas waktu terciptanya gol dalam 75 detik dengan tingkat kepercayaan 95 % adalah  $0.051 \leq S_t \leq 0.489$  . Artinya bahwa probabilitas terjadinya gol dalam durasi tersebut dimulai dari 5.1% sampai dengan 48.9%, dengan kata lain dari 1000 gol tercepat dalam Piala Dunia diperkirakan 51 gol sampai 489 gol terjadi pada detik 75.

## 5.2. SARAN

1. Perhitungan interval fungsi tahan hidup dengan studi kasus gol tercepat terjadi dalam Piala Dunia dapat dilanjutkan dengan menggunakan Tingkat Kepercayaan yang lain seperti 90% atau 99%.
2. Perhitungan interval fungsi tahan hidup dengan studi kasus gol tercepat terjadi dalam Piala Dunia dapat dilanjutkan dengan perhitungan kuantil tahan hidup maupun selang kuantil tahan hidup pada data tersensor tipe II berdistribusi eksponensial dua parameter.



## DAFTAR PUSTAKA

- Artanti, L.W. 2007. *Estimasi Interval bagi Fungsi Tahan Hidup dari Data Berdistribusi Eksponensial Dua Parameter Tersensor Tipe II*. Yogyakarta: Universitas Islam Indonesia
- Bain, L.J., And Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Second edition Boston: PSW-KENT Publishing Company
- Fauzy, A., Ibrahim, N.A., Daud, I., And Bakar, M.R.A. 2002. *Interval Estimation For Survivor Function On Two Parameter Exponential Distribution Under Type II Censoring With Bootstrap Percentile*. *Proceeding National Conference on Mathematic 11th*, Department of Mathematic, MalangUniversity. 22-25 July 2002.
- FIFA, 2011. "History of Football-The Origins", diunduh (April,2011)  
<http://www.fifa.com/classicfootball/history/game/historygame1.html>
- Lawless, J.F. 1982. *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. New York: John Wiley and sons
- Lee, E.T., And Wang, J.W. 2003. *Statistical Methods for Survival Data Analysis*. Third edition New Jersey: John Wiley and Sons

***RINGKASAN TUGAS AKHIR***



## RINGKASAN TUGAS AKHIR

# ESTIMASI INTERVAL BAGI FUNGSI TAHAN HIDUP DARI DATA BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL DUA PARAMETER TERSENSOR TIPE II

(Studi Kasus: gol tercepat dalam Piala Dunia)

Shofyan Hadi <sup>1</sup>

Akhmad Fauzy <sup>2</sup>

Jurusan Statistika, Universitas Islam Indonesia, Jogjakarta

### ABSTRAKSI

*Penelitian tugas akhir ini bertujuan untuk mengetahui berapa besarnya probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia. Jenis data yang digunakan adalah data sekunder yang bersumber dari FIFA. Metode analisis yang dipakai adalah Survival Analysis atau analisis uji hidup. Data lamanya gol tercepat dalam Piala Dunia diasumsikan berdistribusi eksponensial dua parameter tersensor tipe II. Dari perhitungan yang dilakukan, diperoleh besarnya probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia pada detik ke-45 adalah 0.418 dan pada detik ke-75 adalah 0.194.*

**Kata kunci :** Distribusi Eksponensial, Sensor Tipe II, *Survival Analysis*.

### I. LATAR BELAKANG

Sepak bola merupakan salah satu olahraga yang paling populer di muka bumi. Sepak bola adalah permainan yang dimainkan oleh dua tim dimana setiap tim terdiri dari 11 orang. Sepak bola sudah dikenal sejak ribuan tahun yang lalu. Bukti ilmiah yang bisa didapat adalah adanya permainan semacam sepak bola di negeri Cina. Kala itu, dinasti Han melatih tentara menggunakan “*tsu-chu*” untuk latihan fisiknya, yaitu latihan menendang bola kulit memasukkan ke dalam jaring kecil yang diikatkan pada batang-batang bambu panjang. Pemain membidikkan bola ke dalam jaring kecil menggunakan kaki, dada, punggung, serta bahu sambil berusaha menahan serangan dari lawan. Sepak bola modern sendiri muncul di Inggris dengan berdirinya FA atau *Football Association* (FIFA,2011).

