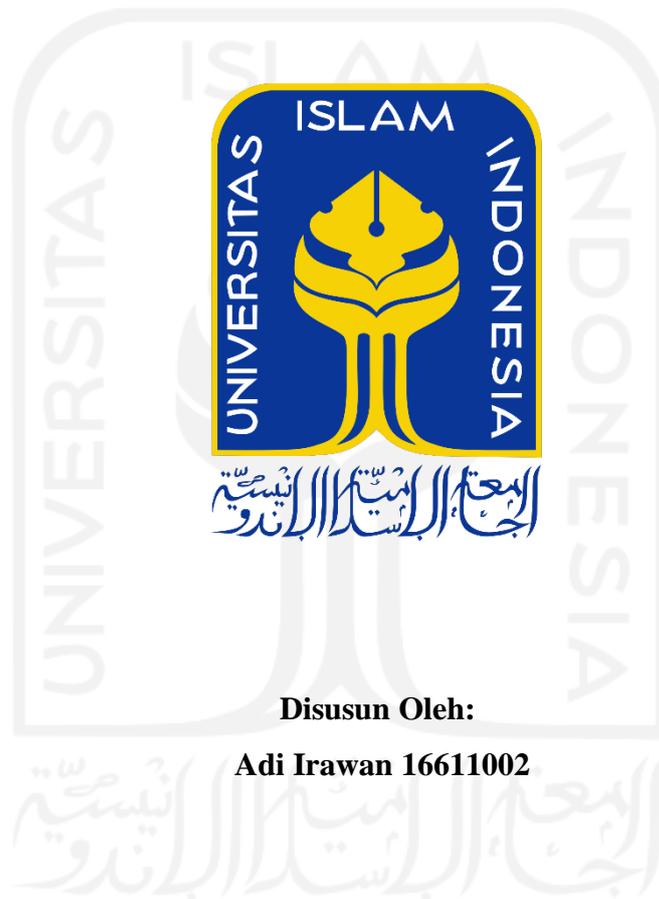


IMPLEMENTASI *POISSON HIDDEN MARKOV MODELS & EXPECTATION MAXIMIZATION ALGORITHM* UNTUK ESTIMASI KEJADIAN GEMPA BUMI DI INDONESIA

(Studi Kasus: Badan Meteorologi dan Geofisika Daerah Istimewa Yogyakarta)

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Program
Studi Statistika



Disusun Oleh:

Adi Irawan 16611002

**PROGRAM STUDI STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA
YOGYAKARTA
2021**

HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING

TUGAS AKHIR

Judul : Implementasi *Poisson Hidden Markov Models*
& *Expectation Maximization Algorithm* Untuk
Estimasi Kejadian Gempa Bumi Di Indonesia

Nama : Adi Irawan
Mahasiswa

NIM : 16611002

**TUGAS AKHIR INI TELAH DIPERIKSA DAN DISETUJUI UNTUK
DIUJIKAN**

Yogyakarta, Januari 2021

Pembimbing



(Muhammad Muhajir, S.Si., M.Sc.)

HALAMAN PENGESAHAN TUGAS AKHIR

IMPLEMENTASI *POISSON HIDDEN MARKOV MODELS* & *EXPECTATION MAXIMIZATION ALGORITHM* UNTUK ESTIMASI KEJADIAN GEMPA BUMI DI INDONESIA

Nama Mahasiswa : Adi Irawan

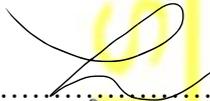
NIM : 16611002

TUGAS AKHIR INI TELAH DIUJIKAN
PADA TANGGAL:

Nama Penguji:

Tanda Tangan

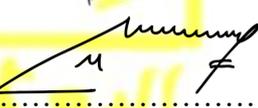
1. Tuti Purwaningsih, S.Stat., M.Si.

.....


2. Atina Ahdika, S.Si., M.Si.

.....


3. Muhammad Muhajir, S.Si., M.Sc.

.....


Mengetahui,

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam




Prof. Riyanto, S.Pd., M.Si., Ph.D

KATA PENGANTAR

Assalamu' Alaikum Wr. Wb

Alhamdulillah, Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT, Tuhan semesta alam, Dzat yang selalu melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penelitian tugas akhir yang berjudul “**Implementasi Poisson Hidden Markov Models & Expectation Maximization Algorithm Untuk Estimasi Kejadian Gempa Bumi Di Indonesia**” dengan studi kasus Badan Meteorologi dan Geofisika Daerah Istimewa Yogyakarta yang berhasil penulis selesaikan dengan tepat waktu. Tak lupa shalawat dan salam senantiasa tercurah atas junjungan kita Nabi Muhammad SAW, keluarga, sahabat, dan umatnya hingga akhir zaman. Amin.

Tugas akhir ini disusun sebagai salah satu persyaratan yang harus dipenuhi dalam memperoleh gelar sarjana statistika pada program studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia. Tentunya dalam penyusunan tugas akhir ini tak lepas dari bantuan dan dukungan dari berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung. Maka pada kesempatan kali ini, penulis bermaksud untuk mengucapkan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Orang tua tercinta, Bapak Sajar dan Ibu Surmi serta keluarga besar yang tiada henti memberikan semangat, doa, kasih sayang, dan pengorbanan yang tidak terhingga kepada penulis.
2. Bapak Prof. Riyanto, S.Pd., M.Si., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia beserta seluruh jajarannya.
3. Bapak Edy Widodo, Dr., S.Si., M.Si. selaku ketua Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Indonesia beserta jajarannya.

4. Bapak Muhammad Muhajir, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing tugas akhir yang telah meluangkan waktu untuk membimbing penulis selama tahap penyusunan tugas akhir.
5. Teman-teman bimbingan Bapak Muhammad Muhajir, S.Si., M.Sc. yang selalu memberi semangat dalam menyusun tugas akhir.
6. Teman kontrakan yang telah memberikan support kepada penulis dalam menyusun tugas akhir.
7. Teman-teman KKN unit 181 yang telah memberikan support kepada penulis dalam menyusun tugas akhir.
8. Teman-teman ARTCOS yang telah mensupport dan membantu dalam menyelesaikan tugas akhir.
9. Serta semua pihak baik secara langsung maupun tidak langsung telah membantu penulis dalam menyelesaikan tugas beserta laporannya.

Semoga Allah SWT senantiasa melimpahkan rahmat dan ridho-Nya kepada semua pihak yang telah membantu penulis. Demikian tugas akhir ini, semoga tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi semua pihak. Akhir kata penulis ucapkan semoga Allah *subhanahu wa ta'ala* selalu melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya Amin.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Yogyakarta, Januari 2021

Penulis

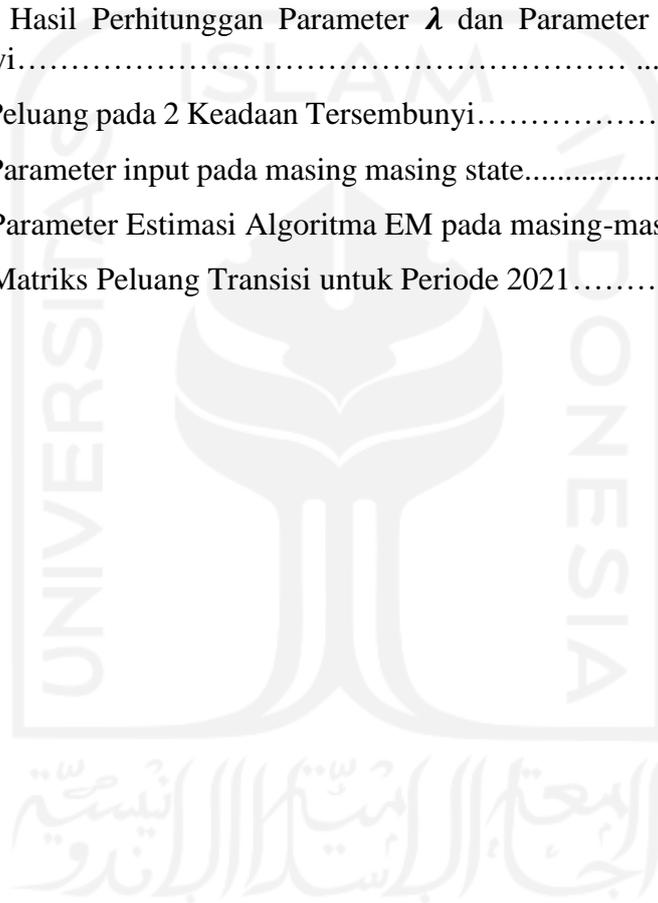
DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	iv
DAFTAR ISI.....	vi
DAFTAR TABEL.....	viii
DAFTAR GAMBAR.....	ix
DAFTAR LAMPIRAN.....	x
DAFTAR ISTILAH.....	xi
PERNYATAAN.....	xii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian.....	4
1.5 Manfaat Penelitian.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	5
BAB III LANDASAN TEORI.....	11
3.1 Gempa Bumi.....	11
3.1.1 Pengertian Gempa Bumi.....	11
3.1.2 Jenis-Jenis Gempa Bumi.....	12
3.1.3 Kedalaman dan Kekuatan Gempa Bumi.....	14
3.1.4 Jalur Gempa Bumi.....	15
3.1.5 Perpindahan Sesar.....	16
3.2 Peluang dan Variabel Random.....	17
3.2.1 Teori Peluang.....	17
3.2.2 Ruang Sampel.....	18
3.2.3 Variabel Random.....	19
3.3 Distribusi <i>Poisson</i>	19
3.4 Rantai <i>Markov</i>	22
3.4.1 Pengantar Stokastik.....	22
3.4.2 Definisi Proses <i>Markov</i>	23
3.4.3 Rantai <i>Markov</i> Diskrit.....	23
3.5 <i>Poisson Hidden Markov Models</i> (PHMMs).....	26

