

**ANALISIS SISTEM ANTRIAN TANDEM (*SINGLE CHANNEL
MULTI PHASE*) PADA PROSES PENGADAAN JASA DI PT
PUPUK KALTIM**

TUGAS AKHIR



Novaldy Pratama Putra

13 611 153

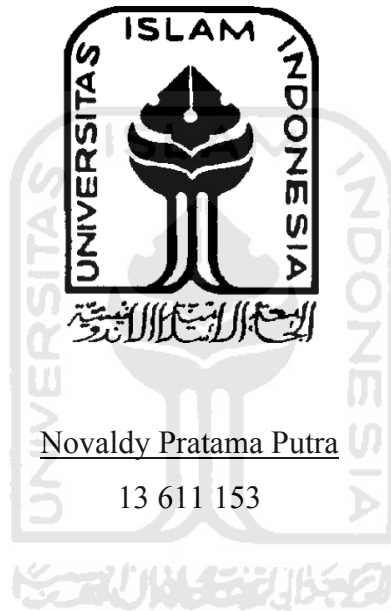
**JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA
YOGYAKARTA
2017**

**ANALISIS SISTEM ANTRIAN TANDEM (SINGLE CHANNEL
MULTI PHASE) PADA PROSES PENGADAAN JASA DI PT
PUPUK KALTIM**

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana

Jurusan Statistika



Novaldy Pratama Putra

13 611 153

**JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA
YOGYAKARTA
2017**

HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING
TUGAS AKHIR

Judul : Analisis Sistem Antrian Tandem (*Single Channel Multi Phase*) pada Proses Pengadaan Jasa di PT Pupuk Kaltim
Nama : Novaldy Pratama Putra
Nomor Mahasiswa : 13 611 153

TUGAS AKHIR INI TELAH DIPERIKSA DAN DISETUJUI UNTUK
DIUJIKAN
Yogyakarta, 10 Februari 2017

UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA
Pembimbing


Atina Ahdika, S.Si, M.Si

HALAMAN PENGESAHAN

TUGAS AKHIR

ANALISIS SISTEM ANTRIAN TANDEM (SINGLE CHANNEL MULTI PHASE) PADA PROSES PENGADAAN JASA DI PT PUPUK KALTIM

Nama Mahasiswa : Novaldy Pratama Putra

Nomor Mahasisw : 13611153

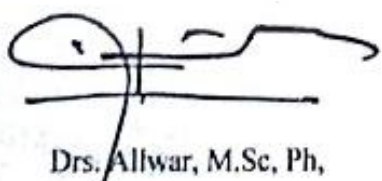
**TUGAS AKHIR INI TELAH DIAJUKAN
PADA TANGGAL 10 FEBRUARI 2017**

Nama Penguji

1. Ir. Ali Parkhan, M.T
2. Dr. Edy Widodo, S.Si, M.Si
3. Atina Ahdika, S.Si, M.Si

Mengetahui

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam


Drs. Allwar, M.Sc, Ph,

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga Tugas Akhir dengan judul **“ANALISIS SISTEM ANTRIAN TANDEM (SATU JALUR MULTIFASE) PADA PROSES PENGADAAN JASA DI PT PUPUK KALTIM”** untuk memperoleh gelar sarjana di Jurusan Statistika dapat terselesaikan tanpa halangan apapun. Shalawat serta salam selalu tercurah kepada junjungan Nabi Muhammad SAW beserta keluarga, sahabat, dan pengikut beliau hingga akhir zaman yang syafaatnya kita nantikan di hari akhir kelak.

Pada kesempatan kali ini penulis bermaksud mengucapkan terimakasih kepada semua pihak yang baik secara langsung maupun tidak langsung telah membantu dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini, antara lain:

1. Ibu, Ayah, dan keluarga yang selalu mendoakan penulis dari rumah.
2. Bapak Drs. Allwar, M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Indonesia.
3. Bapak Dr. RB. Fajriya Hakim, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Statistika beserta jajarannya.
4. Bapak Dr. Jaka Nugraha selaku Dosen Pembimbing Akademik.
5. Ibu Atina Ahdika, S.Si, M.Si. yang telah sabar dan tenang membimbing penulis dalam menyusun tugas akhir ini sampai selesai.
6. Bapak Widodo selaku koordinator kerja praktik di PT Pupuk Kaltim
7. Ibu Yosiana Inge P. yang selalu meluangkan waktu dalam membantu penyusunan laporan Kerja Praktek dan mengajarkan regulasi pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim
8. Seluruh Dosen Jurusan Statistika UII yang telah memberikan ilmunya kepada penulis selama kurang lebih 4 tahun di bangku kuliah.
9. IKS dan JAG yang telah memberikan warna, inspirasi, ilmu dan lingkungan baru selama ini.

10. Seluruh teman-teman bimbingan skripsi pasukan gercep Bahar, Karin, trio (Yulia, Santi, dan Gista), Fitri, Dhira, Eska, Dini, Mega, dan Uray yang senantiasa mendukung dalam proses pembuatan skripsi ini.
11. Teman-teman dekatku yang senantiasa mendukungku Adri, Ummu, Kuriyah, Aat, Husen, dan Bayu.
12. Seluruh teman-teman Statistika UII yang telah mendukung dan menemani dalam berjuang.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna, oleh karena itu segala kritik dan saran yang sifatnya membangun selalu penulis harapkan. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi penulis khususnya dan bagi pembaca pada umumnya. Akhir kata semoga Allah SWT selalu melimpahkan rahmat serta hidayah-Nya kepada kita semua. Aamiin.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Yogyakarta, 4 Januari 2017

Penulis



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING	iii
HALAMAN PENGESAHAN TUGAS AKHIR	iv
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
PERNYATAAN	xii
INTISARI	xiii
ABSTRACT	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Rumusan Masalah.....	3
1.3. Batasan Masalah.....	4
1.4. Tujuan Penelitian.....	4
1.5. Manfaat Penelitian.....	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	6
BAB III LANDASAN TEORI	9
3.1. Proses Pengadaan Jasa PT Pupuk Kaltim	9
3.2. Statistika Deskriptif.....	14
3.3. Konsep Peluang.....	14
3.4. Peubah Acak	15
3.5. Distribusi Peluang	15
3.5.1. Distribusi Poisson	16
3.5.2 Distribusi Eksponensial	18
3.6. Proses Stokastik	20
3.6.1. Proses Kelahiran-Kematian	21
3.6.2. Proses Kelahiran Murni	24
3.6.3. Proses Kematian Murni.....	26
3.7. Sistem Antrian	27
3.7.1 Bentuk dan Disiplin Antrian.....	28

3.7.2 Notasi Kendall	30
3.7.3 Antrian Tandem	31
BAB IV METODOLOGI PENELITIAN	38
4.1. Populasi dan Sampel Penelitian.....	38
4.2. Tempat dan Waktu Penelitian.....	38
4.3. Variabel Penelitian	38
4.4. Metode Pengumpulan Data	39
4.5. Metode Analisis Data	39
4.6. Tahapan Penelitian	40
BAB V HASIL DAN PEMBAHASAN	42
5.1. Deskripsi Proses Pengadaan Jasa PT Pupuk Kaltim	42
5.2. Uji Distribusi	43
5.2.1. Uji Distribusi Kedatangan Proses DUR.....	44
5.2.2 Uji Distribusi Keberangkatan Proses DUR	44
5.2.3. Uji Distribusi Keberangkatan Proses Negosiasi	45
5.2.4 Uji Distribusi Keberangkatan Proses LUP	45
5.2.5. Uji Distribusi Keberangkatan Proses SP	45
5.3. Penentuan Model Tiap Fase	46
5.4. Laju Kedatangan dan Keberangkatan Proses Pengadaan Jasa.....	46
5.4.1. Fase 1 (Proses DUR).....	46
5.4.2. Fase 2 (Proses Negosiasi).....	47
5.4.3. Fase 3 (Proses LUP).....	47
5.4.4. Fase 4 (Proses SP).....	48
5.5. Ukuran Kinerja Sistem Antrian.....	49
5.6. Optimalisasi Proses Antrian Proses Pengadaan Jasa	51
BAB VI KESIMPULAN DAN SARAN	55
6.1. Kesimpulan.....	55
6.2. Saran	56
DAFTAR PUSTAKA.....	57
RINGKASAN TUGAS AKHIR.....	59
LAMPIRAN.....	59

DAFTAR TABEL

Tabel	Keterangan	Halaman
3.1	Kemungkinan Terdapat n Pelanggan dalam Sistem pada saat $t + \Delta t$	23
3.2	Simulasi Antrian Berdasarkan Jumlah Pelanggan yang Selesai	35
5.1	Frekuensi atau Banyak Tender yang Masuk dan Keluar Tiap Fase	43
5.2	Presentase Waktu Kosong Server	52
5.3	Optimalisasi Proses Negosiasi	53
5.4	Optimalisasi Proses SP	54
5.5	Perbandingan Nilai W_s Sebelum dan Setelah Optimasi	55



DAFTAR GAMBAR

Gambar	Keterangan	Halaman
3.1	Struktur organisasi Departemen Pengadaan Jasa	9
3.2	Pemetaan Fungsi X	15
3.3	Proses Kedatangan dan Kepergian dalam Sistem Antrian	22
3.4	Proses Kelahiran Murni	24
3.5	Proses Kematian Murni	26
3.6	Ilustrasi Sistem Antrian Single Channel Single phase	28
3.7	Ilustrasi Sistem Antrian Single Channel Multi phase	29
3.8	Ilustrasi Sistem Antrian Multi Channel Single phase	29
3.9	Ilustrasi Sistem Antrian Multi Channel Single Multi phase	30
3.10	Ilustrasi Multi Channel Single phase	31
4.1	Tahapan Penelitian	39
5.1	Sebaran Status Waktu Berdasarkan Metode	41
5.2	Sebaran Durasi Proses Pengadaan Jasa	42
5.3	Ringkasan Laju Kedatangan dan Keberangkatan Metode Penunjukan	48
5.4	Rata-rata Banyak Tender dalam Sistem	49
5.5	Rata-rata Banyak Tender dalam Antrian	49
5.6	Rata-rata Lama Waktu Tender dalam Sistem	50
5.7	Rata-rata Lama Waktu Tender dalam Antrian	51

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Output Program SPSS
Lampiran 2	Ukuran Kinerja Proses Pengadaan Jasa



PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang sebelumnya pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali di acu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 10 Februari 2017




Novaldy Pratama Putra



ANALISIS SISTEM ANTRIAN TANDEM (SATU JALUR MULTIFASE) PADA PROSES PENGADAAN JASA DI PT PUPUK KALTIM

Oleh : Novaldy Pratama Putra
Program Studi Statistika Fakultas MIPA
Universitas Islam Indonesia

INTISARI

Pada penelitian ini akan dimodelkan sistem antrian pada proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim. Proses pengadaan jasa sendiri secara garis besar terdiri dari proses penetapan metode dan Daftar Usulan Rekanan (DUR), klarifikasi negosiasi, Laporan Usulan Pemenang (LUP), dan yang terakhir adalah pembuatan Surat Perjanjian (SP). Proses-proses tersebut pada sistem antrian dapat dianalogikan sebagai tahapan yang harus dilalui oleh setiap tender yang masuk dalam pengadaan jasa. Model antrian yang sesuai dengan proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim adalah model single channel multi phase atau model tandem. Hasil analisis menunjukkan bahwa pekerjaan yang diselesaikan dengan metode penunjukan dan metode pemilihan masih melewati target waktu yang ditetapkan perusahaan sehingga diperlukan optimalisasi sistem. Dalam penelitian ini penambahan server dilakukan untuk optimalisasi. Optimasi dilakukan dengan menggunakan metode tingkat aspirasi didapatkan bahwa perlu penambahan server sebanyak 2 server pada proses negosiasi dan 1 server pada proses SP.

Kata Kunci: *Proses Antrian, Pengadaan Jasa, Tandem, Single Channel, Multi Phase*

TANDEM QUEUE ANALYSIS TO EVALUATE SERVICE PROCUREMENT PROCESS IN PUPUK KALTIM INC.

By : Novaldy Pratama Putra

Statistics Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences

Universitas Islam Indonesia

ABSTRACT

This research modeled a queue system of service procurement process in Pupuk Kaltim Inc. The process of service procurement generally consists of Proposed Methods and a List of Partners (DUR), Clarification of Negotiation, Report of the Winner (LUP), and Momerandum of Understanding (SP). This processes on the queue system can be analogous as the phases that have to be passed by each tender. The queue model suitable with the service procurement in Pupuk Kaltim Inc is Single Channel Multi Phase model or Tandem model. The results show that the tenders finished using appointment and election method are still passed the company target so that it requires system optimalization. In this research additional servers have been done. In this research additional servers have been done, there are 2 additional servers for negotiation and 1 additional servers for SP process..

Keywords: *Queue Process, Service Procurement, Tandem, Single Channel, Multi Phase*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persaingan yang semakin ketat dalam industri global, menuntut perusahaan memiliki keunggulan kompetitif (*competitive advantage*). Persoalan industri yang awalnya fokus pada pembuatan produk berkualitas dengan biaya manufaktur rendah, menjadi fokus pada nilai proposisi (*value proposition*) baru yang pada dasarnya berusaha menjawab bagaimana agar konsumen bisa mendapatkan produk yang diinginkan, pada waktu dan tempat yang diinginkan, dengan biaya yang serendah mungkin. Untuk memenuhi value proposition baru ini, perusahaan harus meningkatkan kinerjanya dengan memanfaatkan berbagai peluang yang ditawarkan dari perkembangan teknologi sekaligus melakukan kemitraan dengan pihak lain untuk mendukung kemampuan internalnya. Salah satu upaya yang dapat dilakukan adalah dengan membentuk hubungan kerja sama yang baik dengan *supplier* (Adriant, 2006).

PT Pupuk Kaltim adalah perusahaan manufaktur, yang memiliki satu kompleks industri berbasis kimia berskala dunia, terletak di daerah pesisir kota Bontang, Kecamatan Bontang Utara, Pemerintah Kota Bontang, Provinsi Kalimantan Timur. Dalam pemenuhan akan jasa setiap bagian di PT Pupuk Kaltim dibentuklah Departemen Pengadaan Jasa.

Departemen Pengadaan Jasa tidak hanya dituntut dalam memenuhi kebutuhan jasa namun juga dituntut untuk memberikan pelayanan yang tinggi untuk mencapai peningkatan kualitas perusahaan sekaligus dapat bersaing di dunia industri secara global. Hal ini akan berpengaruh terhadap proses bisnis di PT Pupuk Kaltim yang berkelanjutan di masa depan.

Teori antrian (*Queueing Theory*) merupakan studi probabilitik kejadian garis tunggu (*waiting lines*), yakni suatu garis tunggu dari *customer* yang memerlukan layanan dari sistem yang ada (Sinalungga, 2008). Pada dasarnya, antrian dihasilkan dari permintaan sementara melebihi kapasitas layanan fasilitas, setiap kali pelanggan yang tiba tidak bisa menerima pelayanan segera karena semua

server sibuk. Situasi ini hampir selalu terjadi dalam setiap sistem yang memiliki kedatangan probabilistik dan pola layanan tertentu (Jensen dan Bard, 2003).

Dalam banyak hal, tambahan fasilitas pelayanan dapat diberikan untuk mengurangi antrian atau untuk mencegah timbulnya antrian. Akan tetapi, biaya untuk memberikan pelayanan tambahan akan menimbulkan pengurangan keuntungan mungkin sampai di bawah tingkat yang dapat diterima. Sebaliknya, jika terjadi antrian yang panjang dan tidak segera dicarikan solusi maka akan mengakibatkan hilangnya langganan atau nasabah. Oleh karena itu, tujuan dari teori antrian adalah hendak meminimumkan total biaya pengadaan fasilitas guna mengurangi antrian yang panjang serta meminimumkan waktu tunggu dalam antrian tersebut (Aminudin, 2005)

Ada beberapa penelitian sebelumnya terkait aplikasi teori antrian dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu penelitian sebelumnya dilakukan oleh Manggala Aldi Putranto (2014). Penelitian ini menunjukkan bahwa rata-rata lama pembayaran pajak kendaraan satu tahunan di SAMSAT Yogyakarta selama 40,9 menit. Setelah dioptimalkan, didapatkan solusi alternatif dari permasalahan antrian di SAMSAT Yogyakarta berupa penambahan *server*. Kombinasi *server* yang optimal adalah menyusun 2 loket paralel di fase 1, menyusun 3 loket paralel di fase 2, dan menyusun 2 loket paralel di fase 3. Solusi ini berhasil memenuhi target SAMSAT yaitu kurang dari 10 menit dengan lama waktu 7,203 menit.

Selain Manggala, penelitian tentang teori antrian juga dilakukan oleh Ima Wahyudi. Penelitian ini menerapkan model antrian multifase pada antrian di rumah sakit mata “Dr. Yap” Yogyakarta pada bulan Agustus 2009. Dari penelitian tersebut diketahui bahwa dengan waktu tunggu rata-rata pasien dalam sistem maupun dalam antrian kurang lebih 60 menit, dan melihat bahwa antrian terjadi di sebuah rumah sakit, maka dapat dikatakan bahwa model antrian dua fase sudah begitu efektif digunakan. Oleh karena itu, tidak perlu dilakukan penambahan loket lagi, baik di bagian pendaftaran maupun ruang praktek, karena fasilitas pelayanan sudah cukup memadai.

Pada penelitian ini akan dimodelkan sistem antrian pada proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim. Proses pengadaan jasa sendiri secara garis besar terdiri

dari banyak tahapan atau kegiatan antara lain proses penetapan metode dan Daftar Usulan Rekanan (DUR), klarifikasi negosiasi, Laporan Usulan Pemenang (LUP), dan yang terakhir adalah pembuatan Surat Perjanjian (SP). Proses pengadaan jasa dinyatakan selesai jika sudah melalui empat tahapan tersebut secara terurut atau proses kedua tidak boleh dilakukan ketika belum melewati proses pertama, begitu seterusnya. Proses seperti ini mengikuti sistem antrian *single channel multi phase* atau tandem. Desain pelayanan ini berarti bahwa sistem antrian tersebut memiliki server yang disusun secara berurutan atau seri atau bisa disebut juga disusun menjadi beberapa fase. Desain pelayanan seperti ini juga biasa diterapkan pada saat memperpanjang surat ijin mengemudi (SIM). Untuk memperpanjang SIM tersebut, seseorang diharuskan untuk menyelesaikan proses melalui loket-loket yang tersusun secara berurutan.

Salah satu parameter yang menentukan berhasil tidaknya pekerjaan departemen pengadaan jasa adalah durasi atau lamanya waktu yang diperlukan untuk merealisasikan proses pengadaan jasa tersebut. Secara garis besar, dalam proses pengadaan jasa pabrik tahun 2015 terdapat dua metode yang paling sering digunakan yaitu metode penunjukan langsung dan pemilihan langsung. Metode penunjukan langsung mempunyai target *lead-time* atau batas waktu selama 30 hari kalender dan metode pemilihan langsung mempunyai target *lead-time* selama 45 hari kalender. Dari batas waktu yang telah ditentukan tersebut, lebih dari 50% pekerjaan di tahun 2015 tidak tepat waktu. *User* atau unit kerja terkait sering harus menunggu untuk mendapatkan proses persetujuan pengadaan jasa dari departemen pengadaan jasa itu sendiri. Garis tunggu tersebut dikenal dengan sebutan antrian. Sedangkan pola kedatangan surat permohonan berbeda-beda di setiap bulannya dengan waktu layanan yang sangat bervariasi.

Berdasarkan permasalahan tersebut, penulis tertarik untuk menganalisis sistem antrian pekerjaan departemen pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim serta untuk mengetahui sistem pelayanan optimal agar pekerjaan dapat diselesaikan dengan tepat waktu.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, penulis menguraikan permasalahan-permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana gambaran umum proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim?
2. Bagaimanakah model sistem antrian yang sesuai dengan proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim?
3. Bagaimana hasil analisis sistem antrian proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim?
4. Bagaimana model antrian yang paling optimal agar proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim dapat diselesaikan dengan tepat waktu?

1.3 Batasan Masalah

Batasan-batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder, yaitu data pengadaan jasa tahun 2015 yang diperoleh dari Departemen Pengadaan Jasa PT Pupuk Kaltim
2. Variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah:
 - a. Durasi Waktu (dalam hari)
 - b. Metode Pengadaan Jasa (Pemilihan atau Penunjukan)
 - c. Keadaan/fase (DUR, Negosiasi, LUP, SP)
3. Metode atau model analisis yang digunakan adalah proses stokastik yaitu model antrian.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengetahui gambaran statistik deskriptif durasi pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim
2. Untuk mengetahui model sistem antrian proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim
3. Untuk mengetahui dan mengevaluasi kinerja sistem antrian pada proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim
4. Untuk mengetahui bagaimana mengoptimalkan durasi pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini antara lain:

1. Dengan mengetahui statistik deskriptif durasi pengadaan jasa dapat diketahui gambaran umum durasi proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim
2. Dengan mengetahui model sistem antrian dapat menjadi bahan pembelajaran dalam menyelesaikan sebuah permasalahan atau kasus menggunakan proses stokastik, terutama dengan model antrian.
3. Dapat digunakan sebagai penelitian serupa mengenai analisis durasi waktu antrian pada berbagai durasi waktu dalam mengoptimalkan berbagai pekerjaan.



BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Antrian pada dasarnya dihasilkan dari permintaan sementara melebihi kapasitas layanan fasilitas, setiap kali pelanggan yang tiba tidak bisa menerima pelayanan segera karena semua server sibuk. (Jensen dan Bard, 2003). Sedangkan proses antrian adalah suatu proses dimana terdapat suatu kedatangan konsumen pada suatu fasilitas pelayanan dan menunggu dalam suatu barisan karena fasilitas pelayanan sedang sibuk, kemudian konsumen akan meninggalkan fasilitas pelayanan tersebut apabila sudah mendapatkan pelayanan

Adapun beberapa penelitian yang berkaitan dengan proses antrian dan antrian multifase adalah sebagai berikut:

1. Analisis Antrian *Multi Channel Multi Phase* Pada Antrian Pembuatan Surat Izin Mengemudi dengan Model Antrian (M/M/c): (GD/∞/∞) (Aminah, 2015)

Ada beberapa model antrian yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah antrian, salah satunya adalah model (M/M/c):(GD/∞/∞). Model antrian tersebut digunakan untuk menyelesaikan masalah antrian yang memiliki banyak ketersediaan jumlah server dalam suatu tahap pelayanan. Antrian sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari terutama ditempat-tempat pelayanan umum seperti pelayanan pembuatan Surat Izin Mengemudi (SIM). Pembuatan SIM di Poltabes kota Pontianak dilakukan melalui lima tahap prosedur yang harus dilakukan, yaitu entri data, foto dan rekam, ujian teori, ujian praktek, dan cetak SIM.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kinerja sistem antrian pembuatan SIM di Poltabes kota Pontianak. Setelah melalui proses pengumpulan data, perhitungan dan pengolahan data menggunakan model antrian (M/M/c) (GD/∞/∞), dengan pola kedatangan pemohon SIM berdistribusi Poisson dan waktu pelayanan pemohon SIM berdistribusi Eksponensial. Kinerja sistem antrian pembuatan SIM di Poltabes kota Pontianak dapat dikatakan sudah efektif, karena *Steady Keadaan* di setiap tahap kurang dari 1 menit dengan rata-rata waktu tunggu dalam antrian 21,6

menit dan dalam sistem 70,2 menit. Probabilitas tidak adanya pemohon SIM baru di tahap pertama yaitu 0,27, di tahap ke dua 0,30, di tahap ke tiga 0,11, di tahap ke empat 0,04 dan di tahap ke lima 0,58.

2. Analisis Masalah Sistem Antrian Model *Multi Phase* Pada Kantor SAMSAT Yogyakarta (Putranto, 2014)

Pada proses pembayaran pajak kendaraan satu tahunan di SAMSAT Yogyakarta telah diketahui bahwa sistem antriannya menggunakan model multi fase yaitu sistem antrian yang terdiri dari server yang tersusun secara seri atau terdiri dari beberapa fase. SAMSAT Yogyakarta memiliki target waktu untuk penyelesaian pembayaran pajak kendaraan satu tahunan selama 10 menit.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menjelaskan model antrian, mendeskripsikan hasil analisis, dan mencari solusi optimal sistem antrian pembayaran pajak kendaraan satu tahunan di SAMSAT Yogyakarta.

Hasil analisis menyatakan bahwa fase 1 dengan model $M/M/1:FCFS/\infty/\infty$, fase 2 dengan model $M/M/2:FCFS/\infty/\infty$, dan fase 3 dengan model $M/M/1:FCFS/\infty/\infty$ serta rata-rata lama pembayaran pajak kendaraan satu tahunan di SAMSAT Yogyakarta selama 40,9 menit. Setelah dioptimalkan, didapatkan solusi alternatif dari permasalahan antrian di SAMSAT Yogyakarta berupa penambahan server. Kombinasi server yang optimal adalah menyusun 2 loket paralel di fase 1, menyusun 3 loket paralel di fase 2, dan menyusun 2 loket paralel di fase 3. Solusi ini menghasilkan lama waktu pelanggan dalam membayar pajak kendaraan adalah selama 7,203 menit dimana ini sesuai target yang diharapkan yaitu kurang dari 10 menit.

3. Penerapan Model Antrian Dua Fase (Studi Kasus di Rumah Sakit Mata “Dr. Yap” Yogyakarta), (Wahyudi, 2010)

Rumah sakit “Dr. Yap” pada kegiatannya tidak hanya melayani pasien yang berasal dari Yogyakarta saja, tetapi juga melayani pasien secara umum yang berasal dari mana saja yang ingin berobat. Hal ini dikarenakan rumah sakit mata “Dr. Yap” Yogyakarta dipercaya oleh semua pihak sebagai

perwakilan untuk wilayah DIY dan Jawa Tengah khusus untuk menangani masalah penyakit mata.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah model antrian dua fase. Metode ini dapat mengatur keseimbangan antara unit-unit yang membutuhkan pelayanan dengan kapasitas fasilitas pelayanan yang ada.

Dari hasil penelitian ini didapatkan bahwa waktu tunggu rata-rata pasien dalam sistem maupun dalam antrian kurang lebih selama 60 menit. Maka dapat dikatakan bahwa model antrian dua fase sudah begitu efektif digunakan di rumah sakit mata “Dr. Yap” Yogyakarta. Oleh karena itu, tidak perlu dilakukan penambahan loket lagi, baik dibagian pendaftaran maupun ruang praktek karena fasilitas pelayanan sudah cukup memadai.

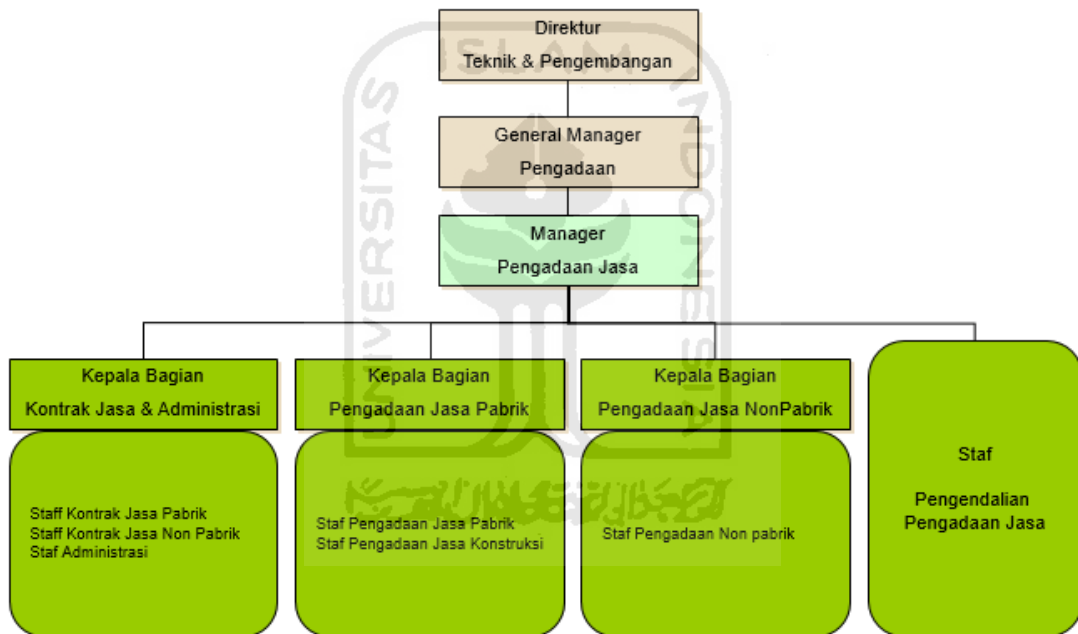


BAB III

LANDASAN TEORI

3.1 Proses Pengadaan Jasa PT Pupuk Kaltim

Salah satu unit kerja PT Pupuk Kalimantan Timur adalah Departemen Pengadaan Jasa. Departemen ini merupakan unit kerja yang berfungsi mengelola administrasi dan/atau proses Pengadaan Jasa yang dibutuhkan perusahaan. Struktur organisasi dari Departemen Pengadaan Jasa dapat dilihat pada gambar berikut ini.



Gambar 3.1 Struktur organisasi Departemen Pengadaan Jasa (Sumber: PT Pupuk Kaltim)

Dengan menerapkan prinsip-prinsip efisien, efektif, kompetitif, transparan, adil, wajar dan akuntabel akan meningkatkan kepercayaan masyarakat terhadap proses Pengadaan Jasa, karena hasilnya dapat dipertanggungjawabkan kepada masyarakat dari segi administrasi, teknik dan keuangan.

Setiap proses pengadaan jasa yang dijalankan PT Pupuk Kaltim diatur berdasarkan aturan-aturan dasar sebagai berikut.

1. Undang-undang Nomor 40 Tahun 2007 Tentang Perseroan Terbatas

2. Peraturan Pemerintah Republik Indonesia Nomor 28 Tahun 1997 Tentang Penambahan Penyertaan Modal Negara Republik Indonesia ke dalam Modal Saham Perseroan (Persero) PT Pupuk Sriwidjaja
3. Surat PT Pupuk Sriwidjaja Nomor: U-1019/A00000.UM/2011, tanggal 12 September 2011 tentang Kebijakan Pengadaan Barang dan Jasa
4. Disposisi dari PT Pupuk Indonesia (Persero) tanggal 9 Oktober 2012 mengenai adanya perubahan peraturan pengadaan barang dan jasa dari instansi terkait
5. Surat Keputusan Direksi tentang Standarisasi Penyusunan Prosedur PT Pupuk Kaltim yang berlaku
6. Surat Keputusan Direksi tentang Penetapan Prosedur yang berlaku
7. Surat Keputusan Direksi tentang Tanggung Jawab Penandatanganan dan Pamaraf Dokumen PT Pupuk Kalimantan Timur, yang berlaku
8. Surat Keputusan Direksi tentang Otorisasi Penandatanganan Permintaan Pembelian (PP)/Order Pembelian (OP), Permintaan Pelaksanaan Pekerjaan (PPP)/Surat Perintah Kerja (SPK)/Surat Perjanjian (SP)/Kontrak Pengadaan Barang/Jasa, yang berlaku pada saat pengadaan dilaksanakan
9. Surat Keputusan Direksi tentang Pedoman Kebijakan Akuntansi PT Pupuk Kalimantan Timur yang berlaku
10. Surat Keputusan Direksi tentang Otorisasi Penandatanganan Memo Perincian Pembayaran yang berlaku
11. Surat Direksi Utama tentang Otorisasi Perubahan Otorisasi Penarikan Cek Giro dan Bank Transfer yang berlaku
12. Surat Direktur Keuangan tentang Reimburse Biaya yang berlaku
13. Surat Edaran PT Pupuk Indonesia (Persero) Nomor: SE-20/IX/2013 perihal Kebijakan Investasi & Pengembangan Usaha di Anak Perusahaan
14. Pedoman Sistem Manajemen Terpadu PT Pupuk Kalimantan Timur

Dalam proses pengadaan jasa terdapat beberapa metode yang digunakan, yaitu sebagai berikut:

1. Pelelangan/seleksi terbuka, yaitu metode pemilihan Penyedia Jasa dengan cara mengumumkan pekerjaan yang dapat diikuti oleh semua Penyedia Jasa yang memenuhi syarat.
2. Pelelangan terbatas. yaitu metode pemilihan Penyedia Jasa yang dilakukan secara terbatas dengan mengundang beberapa Penyedia Jasa yang diyakini jumlahnya terbatas dan waktu yang dibutuhkan untuk penyelesaian pekerjaan terbatas.
3. Pemilihan langsung, yaitu metode pemilihan Penyedia Jasa dengan cara mengundang secara langsung sekurang-kurangnya 2 Penyedia Jasa yang sudah tercatat dalam database perusahaan.
4. Penunjukan langsung, yaitu metode pemilihan Penyedia Jasa dengan cara menunjuk langsung 1 atau lebih Penyedia Jasa atau melalui beauty contest.
5. Pengadaan langsung, yaitu Pengadaan Jasa langsung kepada Penyedia Jasa, tanpa melalui pelelangan, seleksi, pemilihan langsung atau penunjukan langsung.

Secara umum metode yang paling banyak digunakan hanya dua metode yaitu metode pemilihan langsung dan metode penunjukan langsung. Dalam metode pemilihan langsung peserta diperoleh dengan mengundang sekurang-kurangnya dua penyedia jasa yang masuk dalam *database* perusahaan. Dalam hal penyedia jasa di *database* rekanan perusahaan tidak mencukupi, maka dapat dilakukan tambahan penyedia jasa yang memenuhi persyaratan, dan pemilihan langsung dapat dilakukan apabila pengadaan jasa bernilai di atas 10 juta rupiah sampai dengan kurang dari 1 milyar rupiah atau pengadaan jasa tersebut telah melewati metode pelelangan/seleksi terbuka atau pelengan terbatas sebanyak 2 kali namun gagal.

Kriteria metode pemilihan langsung dinyatakan gagal apabila ditinjau dari keterpenuhan kuorum yaitu

1. Jumlah Peserta yang Lulus Kualifikasi pada Proses Prakualifikasi kurang dari 2 Rekanan ;
2. Jumlah Peserta yang memasukan Dokumen Penawaran yang sah kurang dari 2 Rekanan ;

3. Jumlah Peserta yang Lulus Kualifikasi pada Proses Prakualifikasi Pelelangan Terbatas Ulang kurang dari 2 Rekanan ;
4. Jumlah Peserta yang memasukan Dokumen Penawaran yang sah pada Pelelangan Terbatas Ulang kurang dari 2 Rekanan.

Metode penunjukan langsung dapat dilakukan apabila memenuhi minimal salah satu persyaratan sebagai berikut:

1. Jasa yang dibutuhkan bagi kinerja utama Perusahaan dan tidak dapat ditunda keberadaannya (*business critical asset*) ;
2. Penyedia Jasa dimaksud hanya satu-satunya (Jasa Spesifik) ;
3. Jasa yang bersifat knowledge intensive, dimana untuk menggunakan dan memelihara produk tersebut membutuhkan kelangsungan pengetahuan dari Penyedia Jasa;
4. Apabila pelaksanaan Pengadaan Jasa dengan menggunakan cara Pelelangan/Seleksi Terbuka dan/atau Pemilihan Langsung telah dua kali dilakukan namun Gagal;
5. Jasa yang dimiliki oleh pemegang hak atas kekayaan intelektual (HAKI) atau yang memiliki jaminan (*warranty*) dari *Original Equipment Manufacturer*;
6. Penanganan darurat untuk keamanan dan keselamatan masyarakat serta pengamanan aset strategis Perusahaan;
7. Jasa yang merupakan pengadaan berulang (*repeat order*) sepanjang harga yang ditawarkan menguntungkan Perusahaan dengan tidak mengorbankan kualitas Jasa;
8. Penanganan darurat akibat bencana alam, baik yang bersifat lokal maupun nasional;
9. Jasa lanjutan yang secara teknis merupakan satu kesatuan yang sifatnya tidak dapat dipecah-pecah dari pekerjaan yang sudah dilaksanakan sebelumnya;
10. Penyedia Jasa adalah BUMN, Anak Perusahaan BUMN atau Perusahaan Terafiliasi BUMN, sepanjang jasa dimaksud adalah merupakan produk atau layanan dari BUMN, Anak Perusahaan BUMN, Perusahaan

Terafiliasi BUMN, dan atau usaha kecil dan mikro, dan sepanjang kualitas, harga dan tujuannya dapat dipertanggungjawabkan, serta dimungkinkan dalam peraturan sektoral;

11. Pengadaan Jasa dalam jumlah dan nilai tertentu yang ditetapkan Direksi dengan terlebih dahulu mendapatkan persetujuan Dewan Komisaris.

Proses pengadaan jasa sendiri secara garis besar terdiri dari banyak tahapan atau kegiatan antara lain proses penetapan metode dan Daftar Usulan Rekanan (DUR), klarifikasi negosiasi, Laporan Usulan Pemenang (LUP), dan yang terakhir adalah pembuatan Surat Perjanjian (SP).

Dalam proses DUR akan diberikan daftar vendor yang mempunyai kapabilitas pada tender yang disyaratkan oleh user (departemen terkait). Dalam proses ini setidaknya ada dua orang yang perlu menandatangani yaitu manager departemen pengadaan jasa dan general manager, jika jasa yang ditawarkan mempunyai estimasi biaya lebih dari 50 juta, maka perlu persetujuan dari direksi.

Proses kedua adalah proses negosiasi, proses ini adalah proses yang paling fluktuatif dibandingkan proses yang lain dikarenakan ada banyak variasi masalah yang ditemukan dalam proses ini. Proses ini dilaksanakan oleh departemen pengadaan jasa dan pemenang tender dari proses pertama.

Setelah mendapatkan harga yang telah disepakati bersama antara departemen pengadaan jasa dan vendor terkait maka masuk kedalam proses ketiga yaitu proses LUP. Dalam proses ini diperlukan persetujuan dari berbagai pihak yaitu ketua unit, general manager unit, dan direksi. Proses keempat atau proses terakhir adalah proses SP. Proses ini melibatkan 6 orang yaitu manager pengadaan jasa, general manager, ketua tim, general manager unit, manager *user*, dan direksi. Proses pengadaan jasa dinyatakan selesai jika sudah melalui empat tahapan tersebut secara terurut atau proses kedua tidak boleh dilakukan ketika belum melewati proses pertama, begitu seterusnya. Proses seperti ini mengikuti sistem antrian pada proses stokastik dengan menganalogikan proses-proses tersebut sebagai tahapan yang harus dilalui oleh setiap tender yang masuk dalam pengadaan jasa.

3.2 Statistika Deskriptif

Statistika adalah ilmu pengetahuan yang mempelajari bagaimana cara mengumpulkan, mengolah, menganalisis, dan menginterpretasikan data sehingga dapat disajikan lebih baik. Statistik adalah kumpulan fakta yang berbentuk angka-angka yang disusun dalam bentuk daftar atau tabel yang menggambarkan suatu permasalahan (Somantri, 2006).

Statistika deskriptif adalah statistik yang digunakan untuk menganalisa data dengan cara mendeskripsikan atau menggambarkan data yang telah terkumpul sebagaimana adanya tanpa bermaksud membuat kesimpulan yang berlaku untuk umum atau generalisasi (Sugiyono, 2004).

3.3 Konsep Peluang

Diberikan ruang sampel S yang merupakan himpunan semua hasil dari suatu percobaan. Kejadian A adalah himpunan bagian dari ruang sampel. Peluang suatu kejadian $P(A)$ adalah rasio antara banyaknya titik kejadian dan ruang sampel atau dapat ditulis sebagai berikut:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (3.1)$$

dengan

$n(A)$: banyaknya anggota kejadian A

$n(S)$: banyaknya anggota ruang sampel atau kejadian yang mungkin muncul

Untuk suatu percobaan dengan ruang sampel S dan A_1, A_2, A_3, \dots mewakili kejadian yang mungkin. Himpunan fungsi yang berhubungan dengan nilai riil $P(A)$ dengan tiap kejadian A disebut fungsi himpunan peluang dan $P(A)$ disebut peluang dari jika syarat berikut dipenuhi:

- i. $0 \leq P(A)$ untuk tiap A
- ii. $P(S) = 1$
- iii. $P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$ (3.2)

dimana A_1, A_2, A_3, \dots adalah kejadian yang saling lepas. (Bain & Engelhardt, 1992:9)

3.4 Peubah Acak

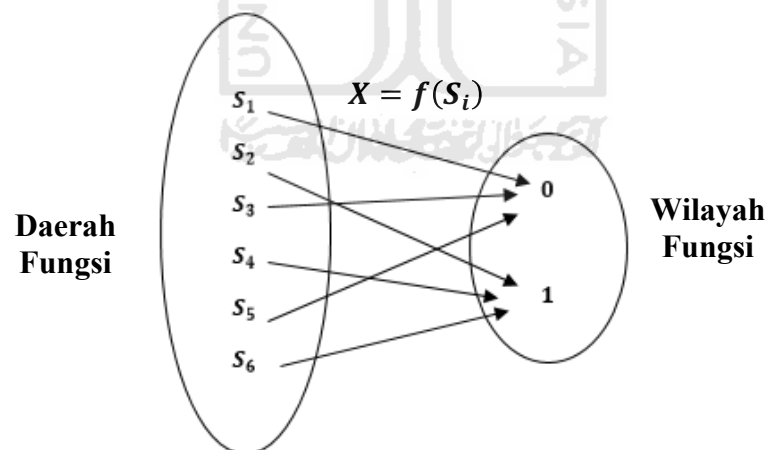
Misalkan A adalah sebuah percobaan dengan ruang sampel S . Sebuah ruang fungsi x yang menetapkan setiap anggota $s \in S$ ke sebuah bilangan real $X(s)$ dinamakan peubah acak (Herhyanto, 2009). Sebagai ilustrasi, dalam percobaan pelemparan sebuah dadu berisi enam keluaran yang mungkin terjadi. Ruang sampelnya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$R = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6\}$$

Dari percobaan ini dapat didefinisikan beberapa peubah acak. Salah satu peubah acak yang dapat didefinisikan adalah X yang menunjukkan munculnya mata dadu genap

$$X = \begin{cases} 0, & \text{bila muncul mata dadu ganjil} \\ 1, & \text{bila muncul mata dadu genap} \end{cases}$$

Dengan demikian jika muncul mata dadu ganjil (S_1, S_3, S_5) akan dipetakan ke nilai nol sedangkan jika muncul mata dadu genap (S_2, S_4, S_6) akan dipetakan ke nilai satu. Pemetaan fungsi X dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.2 Pemetaan Fungsi X

3.5. Distribusi Peluang

Walpole dan Myers (1995) dalam bukunya "Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan" menyatakan bahwa jika X adalah peubah acak diskrit, maka $p(x) = P(X = x)$ untuk setiap x dalam range X dinamakan fungsi

peluang dari X . Nilai fungsi peluang dari X yaitu $p(x)$ harus memenuhi sifat-sifat sebagai berikut:

- i. $p(x) \geq 0$ untuk $x \in (-\infty, \infty)$
- ii. $\sum_x p(x) = 1$ (3.3)

Kumpulan pasangan yang diurutkan $\{x, p(x)\}$ dinamakan distribusi peluang dari X . Bentuk umum dari fungsi peluang ada dua kemungkinan, yaitu berupa konstanta dan berupa fungsi dari nilai peubah acak.