<sup>1</sup> Mahasiswa Jurusan Statistika F MIPA UII

<sup>2</sup> Dosen Pembimbing Tugas Akhir Jurusan Statistika F MIPA UII  
Jalan Kaliurang KM.14 Jogjakarta

Piala Dunia sepak bola atau sering disingkat sebagai Piala Dunia adalah kompetisi terpenting dalam dunia sepak bola internasional yang diselenggarakan oleh *Fédération Internationale de Football Association (FIFA)*. Organisasi sepakbola dunia FIFA telah membahas rencana menyelenggarakan Piala Dunia sejak pertama kali organisasi ini dibentuk tahun 1904 tapi baru terealisasi di awal abad ke-20. Namun, pada pertengahan tahun 1920-an saat keprofesionalan penyelenggaraan turnamen mulai mengakar di Eropa dan Amerika Selatan, FIFA memutuskan untuk menyelenggarakan turnamen sendiri dan akhirnya memilih Uruguay, juara Olimpiade 1924 dan 1928 untuk menjadi tuan rumah Piala Dunia 1930.

Apa yang selalu dinantikan dalam pertandingan sepak bola? Tentu saja gol dan gol. Apalagi, jika gol itu lahir dengan sangat cepat hanya beberapa menit atau bahkan detik setelah *kick off* dimulai. Dalam sejarah piala dunia, gol pertama dalam pertandingan piala dunia dihasilkan oleh Lucien Laurent dari tim nasional Perancis yang dijaringkan ke gawang tim nasional Meksiko pada menit 19. Namun gol tercepat pada ajang ini sempat dibuat oleh Adalbert Desu dari tim nasional Rumania saat berhadapan dengan tim nasional Peru dalam waktu 50 detik saja pada Piala Dunia 1930. Pada tahun 2002 rekor gol tercepat yang bertahan sampai sekarang di cetak oleh Hakan Sukur dari tim nasional Turki saat berhadapan dengan tim nasional Korea Selatan hanya dengan waktu 11 detik.

Dalam proses terciptanya gol memerlukan durasi waktu. Dimulai dari proses *Kick Off* sampai terciptanya gol. Dengan menggunakan analisis tahan hidup, maka dapat diketahui berapa durasi waktu gol tercepat dalam Piala Dunia. Analisis uji hidup (*survival analysis*) adalah suatu penelitian tentang tahan hidup dari suatu unit atau komponen. Salah satu fungsi dari uji tersebut adalah untuk menguji daya tahan atau keandalan suatu penelitian industri (Lawless, 1982). Namun dalam penelitian ini analisis uji hidup tersebut akan diaplikasikan pada bidang olahraga yaitu sepakbola. Fungsi tahan hidup adalah probabilitas sebuah individu yang dipilih secara acak akan bertahan untuk waktu tertentu (Lawless,1982).

Dalam analisis uji hidup ini, perhitungan yang dilakukan adalah menghitung prediksi parameter waktu hidup, menghitung besarnya probabilitas untuk fungsi tahan hidup. Dalam melakukan perhitungan, nilai yang dihitung berdasarkan pada nilai estimasi titik dan interval konfidensi pada estimasi parameter waktu hidup.

Dalam analisis uji hidup, dikenal istilah sensor data. Sensor data terbagi menjadi tiga yaitu sensor lengkap, sensor tipe I dan sensor tipe II. Sensor tipe II merupakan pengujian sejumlah sampel komponen penelitian eksperimen dan akan dihentikan setelah sejumlah kegagalan diperoleh. Penelitian dihentikan karena keterbatasan waktu dan lainnya.

## **II. TUJUAN**

Tujuan yang hendak dicapai dalam penelitian ini adalah untuk mengestimasi interval fungsi tahan hidup dari data berdistribusi eksponensial dua parameter tersensor tipe II yaitu untuk mengetahui besarnya probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia.

## **III. MANFAAT**

Manfaat yang hendak dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai informasi kepada Negara-Negara peserta Piala Dunia bahwa besarnya probabilitas terjadinya gol cepat pada detik tertentu, sehingga dapat lebih diwaspadai pada detik tersebut.

## **IV. LANDASAN TEORI**

### **4.1 SURVIVAL ANALISIS**

Analisis uji hidup (*survival analysis*) adalah suatu penyelidikan tentang tahan hidup dari suatu unit atau komponen. Waktu hidup adalah terjadinya suatu peristiwa, biasanya yang dimaksud dengan peristiwa disini adalah kematian dari individu atau panjang kehidupan suatu individu atau bisa juga disebut waktu ketahanan yang diukur dari nilai awal tertentu. Analisis uji hidup ini sudah dikembangkan menjadi topik yang penting bagi banyak orang, terutama di bidang

industri elektrik dan ilmu kesehatan. Di bidang kesehatan, analisis uji hidup digunakan untuk meneliti berbagai jenis penyakit, penyebarannya, dan lain-lain. Sedangkan di bidang industri elektrik analisis uji hidup digunakan untuk mengukur ketahanan bola lampu, kipas angin, atau produk lainnya. Untuk bidang kriminal analisis uji hidup digunakan untuk meneliti lama waktu pembebasan bersyarat seorang terpidana, di bidang sosiologi yaitu lama waktu pernikahan pertama (Elisa dan John,2003).