3.5.1 <i>Hidden Markov Models</i> (HMM).....	27
3.5.2 Distribusi Marginal HMM	28
3.5.3 Penskalaan Likelihood	28
3.6 <i>Expectation Maximization Algorithm</i> (EM)	29
3.7 Pemilihan <i>Model</i> berdasarkan <i>Akaike Information Criterion</i> (AIC).....	31
3.8 Persamaan <i>Chapman-Kolmogorov</i>	31
BAB IV METODOLOGI PENELITIAN	33
4.1 Sampel Penelitian.....	33
4.2 Jenis dan Sumber data	33
4.3 Variabel Penelitian	33
4.5 Tahapan Analisis Data.....	34
BAB V PEMBAHASAN	37
5.1 Deskripsi Data.....	37
5.2 Pengecekan <i>Overdispersi</i>	38
5.3 Pemodelan menggunakan <i>PHMMs</i> (<i>Poisson Hidden Markov Models</i>).....	39
5.3.1 Penentuan Parameter input.....	39
5.3.2 Penaksiran Parameter-parameter <i>PHMM</i> dengan Algoritma <i>EM</i>	42
5.3.3 Estimasi Matriks Peluang Transisi (Γ) untuk Periode Berikutnya	43
BAB VI PENUTUP.....	47
6.1 Kesimpulan.....	47
6.2 Saran.....	47
DAFTAR PUSTAKA.....	48
DAFTAR LAMPIRAN.....	51

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Kajian Pustaka	6
Tabel 3.1 Peluang Keadaan Cuaca.....	27
Tabel 4. 1 Definisi Operasional Variabel	35
Tabel 5. 1 Data Gempa Bumi.....	39
Tabel 5. 2 Banyak kejadian Gempa Bumi.....	39
Tabel 5. 3 Statistika Deskriptif Banyaknya Kejadian Gempa Bumi.....	40
Tabel 5. 4 Hasil Perhitungan Parameter λ dan Parameter δ pada 2 Keadaan Tersembunyi.....	42
Tabel 5. 5 Peluang pada 2 Keadaan Tersembunyi.....	43
Tabel 5. 6 Parameter input pada masing masing state.....	43
Tabel 5. 7 Parameter Estimasi Algoritma EM pada masing-masing PHMM.....	44
Tabel 5. 8 Matriks Peluang Transisi untuk Periode 2021.....	49



DAFTAR GAMBAR

Gambar 3. 1 Peta Lempeng Tektonik Aktif di Indonesia.....	16
Gambar 3. 2 Jenis pergerakan lempeng, yaitu: saling menjauhi (A), saling mendekati (B), dan saling geser (C).....	18
Gambar 3. 3 Jenis pergeseran sesar gempa bumi (1) Turun, (2) Naik, (3) Mendatar, dan (4) Sesar Oblique	19
Gambar 3. 4 Graf Dasar HMM.....	29
Gambar 4.1 Flowchart Analisis PHMM & Algoritma EM.....	36



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Banyaknya Kejadian Gempa Bumi Tahun 2005-2020.....	52
Lampiran 2. Kode Komputasi Peluang Forward & Bakward PHMMs di aplikasi RStudio.....	54
Lampiran 3. Kode Komputasi Algoritma EM di aplikasi RStudio.....	55



DAFTAR ISTILAH

- Algoritma* : Tahapan yang sistematis di dalam suatu program.
- Overdispersi* : Kondisi dimana nilai ragam lebih besar dari pada nilai rata-rata pada peubah Y.
- Parameter* : Tempat untuk menyimpan nilai variabel yang akan dimasukkan ke dalam function.
- Tahap Expectation* : Tahap untuk menentukan distribusi untuk missing data berdasar nilai observasi yang diketahui dan mengestimasi parameternya.
- Tahap Maximization* : Substitusi data hilang dengan nilai ekpektasi yang sudah diperoleh dari langkah.
- Software* : Perangkat lunak yang digunakan untuk analisis data.



PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang sebelumnya pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi dan sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, Januari 2021



IMPLEMENTASI *POISSON HIDDEN MARKOV MODELS & EXPECTATION MAXIMIZATION ALGORITHM* UNTUK ESTIMASI KEJADIAN GEMPA BUMI DI INDONESIA

(Studi Kasus: Badan Meteorologi dan Geofisika Daerah Istimewa Yogyakarta)

Adi Irawan
Program Studi Statistika, Fakultas MIPA
Universitas Islam Indonesia

INTISARI

Indonesia termasuk salah satu keadaan yang rawan terhadap gempa bumi, karena terletak pada daerah pertemuan tiga lempeng tektonik utama yaitu Lempeng Pasifik, Lempeng Indo-Australia dan Lempeng Eurasia. Umumnya banyaknya kejadian gempa bumi berdistribusi *Poisson*. Namun ada kasus dimana terdapat overdispersi pada distribusi *Poisson*. Untuk mengatasi masalah overdispersi tersebut adalah dengan menggunakan *Poisson Hidden Markov Models* (PHMMs). Akan tetapi dalam PHMMs ada parameter yang tersembunyi atau tidak dapat diobservasi sehingga memungkinkan adanya data yang hilang sehingga diperlukan Algoritma *Expectation Maximization* untuk mengatasinya. Kemudian *model* terbaik dipilih menggunakan AIC. Untuk mengetahui peluang transisi kejadian untuk beberapa periode ke depan digunakan persamaan Champman-Kolmogorov. Dari penelitian yang dilakukan, didapatkan *model* terbaik pada $m=3$ keadaan tersembunyi dengan nilai AIC sebesar 1101,559. Dari *model* terbaik, didapatkan estimasi untuk *Poisson Hidden Markov Models* dengan rata-rata kejadian gempa bumi sebesar $4,08437 \approx 4$ setiap bulan.

Kata Kunci: Distribusi *Poisson*, Overdispersi, *Poisson Hidden Markov Models*, Algoritma *Expectation Maximization*, AIC, Champman-Kolmogorov

**IMPLEMENTATION OF *POISSON HIDDEN MARKOV MODELS* &
EXPECTATION MAXIMIZATION ALGORITHM FOR ESTIMATION OF
EARTHQUAKES IN INDONESIA**

(Case Study: Badan Meteorologi dan Geofisika Daerah Istimewa Yogyakarta)

Adi Irawan

*Department of Statistics, Faculty of Mathematics and Science Islamic
University of Indonesia*

ABSTRACT

Indonesia is one of the countries that is prone to earthquakes, because it is located at the junction area of three main tectonic plates, namely the Pacific Plate, Indo-Australian Plate and the Eurasian Plate. Generally, the number of earthquakes is *Poisson* distributed. There are cases, however, where there is an overdispersion to the *Poisson* distribution. One way to overcome the overdispersion problem is to use *Poisson Hidden Markov Models* (PHMMs). However, in PHMMs there are *hidden* or unobservable parameters that allow for lost data so that an *Expectation Maximization Algorithm* is needed to overcome it. From the *model* obtained, the best *model* is selected using AIC. The Champman-Kolmogorov equation is used to determine the probability of event transition for the next several periods.

From the research conducted, it was found that the best *model* was at $m = 3$ *hidden* conditions with an AIC value of 1101.559. From the best *models*, estimates for *Poisson Hidden Markov Models* are obtained with an average genpa incidence of $4.08437 \approx 4$ per month.

Keywords: *Poisson* Distribution, Overdispersion, *Poisson Hidden Markov Models*, *Expectation Maximization Algorithm*, AIC, Champman-Kolvogorov

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Gempa bumi adalah kejadian bergetar atau bergoncangnya bumi dikarenakan pergeseran lapisan batuan pada kulit bumi yang diakibatkan oleh pergerakan lempeng-lempeng tektonik. Gempa tektonik merupakan gempa bumi yang disebabkan oleh pergerakan lempeng tektonik, sedangkan vulkanik merupakan gempa bumi yang disebabkan oleh aktifitas gunung berapi. Aktifitas bergeraknya lapisan batuan di dalam bumi menyebabkan energi yang bergerak ke segala arah berupa gelombang seismik. Jika gelombang ini sampai ke permukaan bumi, dapat merusak daerah sekitarnya seperti bangunan dan infrastruktur lainnya sehingga berpotensi menimbulkan korban jiwa dan harta benda (Sunarjo, Gunawan, & Pribadi, 2012).

