

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

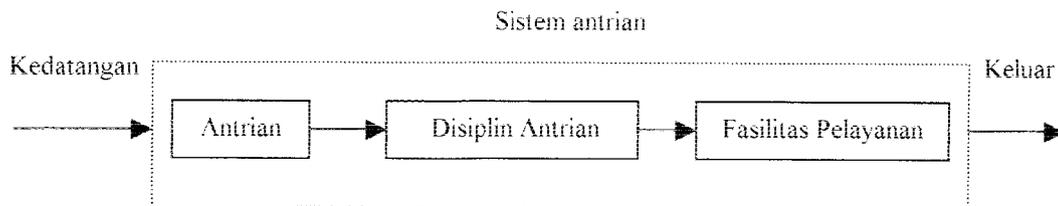
2.1 Teori Antrian

Menurut **Agus Ahyari, (1986)** : teori antrian atau sering disebut sebagai *waiting line theory*, atau *queuing theory* mulai dikembangkan oleh ahli matematik Denmark yang bernama A.K. Erlang. Teori antrian mempunyai aplikasi yang luas untuk alat operasi manajemen di perusahaan. Persoalan-persoalan yang dapat diselesaikan dengan *waiting line theory* adalah bagaimana perusahaan dapat menentukan waktu dan fasilitas yang sebaik-baiknya agar dapat melayani pelanggan dengan efisien. Didalam hal ini tentu saja diperhitungkan antara ekstra biaya yang dikeluarkan perusahaan untuk menambah fasilitas *service* baru dengan kerugian-kerugian konsumen karena harus menunggu apabila tidak diadakan penambahan fasilitas *service* yang baru.

2.2 Konsep Dasar Teori Antrian

Menurut **Pangestu Subagyo, dkk, (1984)** : model antrian yang paling sederhana dibagi menjadi dua bagian dasar, yaitu suatu antrian tunggal dan sebuah pelayanan tunggal yang bisa juga disebut sebagai *single channel*.

Model *single channel* ini menerima individu-individu dari suatu populasi khusus, lebih jelasnya *single channel* bisa ditunjukkan pada gambar dibawah ini



Gambar 2.1 Proses sistem antrian

2.3 Elemen-elemen Pokok Dalam Sistem Antrian

Elemen-elemen pokok dalam sistem antrian menurut **Pangestu Subagyo, dkk, (1984)** ;

a) Sumber masukan

Sumber masukan dari sistem antrian dapat terdiri atas populasi orang, barang, komponen atau kertas kerja yang datang pada sistem untuk dilayani.

b) Pola kedatangan (*arrival pattern*)

Bagaimana caranya individu-individu dari populasi memasuki sistem. Individu-individu mungkin datang dengan tingkat kedatangan (*arrival rate*) yang konstan atau random (yaitu berapa banyak individu-individu per periode waktu).

c) Disiplin antrian

Disiplin antrian menunjukkan pedoman keputusan yang digunakan untuk menyeleksi individu-individu yang memasuki antrian untuk dilayani terlebih dahulu (prioritas).

d) Kepanjangan antrian

Banyak sistem antrian dapat menampung jumlah individu-individu yang relatif besar, tetapi ada beberapa sistem yang mempunyai kapasitas terbatas.

e) Pola pelayanan

Waktu yang digunakan untuk melayani individu-individu dalam suatu sistem disebut waktu pelayanan (*service time*).

f) Keluaran (exit)

Sesudah seseorang (individu) selesai dilayani, dia keluar dari sistem.

2.4 Model Teori Antrian

Menurut **Sandi S, (1991)** ; model teori antrian adalah suatu model matematika dari antrian atau baris-baris penggunaan yang diberikan, kadang-kadang model antrian dimungkinkan untuk memperoleh informasi tentang sistem ini secara analitis. Jika cara analitis ini tidak dimungkinkan, digunakan metode komputasi numerik untuk memecahkan persamaan-persamaan yang ada. Metode analitik menghasilkan solusi yang umum (*general*), sedangkan metode numerik memberikan hasil untuk

setiap satu langkah perhitungan, dan kalkulasi akan terus diulang untuk memperluas rentang (*range*) solusi.

2.5 Model Antrian Secara Analitis

Model antrian yang sering terjadi menurut **Richard I. Levin, et. All., (1993)** ;

a) Model jalur antrian tunggal, distribusi kedatangan poisson dan waktu pelayanan yang didistribusikan secara eksponensial.

