

BAB III

LANDASAN TEORI

3.1 Investasi

Menurut Tandelilin (2010), investasi merupakan komitmen atas sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperoleh sejumlah keuntungan di masa yang akan datang. Gumanti (2011) menjelaskan investasi sebagai kegiatan yang dimaksudkan untuk menunda konsumsi hari ini untuk dikonsumsi pada waktu mendatang, dengan harapan nilai di waktu mendatang lebih tinggi daripada nilai yang ditemui hari ini. Menurut Manurung (2006), investasi pada dasarnya adalah membeli suatu aset yang diharapkan di masa datang dapat dijual kembali dengan nilai yang lebih tinggi. Aset tersebut berupa aset riil (*real asset*) dan aset keuangan (*financial asset*). Dari beberapa definisi di atas, dapat disimpulkan bahwa investasi adalah penundaan konsumsi pada saat ini sehingga dapat mengalokasikan dana yang tidak terpakai untuk membeli sebuah aset yang dapat dijual di masa mendatang, dengan harapan mendapatkan nilai yang lebih tinggi atas aset tersebut.

3.2 Pasar Modal

Undang-undang Pasar Modal No. 8 Tahun 1995 Pasal 1 tentang Pasar Modal mendefinisikan pasar modal sebagai kegiatan yang bersangkutan dengan penawaran umum dan perdagangan efek, perusahaan publik yang berkaitan dengan efek yang diterbitkannya, serta lembaga dan profesi yang berkaitan dengan efek. Samsul (2006) menjelaskan bahwa pasar modal adalah tempat atau sarana bertemunya antara permintaan dan penawaran atas instrumen keuangan jangka panjang, umumnya lebih dari satu tahun. Bentuk instrumen di pasar modal disebut efek, yaitu surat berharga yang berupa saham, obligasi, bukti *right*, bukti waran, dan produk turunan atau biasa disebut *derivative*.

Tandelilin (2010) mendefinisikan pasar modal sebagai pasar untuk memperjualbelikan sekuritas yang umumnya memiliki umur lebih dari satu tahun,

seperti saham dan obligasi. Sedangkan menurut Gumanti (2011), pasar modal adalah suatu jaringan yang kompleks dari individu, lembaga, dan pasar yang timbul sebagai upaya dalam mempertemukan mereka yang memiliki uang (dana) untuk melakukan pertukaran efek dan surat berharga.

Beberapa definisi yang telah disebutkan di atas, mengarah pada satu kesimpulan bahwa pasar modal adalah tempat atau sarana yang mempertemukan antara pihak yang memiliki dana untuk membeli efek dengan pihak yang menjual efek, baik perusahaan yang menerbitkan efek maupun lembaga yang berkaitan dengan perdagangan efek.

3.3 Bursa Efek

Undang-Undang Pasar Modal No. 8 Tahun 1995 Pasal 1 Angka 1 tentang Pasar Modal mendefinisikan bursa efek sebagai pihak yang menyelenggarakan dan menyediakan sistem dan sarana untuk mempertemukan penawaran jual dan beli efek pihak-pihak lain dengan tujuan memperdagangkan efek di antara mereka. Menurut Samsul (2006), bursa efek adalah sarana atau tempat berdagang bagi para anggota bursa efek, yaitu perusahaan efek yang telah memperoleh Surat Persetujuan Anggota Bursa (SPAB) yang dikeluarkan oleh bursa.

Gumanti (2011) menjelaskan bahwa bursa efek adalah pihak yang menyelenggarakan dan menyediakan sistem dan/atau sarana untuk mempertemukan penawaran jual dan beli efek serta pihak-pihak lain dengan tujuan memperdagangkan efek di antara mereka. Rivai, dkk (2013) mendefinisikan bursa efek sebagai lembaga/perusahaan yang menyelenggarakan dan menyediakan sistem dan atau sarana untuk mempertemukan penawaran jual dan beli efek dari pihak lain dengan tujuan memperdagangkan efek di antara mereka. Berdasarkan beberapa definisi yang telah disebutkan, dapat disimpulkan bahwa bursa efek adalah pihak yang menyelenggarakan dan menyediakan sistem dan sarana perdagangan efek bagi para anggota bursa.

3.4 Saham

Saham merupakan salah satu jenis surat berharga yang diperdagangkan di bursa efek. Saham diartikan sebagai bukti penyertaan modal di suatu perseroan, atau merupakan bukti kepemilikan atas suatu perusahaan. Siapa saja yang memiliki saham berarti dia ikut menyertakan modal atau memiliki perusahaan yang mengeluarkan saham tersebut.

Berdasarkan Pasal 60 UU NO. 40 Tahun 2007, Saham merupakan benda bergerak dan memberikan hak untuk menghadiri dan mengeluarkan suara dalam RUPS, menerima pembayaran dividen dan sisa kekayaan hasil likuidasi serta menjalankan hak lainnya berdasarkan Undang-Undang ini.