Misal X adalah peubah acak kontinu yang didefinisikan dalam himpunan bilangan real. Sebuah fungsi disebut fungsi densitas dari X , jika nilai-nilainya, yaitu $f(x)$ memenuhi sifat-sifat sebagai berikut :

- i. $f(x) \geq 0$ untuk $x \in (-\infty, \infty)$
- ii. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
- iii. untuk setiap a dan b , dengan $-\infty < a < b < \infty$, maka

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx \quad (3.4)$$

3.5.1 Distribusi Poisson

Suatu eksperimen yang menghasilkan jumlah sukses yang terjadi pada interval waktu ataupun daerah yang spesifik dikenal sebagai eksperimen Poisson. Interval waktu tersebut dapat berupa menit, hari, minggu, bulan, maupun tahun, sedangkan daerah yang spesifik dapat berarti garis, luas, sisi, maupun material (Dimiyati, 1999:309).

Bain dan Engelhardt (1992) dalam bukunya yang berjudul *Introduction to Probability and Mathematical Statistics* menyatakan bahwa peubah acak diskrit X dikatakan berdistribusi Poisson dengan parameter $\mu > 0$ jika memiliki fungsi densitas peluang yang berbentuk

$$f(x; \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} \text{ dengan } x = 1, 2, 3, \dots \quad (3.5)$$

dengan μ menyatakan rata-rata banyaknya sukses yang terjadi per satuan waktu atau pada daerah tertentu.

Walpole dan Myers (1995) menyatakan bahwa rataan dan variansi distribusi Poisson $f(x; \mu)$ keduanya sama dengan μ

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} = \sum_{x=1}^{\infty} x \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} = \mu \sum_{x=1}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^{x-1}}{(x-1)!} \quad (3.6)$$

Kemudian misalkan $y = x - 1$ sehingga diperoleh

$$E(X) = \mu \sum_{y=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!} = \mu \quad (3.7)$$

karena

$$\sum_{y=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!} = \sum_{y=0}^{\infty} p(y; \mu) = 1 \quad (3.8)$$

Variansi distribusi Poisson didapat dengan mula-mula mencari

$$\begin{aligned} E[X(X-1)] &= \sum_{x=0}^{\infty} x(x-1) \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} \\ &= \sum_{x=2}^{\infty} x(x-1) \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} \\ &= \mu^2 \sum_{x=2}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^{x-2}}{(x-2)!} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Kemudian masukkan $y = x - 2$, maka diperoleh

$$E[X(X-1)] = \mu^2 \sum_{y=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!} = \mu^2 \quad (3.10)$$

jadi

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E(X^2) - (E(X))^2 = E[X(X-1)] + E(X) - (E(X))^2 \\ &= \mu^2 + \mu - \mu^2 = \mu \end{aligned} \quad (3.11)$$

Adapun nilai *Momen Generating Function* (MGF) diperoleh dari

$$M_X(t) = E(e^{tx}) \begin{cases} \sum_x e^{tx} f(x), & \text{bila } x \text{ diskret} \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x), & \text{bila } x \text{ kontinu} \end{cases} \quad (3.12)$$

Sehingga dari definisi tersebut diperoleh MGF dari distribusi Poisson

$$\begin{aligned} M_X(t) &= \sum_x e^{tx} f(x) = \sum_{x=0}^n e^{tx} \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} = e^{-\mu} \sum_{x=0}^n \frac{(\mu e^t)^x}{x!} \\ &= e^{-\mu} e^{\mu e^t} \sum_{x=0}^n \frac{e^{-\mu e^t} (\mu e^t)^x}{x!} \end{aligned} \quad (3.13)$$

dengan memisalkan $M = \mu e^t$ maka

$$\sum_{x=0}^n \frac{e^{-\mu e^t} (\mu e^t)^x}{x!} = \sum_{x=0}^n \frac{e^{M(M)^x}}{x!} = \sum_{x=0}^{\infty} p(y; \mu) = 1 \quad (3.14)$$

sehingga

$$M_X(t) = e^{-\mu} e^{\mu e^t} = e^{\mu(e^t-1)} \quad (3.15)$$

Nilai MGF tersebut dapat dibuktikan dengan membuktikan nilai turunan pertama dan nilai turunan keduanya untuk mendapatkan nilai rata-rata atau $E(X)$ dan variansinya atau σ^2 yang telah didapatkan sebelumnya.

$$E(X) = M'_x(t=0) = \left. \frac{d}{dt} e^{\mu(e^t-1)} \right|_{t=0} = \left. \mu e^t e^{\mu(e^t-1)} \right|_{t=0} = \mu \quad (3.16)$$

kemudian nilai harapan X^2 didapatkan dari turunan keduanya

$$\begin{aligned} E(X^2) &= M''_x(t=0) = \left. \frac{d^2}{dt^2} e^{\mu(e^t-1)} \right|_{t=0} \\ &= \left. \frac{d}{dt} \mu e^t e^{\mu(e^t-1)} \right|_{t=0} \\ &= \left. \mu e^t e^{\mu(e^t-1)} + (\mu e^t)^2 e^{\mu(e^t-1)} \right|_{t=0} \\ &= \mu + \mu^2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Sehingga didapatkan nilai variansinya

$$\sigma^2 = E(X^2) - (E(X))^2 = \mu + \mu^2 - \mu^2 = \mu \quad (3.18)$$

3.5.2 Distribusi Eksponensial

Distribusi eksponensial digunakan untuk menggambarkan distribusi waktu pada fasilitas jasa, dimana waktu pelayanan tersebut diasumsikan bersifat bebas. Artinya, waktu untuk melayani pendatang tidak bergantung pada lama waktu yang telah dihabiskan untuk melayani pendatang sebelumnya, dan tidak bergantung pada jumlah pendatang yang menunggu untuk dilayani (Djauhari, 1997).

Bain dan Engelhardt, 1992 dalam bukunya yang berjudul *Introduction to Probability and Mathematical Statistics* menyatakan bahwa peubah acak kontinu X dikatakan berdistribusi eksponensial dengan $\theta > 0$ jika memiliki pdf berikut

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases} \quad (3.19)$$

Untuk mencari rata-rata distribusi eksponensial maka didapatkan

$$\mu = E(X) = \int_0^{\infty} x \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} dx \quad (3.20)$$

misalkan $y = \frac{x}{\theta}$ maka $dy = \frac{1}{\theta} dx$ atau $dx = \theta dy$

$$E(X) = \int_0^{\infty} y e^{-y} \theta dy = \theta \int_0^{\infty} y e^{-y} dy \quad (3.21)$$

dengan menggunakan integral parsial dimisalkan $u = y$ dan $dv = e^{-y} dy$ didapatkan

$$E(X) = \theta [-ye^{-y} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-y} dy] = \theta [0 + (-e^{-y} \Big|_0^{\infty})] = \theta \quad (3.22)$$

Langkah selanjutnya untuk mendapatkan nilai variansi maka diperlukan nilai nilai harapan X^2 berikut

$$E(X^2) = \int_0^{\infty} x^2 \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} dx = \theta \int_0^{\infty} \frac{x^2}{\theta^2} e^{-\frac{x}{\theta}} dx \quad (3.23)$$

misalkan $y = \frac{x}{\theta}$ maka $dy = \frac{1}{\theta} dx$ atau $dx = \theta dy$

$$E(X^2) = \theta \int_0^{\infty} y^2 e^{-y} \theta dy = \theta^2 \int_0^{\infty} y^2 e^{-y} dy \quad (3.24)$$

dengan menggunakan integral parsial sebanyak dua kali, dimisalkan $u = y^2$ dan $dv = e^{-y} dy$ didapatkan

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \theta^2 \left[-y^2 e^{-y} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} -2y e^{-y} dy \right] \\ &= \theta^2 \left[0 + \int_0^{\infty} -2y e^{-y} dy \right] \\ &= \theta^2 \left[\int_0^{\infty} -2y e^{-y} dy \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

kemudian dengan integral parsial dimisalkan $u = -2y$ dan $dv = e^{-y} dy$ didapatkan

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \theta^2 \left[-2ye^{-y} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} 2e^{-y} dy \right] = 2\theta^2 \left[ye^{-y} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-y} dy \right] \\ &= 2\theta^2 [0 + (e^{-y} \Big|_0^{\infty})] = 2\theta^2 \end{aligned} \quad (3.26)$$

sehingga didapatkan nilai variansinya

$$\sigma^2 = E(X^2) - (E(X))^2 = 2\theta^2 - \theta^2 = \theta^2 \quad (3.27)$$

Dari definisi yang telah diberikan sebelumnya MGF dari distribusi eksponensial adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} M_X(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} dx \\ &= \frac{1}{\theta} \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx - \frac{x}{\theta}} dx = \frac{1}{\theta} \int_{-\infty}^{\infty} e^{(t - \frac{1}{\theta})x} dx \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\theta \left(t - \frac{1}{\theta}\right)} \left[e^{\left(t - \frac{1}{\theta}\right)x} \right]_0^{\infty} \quad (3.28)$$

MGF ini hanya konvergen ketika $t < \frac{1}{\theta}$ sehingga didapatkan

$$M_X(t) = \frac{1}{1 - \theta t} \quad (3.29)$$

Nilai MGF tersebut dapat dibuktikan dengan membuktikan nilai turunan pertama dan nilai turunan keduanya untuk mendapatkan nilai rata-rata atau $E(X)$ dan variansinya atau σ^2 yang telah didapatkan sebelumnya.

$$\begin{aligned} E(X) &= M'_x(t=0) = \frac{d}{dt} \frac{1}{1 - \theta t} \Big|_{t=0} = \frac{d}{dt} (1 - \theta t)^{-1} \Big|_{t=0} \\ &= -\theta(1 - \theta t)^{-2} \Big|_{t=0} = \theta \end{aligned} \quad (3.30)$$

kemudian nilai harapan X^2 didapatkan dari turunan keduanya

$$\begin{aligned} E(X^2) &= M''_x(t=0) = \frac{d^2}{dt^2} (1 - \theta t)^{-1} \Big|_{t=0} = \frac{d}{dt} -\theta(1 - \theta t)^{-2} \Big|_{t=0} \\ &= -(1 - \theta t)^{-2} + (-2\theta^2(1 - \theta t)^{-3}) \Big|_{t=0} = 2\theta^2 \end{aligned} \quad (3.31)$$

sehingga didapatkan nilai variansinya

$$\sigma^2 = E(X^2) - (E(X))^2 = 2\theta^2 - \theta^2 = \theta^2 \quad (3.32)$$

3.6 Proses Stokastik

Kata stokastik (*stochastics*) merupakan jargon untuk keacakan. Oxford Dictionary (2005) menyatakan proses stokastik sebagai suatu barisan kejadian yang memenuhi hukum-hukum peluang. Sedangkan menurut KBBI stokastik adalah segala hal yang mempunyai unsur peluang atau kebolehjadian. Dengan demikian, jika dari pengalaman yang lalu keadaan yang akan datang suatu barisan kejadian dapat diramalkan secara pasti, maka barisan kejadian itu dinamakan deterministik. Sebaliknya jika pengalaman yang lalu hanya dapat menyajikan struktur peluang keadaan yang akan datang, maka barisan kejadian yang demikian disebut stokastik.

Proses stokastik adalah suatu proses yang mengandung suatu ketidakpastian atau sistem yang dijalankan pada suatu lingkungan yang tak dapat diduga, dimana model deterministik tidak lagi cocok dipakai untuk menganalisis sistem.

Analisis Rantai Markov adalah suatu metode yang mempelajari sifat-sifat suatu variabel pada masa sekarang yang didasarkan pada sifat-sifat masa lalu dalam usaha menaksir sifat-sifat variabel tersebut di masa yang akan datang. Dalam analisis markov yang dihasilkan adalah suatu informasi probabilistik yang dapat digunakan untuk membantu pembuatan keputusan. Analisis Markov merupakan suatu bentuk khusus dari model probabilistik yang lebih umum dikenal dengan proses Stokastik (Sitindaon, 2010).

Rantai Markov waktu kontinu adalah proses stokastik yang bergerak dari suatu keadaan ke keadaan lain sesuai dengan (*discrete-time*) rantai markov, tetapi banyaknya waktu yang dihabiskan di setiap keadaan sebelum melanjutkan ke keadaan berikutnya berdistribusi eksponensial. Selain itu, banyaknya waktu proses yang dihabiskan di keadaan i , dan keadaan berikutnya yang dikunjungi harus independen terhadap variabel acak.

3.6.1 Proses Kelahiran-Kematian

Proses kelahiran dan kematian adalah rantai markov waktu kontinu dengan keadaan $\{0,1,\dots\}$ untuk transisi yang hanya dapat bergerak dari keadaan i ke keadaan $i+1$ atau ke keadaan $i-1$. Proses kedatangan dan kepergian dalam suatu sistem antrian merupakan proses kelahiran dan kematian. Kelahiran terjadi jika seorang pelanggan memasuki sistem antrian dan kematian terjadi jika seorang pelanggan meninggalkan sistem antrian tersebut.

Wospakrik (1996) dalam bukunya *Teori dan Soal-Soal Operation Research* menyatakan bahwa asumsi-asumsi proses kelahiran dan kematian dalam antrian sebagai berikut:

1. Semua kejadian pada suatu interval waktu yang sangat pendek (Δt) mempunyai probabilitas yang sama apabila sebanyak n pelanggan berada dalam sistem antrian, maka probabilitas sebuah kedatangan terjadi antara t dan $t + \Delta t$, dinyatakan dengan

$$P\{N(t + \Delta t) - N(t) = 1\} = \lambda_n \Delta t + o(\Delta t) \quad (3.33)$$

λ merupakan laju kedatangan

2. Probabilitas tidak ada kedatangan antara t dan $t + \Delta t$ dinyatakan dengan

$$P\{N(t + \Delta t) - N(t) = 0\} = 1 - (\lambda_n \Delta t + o(\Delta t)) \quad (3.34)$$

3. Probabilitas ada satu kepergian antara t dan $t + \Delta t$ dinyatakan dengan

$$P\{N(t + \Delta t) - N(t) = 1\} = \mu_n \Delta t + o(\Delta t) \quad (3.35)$$

μ merupakan laju layanan

4. Probabilitas tidak ada kepergian antara t dan $t + \Delta t$ dinyatakan

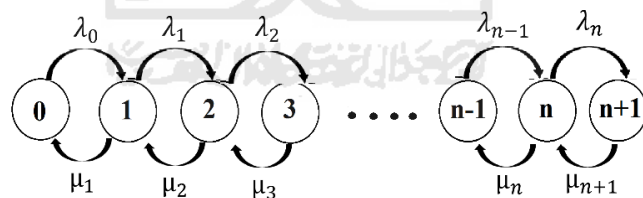
$$P\{N(t + \Delta t) - N(t) = 1\} = 1 - (\mu_n \Delta t + o(\Delta t)) \quad (3.36)$$

5. Probabilitas terjadi lebih dari satu kejadian pada selang waktu yang sangat pendek adalah sangat kecil sehingga dapat diabaikan, dapat dinyatakan dengan

$$P\{N(t + \Delta t) - N(t) > 1 = o(\Delta t)\} \quad (3.37)$$

6. Proses kedatangan dan pelayanan merupakan kejadian yang saling bebas

Berdasarkan asumsi ke-enam, kedatangan dan kepergian merupakan kejadian-kejadian yang saling bebas, sehingga kejadian pada interval waktu tertentu tidak mempengaruhi kejadian pada interval waktu sebelumnya atau kejadian pada interval waktu sesudahnya. Proses kedatangan dan kepergian dalam suatu sistem antrian sesuai asumsi di atas ditunjukkan oleh Gambar 2.2 berikut



Gambar 3.3. Proses Kedatangan dan Kepergian dalam Sistem Antrian

Berdasarkan Gambar 3.3 kemungkinan-kemungkinan kejadian saling asing dapat terjadi jika terdapat n ($n > 0$) pelanggan dalam sistem pada waktu $t + \Delta t$ adalah sebagai berikut:

Tabel 3.1 Kemungkinan Terdapat n Pelanggan dalam Sistem pada saat $t + \Delta t$

Kasus	Jumlah Pelanggan pada waktu (t)	Jumlah Kedatangan pada waktu (Δt)	Jumlah Kepergian pada waktu (Δt)	Jumlah Pelanggan pada waktu ($t + \Delta t$)
1	N	0	0	N
2	n+1	0	1	N
3	n-1	1	0	N
4	N	1	1	N

Menurut asumsi ke-enam, kedatangan dan kepergian merupakan kejadian-kejadian yang saling bebas, sehingga peluang dari masing-masing kejadian tersebut adalah sebagai berikut

1. Probabilitas kasus 1

$$P_n(t)(1 - (\lambda_n \Delta t + o(\Delta t)))(1 - (\mu_n \Delta t + o(\Delta t))) \quad (3.38)$$

2. Probabilitas kasus 2

$$P_{n+1}(t)(1 - (\lambda_{n+1} \Delta t + o(\Delta t)))(\mu_{n+1} \Delta t + o(\Delta t)) \quad (3.39)$$

3. Probabilitas kasus 3

$$\begin{aligned} & P_{n-1}(t)(\lambda_{n-1} \Delta t + o(\Delta t))(1 - (\lambda_{n-1} \Delta t + o(\Delta t))) \\ & = P_{n-1}(t)(\lambda_{n-1} \Delta t + o(\Delta t)) \end{aligned} \quad (3.40)$$

4. Probabilitas kasus 4 adalah $o(\Delta t)$, sesuai dengan asumsi ke-lima

Karena kasus-kasus tersebut saling asing, maka probabilitas terdapat n pelanggan dalam sistem ($n \geq 1$) pada saat ($t + \Delta t$) dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} P_n(t + \Delta t) &= P_n(t)(1 - (\lambda_n \Delta t + o(\Delta t)))(1 - (\mu_n \Delta t + o(\Delta t))) \\ &+ P_{n+1}(t)(1 - (\lambda_{n+1} \Delta t + o(\Delta t)))(\mu_{n+1} \Delta t + o(\Delta t)) \\ &+ P_{n-1}(t)(\lambda_{n-1} \Delta t + o(\Delta t)) + o(\Delta t) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Proses kelahiran kematian menggunakan metode *global balance condition* yang diaplikasikan pada keadaan $0, 1, 2, \dots, k$ dengan laju transisi q_{ij} sama dengan λ_i jika $j = i + 1$ atau proses kelahiran dan q_{ij} akan bernilai μ_i jika $j = i - 1$ atau proses kematian. Sehingga dengan metode *global balance condition* didapatkan

$$\lambda_k \pi_k = \mu_{k+1} \pi_{k+1} ; k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.42)$$

kemudian diperoleh persamaan:

$$\pi_{k+1} = \frac{\lambda_k}{\mu_{k+1}} \pi_k \quad (3.43)$$

Dari rata-rata persamaan di atas, semua keadaan probabilitas dapat dijelaskan oleh keadaan 0 atau π_0 , sehingga didapatkan:

$$\pi_k = \frac{\lambda_{k-1} \lambda_{k-2} \dots \lambda_0}{\mu_k \mu_{k-1} \dots \mu_1} \pi_0 = \prod_{i=0}^{k-1} \frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}} \pi_0 \quad (3.44)$$

Probabilitas π_0 dapat ditentukan dari persamaan di atas menjadi sebagai berikut:

$$\pi_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_0}{\mu_1} + \frac{\lambda_0 \lambda_1}{\mu_1 \mu_2} + \dots} = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{\infty} \prod_{i=0}^{k-1} \frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}}} \quad (3.45)$$

Persamaan-persamaan digunakan untuk distribusi π pada proses kelahiran-kematian. Terkadang peluang keadaan pada waktu 0 atau $\pi(0)$ diketahui. Untuk mengetahui peluang keadaan pada waktu t dapat ditentukan dalam limit didapatkan $\lim_{t \rightarrow \infty} \pi(t) = \pi$ atau dapat dijelaskan oleh persamaan berikut:

$$\frac{d}{dt} \pi(t) = \pi(t) \cdot Q \quad (3.46)$$

dengan

$$Q = \begin{pmatrix} -\lambda_0 & \lambda_0 & 0 & \dots & 0 \\ \mu_1 & -(\lambda_1 + \mu_1) & \lambda_1 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_2 & -(\lambda_2 + \mu_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

dengan Q adalah laju transisi.