Analisis uji hidup sangat berguna dalam melakukan pengujian tentang lama hidup atau keandalan suatu produk hasil industri. Adapun tujuan diadakannya analisis uji hidup antara lain (Lawless, 1982):

1. Untuk mengidentifikasi model statistika yang sesuai bagi distribusi tahan hidup atau proses kegagalan, yaitu suatu proses yang mengakibatkan tidak berfungsinya unit dengan wajar.
2. Untuk menduga parameter-parameter yang tidak diketahui dari model distribusi data.
3. Untuk menghitung batas keyakinan tahan hidup.

Perbedaan analisis tahan hidup dengan bidang-bidang statistika lainnya adalah adanya penyensoran. Penyensoran adalah sesuatu hal yang penting di dalam analisis tahan hidup. Beberapa tipe penyensoran yang sering dipakai antara lain sensor lengkap, sensor tipe I, dan sensor tipe II (Bain dan Engelhardt,1992).

Data tahan hidup biasanya termasuk dalam data parametrik karena dalam penerapannya, kerap kali orang mengasumsikan model distribusi tahan hidup yang digunakan. Jika data tidak diketahui model distribusinya, maka data tahan hidup termasuk data nonparametrik. Salah satu distribusi yang penting di dalam analisis tahan hidup adalah distribusi eksponensial dua parameter. Untuk dapat memberikan gambaran yang baik tentang nilai parameter tersebut, biasanya dicari nilai selang keyakinannya atau interval konfidensinya. Lawless (1982), Bain dan Engelhardt (1992) telah menguraikan suatu metode untuk mencari interval peluang tahan hidup distribusi eksponensial dua parameter pada data tersensor tipe II. Perhitungan interval tersebut memerlukan bantuan distribusi khi-kuadrat.

## 4.2 DISTRIBUSI EKSPONENSIAL

Distribusi eksponensial mempunyai peranan yang sangat penting dalam analisis data uji hidup. Model distribusi ini mempunyai bentuk distribusi yang sederhana dan merupakan model distribusi uji hidup pertama yang dipakai.

Fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi eksponensial dua parameter ( $\theta$  dan  $\mu$ ) adalah (Lawless, 1982):

$$f(t; \mu; \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-(t-\mu)/\theta} \quad ; \quad t \geq \mu, \mu \geq 0, \theta > 0 \quad \dots(1)$$

dimana,  $\theta > 0$  merupakan parameter rata-rata dan  $\mu \geq 0$  adalah parameter ambang atau parameter waktu jaminan (waktu garansi). Model tersebut digunakan dalam situasi-situasi dimana kegagalan tidak dapat terjadi sebelum waktu  $\mu$ . Jika  $\mu$  diketahui, analisis statistik dapat dibawa sebagai distribusi satu parameter sehingga  $t-\mu$  mempunyai distribusi satu parameter (Lawless, 1982).

Uji Kesesuaian Model yang digunakan adalah Uji Lilifors. Fall (2003) telah menguraikan langkah-langkah Uji Lilifors untuk data distribusi Eksponensial yaitu:

1. Hipotesis

$H_0$  : populasi berdistribusi eksponensial

$H_1$  : populasi tidak berdistribusi eksponensial

2. Menentukan tingkat signifikansi ( $\alpha$ )

3. Menentukan daerah kritis

• Jika  $T_{hitung} > T_{tabel}$  maka  $H_0$  ditolak.

• Jika  $T_{hitung} < T_{tabel}$  maka  $H_0$  gagal ditolak.

4. Menentukan statistik uji

$$T_{hitung} = maks |F^*(x) - S(x)|$$

$$\text{Dimana } F^*(x) = 1 - e^{-x} \text{ dan } S(x) = \frac{x_i}{x}$$

5. Membuat kesimpulan

Untuk menyatakan apakah  $H_0$  ditolak atau gagal tolak, dilakukan dengan membandingkan nilai  $T_{hitung}$  dengan  $T_{tabel}$ . Dalam batasan kasus ini jika

$H_0$  gagal tolak berarti data mengikuti distribusi eksponensial dan jika  $H_0$  ditolak maka data bukan berasal dari data yang mengikuti distribusi eksponensial.