Bursa Efek Indonesia (2015) menjelaskan bahwa saham adalah tanda penyertaan modal seseorang atau pihak (badan usaha) dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas. Dengan menyertakan modal tersebut, maka pihak tersebut memiliki klaim atas pendapatan perusahaan, klaim atas aset perusahaan, dan berhak hadir dalam Rapat Umum Pemegang Saham (RUPS). Berdasarkan definisi-definisi tersebut, dapat disimpulkan bahwa pengertian saham adalah selembar kertas yang merupakan tanda bukti penyertaan modal seseorang atau pihak (badan usaha) pada suatu perusahaan atau perseroan terbatas, sehingga pihak yang memilikinya berhak atas klaim kepemilikan perusahaan tersebut.

Wujud saham adalah selembar kertas yang menerangkan bahwa pemilik kertas itu adalah pemilik perusahaan yang menerbitkan kertas tersebut. Jadi sama dengan menabung di bank, setiap kali kita menabung maka kita akan mendapatkan slip yang menjelaskan bahwa kita telah menyetor sejumlah uang. Dalam **investasi saham**, yang kita terima bukan slip melainkan saham.

Untuk mendapatkan suatu saham, seseorang harus melakukan investasi atau penanaman modal ke suatu perusahaan atau persero, dengan mana penanaman modal di bagi menjadi dua, yaitu penanaman modal dalam negeri dan penanaman modal Asing

1. Penanaman modal dalam negeri

Penanaman modal dalam negeri menurut UU No.25 tahun 2007 adalah kegiatan penanaman modal untuk melakukan usaha di wilayah

negara RI oleh penanam modal dalam negeri dengan menggunakan modal dalam negeri. Modal dalam negeri adalah modal yang dimiliki oleh negara Republik Indonesia, perseorangan warga negara Indonesia, atau badan usaha yang berbentuk badan hukum atau tidak berbadan hukum.

Sejalan dengan pengertian penanaman modal dalam negeri di atas, pengertian penanam modal dalam negeri menurut pasal 1 ayat (5) UU No.25 tahun 2007 adalah penanam modal dalam negeri adalah perseorangan warga negara Indonesia, badan usaha Indonesia, negara Republik Indonesia, atau daerah yang melakukan penanaman modal di wilayah negara Republik Indonesia.

2. Penanaman modal asing

Berdasarkan UU No.25 tahun 2007 memberikan pengertian penanaman modal asing sebagai kegiatan menanam modal untuk melakukan usaha di wilayah negara Republik Indonesia yang dilakukan oleh penanam modal asing, baik yang menggunakan modal asing sepenuhnya maupun yang berpatungan dengan penanam modal dalam negeri.

Penanam modal asing adalah perseorangan warga negara asing, badan usaha asing, dan/atau pemerintah asing yang melakukan penanaman modal di wilayah negara Republik Indonesia. Modal asing adalah modal yang dimiliki oleh negara asing, perseorangan warga negara asing, badan usaha asing, badan hukum asing, dan/atau badan hukum Indonesia yang sebagian atau seluruh modalnya dimiliki oleh pihak asing.

3.5 Jenis-jenis Saham

Suatu perusahaan dapat menerbitkan 2 jenis saham, yaitu **saham biasa** dan **saham preferen**.

1. Saham Biasa (*Common Stock*)

Menurut Case and Ray (2007) Saham biasa adalah sertifikat yang mewakili kepemilikan saham suatu perusahaan, yang biasanya adalah PT (korporasi). Selain itu saham biasa menurut Sunariyah (2011) saham dapat

didefinisikan sebagai tanda penyertaan atau pemilikan seseorang atau badan dalam suatu perusahaan.

Hak pemegang saham biasa menurut Sunariyah (2011) adalah sebagai berikut:

- a. Setiap pemegang saham memiliki hak suara pada Rapat Umum Pemegang Saham (RUPS) dan Rapat Umum Luar Biasa (RULBS) dengan ketentuan satu saham satu suara.
 - b. Sebagai pemegang saham, mempunyai wewenang untuk memilih direktur perusahaan, memilih manajemen seperti komisaris dan direksi perusahaan, dimana tugas komisaris antara lain mewakili para pemegang saham dalam mengatasi pekerjaan dan tugas direksi.
 - c. Mempunyai hak terlebih dahulu untuk membeli saham pada perusahaan yang bersangkutan sebelum dibeli oleh investor baru.
 - d. Pemegang saham diberi hak atas laba bersih perusahaan sebagai hasil atas dana yang diinvestasikan.
 - e. Pada saat likuidasi pemegang saham biasa bertanggung jawab sebesar jumlah saham yang dimiliki atas kewajiban-kewajiban perusahaan.
 - f. Pemegang saham biasa mempunyai hak melihat atau mengetahui hasil rapat umum pemegang saham dan daftar para pemegang saham suatu perusahaan.
 - g. Pemegang saham biasa mempunyai akses tidak terbatas atau bebas sepenuhnya untuk akses pembukuan keuangan, kecuali kalau dibatasi oleh suatu keadaan tertentu.
 - h. Risiko pemegang saham terbatas sesuai dengan modal yang ditanam dalam perusahaan tersebut.
2. Saham Preferen (*Preferred Stock*)

Saham preferen menurut Sunariyah (2011) merupakan saham yang memiliki karakteristik gabungan antara obligasi dan saham biasa, karena bisa menghasilkan pendapatan tetap (seperti bunga obligasi), tetapi juga tidak bisa mendatangkan hasil seperti yang dikehendaki investor.