3.6.2 Proses Kelahiran Murni

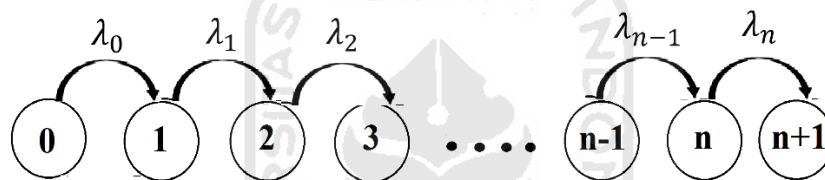
Misalkan λ_i merupakan rata-rata kelahiran ke-i dan μ_i merupakan rata-rata kematian ke-i. Proses kelahiran-kematian dikatakan proses kelahiran murni jika $\mu_i = 0$ untuk setiap i. $N(t)$ merupakan ukuran populasi pada waktu t. $N(t)$ adalah proses kelahiran murni dengan $\lambda_i = i\lambda_i, i \geq 0$ maka proses kelahiran murni ini

disebut dengan proses Yule. λ_i merupakan suatu barisan bilangan positif dan i menyatakan banyaknya individu lahir serta mengikuti proses Poisson. Dalam (Karlin and Taylor, 1990) dikatakan bahwa proses kelahiran murni memenuhi sifat-sifat sebagai berikut.

- i. $P\{N(t + \Delta t) - N(t) = 1 | N(t) = i\} = \lambda_i \Delta t + o(\Delta t)$
- ii. $P\{N(t + \Delta t) - N(t) = 0 | N(t) = i\} = 1 - \lambda_i \Delta t + o(\Delta t)$
- iii. $P\{N(t + \Delta t) - N(t) < 0 | N(t) = i\} = 0$
- iv. $N(0) = 0$

(3.48)

Proses kedatangan murni suatu sistem antrian sesuai asumsi di atas ditunjukkan oleh Gambar 3.3 berikut



Gambar 3.4 Proses Kelahiran Murni

Dari Gambar 3.4 didapatkan nilai laju transisinya atau Q sebagai berikut

$$Q = \begin{pmatrix} -\lambda_0 & \lambda_0 & 0 & \dots & 0 \\ \mu_1 & -\lambda_1 & \lambda_1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (3.49)$$

Sehingga didapatkan

$$\frac{d}{dt} \pi(t) = \pi(t) \cdot Q = -\lambda_i \pi_i(t) + \lambda_{i-1} \pi_{i-1}(t); i \geq 1$$

$$\frac{d}{dt} \pi_0(t) = -\lambda \pi_0(t)$$

$$\pi_0(t) = e^{-\lambda t} \quad (3.50)$$

Persamaan diferensial di atas diselesaikan dengan menggunakan penyelesaian persamaan diferensial linier orde satu didapatkan

$$\frac{d}{dt}(e^{\lambda t}\pi_i(t)) = \lambda\pi_{i-1}(t)e^{\lambda t}$$

$$\pi_i(t) = e^{-\lambda t}\lambda\int_0^t\pi_{i-1}(t')e^{\lambda t'}dt' \quad (3.51)$$

maka dari persamaan di atas akan didapatkan solusi umum :

$$\pi_i(t) = e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^{i-1}; i = 1, 2, 3, \dots \quad (3.52)$$

Persamaan di atas merupakan model kelahiran murni dengan t waktu, λ =laju kelahiran selama t dan i menyatakan peluang ke sistem berada di keadaan i atau terdapat i individu dalam sistem.

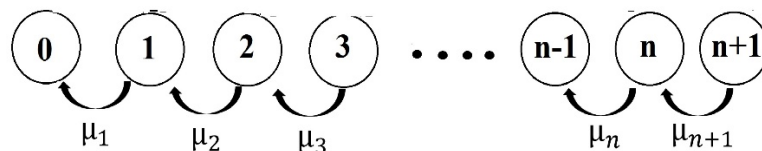
3.6.3 Proses Kematian Murni

Misalkan λ_j merupakan rata-rata kematian ke- j dan μ_j merupakan rata-rata kelahiran ke- j . Proses kelahiran-kematian dikatakan proses kematian murni jika $\lambda_j = 0$ atau dengan kata lain tidak terjadi kelahiran. $N(t)$ merupakan ukuran populasi pada waktu t $\mu_j = j\mu$, $j \geq 0$ dengan μ_j merupakan suatu barisan bilangan positif dan j menyatakan banyaknya individu yang mati.

Dalam (Karlin, 1990) diberikan beberapa sifat dari proses kematian murni sebagai berikut.

- i. $P\{N(t + \Delta t) - N(t) = j - 1\} = \mu_j\Delta t + o(\Delta t), j = 1, 2, \dots, N$
- ii. $P\{N(t + \Delta t) - N(t) = j\} = 1 - \mu_j\Delta t + o(\Delta t), j = 1, 2, \dots, N$
- iii. $P\{N(t + \Delta t) - N(t) > j\} = 0, j = 1, 2, \dots, N$
- iv. $N(0) = N$ (3.53)

Dari sifat-sifat di atas maka Proses kedatangan murni suatu sistem antrian sesuai asumsi di atas ditunjukkan oleh Gambar 3.4 berikut



Gambar 3.5 Proses Kematian Murni

Dari persamaan dan Gambar 3.5 di atas didapatkan nilai laju transisinya atau Q sebagai berikut

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mu_1 & -\mu_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_2 & -\mu_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\mu_n \end{pmatrix} \quad (3.54)$$

didapatkan persamaan diferensial dan karena μ_j suatu barisan bilangan positif maka didapatkan nilai untuk $i = 0, 1, \dots, n - 1$ berikut

$$\frac{d}{dt} \pi_i(t) = (i + 1)\mu \pi_{i+1}(t) - i\mu \pi_i(t) \quad (3.55)$$

dengan menggunakan persamaan linear orde satu didapatkan

$$\frac{d}{dt} \left(e^{i\mu t} \pi_i(t) \right) = (i + 1)\mu \pi_{i+1}(t) e^{i\mu t} \quad (3.56)$$

maka

$$\pi_i(t) = (i + 1)\mu \int_0^t \pi_{i+1}(t') e^{i\mu t'} dt' \quad (3.57)$$

kemudian untuk $i = n$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \pi_n(t) &= -n\mu \pi_n(t) \\ \pi_n(t) &= e^{-n\mu t} \end{aligned} \quad (3.58)$$

Sehingga secara rekursif didapatkan nilai $\pi_i(t)$

$$\pi_i(t) = \binom{n}{i} (e^{\mu t})^i (1 - e^{-\mu t})^{n-i} \quad (3.59)$$

$\pi_i(t)$ mengikuti distribusi binomial dimana peluang bertahan pada waktu t adalah $e^{-\mu t}$ independen terhadap dengan yang lain

3.7 Sistem Antrian

Prinsip utama pada situasi mengantri adalah *customer* dan server. Kedatangan *customer* pada suatu fasilitas pelayanan dari suatu sumber populasi, dapat terjadi dua kemungkinan yaitu customer langsung mendapatkan pelayanan dari fasilitas atau harus mengantri diantrian jika fasilitas sibuk. Berdasarkan titik pokok dari analisis antrian, kedatangan dari customer diwakili dengan waktu antar kedatangan antara customer yang datang berturut-turut dan pelayanan diwakili dengan waktu pelayanan tiap customer. Secara umum, waktu antar kedatangan dan pelayanan dapat bersifat suatu kemungkinan atau tidak pasti, sebagaimana customer datang pada suatu restoran, atau bersifat telah ditentukan atau

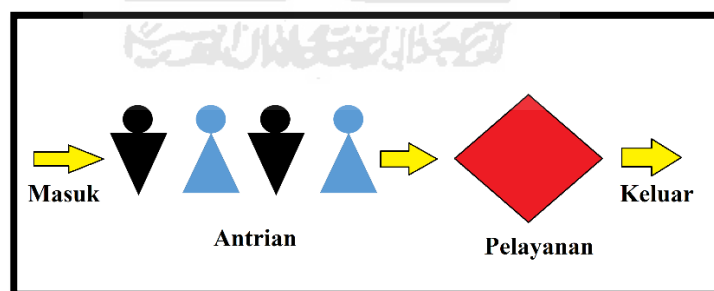
dijadwalkan seperti kedatangan pelamar pekerjaan pada suatu wawancara (Taha, 2007:551).

3.7.1 Bentuk dan Disiplin Antrian

Berdasarkan sifat proses pelayanannya, antrian dapat dikelompokkan dalam susunan saluran atau channel (*single* atau *multiple*) dan fase (*single* atau *multiple*) yang akan membentuk suatu struktur antrian yang berbeda-beda. Istilah saluran atau *channel* menunjukkan jumlah tempat yang memberikan pelayanan atau dapat dikatakan sebagai jumlah fasilitas pelayanan. Sedangkan *phase* menunjukkan jumlah tahapan pelayanan dimana pelanggan harus melalui tahapan demi tahapan hingga dinyatakan lengkap. Kombinasi dari kedua faktor tersebut dapat menimbulkan empat tipe situasi antrian yaitu sebagai berikut:

1. Satu saluran, satu tahap (*Single channel, single phase*)

Tipe desain pelayanan ini berarti sistem antrian tersebut hanya memiliki satu server. *Single Channel* menunjukkan bahwa hanya ada satu server yang bisa memberikan pelayanan sedangkan *Single Phase* menunjukkan bahwa sistem antrian hanya memiliki satu phase pelayanan. Contohnya pada penjualan karcis masuk obyek wisata yang hanya memiliki satu loket saja.

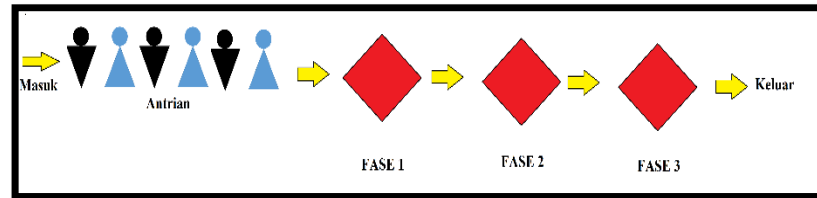


Gambar 3.6 Ilustrasi Sistem Antrian *Single Channel Single phase*

2. Satu saluran, banyak tahap (*Single channel, multi phase*)

Desain pelayanan ini berarti bahwa sistem antrian tersebut memiliki server yang disusun secara berurutan atau seri atau bisa disebut juga disusun menjadi beberapa fase. Desain pelayanan seperti ini biasa diterapkan pada saat memperpanjang surat ijin mengemudi (SIM). Untuk memperpanjang SIM tersebut, seseorang diharuskan untuk

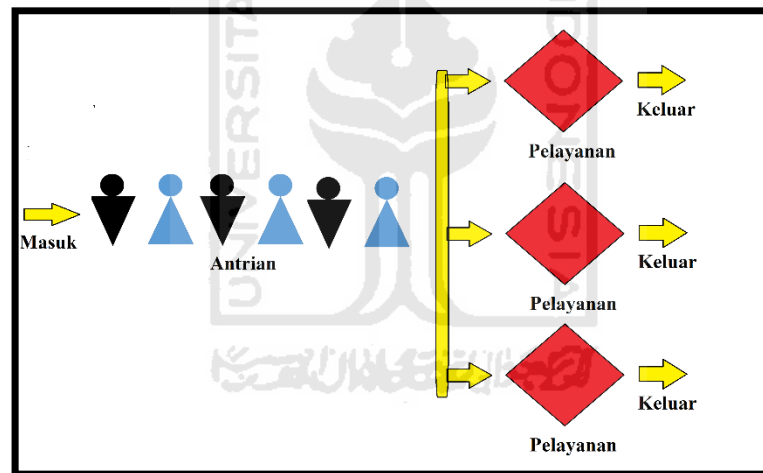
menyelesaikan proses melalui loket-loket yang tersusun secara berurutan.



Gambar 3.7 Ilustrasi Sistem Antrian *Single Channel Multi phase*

3. Banyak saluran, satu tahap (*Multi channel, single phase*)

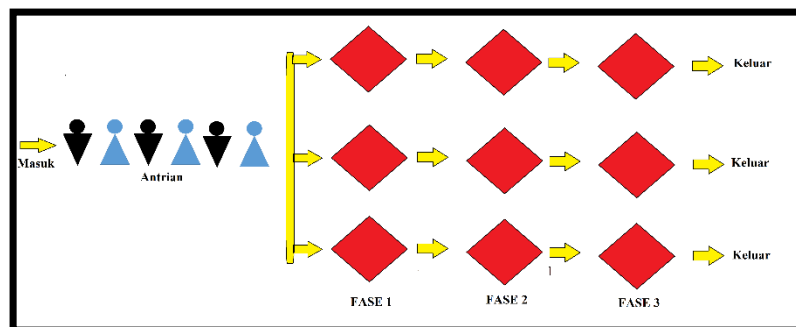
Desain pelayanan ini memiliki server yang disusun secara paralel yang dialiri dari satu antrian tunggal. Contohnya seperti saat nasabah mengantri di bank dengan beberapa loket teller.



Gambar 3.8 Ilustrasi Sistem Antrian *Multi Channel Single phase*

4. Banyak saluran, banyak tahap (*Multi channel, multi phase*)

Desain pelayanan ini memiliki satu antrian tunggal yang melewati beberapa jalur server yang tersusun paralel dan tiap jalur server tersebut terdapat beberapa server yang tersusun seri. Contohnya seperti pendaftaran pasien di rumah sakit. Pasien mendaftar di rumah sakit menuju loket pendaftaran yang terdiri dari beberapa loket. Kemudian, pasien melanjutkannya dengan menuju klinik yang diinginkan



Gambar 3.9 Ilustrasi Sistem Antrian *Multi Channel Single Multi phase*

3.7.2 Notasi Kendall

Dalam pemodelan sistem antrian, dibutuhkan sebuah notasi yang merangkum semua karakteristik yang berpengaruh untuk mendeskripsikan suatu model antrian maka dibutuhkan suatu notasi. Notasi tersebut adalah notasi “Kendall”. (Taha,2007) menyebutkan bahwa notasi kendall memiliki susunan

$$(a/b/c):(d/e/f)$$

dimana:

a : Distribusi kedatangan (M, E_k, D, GI)

b : Distribusi keberangkatan (M, E_k, D, G)

c : Jumlah server paralel ($c = 1, 2, \dots, \infty$)

d : Disiplin antrian ($FCFS, LCFS, SIRO, GD$)

e : Banyak maksimal (terbatas atau tidak terbatas) pelanggan yang diijinkan dalam sistem (pada antrian dan saat pelayanan)

f : Kapasitas dari sumber pemanggilan (terbatas atau tidak terbatas)

Notasi standar untuk mewakili distribusi kedatangan dan keberangkatan (simbol a dan b) adalah

M : Distribusi Markovian atau Poisson pada kedatangan atau keberangkatan (atau setara dengan distribusi antar kedatangan atau waktu pelayanan yang eksponensial)

D : Distribusi Deterministik dimana waktu kedatangan atau keberangkatan pelanggan telah ditentukan atau terjadwal

E_k : Distribusi Erlang dengan k fase (penjumlahan dari distrusi eksponensial yang tidak saling terikat)

GI : Distribusi umum waktu antar kedatangan

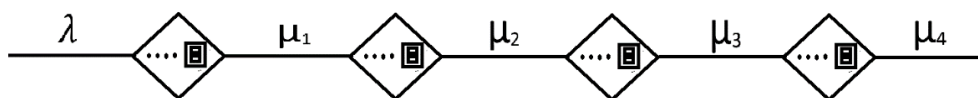
G : Distribusi umum waktu pelayanan

Notasi disiplin antrian (simbol d) yaitu

1. FCFS (*First come, first served*) merupakan disiplin antrian dengan aturan pelanggan yang pertama datang adalah yang pertama dilayani.
2. LCFS (*Last come, first served*) merupakan disiplin antrian dengan aturan pelanggan yang terakhir datang adalah yang pertama dilayani
3. SIRO (*Service in random order*) merupakan disiplin antrian dengan pemberian pelayanan kepada pelanggan secara acak
4. GD (*General Discipline*) merupakan disiplin antrian secara umum berlaku pada sebagian besar sistem antrian (apabila tidak ada disiplin khusus yang mengikat) yaitu pelanggan yang pertama datang adalah yang pertama dilayani

3.7.3 Antrian Tandem

Kata “tandem” merupakan susunan beberapa obyek yang membentuk suatu barisan dan menghadap pada arah yang sama. Jaringan antrian tandem memiliki fase yang memiliki fungsi berbeda-beda. Customer (pelanggan) yang datang harus melewati semua fase sebelum meninggalkan sistem. Pada ilustrasi jaringan antrian tandem ini digunakan antrian empat fase tanpa *feedback*. Setiap fase diasumsikan merupakan model M/M/1.



Gambar 3.10 Ilustrasi Multi Channel Single phase

Laju kedatangan customer adalah λ dan laju pelayanan pada titik i adalah μ_i . Menurut Taha (1997), ukuran keefektifan suatu sistem antrian dapat ditentukan setelah probabilitas *steady state* diketahui. Ukuran-ukuran keefektifan suatu sistem tersebut antara lain:

1. Nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem antrian (L_s)
2. Nilai harapan banyaknya pelanggan dalam antrian (L_q)

3. Nilai harapan waktu tunggu dalam sistem antrian (W_s)

4. Nilai harapan waktu tunggu dalam antrian (L_q)

Ada beberapa definisi yang mendukung pembahasan ukuran keefektifan suatu sistem.

- i. Jumlah pelanggan dalam sistem adalah jumlah pelanggan dalam antrian ditambah jumlah pelanggan yang sedang mendapat layanan
- ii. Laju kedatangan efektif merupakan laju kedatangan rata-rata dalam waktu yang panjang. Laju kedatangan efektif dinotasikan λ_{eff} dan dinyatakan dengan

$$\lambda_{eff} = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n P_n \quad (3.60)$$

λ_n merupakan laju kedatangan jika ada n pelanggan dalam sistem, jika laju kedatangan konstan untuk semua n , maka cukup ditulis dengan λ (Dimiyati, 1993)

Laju pelayanan rata-rata untuk seluruh pelayanan dalam sistem antrian adalah laju pelayanan rata-rata dimana pelanggan yang sudah mendapat pelayanan meninggalkan sistem antrian. Laju pelayanan rata-rata untuk seluruh pelayanan dinyatakan dengan μ .

Nilai harapan banyaknya pelanggan dalam sistem antrian (L_s) merupakan jumlah dari perkalian keseluruhan pelanggan dalam sistem dengan peluang terdapat n pelanggan (Ecker, 1998), dinyatakan dengan

$$L_s = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n \quad (3.61)$$

Nilai harapan banyaknya pelanggan dalam antrian (L_q) merupakan jumlah dari perkalian pelanggan dalam antrian dengan peluang terdapat n pelanggan (Hiller & Lieberman, 2011), dinyatakan dengan

$$L_q = \sum_{n=c}^{\infty} (n - c) P_n \quad (3.62)$$

dengan c adalah banyaknya orang yang dilayani.

Apabila W_s merupakan waktu pelanggan dalam sistem antrian dan W_q merupakan waktu menunggu pelanggan dalam antrian, maka hubungan W_s, W_q, L_s, L_q dinyatakan dengan

$$L_s = \lambda W_s \quad (3.63)$$

$$L_q = \lambda W_q \quad (3.64)$$

Persamaan di atas dikenal dengan formula *Little Law*, diperkenalkan pertama kali oleh John D.C. Little pada tahun 1961. Pada antrian model *single channel single phase* didapatkan nilai $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ dimana ρ merupakan intensitas kepadatan pelanggan dalam sistem, sedangkan pada antrian model *single channel multi phase* didapatkan bahwa terdapat lebih dari satu nilai μ sehingga didapatkan $\rho_i = \frac{\lambda}{\mu_i}$ untuk masing-masing fase.