### 4.3 PENYENSORAN

Perbedaan analisis tahan hidup dengan bidang-bidang statistika yang lain adalah adanya penyensoran. Penyensoran adalah sesuatu hal yang penting didalam analisis uji hidup. Penyensoran dilakukan karena berbagai alasan antara lain keterbatasan waktu dan biaya (Lawless, 1982).

Ada tiga macam tipe penyensoran, yaitu sampel lengkap, sensor tipe I, dan sensor tipe II. Di dalam penelitian ini penulis menggunakan penyensoran tipe II.

#### 4.3.1 Sensor Lengkap

Dalam sensor lengkap ini percobaan diamati terus sehingga semua sampel yang diuji telah rusak/gagal semua. Cara ini memiliki keuntungan dan kerugian tersendiri. Keuntungan adalah informasi yang diperoleh lengkap, sedangkan kerugian yang ditimbulkan diantaranya waktu yang diperlukan tidak efisien atau terlalu lama disamping membutuhkan biaya yang besar.

#### 4.3.2 Sensor Tipe I

Dalam sampel tersensor tipe I,  $n$  komponen baru akan diuji dan eksperimen akan dihentikan jika telah mencapai waktu sensor tertentu.

#### 4.3.3 Sensor Tipe II

Dalam sampel tersensor tipe II,  $n$  komponen diobservasi dalam eksperimen dan akan dihentikan setelah kegagalan ke- $r$  diperoleh ( $r < n$ ).

Fungsi kepadatan probabilitas dari  $r$  observasi dimana  $t_{(1)} < t_{(2)} < \dots < t_{(r)}$  dalam sampel random berukuran  $n$  dari Persamaan (1) adalah:

$$\frac{n!}{(n-r)!} \frac{1}{\theta^r} \exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^r (t_{(i)} - \mu) - \frac{n-r}{\theta} (t_{(r)} - \mu)\right); t_{(i)} \geq \mu \quad \dots(2)$$

Lawless (1982) telah merumuskan nilai estimasi titik untuk  $\mu$  yaitu:

$$\hat{\mu} = t_{(1)} \quad \dots(3)$$



Estimasi titik bagi  $\theta$ -nya yaitu:

$$\hat{\theta} = \frac{\left( \sum_{i=1}^r t_{(i)} + (n-r)t_{(r)} - nt_{(1)} \right)}{r} \quad \dots(4)$$

Lawless (1982) menguraikan rumus untuk mencari interval konfidensi dari distribusi eksponensial dua parameter pada data tersensor tipe II, yaitu:

$$\frac{2r\hat{\theta}}{\chi^2_{(1-\alpha/2; 2r-2)}} < \theta < \frac{2r\hat{\theta}}{\chi^2_{(\alpha/2; 2r-2)}} \quad \text{dan} \quad \dots(5)$$

$$\hat{\mu} - \frac{r\hat{\theta}F_{(1-\alpha/2; 2; 2r-2)}}{n(r-1)} < \mu < \hat{\mu} - \frac{r\hat{\theta}F_{(\alpha/2; 2; 2r-2)}}{n(r-1)} \quad \dots(6)$$

#### 4.4 FUNGSI TAHAN HIDUP ( $S_i$ )

Probabilitas sebuah individu yang dipilih secara acak akan bertahan untuk waktu tertentu disebut dengan fungsi tahan hidup (Lawless, 1982).

Dengan mengasumsikan bahwa data berdistribusi eksponensial dua parameter, maka fungsi tahan hidup bagi  $S(t)$  diberikan oleh rumus (Lawless, 1982):

$$\begin{aligned} S(t) &= \int_t^{\infty} f(t) dt \\ &= \int_t^{\infty} \frac{1}{\theta} \text{eksp} \left( -\frac{t-\hat{\mu}}{\hat{\theta}} \right) \\ &= \text{eksp} \left( -\frac{t-\hat{\mu}}{\hat{\theta}} \right) \quad \dots(7) \end{aligned}$$

Lawless (1982), menguraikan rumus untuk mencari interval konfidensi fungsi tahan hidup dari dua parameter distribusi eksponensial pada data tersensor tipe II, yaitu:

$$\text{eksp} \left( -\frac{t-\hat{\mu}_{\min}}{\hat{\theta}_{\min}} \right) \leq S_i \leq \text{eksp} \left( -\frac{t-\hat{\mu}_{\max}}{\hat{\theta}_{\max}} \right) \quad \dots(8)$$

## V. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

### 5.1 DATA

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data 15 gol tercepat dalam Piala Dunia dengan satuan detik. Alasan pengambilan hanya 15 data karena terdapat kendala dalam menkonversi satuan durasi waktu gol yaitu dari menit ke detik.