Hak pemegang saham preferen menurut Sunariyah (2011) adalah sebagai berikut:

- a. Masing-masing pemegang saham preferen mempunyai dividen yang ditentukan dan disetujui oleh kedua belah pihak yaitu pemegang saham dan manajemen.
- b. Dalam hal pembagian dividen, pemegang saham preferen mempunyai hak untuk menerima dividen terlebih dahulu sebelum pemegang saham biasa dibayarkan. Pemegang saham preferen didahulukan dalam hal pembayaran dividen sebelum pemegang saham biasa, sepanjang hal itu dinyatakan dalam emisi saham.
- c. Pada kasus likuidasi, pemegang saham preferen mempunyai hak klaim terlebih dahulu sebelum pemegang saham biasa. Pemegang saham preferen mempunyai hak untuk dibayar sesudah kewajiban dari kreditur berhasil dilunasi perusahaan. Pemegang saham preferen dibayar sesuai nilai investasinya. Sisa kekayaan perusahaan setelah digunakan untuk membayar saham preferen, baru digunakan untuk membayar saham biasa.
- d. Pemegang saham preferen tidak mempunyai hak suara (*voting*). Walaupun pemegang saham preferen diperbolehkan hadir dalam rapat umum pemegang saham akan tetapi pemegang saham preferen tidak mempunyai hak suara apapun untuk mempengaruhi segala kebijakan perusahaan.

3.6 Harga Saham

Sartono (2001) menjelaskan bahwa harga saham terbentuk melalui mekanisme permintaan dan penawaran di pasar modal. Menurut Halim (2005), harga saham merupakan harga yang dibentuk dari interaksi antara penjual dan pembeli saham yang dilatarbelakangi oleh harapan mereka terhadap keuntungan perusahaan. Harga saham terbentuk dari kesepakatan harga atau kesepakatan dari tawaran jual dan tawaran beli dari para investor di pasar modal (Samsul, 2006).

Menurut Jogiyanto (2008), harga saham adalah harga suatu saham yang terjadi di pasar bursa pada saat tertentu yang ditentukan oleh pelaku pasar dan ditentukan oleh permintaan dan penawaran saham yang bersangkutan di pasar modal. Sedangkan Ghazali (2013), menjelaskan bahwa harga saham terbentuk di pasar jual beli saham akibat dari transaksi jual beli yang terjadi antara investor.

Bursa Efek Indonesia (2015), menjelaskan harga saham sebagai sejumlah nilai dalam mata uang yang terbentuk berdasarkan penjumlahan penawaran jual dan permintaan beli efek yang dilakukan di bursa. Jadi, harga saham terbentuk dari mekanisme penawaran dan permintaan di bursa.

Berdasarkan beberapa definisi di atas, dapat disimpulkan bahwa pengertian harga saham adalah nilai saham dalam satuan mata uang yang terbentuk melalui mekanisme penawaran jual dan permintaan beli efek di bursa efek, di mana transaksi tersebut dilatarbelakangi oleh harapan investor terhadap keuntungan perusahaan.

Widiatmojo (2001) membedakan harga saham menjadi beberapa jenis, yaitu :

- (1) Harga nominal adalah nilai yang ditetapkan oleh emiten untuk menilai setiap lembar saham yang dikeluarkannya. Harga nominal ini tercantum dalam lembar saham tersebut.
- (2) Harga perdana adalah harga sebelum harga tersebut dicatat di bursa efek. Besarnya harga perdana ini tergantung dari persetujuan antara emiten dan penjamin emisi.
- (3) Harga pasar adalah harga jual dari investor yang satu ke investor yang lain. Harga pasar terjadi setelah saham tersebut dicatat di bursa efek.
- (4) Harga pembukaan adalah harga yang diminta penjual dari pembeli pada saat jam bursa dibuka.
- (5) Harga penutupan adalah harga yang diminta oleh penjual dan pembeli saat akhir hari buka.
- (6) Harga tertinggi adalah harga yang paling tinggi pada satu hari bursa.

(7) Harga terendah adalah harga yang paling rendah pada satu hari bursa.

(8) Harga rata - rata adalah rata - rata dari harga tertinggi dan terendah.

Samsul (2006) menyebutkan bahwa harga perdana digunakan sebagai nilai dasar (*unit base value*) dalam menghitung indeks harga saham. Nilai dasar ini akan disesuaikan apabila terjadi penambahan jumlah saham yang beredar. Sedangkan harga pasar yang terjadi selama hari perdagangan, mengalami fluktuasi karena adanya perubahan transaksi. Hari perdagangan atau disebut hari bursa, yaitu hari-hari dimana terdapat perdagangan efek.

3.7 Volatilitas

Jain (2001) menjelaskan bahwa volatilitas adalah standar deviasi yang digunakan untuk menghitung kisaran harga harian perdagangan saham. Menurut Andersen (2005), volatilitas berarti fluktuasi yang diamati selama kurun waktu tertentu serta merupakan variabilitas dari komponen data runtut waktu (*time series*) yang acak (*random walk*).