Indonesia terletak pada wilayah aktif gempa dimana selama tahun 1976-2006 telah terjadi 3.486 kejadian gempa bumi dengan kekuatan gempa lebih dari 6,0 SR. Riset Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika (BMKG) selama 19 tahun (1991-2009) menunjukkan telah terjadi 27 kali gempa bumi merusak dan 13 kali gempa bumi menimbulkan tsunami. Artinya, Indonesia mengalami peristiwa gempa bumi sebanyak 2 kali dan menimbulkan tsunami 1 kali setiap tahunnya. (Sunarjo, Gunawan, & Pribadi, 2012).

Gempa bumi umumnya diakibatkan oleh deformasi batuan akibat adanya sesar. Parameter sumber gempa bumi meliputi letak episenter (pusat gempa), hiposenter (kedalaman), waktu kejadian (origin time) dan magnitudo. Episenter, hiposenter dan origin time gempa disebut sebagai parameter kinematik, karena untuk menentukannya hanya diperlukan pengukuran waktu penjalaran gelombang,

sedangkan magnitudo disebut sebagai gukuran amplitudo dan parameter dinamik karena untuk menentukannya diperlukan pengukuran amplitude dan periode.

Untuk mengatasi dan mengurangi dampak buruk akibat gempa diperlukan suatu penanggulangan, salah satu penanggulangannya antara lain dengan membangun bangunan yang tahan gempa. Pembangunan rumah atau infrastruktur tahan gempa ini merupakan salah usaha untuk memperkecil resiko atau nyawa dan harta benda.

Secara keseluruhan, kuantitas getaran seismik yang terjadi dalam suatu periode diperkirakan dengan distribusi *Poisson*, dengan asumsi bahwa nilai mean dan nilai variansi memiliki nilai yang sama. Meskipun demikian, ada kalanya dalam aplikasi distribusi *Poisson*, terutama pada kasus gempa bumi, terdapat nilai variansi lebih besar daripada nilai mean atau disebut *overdispersi*, sehingga menyebabkan asumsi awal tidak sepenuhnya terpenuhi dan menyebabkan penggunaan yang salah selaku *model*. Peristiwa *overdispersi* dalam distribusi *Poisson* diyakini karena terdapat sebagian himpunan informasi dalam distribusi tersebut, dengan setiap kelompok memiliki parameter yang berbeda. Beberapa cara yang dilakukan untuk mengatasi masalah *overdispersi* adalah dengan memanfaatkan *Mixture Model* (*model* campuran) (Zucchini, Iain, & McDonald, 2009).

Proses stokastik didefinisikan sebagai himpunan peubah acak yang diberi indeks $\{X(t): t \in T\}$, dimana indeks t berjalan melalui himpunan T yang diberikan. Seringkali T diambil sebagai himpunan bilangan bulat nonnegatif, dan $X(t)$ menjelaskan karakteristik pengukuran yang utama pada waktu t (Hillier dan Lieberman, 2001).

Proses Markov digunakan untuk mengukur atau memperkirakan pergerakan yang terjadi setiap saat. Proses ini melibatkan penggunaan matriks transisi *Markov*, di mana setiap nilai dalam matriks transisi adalah peluang transisi dari satu keadaan

ke keadaan lain. Ada juga vektor yang berisi distribusi awal antara setiap *state*, dengan mengalikan vektor dan matriks transformasi secara berulang-ulang, kita dapat memperkirakan perubahannya seiring waktu.

Hidden Markov Model (HMM) adalah perpanjangan dari rantai *Markov*, di mana distribusi observasi tergantung pada status proses *Markov* yang tidak teramati. Distribusi marjinal *HMM* adalah distribusi campuran. Dalam kasus gempa bumi, *HMM* biasa disebut *PHMM (Poisson Hidden Markov Model)*. Dalam *PHMM*, setiap observasi dihasilkan oleh salah satu status tersembunyi. *PHMM* digunakan untuk mengidentifikasi pola urutan keadaan yang tidak dapat diamati berdasarkan urutan yang diamati (Zucchini, Iain, & McDonald, 2009).

Dalam penelitian ini peneliti tertarik menggunakan metode *PHMMs* untuk memodelkan jumlah gempa dan menggunakan algoritma *EM (Expectation Maximization Algorithm)* untuk mencari estimasi parameter. Wilayah studi yang diteliti adalah wilayah Indonesia.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan, maka rumusan masalah yang dapat diidentifikasi dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Apa *model* terbaik untuk memperkirakan jumlah gempa bumi di Indonesia dengan menggunakan algoritma *PHMM* dan *EM*?
2. Bagaimana hasil dari penggunaan metode *PHMMs* untuk memperkirakan jumlah gempa bumi?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Penelitian ini dilakukan menggunakan data rekam gempa bumi yang diambil langsung dari Stasiun Geofisika Daerah Istimewa Yogyakarta.

2. Data yang digunakan dibatasi pada wilayah Indonesia.
3. Data yang digunakan adalah data gempa bumi pada kekuatan ≥ 5 skala richter dengan kedalaman gempa ≤ 60 Km.
4. Metode yang digunakan adalah mengestimasi banyaknya menggunakan metode PHMMs dengan bantuan *software R dan Microsoft Excel*.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun Penelitian ini bertujuan untuk:

1. Mengetahui *model* terbaik untuk memperkirakan jumlah gempa bumi di Indonesia dengan menggunakan metode *PHMMs* dan *Expectation Maximization Algorithm*.
2. Mengetahui hasil perkiraan parameter banyaknya gempa bumi dengan menggunakan metode *PHMMs* dan *Expectation Maximization Algorithm*.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun penelitian ini bermanfaat untuk:

1. Memberikan informasi mengenai probabilitas dan periode ulang gempa bumi di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta.
2. Diharapkan dari hasil penelitian ini dapat bermanfaat sebagai bahan untuk Badan Meteorologi dan Geofisika dalam memberikan informasi ke masyarakat.
3. Diharapkan dari hasil penelitian ini dapat bermanfaat bagi pemerintah dalam mengambil keputusan pengaturan tata kota.
4. Sebagai salah satu referensi bagi penulis, pihak Instansi Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika, dan calon peneliti selanjutnya.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Dalam mencapai tujuan penelitian yang telah dipaparkan sebelumnya maka perlu adanya kajian pustaka atau studi literatur terhadap jurnal-jurnal terdahulu. Hasil dari bab kajian pustaka akan dijadikan pedoman dalam penelitian dan menyelesaikan tugas akhir sebagai hasil dari suatu penelitian.

Tabel 2. 1 Kajian Pustaka

Penulis; Tahun	Judul	Deskripsi Umum Penelitian
Syafruddin S, Irma S, dan Sukarna : 2014	Aplikasi Analisis Rantai <i>Markov</i> Untuk Memprediksi Status Pasien Rumah Sakit Umum Daerah Kabupaten Barru	Penelitian ini mendeskripsikan penerapan <i>Markov</i> Chain yang bertujuan untuk memprediksi kondisi pasien di RSUD Barru melalui proses stokastik, observasi dilakukan di RSUD Barru pada bulan Januari 2014 untuk proses pengumpulan data penelitian dan analisis data. Penelitian menggunakan rantai <i>Markov</i> untuk memprediksi kondisi pasien. Data yang digunakan adalah data sekunder. Peneliti membuat program database untuk melengkapi sistem informasi manajemen pasien rumah sakit, kemudian membuat program dengan menggunakan software Visual Basic 6.0 agar lebih mudah menentukan nilai perkalian matriks untuk melakukan proses perhitungan.