1. Kondisi jika $\lambda < \mu$

Dalam kondisi *steady state* nilai $P_n = (1 - \rho)\rho^n$, sehingga peluang ada k_i orang pada masing-masing fase, dengan $i = 1,2,3,4$, didapatkan

$$P(k_1, k_2, k_3, k_4) = \prod_{i=1}^4 \rho_i^{k_i} (1 - \rho_i) \quad (3.65)$$

dimana masing-masing fase bersifat saling bebas antara satu dengan yang lain. Nilai harapan banyak pelanggan dalam sistem antrian merupakan jumlah keseluruhan dari perkalian jumlah pelanggan dalam sistem dan probabilitasnya. Sehingga nilai L_s pada fase ke- i didapatkan

$$\begin{aligned} L_{S_i} &= E(N) = \sum_0^{\infty} n P_n = \sum_0^{\infty} n (1 - \rho_i) \rho_i^n \\ &= (1 - \rho_i) \rho_i \sum_0^{\infty} n \rho_i^{n-1} \\ &= (1 - \rho_i) \rho_i \frac{d}{d\rho_i} \left(\sum_0^{\infty} \rho_i^n \right) \\ &= (1 - \rho_i) \rho_i \frac{d}{d\rho_i} \frac{1}{(1 - \rho_i)} \\ &= (1 - \rho_i) \rho_i \frac{1}{(1 - \rho_i)^2} = \frac{\rho_i}{1 - \rho_i} \\ &= \frac{\lambda}{\mu_i - \lambda}, i = 1,2,3,4 \end{aligned} \quad (3.66)$$

sehingga didapatkan banyak orang dalam sistem pada empat fase tersebut sebagai berikut

$$Ls = \sum_{i=1}^4 \frac{\lambda}{\mu_i - \lambda}, \quad (3.67)$$

Setelah mendapatkan nilai Ls maka dapat dicari lama waktu pelanggan dalam sistem pada setiap fase

$$Ws_i = \frac{\lambda}{\mu_i - \lambda} \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\mu_i - \lambda} \quad (3.68)$$

sehingga didapatkan nilai total waktu dalam sistem sebagai berikut:

$$Ws = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\mu_i - \lambda} \quad (3.69)$$

Dengan mengetahui lama waktu yang dihabiskan dalam sistem (Ws) maka dapat dicari lama waktu yang dihabiskan dalam antrian dengan cara mengurangi nilai Ws dengan lama waktu layanan atau $\frac{1}{\mu_i}$ pada masing-masing fase sehingga didapatkan

$$Wq_i = Ws - \frac{1}{\mu_i} = \frac{1}{\mu_i - \lambda} - \frac{1}{\mu_i} = \frac{\mu_i - \mu_i + \lambda}{\mu_i(\mu_i - \lambda)} = \frac{\lambda}{\mu_i(\mu_i - \lambda)} \quad (3.70)$$

sehingga didapatkan total waktu dalam antrian sebagai berikut

$$Wq = \sum_{i=1}^4 \frac{\lambda}{\mu_i(\mu_i - \lambda)} \quad (3.71)$$

Dengan mengetahui waktu yang dihabiskan dalam antrian maka didapatkan banyaknya pelanggan yang mengantri dalam sistem pada masing-masing fase

$$Lq_i = \lambda Wq = \lambda \frac{\lambda}{\mu_i(\mu_i - \lambda)} = \frac{\lambda^2}{\mu_i(\mu_i - \lambda)} \quad (3.72)$$

sehingga didapatkan total banyak pelanggan dalam antrian

$$Lq = \sum_{i=1}^4 \frac{\lambda^2}{\mu_i(\mu_i - \lambda)} \quad (3.73)$$

2. Kondisi jika $\lambda > \mu$

Pada kondisi $\lambda > \mu$ maka dilakukan model simulasi. Putranto (2014) menyatakan bahwa jika $\lambda > \mu$, jumlah kedatangan lebih besar daripada keberangkatan sehingga pelanggan yang datang harus menunggu dan

bisa mendapatkan pelayanan setelah pelanggan di depannya selesai dilayani.

Apabila kapasitas sistem terbatas maka terjadilah *overload* atau kelebihan muatan sehingga tidak akan terjadi *steady state* atau kondisi yang tetap. Untuk menyasati hal ini dan juga metode ini mirip dengan kejadian nyata maka peristiwa ini dibatasi dengan waktu penggunaan sistem yang terbatas.

Model simulasi digunakan tidak hanya satu server saja tetapi juga untuk c server. Dimisalkan μ_i adalah penjumlahan dari laju pelayanan c server pada fase i dan μ_{ij} adalah laju pelayanan server j pada fase ke- i sehingga

$$\mu_i = \sum_{j=1}^c \mu_{ij}, i = 1,2,3,4 \quad (3.74)$$

Tabel 3.2 Simulasi Antrian Berdasarkan Jumlah Pelanggan yang Selesai

Datang (orang ke-)	Dilayani (orang ke-)	Waktu antri (detik)	Selesai (orang ke-)	Waktu tiap pelanggan dalam sistem
1	1	0	-	-
2	2	$\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda}$	1	$\frac{1}{\mu_i}$
3	3	$2 \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right)$	2	$\frac{1}{\mu_i} + \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right)$
4	4	$3 \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right)$	3	$\frac{1}{\mu_i} + 2 \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	$(k + 1)$	$k \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right)$	k	$\frac{1}{\mu_i} + (k - 1) \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right)$

Dari Tabel 3.2 diperoleh waktu total pelanggan dalam sistem atau Ts_i sebagai berikut

$$Ts_i = \frac{1}{\mu_i} + \left(\frac{1}{\mu_i} \right) + \frac{1}{\mu_i} + \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) + \frac{1}{\mu_i} + 2 \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) + \dots +$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\mu_i} + (k-1) \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) \\
&= k \frac{1}{\mu_i} + \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) (0 + 1 + 2 + 3 + \dots + k-1) \\
&= k \frac{1}{\mu_i} + \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) \left(\frac{k}{2} \right) (k-1) \\
&= k \left(\frac{1}{\mu_i} + \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) \left(\frac{k-1}{2} \right) \right) \tag{3.75}
\end{aligned}$$

Rata-rata waktu pelanggan dalam sistem fase ke- i sama dengan waktu total dalam sistem (T_s) dibagi dengan banyaknya pelanggan yang selesai (k) sehingga didapatkan

$$\begin{aligned}
W_{S_i} &= \frac{T_s}{k} = \frac{k \left(\frac{1}{\mu_i} + \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) \left(\frac{k-1}{2} \right) \right)}{k} \\
&= \left(\frac{1}{\mu_i} + \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) \left(\frac{k-1}{2} \right) \right) \tag{3.76}
\end{aligned}$$

Kemudian untuk menentukan rata-rata banyaknya pelanggan dalam sistem didapatkan dengan menggunakan persamaan umum berikut

$$L_{S_i} = \lambda W_{S_i} = \lambda \left(\frac{1}{\mu_i} + \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) \left(\frac{k-1}{2} \right) \right) \tag{3.77}$$

Berdasarkan Tabel 3.2, waktu total dalam antrian (T_{q_i}) dapat ditentukan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
T_{q_i} &= \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) + 2 \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) + 3 \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) + \dots + k \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) \\
&= \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) (1 + 2 + 3 + \dots + k) \\
&= k \left(\frac{k+1}{2} \right) \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda} \right) \tag{3.78}
\end{aligned}$$

Berdasarkan Tabel 3.2. didapat banyaknya pelanggan yang dilayani yaitu $k + 1$ pelanggan. Rata-rata waktu pelanggan dalam antrian fase ke- i sama dengan waktu total pelanggan dalam antrian (T_{q_i}) dibagi dengan banyaknya pelanggan yang dilayani ($k + 1$) sehingga didapatkan

$$Wq_i = \frac{Tq}{k+1} = \frac{k\left(\frac{k+1}{2}\right)\left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda}\right)}{k+1} = \left(\frac{k}{2}\right)\left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda}\right) \quad (3.79)$$

Kemudian untuk menentukan rata-rata banyaknya pelanggan dalam sistem dan antrian beirkut tabel mengenai simulasi antrian dengan menggunakan persamaan umum berikut

$$Lq_i = \lambda Wq_i = \lambda \left(\frac{k}{2}\right)\left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{\lambda}\right) \quad (3.80)$$



BAB IV

METODOLOGI PENELITIAN

4.1 Populasi dan Sampel Penelitian

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh tender pengadaan jasa baik yang berasal dari pabrik maupun nonpabrik yang tercatat di Departemen Pengadaan jasa PT Pupuk Kaltim, Bontang, Kalimantan Timur. Sedangkan sampel dalam penelitian ini adalah seluruh tender pengadaan jasa PT Pupuk Kaltim pada tahun 2015.

4.2 Tempat dan Waktu Penelitian

Tempat penelitian dilakukan di PT Pupuk Kaltim, Bontang, Kalimantan Timur. Data yang diteliti adalah data yang diperoleh dari bagian administrasi departemen pengadaan jasa PT Pupuk Kaltim. Penelitian ini dilakukan pada bulan Januari hingga Februari 2016 kemudian dilanjutkan kembali permintaan izin pada data yang sama pada bulan September 2016 hingga Januari 2017

4.3 Variabel Penelitian

Dalam penelitian ini menggunakan empat variabel, yaitu DUR, Negosiasi, LUP, SP. Menurut Sugiyono (2011), variabel penelitian adalah suatu atribut atau sifat atau nilai dari orang, objek, atau kegiatan yang mempunyai variasi tertentu yang ditetapkan oleh peneliti untuk mempelajari dan kemudian ditarik kesimpulannya. Variabel-variabel yang diteliti dikategorikan sebagai berikut:

1. DUR (Daftar Usulan Rekanan)

DUR menjelaskan berapa lama proses pengadaan jasa berada dalam proses DUR dalam satuan hari. Dalam proses DUR akan diberikan daftar vendor yang mempunyai kapabilitas pada tender yang disyaratkan oleh user (departemen terkait). Dalam proses ini setidaknya ada dua orang yang perlu menandatangani yaitu manager departemen pengadaan jasa dan general manager, jika jasa yang ditawarkan mempunyai estimasi biaya lebih dari 50 juta, maka perlu persetujuan dari direksi.

2. Negosiasi

Negosiasi menjelaskan berapa lama proses pengadaan jasa berada dalam proses negosiasi dalam satuan hari. Proses ini adalah proses yang paling fluktuatif dibandingkan proses yang lain dikarenakan ada banyak variasi masalah yang ditemukan dalam proses ini. Proses ini dilaksanakan oleh departemen pengadaan jasa dan pemenang tender dari proses pertama.

3. LUP (Laporan Usulan Pemenang)

LUP menjelaskan berapa lama proses pengadaan jasa berada dalam proses penandatanganan LUP dalam satuan hari. Dalam proses ini diperlukan persetujuan dari berbagai pihak yaitu ketua unit, general manager unit, dan direksi.

4. SP (Surat Perjanjian)

SP menjelaskan berapa lama proses pengadaan jasa berada dalam proses penandatanganan surat perjanjian dalam satuan hari. Proses ini melibatkan enam orang yaitu manager pengadaan jasa, general manager, ketua tim, general manager unit, manager user, dan direksi.

4.4 Metode Pengumpulan Data

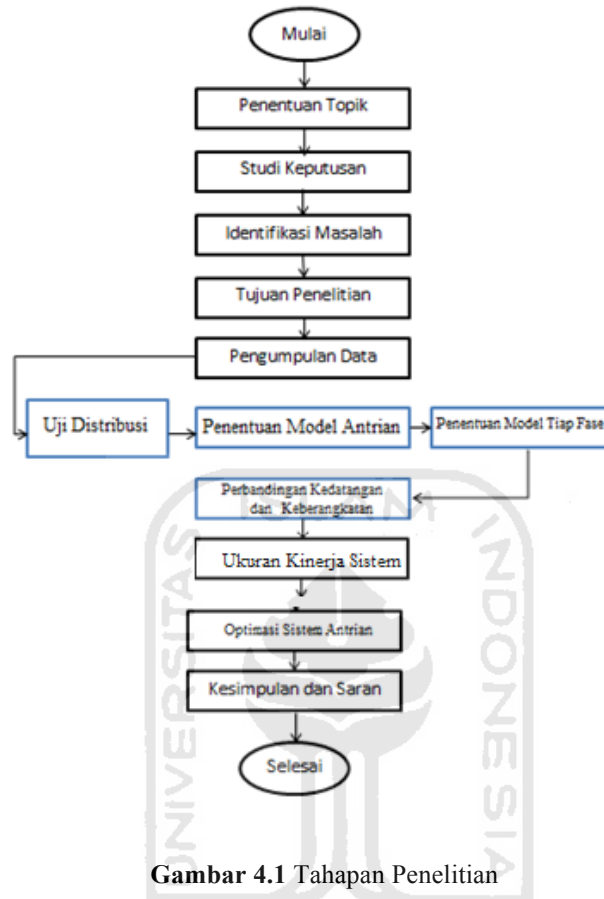
Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder, yaitu data yang tidak diperoleh secara langsung oleh peneliti. Data sekunder yaitu data yang tidak secara langsung yang berkepentingan dengan data tersebut (Boediono dan Koster, 2001). Data yang digunakan adalah data tender pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim tahun 2015, yang telah direkapitulasi oleh bagian administrasi departemen pengadaan jasa PT Pupuk Kaltim.

4.5 Metode Analisis Data

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis bagaimana model antrian yang terbentuk pada proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim, dengan melihat kriteria antrian, kedatangan, dan layanan yang terjadi. Setelah mengetahui model antrian tersebut didapatkanlah nilai ukuran kinerja pada antrian yang terjadi. Langkah terakhir adalah mengoptimalkan nilai ukuran kinerja sesuai dengan target perusahaan.

4.6 Tahapan Penelitian

Adapun tahapan penelitian secara keseluruhan disajikan dalam gambar sebagai berikut:



Gambar 4.1 Tahapan Penelitian

Keterangan untuk proses stokastik yang terdapat pada tahapan penelitian pada Gambar 4.1 di atas adalah sebagai berikut:

1. Uji Distribusi

Data yang diambil dari bagian administrasi merupakan banyak kedatangan tender dan banyaknya keberangkatan atau selesainya proses pengadaan jasa pada tiap tender. Untuk menerapkan teori antrian pada data yang sudah diambil, terlebih dahulu dilakukan pengujian distribusi dari data jumlah kedatangan dan keberangkatan.

2. Model Antrian

Sistem antrian pada proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim termasuk dalam model *single channel multi phase* dimana terdiri dari beberapa server yang disusun secara seri atau bisa dikatakan terdiri dari beberapa fase

dimana dalam hal ini fase-fase tersebut berupa penandatanganan dokumen pada masing-masing proses.

3. Penentuan Model Tiap Fase

Berdasarkan uji distribusi yang dihasilkan pada langkah pertama selanjutnya dapat ditentukan model antrian yang sesuai dengan menggunakan aturan Kendall-Lee.

4. Optimasi Antrian

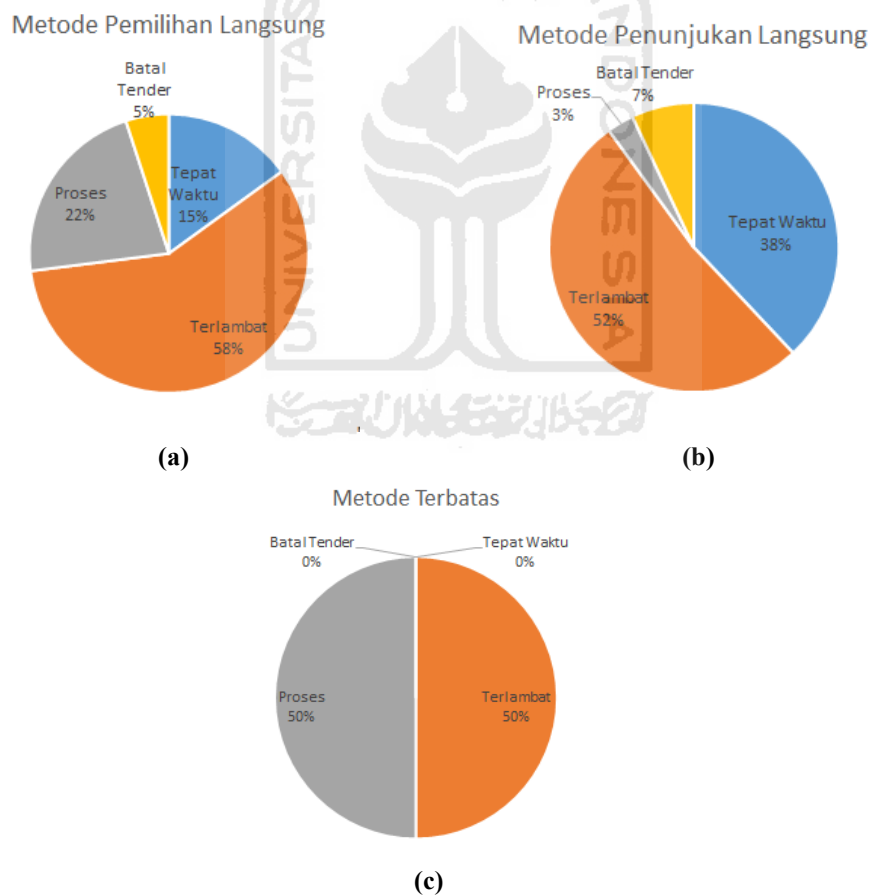
Program ini bertujuan untuk mengoptimalkan penggunaan sistem antrian dengan mencari salah satu bentuk solusi alternatifnya. Penentuan solusi alternatif didasarkan pada rata-rata waktu tender dalam sistem antrian dimana Departemen Pengadaan Jasa menetapkan target proses pengadaan jasa selama 30-45 hari kalender



BAB V HASIL DAN PEMBAHASAN

5.1 Deskripsi Proses Pengadaan Jasa PT Pupuk Kaltim

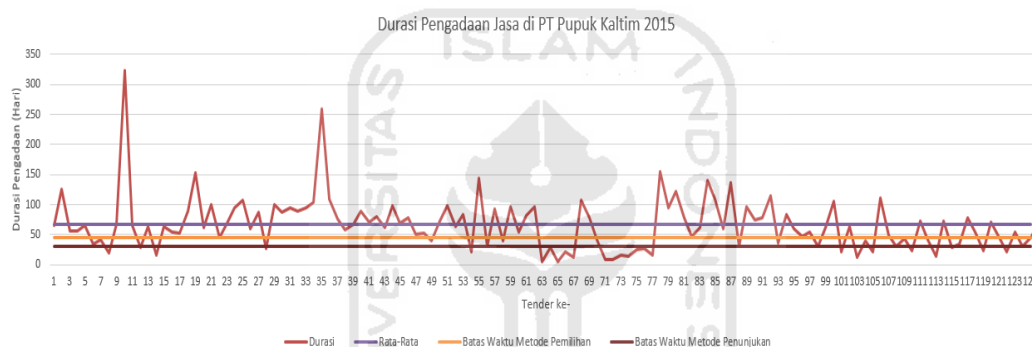
Secara garis besar, terdapat tiga metode yang digunakan pada pengadaan jasa pabrik yaitu metode penunjukan langsung, metode pemilihan langsung, serta metode terbatas. Dari ketiga metode tersebut metode penunjukan langsung mempunyai persentase terbesar yaitu mencapai 56%. Hal ini dikarenakan banyak pekerjaan yang berupa *repeat order* atau perpanjangan dari pekerjaan tahun sebelumnya, selain itu juga dikarenakan banyak pekerjaan yang spesifik sehingga hanya suatu perusahaan tertentu saja yang dapat melaksanakan pekerjaan tersebut.



Gambar 5.1 Sebaran Status Waktu Berdasarkan Metode; (a) Metode Pemilihan Langsung; (b) Metode Penunjukan Langsung; (c) Metode Terbatas

Dari Gambar 5.1a terlihat bahwa pada metode pemilihan langsung 58% pengadaan terlambat, ini lebih buruk bila dibandingkan dengan metode

penunjukan langsung pada Gambar 5.1b yang pengadaannya terlambat hingga 52%. Namun bila dilihat persentase pengadaan yang gagal tender, metode penunjukan mencapai 7% yang berarti lebih buruk jika dibandingkan dengan metode pemilihan langsung yang bernilai 5%. Adapun pada pekerjaan yang tepat waktu, metode penunjukan langsung mencapai 38% jauh berada di atas metode pemilihan langsung yang hanya berkisar 15% saja. Sedangkan sisanya yaitu 3% pada metode penunjukan langsung dan 22% pada metode pemilihan langsung masih berada pada proses tender. Adapun pada metode terbatas pada Gambar 5.1c, hanya terdapat dua data sehingga persentasenya menjadi 50% terlambat dan 50% masih berada pada proses tender.



Gambar 5.2 Sebaran Durasi Proses Pengadaan Jasa

Dari Gambar 5.2 dapat dilihat bahwa sebagian besar durasi tender berada di atas durasi yang telah ditetapkan sehingga mendapat rata-rata durasi penyelesaian tender 66 hari. Durasi ini jauh di atas target yang telah ditentukan yaitu 45 hari untuk metode pemilihan dan 30 hari untuk metode penunjukan. Rata-rata yang berada jauh di atas target ini disebabkan oleh tender yang mempunyai durasi pengadaan jasa yang sangat ekstrem hingga ada yang mencapai 300 hari kalender atau hampir satu tahun.