Model antrian ini akan berguna pada kondisi-kondisi berikut ini :

- 1) Jumlah kedatangan per unit waktu, berdistribusi poisson
- 2) Waktu pelayanan, berdistribusi eksponensial
- 3) Disiplin antrian
- 4) Pemanggilan populasi tak terbatas
- 5) Ada satu saluran
- 6) Tingkat rata-rata kedatangan lebih kecil dari pada tingkat rata-rata pelayanan
- 7) Ruang tunggu yang tersedia untuk pelanggan dalam antrian tak terbatas.

Persamaannya adalah :

$$Lq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \qquad Ls = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \qquad Pw = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$Wq = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \qquad Ws = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

- b) Model antrian saluran tunggal, distribusi kedatangan poisson dan distribusi waktu pelayanan.

Model antrian ini akan berguna pada kondisi-kondisi sebagai berikut :

- 1) Waktu pelayanan tidak terikat satu sama lain (lama pelayanan untuk pelanggan tertentu tidak mempengaruhi pelayanan untuk pelanggan lain).
- 2) Distribusi waktu pelayanan yang diterapkan untuk semua pelanggan selalu sama.
- 3) Rata-rata waktu pelayanan ($1/\mu$) dan variasi pelayanan (σ^2) diketahui.

Persamaannya adalah :

$$Lq = \frac{\lambda^2 \mu^2 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}{2 \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)} \quad Ls = Lq + \frac{\lambda}{\mu} \quad Pw = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$Wq = \frac{Lq}{\lambda} \quad Ws = Wq + \frac{1}{\mu}$$

- c) Model antrian saluran tunggal, distribusi kedatangan poisson dan waktu pelayanan yang didistribusikan secara eksponensial, serta kapasitas tunggu yang terbatas.

Jika pelanggan dalam sistem mencapai jumlah maksimum kapasitas maka pelanggan berikutnya yang datang akan meninggalkan antrian dan tak kembali.

Persamaan model ini adalah :

$$P_0 = \frac{1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)}{1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{M+1}} \quad P_M = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M \cdot \lambda^p$$

$$L_S = \frac{P_{w-M} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) P_M}{1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)} \quad L_Q = L_S - \frac{\lambda(1 - P_M)}{\mu}$$

$$W_S = \frac{L_S}{\lambda(1 - P_M)} \quad W_Q = W_S - \frac{1}{\mu}$$

d) Model antrian saluran ganda, distribusi kedatangan poisson dan waktu pelayanan yang didistribusikan secara eksponensial.

Model antrian ini berguna pada kondisi-kondisi berikut :

- 1) Jumlah kedatangan per unit waktu, berdistribusi poisson
- 2) Waktu pelayanan, berdistribusi eksponensial
- 3) Disiplin antrian
- 4) Pemanggilan populasi tak terbatas
- 5) Antrian tak terbatas hanya pada satu saluran
- 6) Tingkat rata-rata kedatangan lebih kecil dari pada tingkat rata-rata pelayanan keseluruhan atau penjumlahan rata-rata tingkat pelayanan tiap saluran
- 7) Ruang tunggu yang tersedia untuk pelanggan dalam antrian tak terbatas.

Persamaannya adalah sebagai berikut :

$$P_w = \frac{1}{k!} \left[\frac{\lambda}{\mu} \right]^k \frac{k\mu}{k\mu - \lambda} P_0 \quad L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L_s = \frac{\lambda\mu \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k}{(k-1)(k\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

2.6 Model Antrian Secara Numeris

Menurut **Sandi S, (1991)** ; jika model matematik dari suatu sistem antrian tidak dapat dimungkinkan untuk memperoleh informasi secara analitis, maka model tersebut dapat diselesaikan secara numeris, teknik khusus yang disebut simulasi akan memecahkan persamaan-persamaan model langkah demi langkah. Hasilnya adalah nilai pada setiap langkah perhitungan menggambarkan keadaan sistem yang dimodelkan pada saat itu.

2.7 Simulasi

- 1) Menurut **Richard I. Levin, et. All., (1993)** ; Simulasi merupakan prosedur kuantitatif yang menggambarkan suatu proses dengan mengembangkan modelnya dan menetapkan serangkaian uji coba terencana untuk memprediksi tingkah laku proses sepanjang waktu. Pengamatan uji coba ini sama dengan pengamatan atas proses yang sesungguhnya akan bereaksi terhadap perubahan tertentu, kita dapat merekayasa perubahan itu dalam

model dan mensimulasi reaksinya, sebagai contoh dalam kegiatan manufaktur simulasi digunakan untuk memecahkan masalah penjadualan produksi, model inventori dan prosedur perawatan, untuk perencanaan kapasitas, merencanakan kebutuhan sumber daya dan perencanaan proses. Dalam kegiatan jasa simulasi digunakan secara lebih untuk menganalisa sistem antrian.