Sebelum Data dianalisis terlebih dahulu dilakukan uji kesesuaian model.

Uji kesesuaian model sebagai berikut:

- Hipotesis

$H_0$  : populasi berdistribusi eksponensial

$H_1$  : populasi tidak berdistribusi eksponensial

- Tingkat signifikansi:  $\alpha = 0.05$

- Menentukan daerah kritis

Tolak  $H_0$  jika  $T_{hitung} > T_{tabel}$

- Statistik uji:

$$T_{hitung} = maks |F^*(x) - S(x)|$$

$$\text{Dimana } F^*(x) = 1 - e^{-x} \text{ dan } S(x) = \frac{x_i}{x}$$

- Keputusan: gagal tolak  $H_0$  karena  $T_{hitung} < T_{tabel}$

$$0.3314 < 2.23$$

- Kesimpulan

Karena gagal tolak  $H_0$ , maka dapat disimpulkan bahwa data berasal dari populasi distribusi eksponensial.

Dari hasil uji kesesuaian model diperoleh kesimpulan bahwa data berdistribusi eksponensial. Permasalahan yang diselesaikan menentukan interval fungsi tahan hidup dari data berdistribusi eksponensial dua parameter tersensor tipe-II yaitu untuk mengetahui berapa besarnya probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia. Perhitungan yang dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut diselesaikan secara manual.

## 5.1 PARAMETER $\theta$ DAN $\mu$

### 5.1.1 Estimasi Titik Untuk Parameter $\theta$ dan $\mu$

Data penelitian adalah data tersensor tipe II, karena dari 15 data yang dijadikan sebagai sampel, penelitian dihentikan setelah terkumpul 70% data dari sampel. Data tersebut adalah data gol tercepat dalam Piala Dunia urutan 1 sampai 11 dari 15 data yang menjadi sampel. Data gol tercepat yang terjadi dalam Piala Dunia (dalam detik):

11    15    25    28    31    35    35    50    50    50

52    Dari data diatas diketahui:

$$n = 15 \quad r = 11$$

$$\hat{\mu} = t_{(1)} \text{ maka } \hat{\mu} = 11$$

$$\hat{\theta} = \frac{\left( \sum_{i=1}^r t_{(i)} + (n-r)t_{(r)} - nt_{(1)} \right)}{r}$$

$$\hat{\theta} = \frac{(382 + ((15-11) \times 52) - (15 \times 11))}{11}$$

$$\hat{\theta} = \frac{382 + 208 - 165}{11} = 38.636 \approx 39$$

Dari hasil perhitungan tersebut, diperoleh nilai estimasi titik parameter  $\theta$  yaitu 39 detik ( $\hat{\theta} = 39$ ) dan nilai estimasi titik parameter  $\mu$  yaitu 11 detik ( $\hat{\mu} = 11$ ).

### 5.1.2 Interval Konfidensi Untuk Estimasi Parameter $\theta$

Dari nilai estimasi parameter ( $\hat{\theta} = 39$ ) dan ( $\hat{\mu} = 11$ ) yang diperoleh, maka dapat dihitung interval konfidensi untuk estimasi parameter tersebut. Tingkat kepercayaan yang digunakan adalah 95 %.

$$\frac{2r\hat{\theta}}{\chi^2_{(1-\alpha/2; 2r-2)}} < \theta < \frac{2r\hat{\theta}}{\chi^2_{(\alpha/2; 2r-2)}}$$

$$\frac{2 \times 11 \times 39}{\chi^2_{(1-0.05/2; 2 \times 11 - 2)}} < \theta < \frac{2 \times 11 \times 39}{\chi^2_{(0.05/2; 2 \times 11 - 2)}}$$

$$\frac{858}{\chi^2_{(0.975;20)}} < \theta < \frac{858}{\chi^2_{(0.025;20)}}$$

$$\frac{858}{34.170} < \theta < \frac{858}{9.591}$$

$$25.110 < \theta < 89.459$$

Dari hasil perhitungan diatas diperoleh interval konfidensi untuk estimasi parameter  $\theta$  dengan tingkat kepercayaan 95 % yaitu:

$$25.110 < \theta < 89.459 \quad \dots(9)$$

### 5.1.3 Interval Konfidensi Untuk Estimasi Parameter $\mu$

$$\hat{\mu} - \frac{r\hat{\theta}F_{(1-\alpha/2;2;2r-2)}}{n(r-1)} < \mu < \hat{\mu} - \frac{r\hat{\theta}F_{(\alpha/2;2;2r-2)}}{n(r-1)}$$