Penulis; Tahun	Judul	Deskripsi Umum Penelitian
Dimas Rahmat Saputra : 2018	Penggunaan Rantai <i>Markov</i> Pada Perhitungan Persediaan Barang Menggunakan Peluang Steady-State	Penelitian ini membahas mengenai aplikasi rantai <i>markov</i> dalam menghitung peluang persediaan barang dan menentukan solusi peluang persediaan barang menggunakan metode <i>Steady-State</i> .
Yohanes A.R. Langi :	Penentuan Klasifikasi State Pada Rantai <i>Markov</i> Dengan Menggunakan Nilai Eigen Dari Matriks Peluang Transisi	Studi ini dilakukan untuk menentukan klasifikasi keadaan dalam rantai <i>Markov</i> terbatas pada $n = 4$. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa untuk keadaan 4 terdapat satu keadaan absorpsi dan tiga keadaan transien. Untuk batas nilai $1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq 0 \geq \lambda_4$ terdapat dua keadaan transisi, dua keadaan rekursif, dan membentuk kelas ekuivalen, dan untuk batas nilai $1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq 0 \geq \lambda_4$ terdapat dua Keadaan transisi, dua keadaan rekursif, dan keadaan rekursif dalam kelas kesetaraan.
Mustakim, Insanul Kamila, Aditya Ramadhan, Eeno Irwandi : 2018	Implementasi Algoritma <i>Markov</i> Chains untuk Prediksi Kejadian Bencana Alam di Provinsi Riau	Penelitian ini membahas tentang estimasi menggunakan rantai <i>markov</i> untuk memperkirakan kejadian bencana alam di Provinsi Riau. Hasil perhitungan akhir dari rantai <i>Markov</i> adalah prediksi bencana alam tahun 2020, diperoleh banjir 36,79%, gesekan gelombang 4,09%, kebakaran hutan dan lahan 23,80%, tornado 26,49%, dan longsor 8,83%. Pada 2019, provinsi ini menyebabkan 43,39% banjir, 2,52%

Penulis; Tahun	Judul	Deskripsi Umum Penelitian
		gelombang abrasi, 16,72% kebakaran hutan dan lahan, 30,40% tornado, dan 6,96% longsor.
Irina Hidayati	Implementasi <i>Poisson Hidden Markov Models</i> Dan <i>Expectation Maximization Algorithm</i> Dalam Penentuan Model Terbaik	Penelitian ini membahas tentang penggunaan metode <i>Poisson Hidden Markov Model</i> dan <i>Expectation Maximization Algorithm</i> untuk mengestimasi jumlah gempa, didapatkan <i>model 2-state</i> sebagai <i>model</i> terbaik dengan nilai AIC terkecil yaitu 132.2833.
Sri Mulyana, Afiahayati, Wijaya Adhi Surya : 2008	Penerapan <i>Hidden Markov Model</i> Dalam Clustering Sequence Protein Globin	Penelitian ini membahas penerapan metode HMM dalam pengelompokan (clustering) sekuens globulin. Globulin adalah protein yang terkandung di dalam darah. Urutan globulin yang digunakan dalam penelitian ini berasal dari database UNIPROT. Sistem yang dibangun dalam penelitian ini memanfaatkan library Biojava. Hasil percobaan menunjukkan bahwa metode HMM dapat digunakan untuk pengelompokan sekuens protein.

Ziyan Farid : 2015	Aplikasi Algoritma Viterbi Dalam <i>Hidden Markov Model</i> Untuk Menganalisis Tren Pasar Saham Di Bursa Efek	Pada penelitian ini membahas mengenai peramalan pergerakan saham di PT Astra Agro Lestari, Tbk. Menggunakan metode <i>Hidden Markov Model</i> . Hasil peramalan harga saham di PT Astra Agro Lestari, Tbk pada tahun 2015 membentuk perubahan harga saham yang berpola up-down-down-down-up-up-steady-up-steady-going-down-up.
Nur Jannah Bakri : 2019	Analisis Persaingan Industri Televisi Berbayar Menggunakan Rantai <i>Markov</i> (Studi Kasus: PT. Indonusa Telemedia (Transvision) Versus Televisi Berbayar Lainnya Di Kota Makassar Tahun 2017)	Studi ini membahas tentang penggunaan metode rantai <i>Markov</i> untuk menganalisis persaingan TV berbayar di Makassar. Hasil penelitian menunjukkan bahwa peluang perpindahan TV berbayar di masa yang akan datang sangat besar, yaitu TV berbayar Indovision dengan permintaan subscriber yang kuat, dibandingkan dengan TV berbayar lainnya terdapat peluang switching yang lebih besar yaitu 1,76% sedangkan Transvision TV berbayar adalah 0,92 dan BigTV 0,30%, sedangkan peluang OrangeTV sebesar 0%, dan menurut pangsa pasar TV berbayar Indovision pada periode berikutnya bagi pelanggan untuk menggeser alasan perkiraan pangsa pasar TV berbayar 33,32%, diikuti oleh Transvision sebesar 28,25%, BigTV 21,94%, OrangeTV 16,37%.

<p>Rosyid Suryandaru :2015</p>	<p>Estimasi <i>Model</i> Terbaik Banyaknya Gempa Bumi Menggunakan <i>Poisson Hidden</i> <i>Markov Models</i> Dan Algoritma EM</p>	<p>Penelitian ini membahas <i>model</i> terbaik untuk pendugaan jumlah gempa dengan metode PHMM dan EM. Dari penelitian yang telah diobservasi didapatkan 3 <i>model</i> dengan keadaan tersembunyi yaitu $m = (2,3,4)$. Dengan menggunakan nilai AIC terkecil (537.429), maka didapatkan <i>model</i> dengan 3 keadaan tersembunyi merupakan <i>model</i> terbaik untuk estimasi parameter. Selain itu, nilai estimasi rata-rata banyaknya terjadi gempa bumi adalah $2.8446121 \approx 3$ kejadian dalam kurun waktu 15 hari.</p>
<p>Arif Budiman, Riva Nandia, Mo. Taufik Gunawan : 2011</p>	<p>Analisis Periode Ulang Dan Aktivitas Kegempaan Pada Daerah Sumatera Barat Dan Sekitarnya</p>	<p>Penelitian ini membahas tentang estimasi kejadian gempa bumi di Indonesia menggunakan metode periode ulang. Dari perhitungan aktivitas kegempaan untuk keempat daerah diperoleh nilai a berkisar dari 6,70 sampai 7,13 dan nilai b berkisar dari 0,94 sampai 1,01. Dari perhitungan periode ulang, magnitudo 5,0-6,5 SR memadai dijadikan acuan dalam memperkirakan perulangan gempa untuk keempat daerah penelitian. Tetapi untuk gempagempa besar (daerah I gempa besar dari 7,5 SR, daerah II gempa besar dari 6,5 SR, daerah III dan IV gempa besar dari 7,0 SR)</p>

Tomy Angga Kusuma, Suparman : 2014	Algoritma <i>Expectation-Maximization</i> (EM) Untuk Estimasi Distribusi Mixture	Penelitian ini membahas tentang estimasi parameter distribusi campuran. Metode algoritma <i>Expectation Maximization</i> (EM) dapat digunakan untuk mengestimasi parameter dalam distribusi campuran. Keunggulan algoritma EM adalah dapat menyelesaikan beberapa permasalahan di bidang statistik, seperti mengestimasi parameter dari suatu fungsi kombinasi dan mengestimasi parameter dari data yang tidak lengkap. Menggunakan data simulasi untuk menguji kinerja algoritma EM.
------------------------------------	--	---

Berdasarkan dari penelitian terdahulu, penelitian tugas akhir ini mengacu pada penelitian Rosyid Suryandaru (2015). Terdapat perbedaan yang dilakukan oleh peneliti dalam melakukan penelitian yang sekarang dengan penelitian terdahulu. Peneliti akan mengembangkan penelitian terdahulu dimana pada penelitian ini membedakan wilayah observasi dan periode. Wilayah observasi penelitian terdahulu adalah Provinsi Sumatra Barat sampai Provinsi Nusa Tenggara Timur sedangkan untuk penelitian sekarang wilayah observasi adalah wilayah Indonesia. Periode penelitian terdahulu adalah pada periode tahun 2008 sampai dengan tahun 2013, sedangkan penelitian sekarang pada periode tahun 2005 sampai dengan tahun 2020. Pada Penelitian ini terdapat matriks transisi peluang untuk periode kedepan, sedangkan pada penelitian terdahulu tidak.

BAB III LANDASAN TEORI

3.1 Gempa Bumi

3.1.1 Pengertian Gempa Bumi

Gempa adalah getaran bumi. Letusan gunung berapi, tabrakan meteorit, tanah longsor, ledakan bom dan banyak sebab lainnya dapat menyebabkan gempa bumi. Tapi ini biasanya disebabkan oleh pergerakan kerak bumi secara tiba-tiba di sepanjang bidang patahan. (Abott, 2004). Sesar adalah retakan yang memisahkan dua balok batu saat saling bergesekan. Pergerakan ini terjadi karena batuan menerima dan menyimpan tekanan tektonik yang dihasilkan oleh interaksi lempeng litosfer, dan secara bertahap mengakumulasi, yang membuat tegangan menjadi sangat besar dan memungkinkan batuan untuk bergerak di sepanjang bidang patahan. Transisi ini terjadi secara tiba-tiba, mengirimkan gelombang kejut ke segala arah, yang disebut gempa bumi (Husein, 2016).

Pergerakan tiba-tiba dari lapisan batuan di dalam bumi menghasilkan energi yang dipancarkan ke segala arah berupa gelombang gempabumi atau gelombang seismik. Ketika gelombang ini mencapai permukaan bumi, getarannya dapat merusak segala sesuatu di permukaan bumi seperti bangunan dan infrastruktur lainnya sehingga dapat menimbulkan korban jiwa dan harta benda (Sunarjo, Gunawan, & Pribadi, 2012).

Berbeda dengan bencana alam lainnya, gempa selalu datang secara tiba-tiba dan mengejutkan sehingga menimbulkan kepanikan yang meluas karena sama sekali tidak terduga, sehingga tidak ada yang punya waktu untuk mempersiapkan diri. (Sunarjo, Gunawan, & Pribadi, 2012).