Alasan terpenting dalam menggunakan simulasi adalah :

- a) Simulasi adalah satu-satunya metode yang tersedia karena lingkungan sangat kompleks.
- b) Model simulasi lebih sederhana untuk digunakan dan dimengerti dan biayanya tidak terlalu mahal.
- c) Simulasi memungkinkan pembuatan keputusan untuk mengatur percobaan-percobaan dari suatu model yang akan membantu dalam memahami perilaku proses.
- d) Jika dilakukan observasi yang mendalam akan terlalu banyak memakan waktu.

Penggunaan simulasi sebagai pengisi kekosongan teknik lain yang lebih baik seperti apa pun juga, memiliki sejumlah kelemahan-kelemahan, yaitu :

- a) Simulasi tidak persis, karena bukan merupakan proses optimasi dan tidak menghasilkan jawaban tetapi hanya memberikan suatu kumpulan tanggapan sistem atas berbagai kondisi operasi.

- b) Model simulasi yang bagus mungkin sangat mahal. Sering diperlukan waktu bertahun-tahun untuk mengembangkan model perencanaan usaha yang berguna.
 - c) Tidak semua situasi dapat dievaluasi dengan simulasi. Hanya situasi yang melibatkan ketidakpastiaan dan tanpa komponen acak yang dapat disimulasikan.
 - d) Model memberikan suatu cara evaluasi pemecahan tetapi tidak memberikan teknik pemecahan. Manajer harus mencari sendiri pendekatan pemecahan yang mereka ingin uji.
- 2) Menurut **Pangestu Subagyo, dkk, (1984)** : Simulasi adalah duplikat atau abstraksi dari persoalan dalam kehidupan nyata ke dalam model-model matematika. Dalam hal ini biasanya dilakukan penyederhanaan, sehingga pemecahan dengan model-model matematika bisa dilakukan. Simulasi sering digunakan dalam pemecahan masalah antrian dengan mengimitasi garis tunggu dengan menggunakan angka-angka sehingga keputusan yang dibuat bisa mendekati kenyataannya. Pemecahan masalah dengan model simulasi biasa dilakukan dengan memakai komputer, sebab banyak hal atau perhitungan – perhitungan yang terlalu rumit dihitung dengan tangan.
- 3) Menurut **Muslich, (1993)** : Simulasi adalah suatu alat yang fleksibel dari metode kuantitatif. Umumnya simulasi ini dapat diterapkan untuk menganalisa masalah yang rumit dari sistem, sedangkan penggunaan teknik analisis yang ada sangat terbatas. Simulasi juga berguna untuk mengetahui

pengaruh atau akibat suatu keputusan dalam jangka waktu tertentu. Simulasi juga banyak dimanfaatkan untuk melakukan analisis “*what-if* “ dari seperangkat parameter dan keputusan. Ditambahkan oleh **Muslich** ada lima tahapan dalam melakukan simulasi, yaitu :

- a) Formulasi masalah : Tahap pertama ini adalah menentukan tujuan, asumsi dan kendala – kendalanya.
- b) Menentukan apakah simulasi layak dilakukan : Setelah memformulasikan masalah, kemudian memeriksa metode yang penyelesaiannya layak seperti *deciontree*, *linier programming* dan lain – lain, tetapi jika pendekatan metode tersebut tidak memenuhi tujuannya, mungkin simulasi merupakan alternatif terbaik.
- c) Menyusun modelnya : Model simulasi dapat dimulai dengan sesuatu representasi sistem, yaitu dengan mengidentifikasi komponen – komponen pokok sistem kedalam formulasi matematik atau program komputer.
- d) Memvalidasi model : Meyakinkan model simulasi merupakan suatu sistem yang sebenarnya dengan jalan menguji data historis dan membandingkan hasil simulasi dengan hasil sebenarnya.
- e) Menerapkan model dan menganalisis hasilnya : Setelah validasi model dilakukan model simulasi perlu dicoba dengan memberikan nilai terhadap parameternya. Jika *output* dari simulasi ini dianalisis sesuai dengan tujuannya maka model simulasi dapat diperlukan. Apabila

kebutuhan tidak terpenuhi, perlu mengubah disain dan formulasi modelnya.