$$11 - \frac{11 \times 39 \times F_{(1-0.05/2;2;2 \times 11-2)}}{15(11-1)} < \mu < 11 - \frac{11 \times 39 \times F_{(0.05/2;2;2 \times 11-2)}}{15(11-1)}$$

$$11 - \frac{11 \times 39 \times F_{(0.975;2;20)}}{150} < \mu < 11 - \frac{11 \times 39 \times F_{(0.025;2;20)}}{150}$$

$$11 - \frac{11 \times 39 \times 4.461}{150} < \mu < 11 - \frac{11 \times 39 \times 0.025}{150}$$

$$11 - \frac{1913.769}{150} < \mu < 11 - \frac{10.725}{150}$$

$$11 - 12.769 < \mu < 11 - 0.072$$

$$-1.769 < \mu < 10.928$$

Nilai (-2.769) dianggap 0 karena ukuran waktu tidak ada yang bernilai negatif.

Dari perhitungan diatas diperoleh interval konfidensi untuk estimasi parameter  $\mu$  dengan tingkat kepercayaan 95 % yaitu:

$$0 < \mu < 10.928 \quad \dots(10)$$

### 5.3. Fungsi Tahan Hidup ( $S_t$ )

#### 5.3.1. Estimasi Titik Fungsi Tahan Hidup ( $S_t$ )

Dari nilai estimasi parameter ( $\hat{\theta} = 39$ ), maka dapat dihitung estimasi fungsi tahan hidup (gawang tidak kebobolan) dari durasi gol tercepat dalam piala dunia. Waktu durasi yang digunakan dibagi menjadi 2 bagian yaitu durasi waktu diantara data yang diperoleh serta durasi waktu diatas data diperoleh. Setelah diacak maka diperoleh durasi waktu gol yang digunakan adalah 45 detik dan 75 detik.

- $t = 45$  detik

$$\begin{aligned} S_{(45)} &= \text{eksp} \left[ -\frac{t - \hat{\mu}}{\hat{\theta}} \right] \\ &= \text{eksp} \left[ -\frac{45 - 11}{39} \right] \\ &= \text{eksp} \left[ -\frac{34}{39} \right] \\ &= 0.418 \end{aligned}$$

- $t = 75$  detik

$$\begin{aligned} S_{(75)} &= \text{eksp} \left[ -\frac{t - \hat{\mu}}{\hat{\theta}} \right] \\ &= \text{eksp} \left[ -\frac{75 - 11}{39} \right] \\ &= \text{eksp} \left[ -\frac{64}{39} \right] \\ &= 0.194 \end{aligned}$$

Dari hasil perhitungan tersebut, diperoleh nilai estimasi fungsi tahan hidup (gawang tidak kebobolan) untuk  $t = 45$  detik yaitu 0.418 dan  $t = 75$  detik yaitu 0.194. Dengan demikian, probabilitas terciptanya gol dalam durasi 45 detik adalah 0.418 dan probabilitas terciptanya gol dalam durasi 75 detik adalah 0.194.

### 5.3.2 Interval Konfidensi Fungsi Tahan Hidup ( $S_t$ )

Fungsi Tahan Hidup ( $S_t$ ) adalah probabilitas durasi gol tercepat terjadi dari waktu ( $t$ ) yang telah ditentukan. Peluang durasi gol tercepat akan dihitung adalah pada  $t = 45$  detik dan  $t = 75$  detik. Berdasarkan Persamaan (9) diketahui untuk nilai  $\hat{\theta}_{\min} = 25.110$  dan  $\hat{\theta}_{\max} = 89.459$  serta Persamaan (10) diketahui juga untuk nilai  $\hat{\mu}_{\min} = 0$  dan  $\hat{\mu}_{\max} = 10.928$ . Dengan menggunakan Tingkat kepercayaan 95% maka:

- $t = 45$  detik

$$\begin{aligned}
 S_{(45)} &= \exp\left(-\frac{t - \hat{\mu}_{\min}}{\hat{\theta}_{\min}}\right) \leq S_t \leq \exp\left(-\frac{t - \hat{\mu}_{\max}}{\hat{\theta}_{\max}}\right) \\
 &= \exp\left(-\frac{45 - 0}{25.110}\right) \leq S_t \leq \exp\left(-\frac{45 - 10.928}{89.459}\right) \\
 &= \exp\left(-\frac{45}{25.110}\right) \leq S_t \leq \exp\left(-\frac{34.072}{89.459}\right) \\
 &= \exp(-1.792) \leq S_t \leq \exp(-0.381) \\
 &= 0.167 \leq S_t \leq 0.683
 \end{aligned}$$