Menurut Tsay (2005), volatilitas merupakan standar deviasi dari *return* aset acuan (*underlying asset*). Firmansyah (2006) mengartikan bahwa volatilitas adalah pengukuran statistik untuk fluktuasi harga selama periode tertentu. Anton (2006) menjelaskan bahwa volatilitas merupakan proses perubahan harga yang terjadi akibat adanya penilaian kembali terhadap aset yang diperdagangkan karena masuknya informasi baru ke dalam pasar/bursa.

Tim studi volatilitas pasar modal Indonesia (2011) menjelaskan bahwa volatilitas menggambarkan tingkat risiko yang dihadapi pemodal karena mencerminkan fluktuasi pergerakan harga saham. Sedangkan Suharsono (2012) menjelaskan bahwa, volatilitas adalah varians dinamik dari sebuah aset. Definisi – definisi yang telah disebutkan mengarah pada satu kesimpulan bahwa, volatilitas merupakan pengukuran statistik untuk fluktuasi harga aset selama periode waktu tertentu, di mana data yang digunakan bersifat runtut waktu (*time series*) yang acak (*random walk*), dan diukur sebagai standar deviasi.

Menurut Schwert dan W. Smith, Jr. (1992) dalam penelitian Hugida, Lydianita dan Syuhada Sofian terdapat lima jenis volatilitas dalam pasar keuangan, yaitu:

1. *Future Volatility*

Future Volatility adalah apa yang hendak diketahui oleh para pemain dalam pasar keuangan (*trender*).

2. *Historical Volatility*

Untuk dapat mengetahui masa depan maka perlu mempelajari dengan teori *pricing* berdasarkan data masa lalu untuk dapat meramalkan volatilitas pada masa yang akan datang.

3. *Forecast Volatility*

Seperti halnya terdapat jasa yang berusaha meramalkan pergerakan arah masa depan harga suatu kontrak demikian juga terdapat jasa yang berusaha meramalkan volatilitas masa depan suatu kontrak.

4. *Implied Volatility*

Implied Volatility merupakan volatilitas yang harus kita masukkan ke dalam model teoritis *pricing* untuk menghasilkan nilai teoritis yang identik dengan harga option di pasar.

5. *Seasonal Volatility*

Komoditas pertanian tertentu seperti jagung, kacang, kedelai, dan gandum sangat sensitif terhadap faktor-faktor volatilitas yang muncul dari kondisi cuaca musim yang jelek.

Dalam mengestimasi volatilitas digunakan data historis atau *Historical Volatility* yang dihitung berdasarkan harga-harga saham masa lalu. Menurut Hull (2006) Estimasi volatilitas historis dapat diperoleh sebagai berikut:

$$u_j = \ln \left(\frac{x_t}{x_{t-1}} \right), 1 < t \leq h \quad \dots\dots (3.1)$$

$$\psi = \sqrt{\frac{1}{h-1} \sum_{j=1}^h (u_j - \bar{u})^2} \quad \dots\dots (3.2)$$

$$\psi_p = \psi \cdot \sqrt{h} \quad \dots\dots (3.3)$$

Dimana:

Ψ_p = estimasi volatilitas selama periode h

Ψ = nilai volatilitas

u_j = *return* harga saham

\bar{u} = rata-rata dari *return* harga saham

x_t = harga saham pada waktu ke- t

x_{t-1} = harga saham pada waktu ke $t-1$

h = panjang periode

3.8 *Multidimensional Scaling*

Multidimensional scaling adalah salah satu metode dalam analisis multivariat yang digunakan untuk mempresentasikan suatu *proximities* (kedekatan) atau perbedaan antar objek ke dalam sebuah peta. Konsep dasar dari *MDS* adalah menentukan koordinat posisi untuk setiap objek dalam suatu peta geometri, sehingga jarak antar objek-objek tersebut akan sesuai dengan nilai kedekatan berdasarkan *input* datanya. Peta geometri tersebut yang disebut *spatial mapping* dan koordinat posisi untuk setiap objek dalam peta *spatial* disebut nilai skala.

Dalam *spatial mapping*, objek-objek penelitian direpresentasikan menjadi titik-titik. Titik-titik yang ditempatkan dalam sebuah peta akan menghasilkan jarak diantara setiap pasang objek. Jarak antara titik satu satu dengan yang lain menggambarkan kemiripan atau perbedaan objek satu dengan objek lainnya. Dua buah objek yang mirip ditunjukkan oleh dua titik yang dekat satu sama lain, serta dua objek yang relatif berbeda ditunjukkan oleh dua titik yang cenderung jauh satu sama lain.