3.1.2 Jenis-Jenis Gempa Bumi

Berdasarkan penyebabnya, gempa bumi dapat dibedakan menjadi beberapa jenis, antara lain: tektonik, vulkanik, puing-puing, jatuhnya meteor, dan gempa buatan manusia. (Nandi, 2006).

a. Runtuhnya Gua-Gua di Dalam Bumi

Gugurnya gua-gua internal (contohnya hasil tambang) di bumi akan menimbulkan resonansi di permukaan bumi, tetapi resonansi tersebut memiliki kekuatan yang tidak terlalu kuat dan hanya terjadi di daerah yang kecil.

b. Tabrakan (*Impack*)

Jatuhnya benda dari langit dan menabrak permukaan bumi dapat menimbulkan getaran, namun getaran tersebut tidak dapat terdeteksi oleh alat perekam getaran seismik dan jarang terjadi. Dahulu, orang-orang percaya bahwa gempa tersebut disebabkan oleh meteor yang menghantam bumi di Rusia pada tahun 1908, sebuah transisi bintang (meteor) jatuh dan menimbulkan lubang besar seperti kawah. Meskipun gelombang tekanan akibat meteor yang jatuh terekam di London, Inggris, efeknya sama sekali tidak terekam pada alat perekam getaran seismik (seismometer). Artinya gaya getaran yang ditimbulkan oleh tabrakan meteor dengan bumi sangat kecil. Bagaimanapun, tabrakan semacam ini sebenarnya sangat jarang terjadi di Bumi.

c. Letusan atau Ledakan Gunungapi

Aktivitas vulkanik dapat menimbulkan gempa yang disebut gempa vulkanik. Gempa ini terjadi sebelum, selama, atau setelah letusan gunung berapi. Penyebab gempa ini adalah kontak antara magma dan dinding vulkanik serta tekanan gas saat terjadi letusan yang sangat kuat, atau perpindahan magma secara tiba-tiba dari ruang magma.

Intensitas gempa vulkanik sebenarnya sangat lemah, hanya terjadi di daerah sekitar gunung berapi aktif. Dari seluruh gempa yang terjadi, hanya 7% yang tergolong vulkanik, padahal kerusakannya cukup parah akibat letusan gunung berapi.

Berdasarkan kedudukan sumber gempanya, gempa vulkanik dapat dibedakan menjadi 4 jenis (Nandi, 2006):

- 1) Gempa vulkanik dalam, kedalaman fokus \pm 2-30 km. Gempa bumi ini memiliki banyak kesamaan dengan gempa tektonik, terutama dalam hal gempa susulan. Terjadi sebelum letusan gunung berapi, atau menandai dimulainya gunung berapi aktif.
- 2) Gempa vulkanik dangkal dengan kedalaman fokus seismik $>$ 2 km, terjadi di dekat waktu letusan, saat letusan dan setelah letusan terjadi.
- 3) Gempa bumi eksplosif, kejadiannya berkaitan dengan letusan gunung berapi yang sedang berlangsung, sumber gempanya sangat dangkal, kurang dari 1 km.
- 4) Getaran vulkanik, gempa yang terjadi tiada henti membuat suasana gelisah, sumber gempa berada di kedalaman 30 kilometer di atas permukaan tanah.

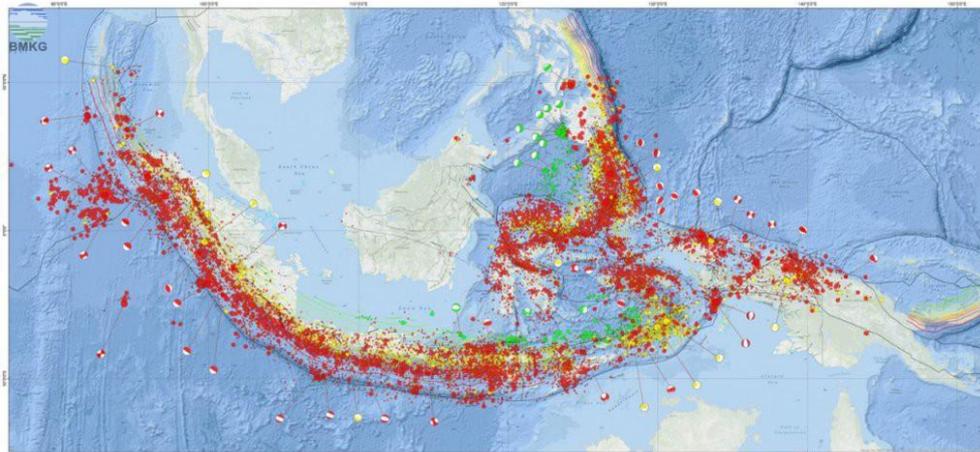
d. Kegiatan Tektonik

Aktivitas seismik berasal dari aktivitas tektonik dan berdampak besar, meliputi 90% dari semua aktivitas seismik. Gempa ini berkaitan dengan aktivitas energi tektonik yang berlanjut pada proses pembentukan gunung, terbentuknya sesar dan tegangan atau tegangan yang disebabkan oleh pergeseran lempeng batuan yang membentuk kerak bumi.

Gempa bumi tektonik disebabkan oleh disipasi energi yang disebabkan oleh pergerakan lempeng tektonik. Teori lempeng tektonik (plate tectonics) menjelaskan bahwa kerak atau litosfer yang menutupi permukaan bumi tidak lengkap, tetapi pecah dalam bentuk lempeng yang berjauhan, saling

bertabrakan dan melewati satu sama lain. Lapisan-lapisan itu bergerak perlahan, sehingga mereka pecah dan saling bertabrakan. Pergerakan litosfer disebabkan oleh astenosfer (cairan kental). Ini menyebabkan gempa bumi tektonik.

Gempa tektonik itu unik. Peta distribusi mengikuti pola dan aturan khusus dan sempit, yaitu pola pertemuan lempeng tektonik yang membentuk kerak bumi. Dalam ilmu kebumiharian (geologi), kerangka teori lempeng tektonik merupakan hipotesis yang menjelaskan fenomena seismik tektonik yang meliputi hampir seluruh area (area yang berdekatan dengan persimpangan lempeng). Teori lempeng tektonik dapat menjelaskan proses dan jalur pusat seismik tektonik di seluruh dunia. Bagian jalur seismik yang paling aktif berada di busur pulau dan batas benua. Proses seismik tektonik berkaitan erat dengan zona subduksi.



Gambar 3. 1 Peta Lempeng Tektonik Aktif di Indonesia

(sumber : <https://www.bmkg.go.id/>)

3.1.3 Kedalaman dan Kekuatan Gempa Bumi

Fowler (1990) mengklasifikasikan gempa bumi menurut kedalaman fokus (episentrum) sebagai berikut: gempa dangkal (dangkal) kurang dari 70 km, gempa

sedang (sedang) kurang dari 300 km, dan gempa dalam (dalam) lebih dari 300 km atau 450 km (Sunarjo, Gunawan, & Pribadi, 2012).

Gempa dangkal dapat menghasilkan getaran dan efek destruktif yang lebih parah daripada gempa dalam. Hal tersebut disebabkan karena sumber seismik lebih rapat dengan bagian lapisan permukaan bumi, sehingga menyebabkan gaya yang dihasilkan lebih besar. Redaman energi gelombang disebabkan oleh jarak yang relatif kecil antara sumber dan permukaan (Sunarjo, Gunawan, & Pribadi, 2012).

Berdasarkan intensitas atau magnitudo (M) pada skala richter (SR), gempa bumi dapat dikategorikan berdasarkan (Sunarjo, Gunawan, & Pribadi, 2012):

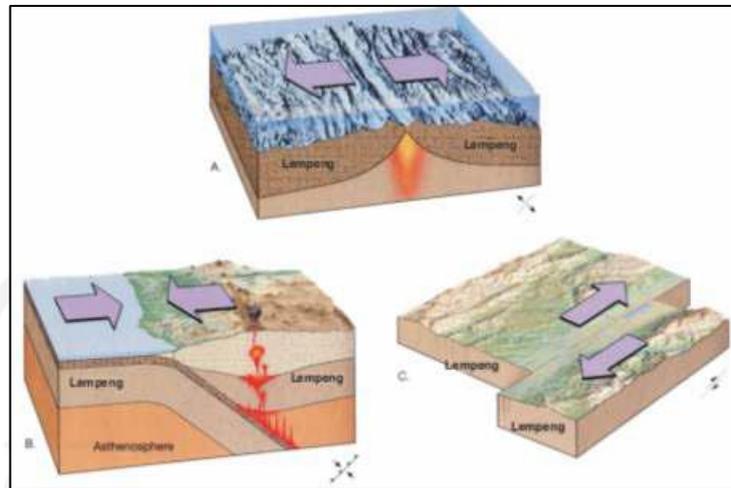
1. Gempa jenis ultra mikro Magnitude < 1 SR
2. Gempa jenis mikro Magnitude 1 - 3 SR
3. Gempa jenis kecil Magnitude 3 - 4 SR
4. Gempa jenis sedang Magnitude 4 - 5 SR
5. Gempa jenis merusak Magnitude 5 - 6 SR
6. Gempa jenis besar Magnitude 7 - 8 SR
7. Gempa jenis sangat besar Magnitude > 8 SR

3.1.4 Jalur Gempa Bumi

Gempa bisa terjadi di mana saja dan kapan saja. Namun konsentrasi gempa sering terjadi di bagian tertentu kerak bumi. Lapisan terluar kerak atau litosfer terdiri dari lempeng-lempeng tektonik yang bersifat kaku, mengapung di atas batuan yang relatif tidak kaku dan bergerak satu sama lain. Daerah pertemuan dua lempeng disebut tepi lempeng atau batas lempeng yang dapat berupa zona subduksi, ekspansi atau pengangkatan dasar laut, pelipatan, dll. Di zona tabrakan. Gempa bumi tidak dapat terjadi di mana pun, tetapi biasanya terjadi di dekat batas lempeng yang membentuk jalur gempa bumi dunia dan di sekitar patahan.