- $t = 75$  detik

$$\begin{aligned}
 S_{(75)} &= \exp\left(-\frac{t - \hat{\mu}_{\min}}{\hat{\theta}_{\min}}\right) \leq S_t \leq \exp\left(-\frac{t - \hat{\mu}_{\max}}{\hat{\theta}_{\max}}\right) \\
 &= \exp\left(-\frac{75 - 0}{25.110}\right) \leq S_t \leq \exp\left(-\frac{75 - 10.928}{89.459}\right) \\
 &= \exp\left(-\frac{75}{25.110}\right) \leq S_t \leq \exp\left(-\frac{64.072}{89.459}\right) \\
 &= \exp(-2.987) \leq S_t \leq \exp(-0.716) \\
 &= 0.051 \leq S_t \leq 0.489
 \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan diatas, dapat disusun tabel berikut:

Tabel 5.1. Batas Bawah dan Batas Atas untuk estimasi tahan hidup Untuk  $t = 45$  detik dan  $t = 75$  detik

<b>t (detik)</b>	<b>Batas Bawah</b>	<b>Batas Atas</b>
45	0.167	0.683
75	0.051	0.489

- Dari Tabel 5.1. tersebut terlihat bahwa interval untuk probabilitas durasi waktu terciptanya gol tercepat dalam 45 detik dengan menggunakan  $\alpha = 0.05$  adalah  $0.167 \leq S_t \leq 0.683$ . Artinya bahwa probabilitas terjadinya gol dalam durasi tersebut dimulai dari 16.7% sampai dengan 68.3%. Sedangkan interval untuk probabilitas durasi waktu terciptanya gol tercepat dalam 75 detik dengan menggunakan  $\alpha = 0.05$  adalah  $0.051 \leq S_t \leq 0.489$ . Artinya bahwa probabilitas terjadinya gol dalam durasi tersebut dimulai dari 5.1% sampai dengan 48.9%.

## VI. PENUTUP

### 6.1 Kesimpulan

Berdasarkan perhitungan dan pembahasan yang telah dilakukan berkaitan dengan gol tercepat dalam Piala Dunia, dapat diambil beberapa kesimpulan yaitu:

- Probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia Sepakbola dalam durasi waktu 45 detik adalah 0.418. Artinya bahwa gol tercepat bisa saja terjadi pada detik tersebut dengan persentase 41.8%, dengan kata lain dari 1000 gol tercepat dalam Piala Dunia diperkirakan 418 gol terjadi pada detik 45 sehingga nantinya Negara peserta Piala Dunia lebih waspada pada detik tersebut.
- Probabilitas gol tercepat dalam Piala Dunia Sepakbola dalam durasi waktu 75 detik adalah 0.194. Artinya bahwa gol tercepat bisa saja terjadi

pada detik tersebut dengan persentase 19.4%, dengan kata lain dari 1000 gol tercepat dalam Piala Dunia diperkirakan 194 gol terjadi pada detik 75 sehingga nantinya Negara peserta Piala Dunia lebih waspada pada detik tersebut.

- c. Interval konfidensi probabilitas waktu terciptanya gol dalam 45 detik dengan tingkat kepercayaan 95 % adalah  $0.167 \leq S_t \leq 0.683$  . Artinya bahwa probabilitas terjadinya gol dalam durasi tersebut dimulai dari 16.7% sampai dengan 68.3%, dengan kata lain dari 1000 gol tercepat dalam Piala Dunia diperkirakan 167 gol sampai 683 gol terjadi pada detik 45.
- d. Interval konfidensi probabilitas waktu terciptanya gol dalam 75 detik dengan tingkat kepercayaan 95 % adalah  $0.051 \leq S_t \leq 0.489$  . Artinya bahwa probabilitas terjadinya gol dalam durasi tersebut dimulai dari 5.1% sampai dengan 48.9%, dengan kata lain dari 1000 gol tercepat dalam Piala Dunia diperkirakan 51 gol sampai 489 gol terjadi pada detik 75.

## 6.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan di atas, maka saran-saran yang dapat diberikan penulis adalah :

- a. Perhitungan interval fungsi tahan hidup dengan studi kasus gol tercepat terjadi dalam Piala Dunia dapat dilanjutkan dengan menggunakan Tingkat Kepercayaan yang lain seperti 90% atau 99%.
- b. Perhitungan interval fungsi tahan hidup dengan studi kasus gol tercepat terjadi dalam Piala Dunia dapat dilanjutkan dengan perhitungan kuantil tahan hidup maupun selang kuantil tahan hidup pada data tersensor tipe II berdistribusi eksponensial dua parameter.