5.2 Uji Distribusi

Data yang didapatkan dari departemen pengadaan jasa PT Pupuk Kaltim merupakan banyaknya surat permohonan tender pada proses DUR dan banyaknya keberangkatan pada proses negosiasi, LUP, dan SP tiap satu bulan. Untuk menerapkan teori antrian pada data yang sudah didapatkan maka perlu dilakukan

pengujian distribusi dari jumlah kedatangan dan keberangkatan untuk menentukan model antrian yang sesuai. Berikut tabel pengamatannya

Tabel 5.1 Frekuensi atau Banyak Tender yang Masuk dan Keluar tiap Fase

Tahun	Bulan	Frekuensi atau Banyak Tender				
		Kedatangan DUR	Keberangkatan DUR	Keberangkatan Nego	Keberangkatan LUP	Keberangkatan SP
2014	1-30 September	1	1	0	0	0
	1-31 Oktober	0	1	0	0	0
	1-30 November	5	5	0	0	0
	1-31 Desember	7	5	7	2	0
2015	1-31 Januari	12	7	5	9	6
	1-28 Februari	9	7	12	13	5
	1-31 Maret	17	9	16	15	11
	1-30 April	8	8	4	3	7
	1-31 Mei	5	3	13	10	8
	1-30 Juni	12	7	5	4	6
	1-31 Juli	17	18	13	10	7
	1-31 Agustus	10	6	17	17	25
	1-30 September	14	11	9	14	19
	1-31 Oktober	7	6	11	11	11
	1-30 November	0	3	10	9	13
	1-31 Desember	0	1	4	8	8

5.2.1 Uji Distribusi Kedatangan Proses DUR

Pada proses DUR yang dimaksud dengan kedatangan adalah banyaknya tender yang masuk dalam kurun waktu satu bulan. Data tersebut diuji menggunakan program statistik dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dimana H_0 adalah data jumlah kedatangan tender pada DUR per satu bulan terdistribusi Poisson. Berdasarkan hasil *output* pada Lampiran 1, didapatkan nilai *Asymptotic significance (2 tailed)* atau *p-value* sebesar 0.792 yang lebih besar dari nilai tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$. Dengan demikian, karena nilai *p-value* > α maka H_0 gagal tolak atau dengan kata lain data jumlah kedatangan tender pada DUR berdistribusi Poisson.

5.2.2 Uji Distribusi Keberangkatan Proses DUR

Uji distribusi selanjutnya adalah uji distribusi keberangkatan proses DUR. Data tersebut diuji menggunakan program statistik dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dimana H_0 adalah data jumlah keberangkatan tender pada DUR per satu bulan terdistribusi Poisson. Berdasarkan hasil *output* pada

Lampiran 1, didapatkan nilai *Asymptotic significance (2 tailed)* atau *p – value* sebesar 0.730 yang lebih besar dari nilai tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$. Dengan demikian, karena nilai *p – value* $> \alpha$ maka H_0 gagal tolak atau dengan kata lain data jumlah keberangkatan tender dari proses terdistribusi Poisson.

5.2.3 Uji Distribusi Keberangkatan Proses Negosiasi

Uji distribusi selanjutnya adalah uji distribusi keberangkatan proses Negosiasi. Data tersebut diuji menggunakan program statistik dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dimana H_0 adalah data jumlah keberangkatan tender pada proses negosiasi per satu bulan terdistribusi Poisson. Berdasarkan hasil *output* pada Lampiran 1, didapatkan nilai *Asymptotic significance (2 tailed)* atau *p – value* sebesar 0.509 yang lebih besar dari nilai tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$. Dengan demikian, karena nilai *p – value* $> \alpha$ maka H_0 gagal tolak atau dengan kata lain data jumlah keberangkatan tender dari proses negosiasi berdistribusi Poisson.

5.2.4 Uji Distribusi Keberangkatan Proses LUP

Uji distribusi selanjutnya adalah uji distribusi keberangkatan proses LUP. Data tersebut diuji menggunakan program statistik dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dimana H_0 adalah data jumlah keberangkatan tender pada LUP per satu bulan terdistribusi Poisson. Berdasarkan hasil *output* pada Lampiran 1, didapatkan nilai *Asymptotic significance (2 tailed)* atau *p-value* sebesar 0.716 yang lebih besar dari nilai tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$. Dengan demikian, karena nilai *p – value* $> \alpha$ maka H_0 gagal tolak atau dengan kata lain data jumlah keberangkatan tender dari proses LUP berdistribusi Poisson.

5.2.5 Uji Distribusi Keberangkatan Proses SP

Uji distribusi selanjutnya adalah uji distribusi keberangkatan proses SP. Data tersebut diuji menggunakan program statistik dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dimana H_0 adalah data jumlah kedatangan tender pada DUR per satu bulan terdistribusi Poisson. Berdasarkan hasil *output* pada Lampiran 1, didapatkan nilai *Asymptotic significance (2 tailed)* atau *p – value* sebesar 0.213 yang lebih besar dari nilai tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$. Dengan demikian,

karena nilai $p - value > \alpha$ maka H_0 gagal tolak atau dengan kata lain data jumlah keberangkatan tender dari proses SP berdistribusi Poisson.

5.3 Penentuan Model Tiap Fase

Sistem antrian pada proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim termasuk dalam model tandem atau multifase. Hal ini dikarenakan server disusun secara seri atau bisa dikatakan terdiri dari beberapa tahapan atau fase. Setelah melakukan uji distribusi digabungkan dengan hasil wawancara serta mempelajari dokumen yang ada dengan menggunakan aturan Kendall-Lee didapatkan model tiap fase sebagai berikut:

1. Fase 1 yaitu proses DUR yang berupa model M/M/1:GD/ ∞/∞
2. Fase 2 yaitu proses Negosiasi yang berupa model M/M/1:GD/ ∞/∞
3. Fase 3 yaitu proses LUP yang berupa model M/M/1:GD/ ∞/∞
4. Fase 4 yaitu proses SP yang berupa model M/M/1:GD/ ∞/∞

5.4 Laju Kedatangan dan Keberangkatan Proses Pengadaan Jasa

Tiap-tiap fase pada proses pengadaan jasa memiliki data yang berbeda namun mempunyai model yang sama. Salah satu faktor yang berpengaruh pada perhitungan pada tiap fase adalah data frekuensi kedatangan dan keberangkatan tiap bulan. Dari data tersebut dapat ditentukan laju kedatangan (λ) dan laju pelayanannya (μ) yang nantinya akan digunakan untuk menentukan *ukuran kinerja* dari proses tersebut.

5.4.1 Fase 1 (Proses DUR)

Fase 1 merupakan model dari proses DUR yang bernoasi Kendall M/M/1:GD/ ∞/∞ . Laju kedatangan *customer* pada proses DUR dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan λ , dengan N adalah jumlah tender dan I adalah interval bulan sehingga didapatkan

$$\lambda = \frac{N}{I} = \frac{128}{404} = 0,3168 \text{ tender/hari}$$

maka laju kedatangan tender pada proses DUR metode penunjukan per hari adalah 0,3168 atau dengan kata lain 9,505 tender per bulan. Maka dari itu $\lambda_1 = 0,3168$ tender/hari yang merupakan laju kedatangan fase 1. Untuk mencari laju

layanan pada proses DUR, bisa didapat dari perbandingan antara 1 tender per rata-rata lama layanan.

$$\mu = \frac{1}{3,9127} = 0,2556 \text{ tender/hari}$$

Dari perhitungan di atas, maka laju layanan pada proses DUR adalah 7,677 tender per bulan. Ini berarti didapatkan $\mu_1 = 0,2556$ tender/hari yang menunjukkan laju layanan pada fase 1.

5.4.2 Fase 2 (Proses Negosiasi)

Fase 2 merupakan model dari proses negosiasi yang merupakan tahap kedua setelah proses DUR secara kontinu, artinya ketika suatu tender selesai pada tahap DUR akan langsung dilanjutkan ke tahap negosiasi. Hal ini mengakibatkan laju layanan pada fase 1 atau μ_1 sama dengan laju kedatangan ke fase 2 atau λ_2 sehingga $\mu_1 = \lambda_2 = 0,2556$ tender/hari.

Untuk mencari laju layanan atau laju keberangkatan pada proses negosiasi, bisa didapat dari perbandingan antara 1 tender per rata-rata lama layanan, sehingga didapatkan

$$\mu = \frac{1}{27,0952} = 0,0369 \text{ tender/hari}$$

Dari perhitungan di atas, maka laju layanan pada proses negosiasi adalah 0,0369 per hari atau 1,107 tender per bulan. Ini berarti didapatkan $\mu_2 = 0,0369$ tender/hari yang menunjukkan laju layanan pada fase 2.

5.4.3 Fase 3 (Proses LUP)

Fase 3 merupakan model dari proses LUP yang merupakan tahap ketiga setelah proses negosiasi selesai secara kontinu, artinya ketika suatu tender selesai pada tahap negosiasi akan langsung dilanjutkan ke tahap negosiasi. Hal ini mengakibatkan laju layanan pada fase 2 atau μ_2 sama dengan laju kedatangan ke fase 3 atau λ_3 sehingga $\mu_2 = \lambda_3 = 0,0369$ tender/hari.

Untuk mencari laju layanan atau laju keberangkatan pada proses LUP, bisa didapat dari perbandingan antara satu tender per rata-rata lama layanan proses LUP.

$$\mu = \frac{1}{12,8651} = 0,0777 \text{ tender/hari}$$

Dari perhitungan di atas, maka laju layanan pada proses LUP adalah 0,0777 tender perhari atau 2,331 tender perbulan. Ini berarti didapatkan $\mu_3 = 0,0777$ tender/hari yang menunjukkan laju layanan pada fase 3.

5.4.4 Fase 4 (Proses SP)

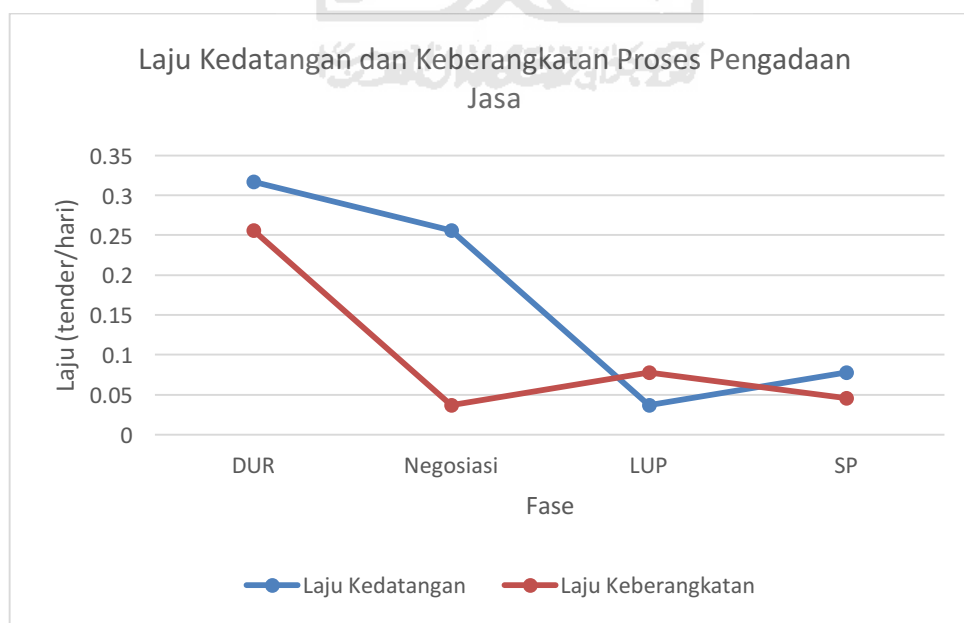
Fase 4 merupakan model dari proses SP yang merupakan tahap terakhir setelah tahap LUP selesai, artinya ketika suatu tender selesai pada tahap LUP maka akan langsung dilanjutkan ke tahap SP. Hal ini mengakibatkan laju layanan pada fase 3 atau μ_3 akan sama dengan laju kedatangan ke fase 4 atau λ_4 sehingga $\mu_3 = \lambda_4 = 0,0777$ tender/hari.

Untuk mencari laju layanan atau laju keberangkatan pada proses SP, bisa didapat dari perbandingan antara satu tender per rata-rata lama layanan proses SP.

$$\mu = \frac{1}{22,0635} = 0,0453 \text{ tender/hari}$$

Dari perhitungan di atas, maka laju layanan pada proses SP adalah 0,0453 tender perhari atau 1,360 tender perbulan. Ini berarti didapatkan $\mu_4 = 0,0453$ yang menunjukkan laju layanan pada fase 4.

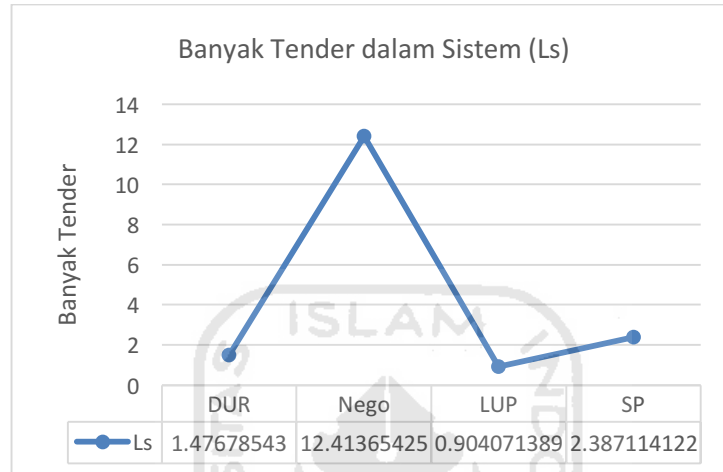
Berikut rangkuman laju kedatangan dan laju keberangkatan pada 4 fase di sistem antrian proses pengadaan jasa metode penunjukan di PT Pupuk Kaltim



Gambar 5.3. Ringkasan Laju Kedatangan dan Keberangkatan Proses Pengadaan Jasa

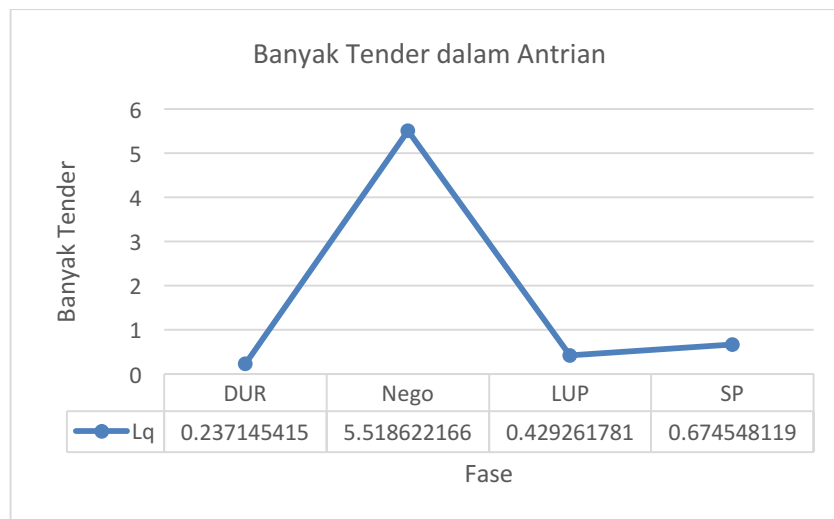
5.5 Ukuran Kinerja Sistem Antrian

Untuk melihat keefektifan dan kinerja sistem antrian, diperlukan ukuran keefektifan suatu sistem antrian dapat ditentukan setelah probabilitas *steady state* diketahui. Berikut adalah hasil analisis ukuran kinerja sistem antrian proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim.



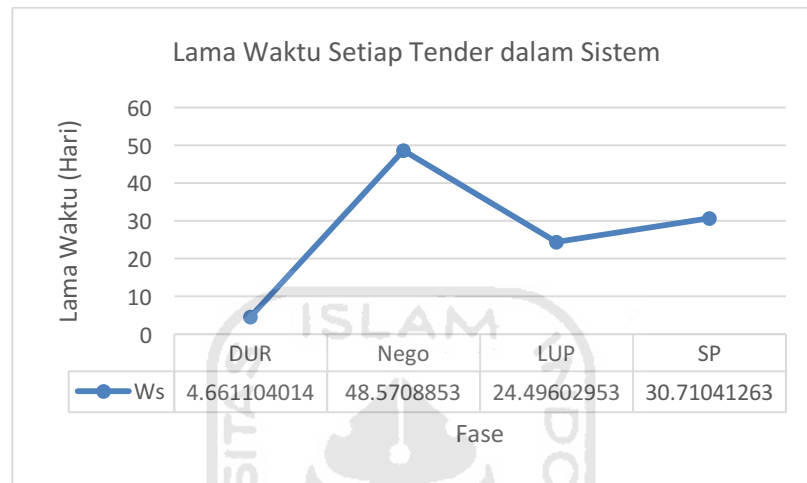
Gambar 5.4 Rata-rata Banyak Tender dalam Sistem

L_s atau banyaknya tender dalam sistem pada fase DUR terdapat banyak tender dalam sistem pada fase DUR adalah 1 tender kemudian pada fase Nego meningkat hingga 12 tender, selanjutnya menurun pada fase LUP yang hanya sebesar 1 tender, dan meningkat di fase SP sebesar 2 tender. Dengan demikian total tender dalam sistem adalah Fase Nego menjadi fase yang paling besar tendernya.



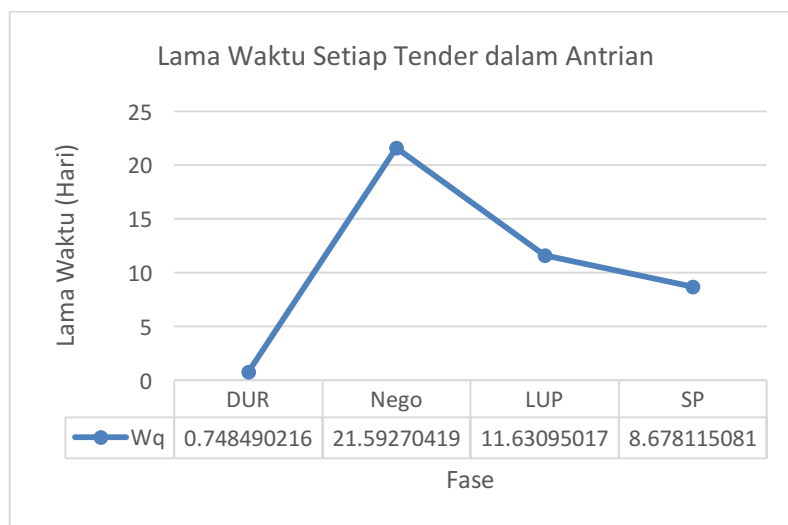
Gambar 5.5 Rata-rata Banyak Tender dalam Antrian

Lq atau rata-rata banyaknya tender dalam antrian pada fase DUR terlihat di bawah satu atau dapat dikatakan tidak ada. Selanjutnya pada proses Nego terdapat 5 tender dalam antrian, kemudian menurun di proses LUP Dan SP menjadi kurang dari 1 antrian. Ini menunjukkan bahwa hanya terdapat antrian pada proses negosiasi saja.



Gambar 5.6 Rata-rata Lama Waktu Tender dalam Sistem

Ws atau lamanya suatu tender berada dalam sistem pada fase DUR menghabiskan waktu selama 5 hari, proses ini dianggap ideal karena target waktu dari DUR sendiri adalah 7 hari. Kemudian fase selanjutnya adalah Negosiasi yang menghabiskan waktu hingga 49 hari. Hal ini memang jauh dari target hari yang telah ditentukan oleh Departemen Pengadaan Jasa, namun mengingat ada beberapa tender yang mempunyai nilai pengadaan jasa yang ekstrem, kemudian mengingat pula ada sistem pengadaan yang gagal kemudian diulang kembali hingga menemukan harga yang sesuai maka hal ini dapat dimaklumi. Selanjutnya fase LUP yang menghabiskan waktu hingga 24 hari dan SP hingga 30 hari, kedua proses ini biasanya terlambat dikarenakan ketiadaan pihak terkait untuk menandatangani dokumen pengadaan jasa yang telah disepakati pada fase negosiasi.



Gambar 5.7 Rata-rata Lama Waktu Setiap Tender dalam Antrian

Wq atau rata-rata lamanya suatu tender berada dalam antrian pada fase DUR terlihat bahwa hampir tidak ada antrian karena waktu tunggu antriannya kurang dari 1 hari atau dapat dikatakan bahwa waktu layanan sama dengan waktu dalam sistem. Kemudian pada fase negosiasi tender menunggu untuk diproses selama 22 hari, sehingga didapatkan bahwa lama layanannya sebesar 27 hari yang didapatkan dari waktu dalam sistem dikurangi waktu dalam antrian. Kemudian fase LUP tender menunggu selama 12 hari dan SP selama 9 hari, sehingga didapatkan waktu layanan masing-masing proses adalah 12 hari dan 21 hari.

5.6 Optimalisasi Proses Antrian Proses Pengadaan Jasa

Optimalisasi proses antrian ini bertujuan untuk mengoptimalkan sistem antrian dengan mencari salah satu bentuk solusi alternatifnya. Pada proses pengadaan jasa, jumlah tender yang masuk tidak bisa dibatasi. Hal ini menyebabkan nilai Ls dan Lq tidak bisa dibatasi, sehingga ukuran kinerja yang bisa dioptimalkan adalah pada Ws dan Wq .