Apabila dua lempeng tektonik bertemu karena suatu kesalahan, mereka akan menjauh satu sama lain, bergerak lebih dekat satu sama lain atau bergerak. Biasanya

pergerakannya cenderung tidak cepat dan tidak bisa dirasakan di permukaan bumi, melainkan hanya berukuran 0-15 cm per tahun (Sunarjo, Gunawan, & Pribadi, 2012).



Gambar 3. 2 Jenis pergerakan lempeng, yaitu: saling menjauhi (A), saling mendekati (B), dan saling geser (C)
(sumber : John Willey, 1999)

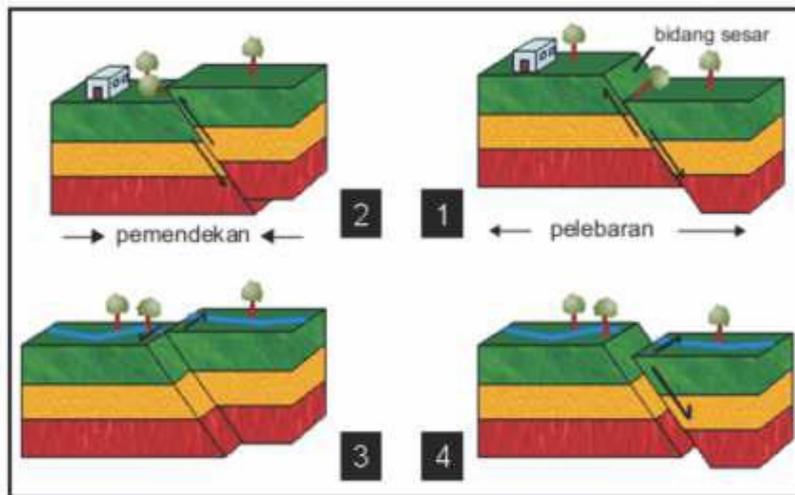
Terkadang, pergerakan lempeng-lempeng ini macet dan terkunci bersama, menciptakan semacam pemanenan energi yang berlangsung hingga suatu hari ketika tidak dapat lagi menahan tekanan, sehingga tiba-tiba pecah dan melontarkan energi berupa getaran, itulah gempa bumi sebagai yang kita ketahui. Terdapat 3 kemungkinan gerakan dari satu lempeng tektonik ke lempeng tektonik yang lain, jika dua lempeng meregang satu sama lain, mereka akan bertabrakan dan bergeser satu sama lain (transformasi) (Sunarjo, Gunawan, & Pribadi, 2012).

3.1.5 Perpindahan Sesar

Sesar adalah bidang batas antara dua bagian kerak bumi yang mengalami pergerakan relatif, biasanya daerah yang relatif lemah, dengan retakan atau celah. Dampak gempa yang terjadi dipengaruhi oleh pergerakan *model* gerakan batuan relatif yang terjadi disekitar sesar.

Jika batuan penyangga longsor karena batuan penyangga pada kedua sisinya saling menjauh, maka sesar tersebut disebut sesar normal. Ketika batuan pendukung di kedua sisi bergerak relatif satu sama lain dan batuan pendukung terangkat ke atas, maka sesar tersebut dinamakan sesar mundur / dorong. Jika dua batuan dalam suatu sesar bergerak ke samping, maka sesar tersebut disebut sesar geser (*strike-slip*).

Baik sesar normal maupun sesar naik dapat menghasilkan pergerakan secara vertikal, sedangkan sesar geser dapat menghasilkan pergerakan secara horizontal. Terdapat juga gabungan antara sesar vertikal dan horizontal yang disebut sesar miring (*oblique*) (Sunarjo, Gunawan, & Pribadi, 2012).



Gambar 3. 3 Jenis pergeseran sesar gempa bumi (1) Turun, (2) Naik, (3) Mendatar, dan (4) Sesar Oblique (sumber : <https://www.usgs.gov/>)

3.2 Peluang dan Variabel Random

3.2.1 Teori Peluang

Misalkan S adalah ruang sampel dari pengamatan acak dan A adalah kelompok dari semua titik sampel yang dapat dibentuk dari S . Probabilitas pada S

adalah kumpulan semua fungsi P dengan domain A ke area hasil $[0,1]$ yang memenuhi properti berikut (Walpole, 1993):

1. $0 \leq P(A) \leq 1, \forall A \in \mathbf{A}$,
2. $P(\emptyset) = 0$,
3. $P(S) = 1$

Peluang terjadinya B jika peristiwa lain diketahui A yang telah terjadi disebut probabilitas bersyarat dan ditentukan oleh $P(B|A)$. $P(B|A)$ dibaca sebagai "peluang terjadinya B jika A terjadi" atau singkatnya "peluang B , jika A diketahui". Jika A dan B adalah S , maka probabilitas bersyarat B jika A diketahui didefinisikan sebagai (Walpole, 1993):

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{ dengan } P(A) > 0 \quad (3.1)$$

Jika peristiwa A dan B dapat terjadi pada waktu yang sama, maka, maka:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) \quad (3.2)$$

Berdasarkan kaidah pengadaaan umum, jika dalam suatu percobaan kejadian-kejadian A, A_2, A_3, \dots, A_k dapat terjadi, maka :

$$\begin{aligned} & P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_k) \\ = & P(A) P(A_2|A_1) P(A_3|A_1 \cap A_2) \dots P(A_k|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{k-1}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

3.2.2 Ruang Sampel

Ruang sampel adalah himpunan semua hasil (*outcome*) yang mungkin dari suatu eksperimen (percobaan). Setiap hasil dari ruang sampel disebut titik sampel (*sample point*). Notasi ruang sampel adalah sebagai berikut (Nata & Puspita, 2016):

$$S = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$$

Untuk menghitung panjang kelas dalam ruang sampel, dapat dilakukan dengan cara membagi range dengan banyaknya kelas. Panjang kelas dapat didefinisikan sebagai berikut (Suryandaru, 2015):

$$c = \frac{\text{Range}}{\text{Banyaknya Kelas}}$$

3.2.3 Variabel Random

Jika E adalah eksperimen dengan ruang sampel S . Variabel acak atau variabel acak didefinisikan sebagai fungsi X yang memetakan setiap anggota $s \in S$ ke bilangan real $X(s)$ (Herrhyanto Nar, 2009).

Jika ruang sampel berisi sejumlah titik sampel atau kumpulan anggota terbatas, jumlah anggota sama dengan bilangan bulat (dihitung), maka variabel acak yang ditentukan dalam ruang sampel tersebut adalah variabel acak diskrit (Herrhyanto Nar, 2009).

3.3 Distribusi *Poisson*

Eksperimen yang menghasilkan nilai untuk variabel acak X , di mana jumlah hasil eksperimen terjadi selama selang waktu tertentu atau di area tertentu, disebut eksperimen *Poisson* (Walpole, 1993). Interval waktu yang dimaksud misalnya: satu menit, satu hari, satu minggu, satu bulan, satu tahun dan seterusnya. Sedangkan yang dimaksud dengan area yang ditentukan adalah: misalnya luas, volume, bagian material, dll. Dalam contoh kasus misalkan:

- a. Jumlah tikus sawah per hektar,
- b. Jumlah nasabah yang mengantri di bank dalam satu jam,
- c. Jumlah bakteri dalam satu tetes air,
- d. Jumlah kecelakaan mobil per hari di jalan tol,
- e. Jumlah kesalahan ketik per halaman,

- f. Jumlah dering telepon per jam di kantor,

Karakteristik percobaan *Poisson* adalah sebagai berikut (Walpole, 1993):

- a. Peluang bahwa lebih dari satu hasil percobaan akan terjadi dalam selang waktu yang singkat atau daerah yang kecil dapat diabaikan.
- b. Peluang terjadinya suatu hasil percobaan selama selang waktu yang singkat sekali atau dalam suatu daerah yang kecil, sebanding dengan panjang selang waktu tersebut atau besarnya daerah tersebut, dan tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi di luar selang waktu atau daerah tersebut.
- c. Banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam selang waktu atau daerah tertentu, tidak ada jumlah hasil percobaan yang terjadi pada selang waktu lain atau di daerah lain yang terpisah.