## VII. DAFTAR PUSTAKA

Artanti, L.W. 2007. *Estimasi Interval bagi Fungsi Tahan Hidup dari Data Berdistribusi Eksponensial Dua Parameter Tersensor Tipe II*. Yogyakarta: Universitas Islam Indonesia



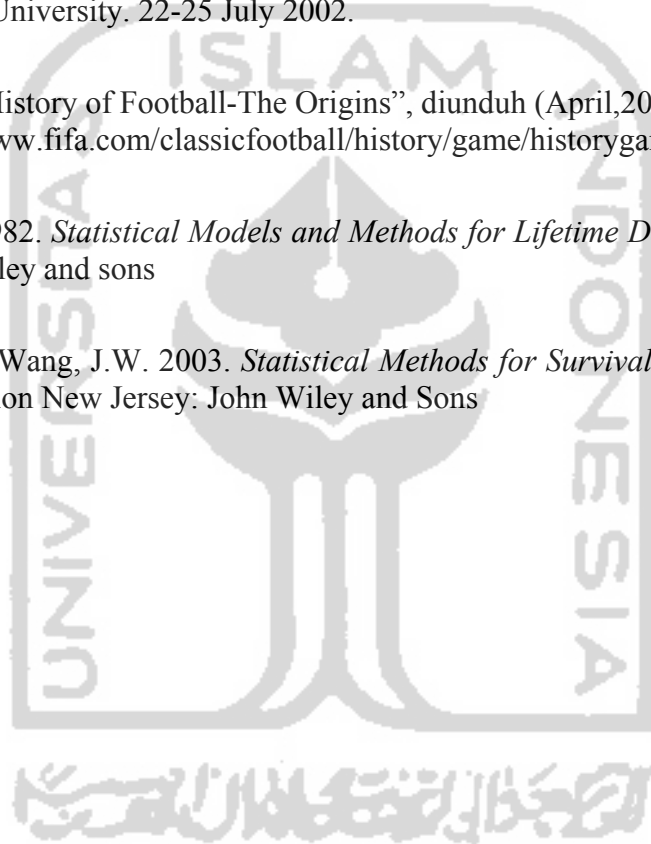
Bain, L.J., And Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Second edition Boston: PSW-KENT Publishing Company

Fauzy, A., Ibrahim, N.A., Daud, I., And Bakar, M.R.A. 2002. *Interval Estimation For Survivor Function On Two Parameter Exponential Distribution Under Type II Censoring With Bootstrap Percentile*. *Proceeding National Conference on Mathematic* 11th, Department of Mathematic, MalangUniversity. 22-25 July 2002.

FIFA, 2011. "History of Football-The Origins", diunduh (April,2011)  
<http://www.fifa.com/classicfootball/history/game/historygame1.html>

Lawless, J.F. 1982. *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. New York: John Wiley and sons

Lee, E.T., And Wang, J.W. 2003. *Statistical Methods for Survival Data Analysis*. Third edition New Jersey: John Wiley and Sons



# LAMPIRAN



### Data 11 gol tercepat dalam Piala Dunia

No	Detik	Pemain	Asal Negara	Tanggal	Lawan Negara
1	11	Hakan Sukur	Turki	29 Juni 2002	Korea Selatan
2	15	Vaslav Masek	Ceko	7 Juni 2002	Meksiko
3	25	Ernst Lehner	Jerman	7 Juni 1934	Austria
4	28	Bryan Robson	Inggris	16 Juni 1982	Perancis
5	31	Bernard Lacombe	Perancis	2 Juni 1978	Itali
6	35	Emile Veinante	Perancis	5 Juni 1938	Belgia
7	35	Arne Nyberg	Swedia	16 Juni 1938	Hungaria
8	50	Adalbert Desu	Rumania	14 Juli 1930	Peru
9	50	Florian Albert	Hungaria	3 Juni 1962	Bulgaria
10	50	Pak Seung-Jin	Korea Utara	23 Juli 1966	Portugal
11	52	Celso Ayala	Paraguay	24 Juni 1998	Nigeria

Sumber : [http://www.fifa.com/mm/document/fifafacts/mencompwc/51/97/32/fs-301\\_04a\\_fwc-super.pdf](http://www.fifa.com/mm/document/fifafacts/mencompwc/51/97/32/fs-301_04a_fwc-super.pdf)