2.8 Model Simulasi

Menurut **Sandi S. (1991)** ; ada beberapa macam model simulasi, diantaranya sebagai berikut :

a) Model simulasi tipe *stochastic*

Model ini disebut juga sebagai simulasi monte carlo. Didalam proses *stochastic* sifat-sifat keluaran (*output*) dari proses ditentukan berdasarkan hasil dari konsep random (acak). *Output* yang diperoleh dapat dinyatakan dengan rata-rata, kadang-kadang ditunjukkan pula pola penyimpangan.

b) Model simulasi yang *deterministik*

Model ini tidak memperhatikan unsur random, sehingga pemecahannya menjadi sederhana. Sifat dari model ini adalah kebalikan dari model *stochastic*, sehingga dapat saling meniadakan.

2.9 Model – model Keputusan Antrian

Menurut **Hamdy A. taha, (1997)** ; penggunaan teori antrian dalam praktek melibatkan dua aspek utama, yaitu :

- a) Pemilihan model matematis yang sesuai dan mewakili sistem secara memadai dengan tujuan menentukan ukuran kinerja sistem tersebut.

- b) Penerapan sebuah model keputusan yang didasari oleh ukuran kinerja sistem tersebut dengan maksud perancangan sarana pelayanan.

2.10 Simulasi Monte Carlo

Menurut **Muslich (1993)** ; simulasi monte carlo pada dasarnya adalah suatu metode yang digunakan untuk menghasilkan *outcome* dari suatu distribusi probabilitas. Bilangan random yang digunakan dalam metode ini dapat berasal dari berbagai sumber yang menunjukkan kerandoman yang diperlukan.

2.11 Distribusi Probabilitas

Menurut **Montgomery, D.C., (1990)** ; distribusi probabilitas adalah model matematika yang menghubungkan nilai variabel dengan probabilitas terjadinya nilai itu didalam populasi. Ada dua macam distribusi probabilitas, yaitu :

1) Distribusi kontinyu

Suatu variabel random yang mengandung suatu nilai dalam satu interval tertentu, cirinya berbentuk bilangan rasional bisa bulat, desimal dan pecahan.

2) Distribusi diskrit

Suatu variabel yang mengandung jumlah tertentu (*countable*), cirinya berbentuk bilangan bulat dan tidak bisa di ubah menjadi bilangan pecahan.

2.12 Distribusi Frekuensi

- 1) Menurut **Sudjana, (1992)** ; data yang diperoleh dari hasil penelitian atau hasil pengujian terhadap suatu objek biasanya dibuat dalam bentuk angka-angka yang pada umumnya tidak tersusun dan masih merupakan bahan mentah, tidak dapat memberikan informasi kepada yang melihatnya sehingga diperlukan teknik pengolahan data, supaya data yang terkumpul memberikan arti. Oleh karena itu data yang terkumpul perlu disusun skor yang dimulai dari skor yang paling rendah sampai ke skor yang paling tinggi.
- 2) Menurut **J. Supranto, (1998)** ; untuk membuat daftar distribusi frekuensi dengan panjang kelas interval yang sama.

2.13 Distribusi Frekuensi Relatif Kumulatif

Menurut **Sudjana, (1992)** ; daftar distribusi frekuensi dengan banyak data biasanya tidak dinyatakan dalam frekuensi sebenarnya atau frekuensi mutlak, melainkan dinyatakan dalam persen, sehingga didapat daftar distribusi frekuensi relatif. Jika dijumlahkan selangkah demi selangkah maka dinamakan distribusi frekuensi kumulatif untuk frekuensi mutlak dan frekuensi relatif kumulatif untuk distribusi frekuensi relatif.

2.14 Histogram dan Poligon Frekuensi

Perbedaan Histogram dan Poligon menurut **Spiegel M.R., (1996)**, adalah :

1. Histogram frekuensi terdiri dari himpunan siku empat yang mempunyai :
 - a) Alas pada sumbu mendatar (sumbu X) dengan pusat markah kelas dan panjang sama dengan ukuran kelas.
 - b) Luas sebidang terhadap frekuensi kelas.
2. Poligon frekuensi adalah grafik dari frekuensi kelas yang diambil dari markah kelas. Ini dapat diperoleh dengan cara menghubungkan titik tengah dari puncak siku empat dalam histogram.