Berdasarkan dari target perusahaan sesuai dengan peraturan yang ada bahwa proses pengadaan jasa dengan metode penunjukan harus selesai pada 30 hari kalender dengan waktu ideal masing-masing pada proses DUR selama 7 hari kalender, proses negosiasi 8 hari kalender, proses LUP 7 hari kalender, dan SP 8 hari kalender. Dalam hal ini penulis menjadikan metode penunjukan sebagai

patokan batas pengadaan jasa karena dengan tercapainya target pada metode penunjukan, metode yang lain akan ikut tercapai.

Dengan demikian dibutuhkan penambahan server agar proses pengadaan jasa ini tepat waktu. Penambahan server yang dimaksud adalah dengan menambah panitia atau tim pada masing-masing proses untuk memeriksa dokumen sesuai dengan kualifikasi yang diinginkan pada tiap-tiap proses persetujuan. Untuk menguji jumlah penambahan server yang paling optimal dilakukan dapat dilakukan dengan model biaya atau mode tingkat aspirasi.

Penggunaan model biaya dalam pengoptimalan jumlah server atau panitia dilakukan dengan menyeimbangkan biaya pelayanan dan biaya menunggu. Namun biaya menunggu tender pada sistem antrian pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim sangat sulit untuk ditentukan secara pasti. Penggunaan model biaya biasanya memperkirakan waktu menunggu sebagai penurunan produktivitas tender yang hilang karena menunggu, padahal produktivitas tiap tender belum tentu sama. Oleh karena itu, pengoptimalan jumlah server pada sistem pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim dapat dilakukan dengan model tingkat aspirasi yang hanya memanfaatkan karakteristik yang terdapat dalam sistem.

Untuk menentukan model tingkat aspirasi perlu diketahui nilai persentase waktu kosong server pada sistem antrian proses pengadaan jasa dengan masing-masing fase terdapat satu server yang didapat dari persamaan berikut

$$X = \left(1 - \frac{\rho}{c}\right) \times 100\% \quad (5.1)$$

sehingga didapatkan persentase waktu kosong sebagai berikut

Tabel 5.2 Persentase Waktu Kosong Server

Fase	W_s (Hari)	Target	Lama Waktu Kosong
DUR	4.661104	5	-23.97
Negosiasi	48.57089	10	-592.49
LUP	24.49603	5	52.52
SP	30.71041	8	-71.5

Dari Tabel 5.2 dapat dilihat bahwa hanya fase DUR yang mempunyai nilai W_s lebih kecil dibandingkan target, sehingga tidak dibutuhkan penambahan server pada proses DUR. Kemudian dengan melihat lama waktu kosong masing-masing fase tidak terdapat waktu kosong kecuali fase LUP yang mencapai waktu kosong 52% sehingga proses LUP juga tidak perlu dilakukan penambahan server.

Hal ini menunjukkan perlu penambahan server pada fase negosiasi dan SP karena kondisi sistem dengan server atau pelayan yang sangat sibuk dan waktu menunggu yang lama dapat menyebabkan pelanggan membatalkan antrian (*reneging*), bahkan menggagalkan/menolak untuk memasuki sistem antrian (*balking*). Hal ini dapat mengurangi keuntungan perusahaan, karena bisa saja pelanggan atau tender dalam hal ini melakukan *renegung* maupun *balking* adalah tender yang akan memberi keuntungan besar bagi perusahaan.

Model tingkat aspirasi adalah ekspektasi waktu menunggu dalam sistem (W_s) dan persentase waktu kosong para pelayan (X) yang saling bertentangan. Nilai c atau banyak server yang optimum dapat disajikan pada tabel berikut.

Berikut tabel yang menunjukkan waktu dalam sistem yang dihabiskan pada proses Negosiasi

Tabel 5.3 Optimalisasi Proses Negosiasi

C	Ws		Waktu Kosong	
	Hari	Bulan	%	Hari/Bulan
2	24.28545	0.809515	-73.123	-21.9369
3	16.1903	0.539677	23.05645	6.916935
4	12.14272	0.404757	56.71925	17.01578
5	9.714178	0.323806	72.30032	21.6901

Dari Tabel 5.3 dapat disimpulkan bahwa pada server sebanyak 2 nilai waktu kosong masih -73% atau belum terdapat waktu kosong sehingga perlu penambahan server lagi. Dengan server sebanyak 3 didapatkan waktu kosong selama 6,92 atau 7 hari dalam satu bulan. Ketika dilihat dari nilai W_s juga hanya terlambat 6 hari dari waktu target. Dengan demikian perlu penambahan server sebanyak 2 server pada proses negosiasi.

Proses selanjutnya yang perlu dilakukan penambahan server adalah proses SP. Berikut tabel yang menunjukkan Ws dan waktu kosong jika dilakukan penambahan server.

Tabel 5.4 Optimalisasi Proses SP

C	Ws		Waktu Kosong	
	Hari	Bulan	%	Hari/Bulan
2	15.35521	0.51184	57.12536	17.13761
3	10.2368	0.341227	80.94461	24.28338
4	7.677603	0.25592	89.28134	26.7844
5	6.142082	0.204736	93.14006	27.94202

Dari Tabel 5.4 dapat dilihat bahwa waktu kosong pada server sebanyak 2 mencapai 5% atau sekitar 17 hari. Bila dilihat lama waktu dalam sistem setelah dioptimalisasi atau server sebanyak 2 menjadi 15 hari atau 7 hari lebih lama dibanding target yang telah ditentukan. Dengan demikian berikut rangkuman lama waktu dalam sistem setelah dilakukan optimalisasi

Tabel 5.5 Perbandingan Nilai Ws Sebelum dan Setelah Optimasi

Proses	Ws Sebelum Optimasi (Hari)	Ws Setelah Optimasi (Hari)
DUR	4.661104	4.661104
Negosiasi	48.57089	16.1903
LUP	24.49603	24.49603
SP	30.71041	15.35521
TOTAL	108.438	60.702644

BAB VI

KESIMPULAN DAN SARAN

6.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan yang telah dilakukan di atas, dapat ditarik beberapa kesimpulan :

1. Pada Tahun 2015, Metode Penunjukan Langsung menjadi metode yang paling sering digunakan yaitu sebesar 56% kemudian disusul oleh Metode Pemilihan Langsung sebesar 43%. Hal ini dikarenakan banyak jenis pekerjaan yang *repeat-order*, pekerjaan spesifik, dan waktu kebutuhan mendesak. Secara umum, Metode Penunjukan Langsung lebih tepat waktu dalam pengadaan jasa dibandingkan Metode Pemilihan Langsung. Pada penggunaan Metode Penunjukan Langsung ruang lingkupnya sudah jelas sehingga tidak diperlukan waktu tambahan untuk klarifikasi dan evaluasi tidak ada proses *Aanwijzing*, waktu pemasukan penawaran lebih singkat, tidak diperlukan bidbond, metode yang digunakan satu sampul, tidak diperlukan proses E-Auction, dan tidak ada proses pemilihan vendor mana yang akan menjadi pemenang tender.
2. Model antrian yang sesuai dengan proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim adalah model *single channel multi phase* atau model antrian tandem. Hal ini dikarenakan pada proses pengadaan jasa terdapat empat proses yang harus dilalui tender agar dapat menyelesaikan proses pengadaan, yaitu proses DUR atau Daftar Usulan Rekanan, kemudian proses negosiasi, lalu proses LUP atau laporan Usulan Pemenang, dan proses terakhir adalah SP atau Surat Perjanjian. Sehingga pada proses pengadaan jasa ini terdapat satu jalur dengan empat fase.
3. Hasil ukuran kinerja berdasarkan model antrian yang terbentuk dapat dilihat dari nilai L_s (banyak tender dalam sistem), L_q (banyak tender dalam antrian), W_s (lama waktu yang dihabiskan satu tender dalam sistem), dan W_q (lama waktu yang dihabiskan tender dalam antrian). Nilai L_s dan L_q kedua metode menunjukkan bahwa proses DUR memiliki banyak tender terbesar baik dalam sistem maupun dalam antrian. Nilai

W_s dan W_q juga menunjukkan bahwa proses DUR merupakan proses paling lama yakni 49 hari dalam sistem dan 22 hari dalam antrian. Selain itu, terlihat pula nilai SP mempunyai W_s 31 hari dan W_q 9 hari. Penyebab utama dari perbedaan ini adalah pada proses negosiasi atau fase kedua yang memakan waktu paling lama pada tender yang menggunakan metode pemilihan langsung. Berdasarkan hasil ukuran kinerja diketahui bahwa pekerjaan yang diselesaikan dengan kedua metode masih melewati target waktu yang ditetapkan perusahaan sehingga diperlukan suatu cara untuk mencapai target kinerja yang sesuai.

4. Adapun cara mengoptimalkan proses pengadaan jasa adalah dengan penambahan server yang diartikan sebagai penambahan panitia atau tim pada masing-masing proses untuk memeriksa dokumen sesuai dengan kualifikasi yang diinginkan pada tiap-tiap proses persetujuan. Dengan menggunakan model tingkat aspirasi didapatkan bahwa perlu penambahan server sebanyak 2 server pada proses negosiasi dan 1 server pada proses SP sehingga didapatkan nilai W_s total proses pengadaan jasa yang sebelumnya mencapai 108 hari menjadi 61 hari.

6.2. Saran

Berdasarkan kesimpulan yang diperoleh, penulis memberikan beberapa saran sebagai berikut:

1. Untuk pihak pengadaan jasa khususnya staff administrasi sebaiknya rekapitulasi data tender lebih dilengkapi dan memberikan keterangan alasan tender pada keterangan tanggal.
2. Untuk pembaca agar dapat menerapkan program optimalisasi pada sistem antrian di lembaga-lembaga atau perusahaan lain yang menerapkan sistem antrian multifase.
3. Menggunakan program optimalisasi dengan acuan target berupa efisiensi waktu pelanggan yang terbuang karena mengantri.

DAFTAR PUSTAKA

- Adrianto, Bowo. 2006. *Persepsi dan Partisipasi Masyarakat Terhadap Pembangunan Prasarana Dasar Permukiman yang Bertumpu Pada Swadaya Masyarakat di Kota Magelang*. Tesis. Semarang: Pasca Sarjana Pembangunan Wilayah dan Kota UNDIP.
- Aminudin. 2005. *Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Jakarta: Erlangga.
- Aminah, Siti. 2015. *Analisis Antrian Multi Channel Multi Phase pada Antrian Pembuatan Surat Izin Mengemudi dengan Model Antrian (M/M/c): (GD/∞/∞)*. Buletin Ilmiah Matematika Statistika dan Terapannya Vol 04 No. 2
- Boediono dan Wayan Koester. 2001. *Statistika dan Probabilitas*. Bandung: PT Remaja Rosda Karya
- Bain, Lee J. dan Engelhardt, Max. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. California: Duxbury Press
- Bard, J.F., dan Jensen, P.A. 2003. *Operation Research Models and Methods*. USA: John. Wiley and Sons Inc.
- Dimiyati, A, dan Tarliyah, T. 1999. *Operation Research Model Pengambilan Keputusan*. Bandung: PT Sinar Baru Algesindo
- Herhyanto, Nar, dan Tuti G. 2009. *Pengantar Statistika Matematis*. Bandung: Yrama Widya
- Hiller, F.S. dan Lieberman, G.J. 2011. *Introduction to Operation Research, Fifth Edition*. USA: McGraw-Hill Inc.

- Putranto, Manggala Aldi. 2014. *Analisis Masalah Sistem Antrian Model Multi Phase Pada Kantor Samsat Yogyakarta*. Skripsi Program Studi Matematika FMIPA UNY.
- Sinalungga, S. 2008. *Pengantar Teknik Industri*, Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Sitindaon, W. B. 2010. *Analisa Perpindahan Merek Handphone dengan Rantai Markov*. Skripsi Fakultas Pertanian USU.
- Somantri, Ating dan Sambas Ali Muhidin. 2006. *Aplikasi statistika dalam Penelitian*. Pustaka Ceria : Bandung
- Sugiyono. 2011. *Metode Penelitian Bisnis*. Bandung: Alfabet
- Taha, H. 2007. *Operation Research and Introduction*. New Jersey: Pearson Education
- Wahyudi, Ima. 2010. *Penerapan Model Antrian Dua Fase (Studi Kasus di Rumah Sakit Mata "Dr. Yap" Yogyakarta)*. Skripsi Proogram Studi Matematika FST UIN Sunan Kalijaga
- Wospakrik, H. 1996. *Teori dan Soal-Soal Operations Research*. Bandung: Erlangga.
- _____, 2005. *Oxford Advanced Learner's Dictionary*. Oxford: Oxford University Press

RINGKASAN TUGAS AKHIR

Analisis Sistem Antrian Tandem (*Single Channel Multi Phase*) pada Proses Pengadaan Jasa di PT Pupuk Kaltim

Novaldy Pratama Putra¹ dan Atina Ahdika²

^{1,2} *Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Islam Indonesia, Yogyakarta*

INTISARI

Pada penelitian ini akan dimodelkan sistem antrian pada proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim. Proses pengadaan jasa sendiri secara garis besar terdiri dari proses penetapan metode dan Daftar Usulan Rekanan (DUR), klarifikasi negosiasi, Laporan Usulan Pemenang (LUP), dan yang terakhir adalah pembuatan Surat Perjanjian (SP). Proses-proses tersebut pada sistem antrian dapat dianalogikan sebagai tahapan yang harus dilalui oleh setiap tender yang masuk dalam pengadaan jasa. Model antrian yang sesuai dengan proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim adalah model single channel multi phase atau model tandem. Hasil analisis menunjukkan bahwa pekerjaan yang diselesaikan dengan metode penunjukan dan metode pemilihan masih melewati target waktu yang ditetapkan perusahaan sehingga diperlukan optimalisasi sistem. Dalam penelitian ini penambahan server dilakukan untuk optimalisasi. Optimasi dilakukan dengan menggunakan metode tingkat aspirasi didapatkan bahwa perlu penambahan server sebanyak 2 server pada proses negosiasi dan 1 server pada proses SP.

Kata Kunci : *Proses Antrian, Pengadaan Jasa, Tandem, Single Channel, Multi Phase*

Pengantar

PT Pupuk Kaltim adalah perusahaan manufaktur, yang memiliki satu kompleks industri berbasis kimia berskala dunia, terletak di daerah pesisir kota Bontang, Kecamatan Bontang Utara, Pemerintah Kota Bontang, Provinsi Kalimantan Timur. Dalam pemenuhan akan jasa setiap bagian di PT Pupuk Kaltim dibentuklah Departemen Pengadaan Jasa.

Teori antrian (*Queueing Theory*) merupakan studi probabilistik kejadian garis tunggu (*waiting lines*), yakni suatu garis tunggu dari *customer* yang memerlukan layanan dari sistem yang ada (Sinalungga, 2008). Pada dasarnya, antrian dihasilkan dari permintaan sementara melebihi kapasitas layanan fasilitas, setiap kali

pelanggan yang tiba tidak bisa menerima pelayanan segera karena semua *server* sibuk. Situasi ini hampir selalu terjadi dalam setiap sistem yang memiliki kedatangan probabilistik dan pola layanan tertentu (Jensen dan Bard, 2003).

Ada beberapa penelitian sebelumnya terkait aplikasi teori antrian dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu penelitian sebelumnya dilakukan oleh Manggala Aldi Putranto (2014). Penelitian ini menunjukkan bahwa rata-rata lama pembayaran pajak kendaraan satu tahunan di SAMSAT Yogyakarta selama 40,9 menit. Setelah dioptimalkan, didapatkan solusi alternatif dari permasalahan antrian di SAMSAT Yogyakarta berupa penambahan *server*. Kombinasi *server* yang optimal adalah menyusun 2 loket paralel di fase 1, menyusun 3 loket paralel di fase 2, dan menyusun 2 loket paralel di fase 3. Solusi ini berhasil memenuhi target SAMSAT yaitu kurang dari 10 menit dengan lama waktu 7,203 menit.

Selain Manggala, penelitian tentang teori antrian juga dilakukan oleh Ima Wahyudi. Penelitian ini menerapkan model antrian multifase pada antrian di rumah sakit mata “Dr. Yap” Yogyakarta pada bulan Agustus 2009. Dari penelitian tersebut diketahui bahwa dengan waktu tunggu rata-rata pasien dalam sistem maupun dalam antrian kurang lebih 60 menit, dan melihat bahwa antrian terjadi di sebuah rumah sakit, maka dapat dikatakan bahwa model antrian dua fase sudah begitu efektif digunakan. Oleh karena itu, tidak perlu dilakukan penambahan loket lagi, baik di bagian pendaftaran maupun ruang praktek, karena fasilitas pelayanan sudah cukup memadai.

Pada penelitian ini akan dimodelkan sistem antrian pada proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim. Proses pengadaan jasa sendiri secara garis besar terdiri dari banyak tahapan atau kegiatan antara lain proses penetapan metode dan Daftar Usulan Rekanan (DUR), klarifikasi negosiasi, Laporan Usulan Pemenang (LUP), dan yang terakhir adalah pembuatan Surat Perjanjian (SP). Proses pengadaan jasa dinyatakan selesai jika sudah melalui empat tahapan tersebut secara terurut atau proses kedua tidak boleh dilakukan ketika belum melewati proses pertama, begitu seterusnya. Proses seperti ini mengikuti sistem antrian pada proses stokastik dengan menganalogikan proses-proses tersebut sebagai tahapan yang harus dilalui oleh setiap tender yang masuk dalam pengadaan jasa.

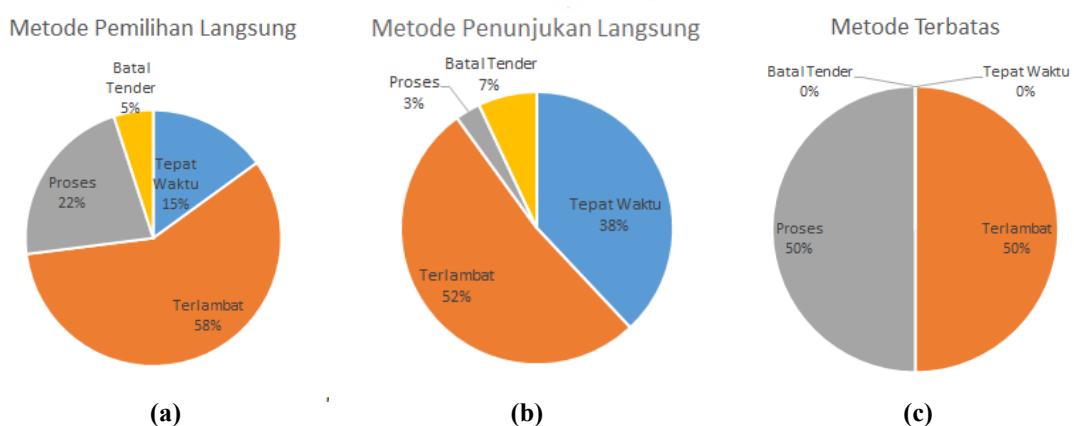
Berdasarkan permasalahan tersebut, penulis tertarik untuk menganalisis sistem antrian pekerjaan departemen pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim serta untuk mengetahui sistem pelayanan optimal agar pekerjaan dapat diselesaikan dengan tepat waktu.

Metodologi Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder, yaitu adalah data tender pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim tahun 2015, yang telah direkapitulasi oleh bagian administrasi departemen pengadaan jasa PT Pupuk Kaltim. Variabel yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah durasi waktu DUR, Negosiasi, LUP, dan SP. Metode analisis yang akan digunakan adalah metode stokastik dengan model antrian *single channel multi phase*.

Hasil dan Pembahasan

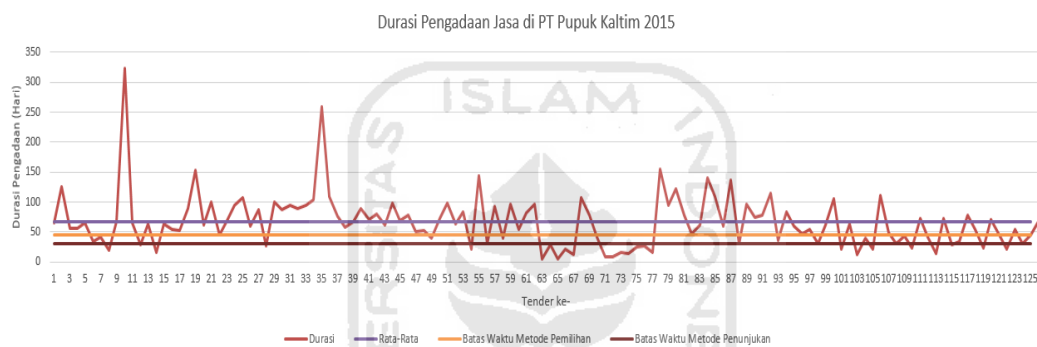
Secara garis besar, terdapat tiga metode yang digunakan pada pengadaan jasa pabrik yaitu metode penunjukan langsung, metode pemilihan langsung, serta metode terbatas. Dari ketiga metode tersebut metode penunjukan langsung mempunyai persentase terbesar yaitu mencapai 56%. Hal ini dikarenakan banyak pekerjaan yang berupa *repeat order* atau perpanjangan dari pekerjaan tahun sebelumnya, selain itu juga dikarenakan banyak pekerjaan yang spesifik sehingga hanya suatu perusahaan tertentu saja yang dapat melaksanakan pekerjaan tersebut.