Multidimensional Scaling (MDS) adalah sarana visualisasi tingkat kesamaan kasus-kasus individu dari kumpulan data. Hal ini mengacu pada satu set terkait teknik statistik yang digunakan dalam informasi visualisasi, khususnya untuk menampilkan informasi yang terkandung dalam matriks jarak. Jenis algoritma MDS pada umumnya terbagi menjadi dua, yaitu:

1. *Multidimensional Scaling* Metrik

Skala yang digunakan dalam *Multidimensional Scaling* Metrik adalah skala data interval atau rasio. Penskalaan metrik dilakukan jika jarak dianggap bertipe rasio, misal: $d_{AB} = 2d_{BC}$. *Multidimensional Scaling* (MDS) Metrik mengasumsikan bahwa data adalah kuantitatif (interval dan rasio). Dalam prosedur MDS metrik tidak dipermasalahkan apakah data input ini merupakan jarak yang sebenarnya atau tidak, prosedur ini hanya menyusun bentuk geometri dari titik-titik objek yang diupayakan sedekat mungkin dengan *input* jarak yang diberikan. Sehingga pada dasarnya adalah mengubah *input* jarak atau matriks kedalam bentuk geometrik sebagai *output*-nya.

Misalkan dipunyai himpunan data yang terdiri dari n objek dan mempunyai matriks jarak sebagai berikut:

$$D = [d_{ij}] \quad : i = j = 1, 2, 3, \dots, n \quad \dots\dots (3.4)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & d_{12} & d_{13} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & 0 & d_{23} & \dots & d_{2n} \\ d_{31} & d_{32} & 0 & \dots & d_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & d_{n3} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (3.5)$$

Prosedur dalam menentukan posisi dari objek-objek yang diteliti dengan menggunakan data metrik, adalah sebagai berikut:

- a. Membuat matriks kedekatan kuadrat berukuran $n \times n$, adalah:

$$D^{(2)} = [d_{ij}^2] \quad \dots\dots (3.6)$$

- b. Menghitung matriks B menggunakan pemusatan ganda (*double centering*):

$$B = -\frac{1}{2}JD^{(2)}J \quad \dots\dots (3.7)$$

dimana

$$J = I - \frac{1}{n} 11' \quad \dots\dots (3.8)$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \text{ dan } 1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (3.9)$$

- c. Ambil m positif terbesar dari nilai eigen $\Lambda_m = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ pada matriks B dan m vektor eigen yang sesuai $E_m = (e_1, e_2, \dots, e_m)$ dimana m adalah jumlah dimensi yang diinginkan untuk *output*.
- d. Sebuah konfigurasi ruang dimensi m atas n objek diperoleh dari koordinat matriks X , yaitu

$$X = E_m \Lambda_m^{1/2} = (\sqrt{\lambda_1} \cdot e_1, \sqrt{\lambda_2} \cdot e_2, \dots, \sqrt{\lambda_m} \cdot e_m) \quad \dots\dots(3.10)$$

Dengan demikian akan diperoleh x_1, x_2, \dots, x_m . Selanjutnya membuat plot dalam ruang dimensi m untuk nilai-nilai x_1, x_2, \dots, x_m . Konfigurasi yang diperoleh akan memberikan posisi dari setiap objek yang diketahui.

Contoh :

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} J & K & L & M & N \end{matrix} \\ \begin{matrix} J \\ K \\ L \\ M \\ N \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Langkah-langkah membuat peta posisi untuk kelima objek sesuai dengan prosedur pemetaan data metrik, sebagai berikut:

Langkah 1 : Membuat matriks kedekatan kuadrat berukuran 5x5, adalah:

$D^{(2)} = [d_{ij}^2], i, j = 1, 2, \dots, 5$. Dengan demikian diperoleh matriks sebagai berikut :

$$D^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 4 & 4 & 1 \\ 4 & 4 & 0 & 1 & 9 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 4 \\ 4 & 1 & 9 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Langkah 2 : menghitung matriks B , sebelumnya menghitung nilai matriks J , sebagai berikut :

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$$

$$J = \begin{bmatrix} 0,8 & -0,2 & -0,2 & -0,2 & -0,2 \\ -0,2 & 0,8 & -0,2 & -0,2 & -0,2 \\ -0,2 & -0,2 & 0,8 & -0,2 & -0,2 \\ -0,2 & -0,2 & -0,2 & 0,8 & -0,2 \\ -0,2 & -0,2 & -0,2 & -0,2 & 0,8 \end{bmatrix}$$

Setelah matriks J sudah didapatkan, maka matriks J dapat dimasukkan kedalam perhitungan matriks B , seperti berikut:

$$B = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0,8 & -0,2 & -0,2 & -0,2 & -0,2 \\ -0,2 & 0,8 & -0,2 & -0,2 & -0,2 \\ -0,2 & -0,2 & 0,8 & -0,2 & -0,2 \\ -0,2 & -0,2 & -0,2 & 0,8 & -0,2 \\ -0,2 & -0,2 & -0,2 & -0,2 & 0,8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 4 & 4 & 1 \\ 4 & 4 & 0 & 1 & 9 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 4 \\ 4 & 1 & 9 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,8 & -0,2 & -0,2 & -0,2 & -0,2 \\ -0,2 & 0,8 & -0,2 & -0,2 & -0,2 \\ -0,2 & -0,2 & 0,8 & -0,2 & -0,2 \\ -0,2 & -0,2 & -0,2 & 0,8 & -0,2 \\ -0,2 & -0,2 & -0,2 & -0,2 & 0,8 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1,16 & -0,84 & -0,34 & 0,36 & -0,34 \\ -0,84 & 1,16 & 0,34 & -1,14 & 1,16 \\ -0,34 & -0,34 & 2,16 & 0,86 & -2,34 \\ 0,36 & -1,14 & 0,86 & 0,56 & -0,64 \\ -0,34 & 1,16 & -2,34 & -0,64 & 2,16 \end{bmatrix}$$