Variabel acak *Poisson* adalah bilangan X yang merepresentasikan banyaknya hasil percobaan dalam percobaan *Poisson*, sedangkan distribusi probabilitas disebut dengan distribusi *Poisson* (Walpole, 1993). Distribusi *Poisson* pertama kali dikembangkan oleh S.D. *Poisson* (1781-1840), seorang matematikawan Perancis. Distribusi *Poisson* adalah peristiwa penyebaran peristiwa yang melibatkan beberapa uji coba (n), dengan peluang yang sangat kecil (p). (Supranto, 2009)

Variabel acak X dikatakan memiliki distribusi *Poisson* dengan parameter $\lambda > 0$, dilambangkan $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$, jika X memiliki fungsi massa probabilitas (PMF) (Hidayati, 2018):

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad (3.4)$$

Dengan:

λ = Rata-rata banyaknya kejadian tiap satuan waktu

X = Banyaknya kejadian

e = 2,71828...

Persamaan (3.4) memenuhi syarat-syarat PMF dikarenakan (Nurhayati, 2014):

(i) $p(x) \geq 0$ karena $\lambda > 0$

(ii) Total peluangnya adalah 1 dikarenakan:

$$\sum_{x=0}^{\infty} p(x) = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x}{x!} = e^{-\lambda} e^{\lambda} = 1$$

Variabel acak terdistribusi *Poisson* biasanya digunakan untuk merepresentasikan jumlah kejadian yang terjadi dalam satu satuan waktu, misalnya jumlah kecelakaan mobil yang terjadi di jalan tol setiap bulan Oktober, jumlah mobil yang melaju di jalan raya selama 10 menit, jumlah antrian untuk nasabah bank dalam satu jam, dll. Distribusi *Poisson* memiliki Fungsi Pembangkit Momen (MGF) (Nurhayati, 2014):

$$\begin{aligned} M(t) = E[e^{tx}] &= \sum_{x=0}^{\infty} e^{tx} p(x) = \sum_{x=0}^{\infty} e^{tx} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \\ &= e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{(\lambda e^t)^x}{x!} \\ &= e^{-\lambda} e^{\lambda e^t} = e^{\lambda(e^t - 1)} \end{aligned} \tag{3.5}$$

untuk setiap $t \in \mathbb{R}$. Karena

$$M'(t) = e^{\lambda(e^t - 1)} (\lambda e^t)$$

dan

$$M''(t) = e^{\lambda(e^t - 1)} (\lambda e^t) + e^{\lambda(e^t - 1)} (\lambda e^t)^2$$

maka

$$\mu = M'(0) = \lambda \quad (3.6)$$

dan

$$\sigma^2 = M''(0) - \mu = \lambda + \lambda^2 - \lambda^2 = \lambda \quad (3.7)$$

Hasil ini menunjukkan bahwa distribusi *Poisson* memiliki karakteristik mean (μ) dan varians (σ^2) memiliki nilai yang sama dengan parameternya (λ) (Nurhayati, 2014).

3.4 Rantai *Markov*

3.4.1 Pengantar Stokastik

Proses stokastik didefinisikan sebagai proses kompilasi dan pengindeksan sekumpulan variabel acak $\{Ct, t \geq 0\}$, dengan indeks t berada dalam satu set T (Hillier, F. S & Lieberman, 2008). Oleh karena itu, T disebut ruang parameter atau ruang indeks $\forall t \in T$, di mana t adalah parameter bilangan bulat non-negatif yang mewakili fitur pengukuran yang kita amati pada waktu t . Himpunan variabel acak Ct dalam proses stokastik menggambarkan keadaan (state) sistem pada waktu t . Keadaan dalam posisi atau kondisi yang akan diklasifikasikan. Misalkan $\{Ct, t = 0, 1, 2, \dots, T\}$ adalah serangkaian variabel acak dengan ruang keadaan himpunan berhingga. Jika $Ct = i, i \in \mathbb{Z}^+$, maka kita katakan bahwa proses di t berada pada keadaan i (Hillier, F. S & Lieberman, 2008).

Satu set variabel acak Ct dalam proses acak menggambarkan keadaan sistem pada waktu t . Keadaan (*State*) adalah lokasi atau status yang akan diklasifikasikan. Misalkan $\{Ct, t = 0, 1, 2, \dots, T\}$ adalah serangkaian variabel acak dengan ruang keadaan himpunan berhingga. Jika $Ct = i, i \in \mathbb{Z}^+$ maka kita katakan bahwa proses di t berada pada keadaan i (Suryandaru, 2015).

3.4.2 Definisi Proses *Markov*

Di tahun 1906, ahli matematika Rusia, A.A. *Markov* adalah murid Chebysev, dia mengajukan teori korelasi variabel acak dalam proses acak, yang disebut proses *Markov*. Proses *Markov* merupakan proses stokastik yang memiliki sifat jika diketahui nilai C_t maka C_s dimana $s > t$ tidak terpengaruh oleh C_u dimana $u < t$. Dengan kata lain, Proses *Markov* adalah fenomena di mana peristiwa masa depan hanya dipengaruhi oleh masa kini dan bukan masa lalu (R. Rabiner, Lawrence).

3.4.3 Rantai *Markov* Diskrit

Analisis Rantai *Markov* adalah teknik peluang yang dapat menganalisis pergerakan peluang dari satu keadaan ke keadaan lain. Proses stokastik $\{C_t : t \in \mathbb{N}\}$ adalah rantai *Markov* dengan waktu diskrit jika masing-masing $t \in \mathbb{N}$ berlaku (Zucchini, Iain, & McDonald, 2009) :

$$\Pr (C_{t+1} | C_t, C_{t-1}, \dots, C_1) = \Pr (C_{t+1} | C_t) \quad (3.8)$$

dengan :

C = Kejadian

Persamaan di atas dapat didefinisikan bahwa untuk rantai *Markov*, distribusi bersyarat dari setiap keadaan masa depan $\{C_{t+1}\}$ asalkan keadaan di masa lalu adalah $\{C_{t-1}, \dots, C_1\}$ dan keadaan saat ini adalah $\{C_t\}$, tidak bergantung pada semua keadaan lampau dan hanya bergantung pada keadaan saat ini (kita mendefinisikan $C(t)$ sebagai kemunculan $\{C_1, C_2, \dots, C_t\}$). Persamaan (3.8) dapat ditulis sebagai berikut (Zucchini, Iain, & McDonald, 2009):

$$\Pr (C_{t+1} | C^{(t)}) = \Pr (C_{t+1} | C_t) \quad (3.9)$$

Kuantitas terpenting yang terkait dengan rantai *Markov* adalah peluang bersyarat yang disebut dengan peluang transisi (transition probabilities) dimana pada

kasus rantai *Markov* homogen persamaannya adalah sebagai berikut (Zucchini, Iain, & McDonald, 2009):

$$\gamma_{ij} = \Pr (C_{n+1} = j | C_n = i) \quad (3.10)$$

untuk semua $i, j, n = \{1, 2, \dots\}$. Nilai γ_{ij} adalah elemen dari $\Gamma(1)$ yang merupakan *one-step transition probabilities matrix* (matriks peluang transisi satu langkah). Kita definisikan $\Gamma(1) = \Gamma$. Nilai γ_{ij} merupakan peluang jika proses rantai *Markov* yang semula berada pada kondisi i , maka keadaan berikutnya ke kondisi j setelah satu langkah dan memenuhi syarat-syarat berikut (Hillier, F. S & Lieberman, 2008):

- a. $\gamma_{ij} \geq 0$, untuk semua $i, j = \{1, 2, 3, \dots, m\}$
- b. $\sum_{j=1}^m \gamma_{ij} = 1$, untuk semua $i = \{1, 2, 3, \dots, m\}$

dimana m mewakili jumlah status dalam rantai *Markov*, dan jumlah baris dalam matriks Γ sama dengan 1.

$$\Gamma(1) = \Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1m} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \dots & \gamma_{mm} \end{pmatrix}$$

Dalam langkah probabilitas transisi t langkah, ini adalah probabilitas bahwa proses yang awalnya dalam keadaan i bergerak ke keadaan j setelah langkah t didefinisikan sebagai (Zucchini, Iain, & McDonald, 2009):

$$Y_{ij}(t) = \Pr (C_{s+t} = j | C_s = i) \quad (3.11)$$

untuk semua $i, j, s, t \in \mathbb{N}$. Nilai $\gamma_{ij}(t)$ adalah elemen dari matriks probabilitas transisi matriks langkah- t $\Gamma(t)$. Berdasarkan persamaan Chapman-Kolmogorov, langkah matriks probabilitas variabel t dapat ditentukan dengan mengalikan

matriks Γ dan waktu t dengan persamaan berikut (Zucchini, Iain, & McDonald, 2009):

$$\Gamma(t + u) = \Gamma(t) \cdot \Gamma(u), \text{ untuk semua } t, u \in \mathbb{N} \quad (3.12)$$

dengan :