Gambar 1 Sebaran Status Waktu Berdasarkan Metode; (a) Metode Pemilihan Langsung; (b) Metode Penunjukan Langsung; (c) Metode Terbatas

Dari Gambar 1a terlihat bahwa pada metode pemilihan langsung 58% pengadaan terlambat, ini lebih buruk bila dibandingkan dengan metode penunjukan

langsung pada Gambar 1b yang pengadaannya terlambat hingga 52%. Namun bila dilihat persentase pengadaan yang gagal tender, metode penunjukan mencapai 7% yang berarti lebih buruk jika dibandingkan dengan metode pemilihan langsung yang bernilai 5%. Adapun pada pekerjaan yang tepat waktu, metode penunjukan langsung mencapai 38% jauh berada di atas metode pemilihan langsung yang hanya berkisar 15% saja. Sedangkan sisanya yaitu 3% pada metode penunjukan langsung dan 22% pada metode pemilihan langsung masih berada pada proses tender. Adapun pada metode terbatas pada Gambar 1c, hanya terdapat dua data sehingga persentasenya menjadi 50% terlambat dan 50% masih berada pada proses tender.



Gambar 2 Sebaran Durasi Proses Pengadaan Jasa

Dari Gambar 2 dapat dilihat bahwa sebagian besar durasi tender berada di atas durasi yang telah ditetapkan sehingga mendapat rata-rata durasi penyelesaian tender 66 hari. Durasi ini jauh di atas target yang telah ditentukan yaitu 45 hari untuk metode pemilihan dan 30 hari untuk metode penunjukan. Rata-rata yang berada jauh di atas target ini disebabkan oleh tender yang mempunyai durasi pengadaan jasa yang sangat ekstrem hingga ada yang mencapai 300 hari kalender atau hampir satu tahun.

Pengujian Distribusi Kedatangan dan Keberangkatan

Data yang didapatkan dari departemen pengadaan jasa PT Pupuk Kaltim merupakan banyaknya surat permohonan tender pada proses DUR dan banyaknya keberangkatan pada proses negosiasi, LUP, dan SP tiap satu bulan. Untuk menerapkan teori antrian pada data yang sudah didapatkan maka perlu dilakukan pengujian distribusi dari jumlah kedatangan dan keberangkatan untuk menentukan model antrian yang sesuai.

1) Hipotesis

H_0 : Data proses berdistribusi Poisson

H_1 : Data proses tidak berdistribusi Poisson

2) Tingkat Signifikansi

$\alpha = 5\%$

3) Daerah Kritis

Tolak H_0 ketika $p - value < \alpha$

4) Keputusan

Tabel 1 Penarikan Keputusan Uji Hipotesis

No	Proses	$p - value$	Keputusan
1	Kedatangan DUR	0,792	Gagal tolak H_0
2	Keberangkatan DUR	0,730	Gagal tolak H_0
3	Keberangkatan Negosiasi	0,509	Gagal tolak H_0
4	Keberangkatan LUP	0,716	Gagal tolak H_0
5	Keberangkatan SP	0,213	Gagal tolak H_0

5) Kesimpulan

Tabel 2 Penarikan Kesimpulan Uji Hipotesis

No	Proses	Kesimpulan
1	Kedatangan DUR	Proses berdistribusi Poisson
2	Keberangkatan DUR	Proses berdistribusi Poisson
3	Keberangkatan Negosiasi	Proses berdistribusi Poisson
4	Keberangkatan LUP	Proses berdistribusi Poisson
5	Keberangkatan SP	Proses berdistribusi Poisson

Model Sistem Antrian

Sistem antrian pada proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim termasuk dalam model tandem atau multifase. Hal ini dikarenakan server disusun secara seri atau bisa dikatakan terdiri dari beberapa tahapan atau fase. Setelah melakukan uji distribusi digabungkan dengan hasil wawancara serta mempelajari dokumen yang ada dengan menggunakan aturan Kendall-Lee didapatkan model tiap fase berupa model $M/M/1:GD/\infty/\infty$.

Laju Kedatangan dan Keberangkatan Proses Pengadaan Jasa

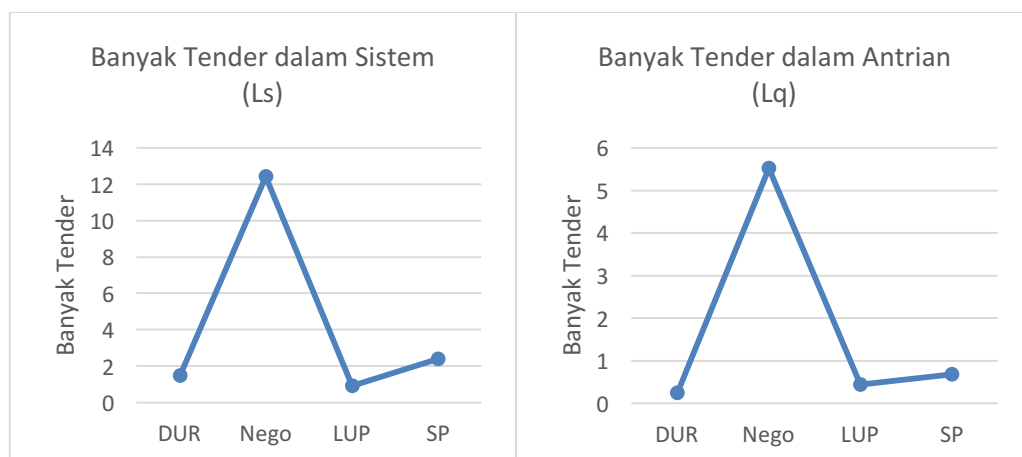
Tiap-tiap fase pada proses pengadaan jasa memiliki data yang berbeda namun mempunyai model yang sama. Salah satu faktor yang berpengaruh pada perhitungan pada tiap fase adalah data frekuensi kedatangan dan keberangkatan tiap bulan. Dari data tersebut dapat ditentukan laju kedatangan (λ) dan laju pelayanannya (μ) yang nantinya akan digunakan untuk menentukan *ukuran kinerja* dari proses tersebut. Berikut laju kedatangan dan keberangkatan pada masing-masing proses.

Tabel 3 Laju Kedatangan dan Keberangkatan Masing-masing Proses

Fase	Laju Kedatangan (tender/hari)	Laju Keberangkatan (tender/hari)
DUR	0,3168	0,2556
Negosiasi	0,2556	0,0369
LUP	0,0369	0,077
SP	0,077	0,0453

Ukuran Kinerja Sistem Antrian

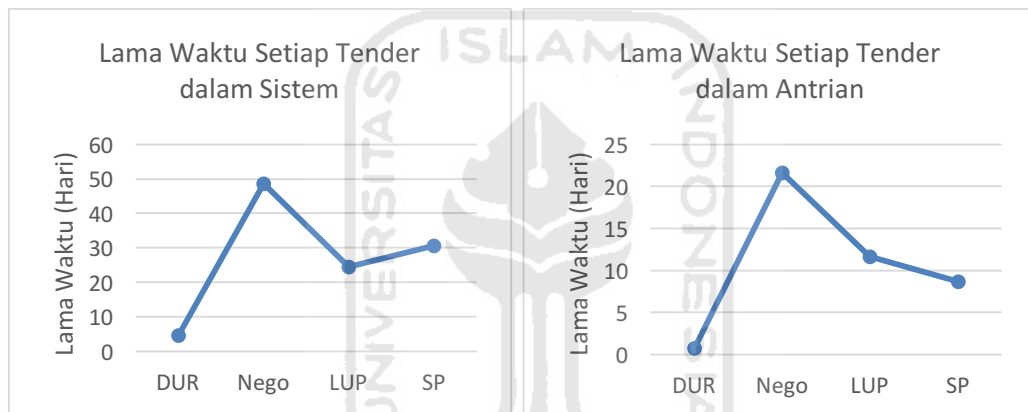
Untuk melihat keefektifan dan kinerja sistem antrian, diperlukan ukuran keefektifan suatu sistem antrian dapat ditentukan setelah probabilitas *steady state* diketahui. Berikut adalah hasil analisis ukuran kinerja sistem antrian proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim.



Gambar 3 Rata-rata Banyak Tender dalam Sistem

L_s atau banyaknya tender dalam sistem pada fase DUR terdapat banyak tender dalam sistem pada fase DUR adalah 1 tender kemudian pada fase Nego meningkat hingga 12 tender, selanjutnya menurun pada fase LUP yang hanya sebesar 1 tender, dan meningkat di fase SP sebesar 2 tender. Dengan demikian total tender dalam sistem adalah Fase Nego menjadi fase yang paling besar tendernya.

L_q atau rata-rata banyaknya tender dalam antrian pada fase DUR terlihat di bawah satu atau dapat dikatakan tidak ada. Selanjutnya pada proses Nego terdapat 5 tender dalam antrian, kemudian menurun di proses LUP Dan SP menjadi kurang dari 1 antrian. Ini menunjukkan bahwa hanya terdapat antrian pada proses negosiasi saja.



Gambar 4 Rata-rata Lama Waktu Tender dalam Sistem

W_s atau lamanya suatu tender berada dalam sistem pada fase DUR menghabiskan waktu selama 5 hari, proses ini dianggap ideal karena target waktu dari DUR sendiri adalah 7 hari. Kemudian fase selanjutnya adalah Negosiasi yang menghabiskan waktu hingga 49 hari. Selanjutnya fase LUP yang menghabiskan waktu hingga 24 hari dan SP hingga 30 hari, kedua proses ini biasanya terlambat dikarenakan ketiadaan pihak terkait untuk menandatangani dokumen pengadaan jasa yang telah disepakati pada fase negosiasi.

W_q atau rata-rata lamanya suatu tender berada dalam antrian pada fase DUR terlihat bahwa hampir tidak ada antrian karena waktu tunggu antriannya kurang dari 1 hari. Kemudian pada fase negosiasi tender menunggu untuk diproses selama 22 hari, sehingga didapatkan bahwa lama layanannya sebesar 27 hari yang didapatkan dari waktu dalam sistem dikurangi waktu dalam antrian. Kemudian fase LUP tender

menunggu selama 12 hari dan SP selama 9 hari, sehingga didapatkan waktu layanan masing-masing proses adalah 12 hari dan 21 hari.

Optimalisasi Proses Antrian Proses Pengadaan Jasa

Optimalisasi proses antrian ini bertujuan untuk mengoptimalkan sistem antrian dengan mencari salah satu bentuk solusi alternatifnya. Pada proses pengadaan jasa, jumlah tender yang masuk tidak bisa dibatasi. Hal ini menyebabkan nilai L_s dan L_q tidak bisa dibatasi, sehingga ukuran kinerja yang bisa dioptimalkan adalah pada W_s dan W_q . Dengan demikian dibutuhkan penambahan server agar proses pengadaan jasa ini tepat waktu. Penambahan jumlah server pada sistem pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim dapat dilakukan dengan model tingkat aspirasi yang hanya memanfaatkan karakteristik yang terdapat dalam sistem.

Untuk menentukan model tingkat aspirasi perlu diketahui nilai persentase waktu kosong server pada sistem antrian proses pengadaan jasa dengan masing-masing fase terdapat satu server yang didapat dari persamaan berikut

$$X = \left(1 - \frac{\rho}{c}\right) \times 100\% \quad (5.1)$$

sehingga didapatkan persentase waktu kosong sebagai berikut

Tabel 4 Persentase Waktu Kosong Server

Fase	W_s (Hari)	Target	Lama Waktu Kosong
DUR	4.661104	5	-23.97
Negosiasi	48.57089	10	-592.49
LUP	24.49603	5	52.52
SP	30.71041	8	-71.5

Dari Tabel 4 dapat dilihat bahwa hanya fase DUR yang mempunyai nilai W_s lebih kecil dibandingkan target, sehingga tidak dibutuhkan penambahan server pada proses DUR. Kemudian dengan melihat lama waktu kosong masing-masing fase tidak terdapat waktu kosong kecuali fase LUP yang mencapai waktu kosong 52% sehingga proses LUP juga tidak perlu dilakukan penambahan server.

Hal ini menunjukkan perlu penambahan server pada fase negosiasi dan SP karena kondisi sistem dengan server atau pelayan yang sangat sibuk dan waktu menunggu yang lama dapat menyebabkan pelanggan membatalkan antrian

(*reneging*), bahkan menggagalkan/menolak untuk memasuki sistem antrian (*balking*). Hal ini dapat mengurangi keuntungan perusahaan, karena bisa saja pelanggan atau tender dalam hal ini melakukan *renegung* maupun *balking* adalah tender yang akan memberi keuntungan besar bagi perusahaan.

Model tingkat aspirasi adalah ekspektasi waktu menunggu dalam sistem (W_s) dan persentase waktu kosong para pelayan (X) yang saling bertentangan. Nilai c atau banyak server yang optimum dapat disajikan pada tabel berikut.

Berikut tabel yang menunjukkan waktu dalam sistem yang dihabiskan pada proses Negosiasi

Tabel 5 Optimalisasi Proses Negosiasi

C	Ws		Waktu Kosong	
	Hari	Bulan	%	Hari/Bulan
2	24.28545	0.809515	-73.123	-21.9369
3	16.1903	0.539677	23.05645	6.916935
4	12.14272	0.404757	56.71925	17.01578
5	9.714178	0.323806	72.30032	21.6901

Dari Tabel 5 dapat disimpulkan bahwa pada server sebanyak 2 nilai waktu kosong masih -73% atau belum terdapat waktu kosong sehingga perlu penambahan server lagi. Dengan server sebanyak 3 didapatkan waktu kosong selama 6,92 atau 7 hari dalam satu bulan. Ketika dilihat dari nilai W_s juga hanya terlambat 6 hari dari waktu target. Dengan demikian perlu penambahan server sebanyak 2 server pada proses negosiasi. Proses selanjutnya yang perlu dilakukan penambahan server adalah proses SP. Berikut tabel yang menunjukkan W_s dan waktu kosong jika dilakukan penambahan server.

Tabel 6 Optimalisasi Proses SP

C	Ws		Waktu Kosong	
	Hari	Bulan	%	Hari/Bulan
2	15.35521	0.51184	57.12536	17.13761
3	10.2368	0.341227	80.94461	24.28338
4	7.677603	0.25592	89.28134	26.7844
5	6.142082	0.204736	93.14006	27.94202

Dari Tabel 6 dapat dilihat bahwa waktu kosong pada server sebanyak 2 mencapai 5% atau sekitar 17 hari. Bila dilihat lama waktu dalam sistem setelah dioptimalisasi atau server sebanyak 2 menjadi 15 hari atau 7 hari lebih lama dibanding target yang telah ditentukan.

Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan hasil pembahasan yang telah dilakukan di atas, dapat ditarik beberapa kesimpulan dan saran :

1. Pada Tahun 2015, Metode Penunjukan Langsung menjadi metode yang paling sering digunakan yaitu sebesar 56% kemudian disusul oleh Metode Pemilihan Langsung sebesar 43%. Hal ini dikarenakan banyak jenis pekerjaan yang *repeat-order*, pekerjaan spesifik, dan waktu kebutuhan mendesak. Secara umum, Metode Penunjukan Langsung lebih tepat waktu dalam pengadaan jasa dibandingkan Metode Pemilihan Langsung.
2. Model antrian yang sesuai dengan proses pengadaan jasa di PT Pupuk Kaltim adalah model *single channel multi phase* atau model antrian tandem.
3. Hasil ukuran kinerja berdasarkan model antrian yang terbentuk dapat dilihat dari nilai L_s (banyak tender dalam sistem), L_q (banyak tender dalam antrian), W_s (lama waktu yang dihabiskan satu tender dalam sistem), dan W_q (lama waktu yang dihabiskan tender dalam antrian). Nilai L_s dan L_q kedua metode menunjukkan bahwa proses DUR memiliki banyak tender terbesar baik dalam sistem maupun dalam antrian. Nilai W_s dan W_q juga menunjukkan bahwa proses DUR merupakan proses paling lama yakni 49 hari dalam sistem dan 22 hari dalam antrian. Selain itu, terlihat pula nilai SP mempunyai W_s 31 hari dan W_q 9 hari. Penyebab utama dari perbedaan ini adalah pada proses negosiasi atau fase kedua yang memakan waktu paling lama pada tender yang menggunakan metode pemilihan langsung. Berdasarkan hasil ukuran kinerja diketahui bahwa pekerjaan yang diselesaikan dengan kedua metode masih melewati target waktu yang ditetapkan perusahaan sehingga diperlukan suatu cara untuk mencapai target kinerja yang sesuai.

4. Adapun cara mengoptimalkan proses pengadaan jasa adalah dengan penambahan server yang diartikan sebagai penambahan panitia atau tim pada masing-masing proses untuk memeriksa dokumen sesuai dengan kualifikasi yang diinginkan pada tiap-tiap proses persetujuan. Dengan menggunakan model tingkat aspirasi didapatkan bahwa perlu penambahan server sebanyak 2 server pada proses negosiasi dan 1 server pada proses SP sehingga didapatkan nilai Ws total proses pengadaan jasa yang sebelumnya mencapai 108 hari menjadi 61 hari.

Daftar Pustaka

- Adrianto, Bowo. 2006. *Persepsi dan Partisipasi Masyarakat Terhadap Pembangunan Prasarana Dasar Permukiman yang Bertumpu Pada Swadaya Masyarakat di Kota Magelang*. Tesis. Semarang: Pasca Sarjana Pembangunan Wilayah dan Kota UNDIP.
- Aminudin. 2005. *Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Jakarta: Erlangga.
- Aminah, Siti. 2015. *Analisis Antrian Multi Channel Multi Phase pada Antrian Pembuatan Surat Izin Mengemudi dengan Model Antrian (M/M/c): (GD/∞/∞)*. Buletin Ilmiah Matematika Statistika dan Terapannya Vol 04 No. 2
- Boediono dan Wayan Koester. 2001. *Statistika dan Probabilitas*. Bandung: PT Remaja Rosda Karya
- Bain, Lee J. dan Engelhardt, Max. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. California: Duxbury Press
- Bard, J.F., dan Jensen, P.A. 2003. *Operation Research Models and Methods*. USA: John. Wiley and Sons Inc.
- Dimiyati, A, dan Tarliyah, T. 1999. *Operation Research Model Pengambilan Keputusan*. Bandung: PT Sinar Baru Algesindo

- Herhyanto, Nar, dan Tuti G. 2009. *Pengantar Statistika Matematis*. Bandung: Yrama Widya
- Hiller, F.S. dan Lieberman, G.J. 2011. *Introduction to Operation Research, Fifth Edition*. USA: McGraw-Hill Inc.
- Putranto, Manggala Aldi. 2014. *Analisis Masalah Sistem Antrian Model Multi Phase Pada Kantor Samsat Yogyakarta*. Skripsi Program Studi Matematika FMIPA UNY.
- Sinalungga, S. 2008. *Pengantar Teknik Industri*, Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Sitindaon, W. B. 2010. *Analisa Perpindahan Merek Handphone dengan Rantai Markov*. Skripsi Fakultas Pertanian USU.
- Somantri, Ating dan Sambas Ali Muhidin. 2006. *Aplikasi statistika dalam Penelitian*. Pustaka Ceria : Bandung
- Sugiyono. 2011. *Metode Penelitian Bisnis*. Bandung: Alfabet
- Taha, H. 2007. *Operation Research and Introduction*. New Jersey: Pearson Education
- Wahyudi, Ima. 2010. *Penerapan Model Antrian Dua Fase (Studi Kasus di Rumah Sakit Mata "Dr. Yap" Yogyakarta)*. Skripsi Proogram Studi Matematika FST UIN Sunan Kalijaga
- Wospakrik, H. 1996. *Teori dan Soal-Soal Operations Research*. Bandung: Erlangga.
- _____, 2005. *Oxford Advanced Learner's Dictionary*. Oxford: Oxford University Press

LAMPIRAN

Lampiran 1 : Output Uji Distribusi

Output Program SPSS

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		dur_Datang	dur_pergi	nego_pergi	lup_pergi	sp_pergi
N		14	16	13	13	12
Poisson Parameter ^{a,b}	Mean	8.8571	6.1250	9.6923	9.6154	10.5000
Most Extreme Differences	Absolute	.174	.172	.228	.193	.304
	Positive	.161	.172	.228	.193	.304
	Negative	-.174	-.077	-.127	-.134	-.155
Kolmogorov-Smirnov Z		.650	.688	.822	.697	1.053
Asymp. Sig. (2-tailed)		.792	.730	.509	.716	.218

a. Test distribution is Poisson.

b. Calculated from data.

Lampiran 2 : Ukuran Kinerja Proses Pengadaan Jasa

Ukuran Kinerja Proses Pengadaan Jasa					
	DUR	Nego	LUP	SP	Total
λ	0.316832	0.255578	0.036907	0.07773	
μ	0.255578	0.036907	0.07773	0.045324	
Ls	1.476785	12.41365	0.904071	2.387114	17.18163
Lq	0.237145	5.518622	0.429262	0.674548	6.859577
Ws	4.661104	48.57089	24.49603	30.71041	108.4384
Wq	0.74849	21.5927	11.63095	8.678115	42.65026
ρ	1.239667	6.924949	0.47481	1.714991	