Langkah 3 : menghitung nilai eigen dan vektor eigen dari matriks B , dan diperoleh hasil sebagai berikut :

$$\Lambda_1 = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_5) = (5,247; 2,209; 0,5; 0; -0,757)$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} -0,099 & 0,648 & 0,606 & -0,447 & 0,055 \\ 0,337 & -0,556 & 0,364 & -0,447 & -0,495 \\ -0,603 & -0,443 & 0 & -0,447 & 0,490 \\ -0,290 & 0,259 & -0,606 & -0,447 & -0,530 \\ 0,655 & 0,091 & -0,364 & -0,447 & 0,480 \end{bmatrix}$$

Dengan demikian nilai eigen positif adalah $\Lambda_1 = (5,247; 2,209)$, sehingga vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen positif adalah:

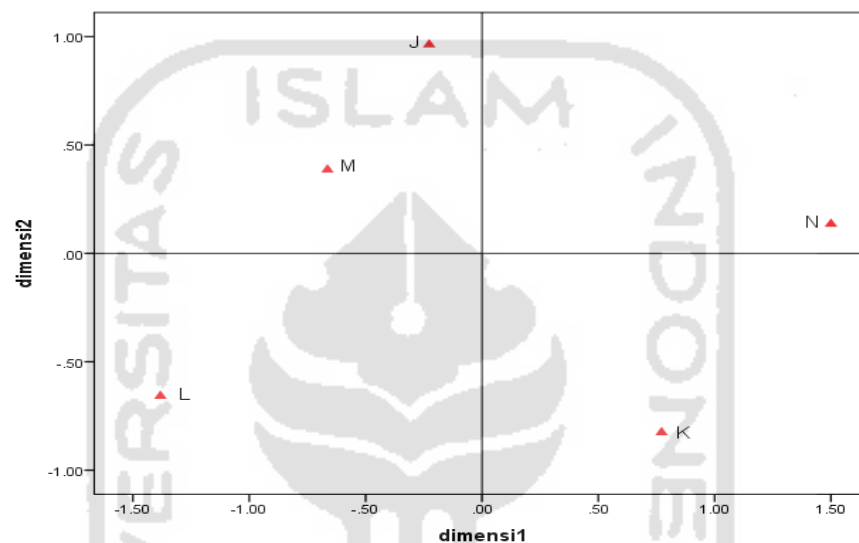
$$e_1 = \begin{bmatrix} -0,099 \\ 0,337 \\ -0,603 \\ -0,290 \\ 0,655 \end{bmatrix} \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0,648 \\ -0,556 \\ -0,443 \\ 0,259 \\ 0,091 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, akan dipeloreh nilai X , sebagai berikut:

$$x_1 = \sqrt{\lambda_1} \cdot e_1 = \sqrt{5,247} \cdot \begin{bmatrix} -0,099 \\ 0,337 \\ -0,603 \\ -0,290 \\ 0,655 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,227 \\ 0,772 \\ -1,382 \\ -0,664 \\ 1,500 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = \sqrt{\lambda_2} \cdot e_2 = \sqrt{2,209} \cdot \begin{bmatrix} 0,648 \\ -0,556 \\ -0,443 \\ 0,259 \\ 0,091 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,963 \\ -0,826 \\ -0,658 \\ 0,386 \\ 0,136 \end{bmatrix}$$

Langkah 4 : membuat peta posisi objek dengan menggunakan harga-harga x_1 dan x_2 sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:



Gambar 3.1 Peta posisi objek

2. Multidimensional Scaling Non Metrik

Skala yang digunakan dalam *multidimensional scaling* non metrik adalah skala data nominal atau ordinal. *multidimensional scaling* non metrik mengasumsikan bahwa datanya adalah kualitatif (nominal dan ordinal). Pada kasus ini perhitungan kriteria adalah untuk menghubungkan nilai ketidaksamaan suatu jarak ke nilai ketidaksamaan yang terdekat. Program MDS non metrik menggunakan transformasi monoton (sama) ke data yang sebenarnya sehingga dapat dilakukan operasi aritmatika terhadap nilai ketidaksamaannya, untuk menyesuaikan jarak dengan nilai urutan ketidaksamaannya.

Transformasi monoton akan memelihara urutan nilai ketidaksamaannya sehingga jarak antara objek yang tidak sesuai dengan

urutan nilai ketidaksamaan dirubah sedemikian rupa sehingga akan tetap memenuhi urutan nilai ketidaksamaan tersebut dan mendekati jarak awalnya. Hasil perubahan ini disebut *disparities*. *Disparities* ini digunakan untuk mengukur tingkat ketidaktepatan konfigurasi objek-objek dalam peta berdimensi tertentu dengan *input* data ketidaksamaannya. Pendekatan yang sering digunakan saat ini untuk mencapai hasil yang optimal dari skala non metrik digunakan *Kruskal's Least-Square Monotonic Transformation* dimana *disparities* merupakan nilai rata-rata dari jarak-jarak yang tidak sesuai dengan urutan ketidaksamaannya.

Informasi ordinal kemudian dapat diolah dengan MDS non metrik sehingga menghasilkan konfigurasi dari objek-objek yang terdapat pada dimensi tertentu dan kemudian agar jarak antara objek sedekat mungkin dengan *input* nilai ketidaksamaan atau kesamaannya. Koordinat awal dari setiap subjek dapat diperoleh melalui cara yang sama seperti metode MDS metrik dengan asumsi bahwa meskipun data bukan jarak informasi yang sebenarnya tapi nilai urutan tersebut dipandang sebagai variabel interval.

Pada pemetaan data non metrik, maka ukuran kedekatan antar objek biasanya disebut sebagai unsur ketidakmiripan. Andaikan dipunyai n objek yang mempunyai matriks sebagai berikut:

$$S = [s_{ij}] \quad : i = j = 1, 2, 3, \dots, n \quad \dots\dots\dots(3.11)$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & s_{12} & s_{13} & \dots & s_{1n} \\ s_{21} & 0 & s_{23} & \dots & s_{2n} \\ s_{31} & s_{32} & 0 & \dots & s_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots \\ s_{n1} & s_{n2} & s_{n3} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(3.12)$$

Secara umum prosedur untuk melakukan pemetaan data non metrik dapat dilakukan sebagai berikut:

1. Menentukan konfigurasi awal dari n objek dalam ruang berdimensi k , bagi setiap objek. Konfigurasi ini dapat dipilih secara random uniform

ataupun distribusi normal, atau dapat pula dengan menggunakan prosedur sebagaimana pada data metrik dengan menempatkan ukuran ordinal sebagai ukuran kontinyu.

2. Menghitung ukuran ketidaksamaan antar objek berdasarkan konfigurasi awal pada langkah nomor 1, sehingga akan diperoleh:

$$Y = [y_{ij}] \quad : i = j = 1, 2, 3, \dots, n \quad \dots\dots(3.13)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & y_{12} & y_{13} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & 0 & y_{23} & \dots & y_{2n} \\ y_{31} & y_{32} & 0 & \dots & y_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & y_{n3} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(3.14)$$

3. Menghitung nilai dugaan dari \hat{y}_{ij} dengan cara melakukan regresi monoton Y_{ij} terhadap S_{ij} yaitu

$$Y_{ij} = a + b S_{ij} + e \quad \dots\dots(3.15)$$

4. Menghitung nilai jumlah kuadrat yang disebut sebagai Stress.

Nilai Stress merupakan ukuran kesesuaian atau ketepatan antara konfigurasi dengan ukuran ketidaksamaan yang diinginkan, dimana stress ini didefinisikan sebagai berikut:

$$Stress = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \hat{Y}_{ij})^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Y_{ij}^2}} \quad \dots\dots(3.16)$$

Makna dari nilai stress ini adalah sebagai berikut:

Tabel 3.1 Nilai Kesesuaian Stress

Stress (%)	Kesesuaian
>20	Buruk
10,1 – 20	Cukup
5,1 – 10	Baik
2,5 – 5	Sangat baik
< 2,5	Sempurna

5. Apabila dikehendaki untuk menurunkan nilai stress, maka jika memungkinkan konfigurasi pada ;angkah nomor 1 dapat diperbaiki, dan langkah nomor 2 sampai 4 dikerjakan kembali sampai mendapatkan nilai stress yang dimungkinkan.

Berikut contoh kasus dalam membuat peta posisi dalam ruang dimensi dua, yaitu seorang responden diminta memberikan penilaian tentang kemiripan terhadap sejumlah merek minuman teh, dimana semakin rendah nilai menunjukkan bahwa kedua merek minuman teh semakin mirip. Hasil persepsi responden terhadap sejumlah merek minuman teh tersebut sebagai berikut:

Tabel 3.2 Contoh hasil persepsi responden terhadap sejumlah merek minuman teh

	Fresh Tea	Fruit Tea	Teh Kotak	Teh Botol	Teh Gelas	Teh Felin
Fresh Tea (A)	0	2	4	5	6	7
Fruit Tea (B)	2	0	4	1	3	7
Teh Kotak (C)	4	4	0	2	4	7
Teh Botol (D)	5	1	2	0	3	7
Teh Gelas (E)	6	3	4	3	0	7
Teh Felin (F)	7	7	7	7	7	0

Penyelesaian:

Dari tabel 3.2, maka diperoleh matriks similaritas sebagai berikut:

$$S = \begin{matrix} & A & B & C & D & E & F \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & & & & & & \\ 2 & 0 & & & & & \\ 4 & 4 & 0 & & & & \\ 5 & 1 & 2 & 0 & & & \\ 6 & 3 & 4 & 3 & 0 & & \\ 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 0 & \end{bmatrix} & \end{matrix}$$

1. Berdasarkan matriks ukuran similaritas S , kita buat plot konfigurasi awal dengan coba-coba. Dari konfigurasi kita dapatkan perkiraan titik koordinat dari setiap objek, yaitu:

Tabel 3.3 Contoh titik koordinat untuk setiap merek minuman teh

Koordinat	Merek Minuman Teh					
	A	B	C	D	E	F
x	0,5	0,65	0,64	0,58	0,57	-2,9
y	1	0,2	0,3	-0,63	-0,5	0,1

4. Menghitung nilai stress

$$Stress = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \hat{Y}_{ij})^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Y_{ij}^2}} = \sqrt{\frac{121,229}{798,547}} = 0,390$$

Berdasarkan nilai stress diperoleh, maka dapat dikatakan bahwa konfigurasi awal yang dibuat mendekati katagori buruk. Untuk memperkecil stress, maka dapat dilakukan konfigurasi awal, dan mengerjakan kembali langkah 1 sampai 3 untuk memperoleh nilai stress.

3.9 Jarak Euclidean

MDS mencoba untuk memperkirakan jarak untuk semua pasangan dari objek-objek untuk mencocokkan korelasi sedekat mungkin. Jarak antara titik-titik di peta MDS umumnya tidak sulit untuk menafsirkan dan dengan demikian dapat digunakan untuk merumuskan model yang lebih spesifik. Juga, jarak antara dua titik harus ditafsirkan sebagai jarak tergantung pada semua jarak lainnya. Menentukan d_{ij} menjadi jarak euclidean antara objek ke- i dengan objek ke- j dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{t=1}^h (x_{it} - x_{jt})^2} \dots\dots (3.17)$$

dimana d_{ij} = jarak antar objek ke- i dan objek ke- j

x_{it} = nilai objek ke- i pada peubah/atribut t

x_{jt} = nilai objek ke- j pada peubah/atribut t

3.10 Jarak Korelasi

Korelasi digunakan untuk mengetahui terdapat atau tidaknya hubungan dua objek. Dalam mengungkapkan hubungan antar objek dapat digunakan dalam metode MDS. Dalam perspektif ini beberapa kriteria MDS diuji dengan menghitung matriks M berdasarkan pada koefisien korelasi c_{ij} , yang menyediakan pengukuran kesamaan antara dua objek. Dalam matriks M setiap sel merupakan korelasi antara objek ke- i dengan objek ke- j dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$c_{ij} = \left(\frac{\frac{1}{h} \sum_{t=1}^h x_i(t) \cdot x_j(t)}{\sqrt{\frac{1}{h} \sum_{t=1}^h x_i^2(t) \cdot \frac{1}{h} \sum_{t=1}^h x_j^2(t)}} \right)^2 \quad \dots\dots(3.18)$$

Dimana

c_{ij} = korelasi antara objek ke-i dengan objek ke-j

x_{it} = nilai objek ke-i pada peubah/atribut t

x_{jt} = nilai objek ke-j pada peubah/atribut t

3.11 Jarak Histogram

Analisis yang digunakan untuk mendapatkan matriks jarak histogram sesuai frekuensi relatif dengan menghitung parameter statistik deskriptif, seperti *mean* (μ), standar deviasi (σ), dan koefisien Kurtosis Pearson (γ).

1. *Mean* (rata-rata)

Mean (rata-rata) merupakan nilai yang cukup representatif untuk memberikan gambaran tentang nilai-nilai yang terdapat dalam data yang bersangkutan. Rumus untuk menghitung nilai *mean* pada data tunggal adalah sebagai berikut:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad \dots\dots(3.19)$$

dimana:

μ = nilai rata-rata

x_i = nilai pada objek ke-i

N = banyaknya data

2. Standar Deviasi

Standar deviasi adalah nilai statistik yang digunakan untuk menentukan bagaimana sebaran data.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}} \quad \dots\dots(3.20)$$

dimana:

σ = standar deviasi

μ = nilai rata-rata

x_i = nilai pada objek ke-i

N = banyaknya data

3. Koefisien Kurtosis Pearson

Pengukuran kurtosis digunakan untuk mengukur keruncingan dari bentuk kurva.

$$\gamma = \left\{ \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^4 \right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)} \quad \dots\dots(3.21)$$

dimana:

γ = nilai kurtosis

n = banyaknya data

x_i = data objek ke- i

\bar{x} = rata-rata dari x_i

s = standar deviasi

dari nilai-nilai parameter statistik deskriptif dapat digunakan untuk menghitung jarak histogram dengan menggunakan persamaan berikut:

$$d_{ij} = \sqrt{\frac{(\mu_i - \mu_j)^2}{\mu_i^2 + \mu_j^2} + \frac{(\sigma_i - \sigma_j)^2}{\sigma_i^2 + \sigma_j^2} + \frac{(\gamma_i - \gamma_j)^2}{\gamma_i^2 + \gamma_j^2}} \quad \dots\dots(3.22)$$

dimana :

μ_i = nilai rata-rata pada objek ke- i

μ_j = nilai rata-rata pada objek ke- j

σ_i = nilai standar deviasi pada objek ke- i

σ_j = nilai standar deviasi pada objek ke- j

γ_i = nilai kurtosis pada objek ke- i

γ_j = nilai kurtosis pada objek ke- j