Γ = Matriks peluang transisi

Persamaan *Chapman-Kolmogorov* menunjukkan bahwa

$$\Gamma(t) = \Gamma(1)^t, \text{ untuk semua } t \in \mathbb{N}$$

Semua peluang yang ditentukan sejauh ini adalah peluang bersyarat. Misalnya $\Gamma(t)$ adalah probabilitas bahwa pada waktu t proses berada dalam keadaan j asalkan keadaan awalnya adalah i . Dalam distribusi rantai *Markov* tanpa syarat, distribusi nilai probabilitas ditentukan oleh distribusi probabilitas di keadaan awal. Probabilitas tak bersyarat $\Pr(C_t = j)$ dari rantai *Markov* berada dalam keadaan tertentu pada waktu t didefinisikan sebagai vektor garis sebagai berikut (Zucchini, Iain, & McDonald, 2009):

$$\mathbf{u}(t) = \Pr(C_t = 1), \dots, \Pr(C_t = m), t \in \mathbb{N} \quad (3.13)$$

Misalnya, kemungkinan hujan besok tergantung pada cuaca hari ini, dan bukan pada kondisi cuaca sebelumnya (sifat rantai *Markov*). Misalkan diberikan transisi satu langkah dari rantai *Markov* dengan dua state, dimana state jika cuaca hujan = 1 dan jika cuaca cerah = 2 dengan probabilitas transisi ditunjukkan pada tabel berikut (Hidayati, 2018):

Tabel 3.1 *Peluang Keadaan Cuaca*

Hari ke-t	t+1	
	Hujan	Cerah
Hujan	0.8	0.2
Cerah	0.4	0.6

Tabel tersebut menunjukkan bahwa jika cuaca mendung dan hujan hari ini, kemungkinan hujan esok hari adalah 0,8; jika cuaca cerah hari ini kemungkinan hujan esok hari adalah 0,2. Matriks probabilitas transisi untuk *pemodelan* kondisi di atas adalah (Hidayati, 2018):

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}$$

Jika cuaca hari ini ($t = 1$) adalah cerah, maka peluang tidak bersyarat cuaca hari ini adalah:

$$u(1) = \Pr(C_1 = 1), \Pr(C_1 = 2)) = (0, 1)$$

dan peluang cuaca untuk $t = \{2,3,\dots\}$, yaitu peluang cuaca pada hari-hari berikutnya adalah

$$u(2) = \Pr(C_2 = 1), \Pr(C_2 = 2)) = u(1) \cdot \Gamma = (0.4, 0.6)$$

Pada rantai *Markov*, setelah proses *Markov* berjalan dalam jangka panjang ($t \rightarrow \infty$) maka probabilitas yang dihasilkan akan tetap, dengan kata lain akan menjadi stasioner. Artinya, proses *Markov* berpeluang untuk konvergen ke nilai yang sama, di mana proses tersebut tidak lagi bergantung pada keadaan awal ($u(1)$). Rantai *Markov* dengan matriks probabilitas transisi Γ , dikatakan memiliki distribusi stasioner δ (vektor baris dengan elemen non-negatif) jika (Hidayati, 2018):

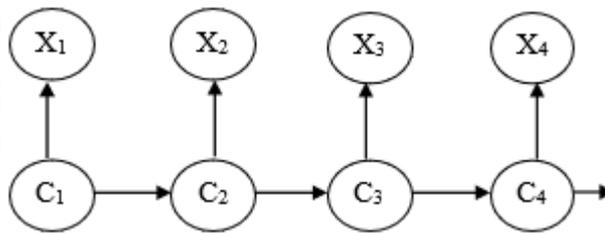
$$\delta \Gamma = \delta \text{ dan } \sum_{i=1}^m \delta_i = 1 \tag{3.14}$$

3.5 Poisson Hidden Markov Models (PHMMs)

Poisson Hidden Markov Model (PHMM) merupakan perpanjangan dari HMM (*Hidden Markov Model*), dimana setiap observasi dihasilkan oleh salah satu status tersembunyi dengan distribusi *Poisson*. Saat memahami PHMM, ini menjelaskan teori dasar *Hidden Markov Model* (HMM), HMM marjinal dan distribusi momen, dan kemungkinan HMM (Suryandaru, 2015).

3.5.1 Hidden Markov Models (HMM)

Hidden Markov Model adalah proses stokastik yang terdiri dari bagian yang tidak teramati ($C_t: t \in N$) yang memenuhi sifat *Markov* (parameter proses), serta bagian yang diamati / diamati $\{X_t: t \in N\}$, atau disebut sebagai "Proses status bergantung". Pada bagian yang dapat diamati, distribusi X_t hanya bergantung pada kondisi di C_t dan tidak bergantung pada keadaan yang diamati sebelumnya. *Model Markov Tersembunyi* dapat direpresentasikan dalam Gambar 3.2 (Zucchini, Iain, & McDonald, 2009).



Gambar 3.4 Graf Dasar HMM

Hidden Markov Model $\{X_t: t \in N\}$ adalah distribusi campuran dependen, di mana $X(t)$ dan $C(t)$ merepresentasikan peristiwa masa lalu dari waktu 1 ke waktu t , yang diakhiri *model* sederhana dengan persamaan (Zucchini, Iain, & McDonald, 2009) :

$$\Pr(C_t | C^{(t-1)}) = \Pr(C_t | C_{t-1}), t = 2, 3, \dots \quad (3.15)$$

$$\Pr(X_t | X^{(t-1)}, C^{(t)}) = \Pr(X_t | C_t), t \in N \quad (3.16)$$

Jika rantai *Markov* $\{C_t\}$ memiliki keadaan tersembunyi m , kita katakan $\{X_t\}$ adalah HMM dengan keadaan m .

Dalam kasus pengamatan diskrit, jika rantai *Markov* pada waktu t berada dalam keadaan i maka fungsi massa probabilitas (pmf) X_t didefinisikan sebagai (Zucchini, Iain, & McDonald, 2009):

$$p_i(x) = \Pr(X_t = x | C_t = i), i = 1, 2, \dots, m \quad (3.17)$$

Distribusi π dengan keadaan tersembunyi m dapat dikatakan sebagai distribusi keadaan tergantung (*state-dependent distributions*).

3.5.2 Distribusi Marginal HMM

Pada kasus stasioner, nilai harapan bergantung (state-dependent) $E(g(X_t))$ dan $E(g(X_t, X_{t+k}))$ untuk setiap fungsi g adalah sebagai berikut (Zucchini, Iain, & McDonald, 2009):

$$E(g(X_t)) = \sum_{i=1}^m \delta_i E(g(X_t) | C_t = i)$$

dan

$$\begin{aligned} E(g(X_t, X_{t+k})) &= \sum_{i,j=1}^m E(g(X_t, X_{t+k} | C_t = i, C_{t+k} = j)) \delta_i \gamma_{ij}(k) \\ &= \sum_{i,j=1}^m E(g_1(X_t | C_t = i)) E(g_2(X_{t+k} | C_{t+k} = j)) \delta_i \gamma_{ij}(k) \end{aligned}$$

Persamaan di atas berguna untuk mendapatkan nilai ekspektasi pada HMM. Misal, jika terdapat dua keadaan HMM dimana rantai *markov* berdistribusi *Poisson* dan stasioner, maka (Hidayati, 2018):

$$E(X_t) = \delta_1 \lambda_1 + \delta_2 \lambda_2 \quad (3.18)$$

dimana:

δ = Peluang awal kejadian pada masing-masing keadaan tersembunyi

λ = Rata-rata kejadian pada masing-masing keadaan tersembunyi

3.5.3 Penskalaan Likelihood

Dalam kasus distribusi yang bergantung pada keadaan diskrit, ketika t meningkat, hasil akhirnya adalah nilai elemen α_t akan lebih kecil, dan pada akhirnya akan dibulatkan menjadi 0, yang disebut *underflow*. Salah satu cara untuk mengatasi masalah *underflow* tersebut adalah dengan menggunakan *likelihood scaling* yaitu menghitung logaritma dari likelihood atau disebut juga *forward*

$$\phi_t = \alpha_t / w_t,$$

probability vector scaling at. Didefinisikan sebuah vektor, untuk $t = 0, 1, \dots, T$ adalah (Zucchini, Iain, & McDonald, 2009):

$$(3.19)$$

dengan:

$$w_t = \sum_i \alpha_t(i) = \alpha_t \mathbf{1}'$$

Pertama kita perhatikan akibat langsung dari definisi ϕ_t dan w_t :

$$\begin{aligned} w_0 &= \alpha_0 \mathbf{1}' = \delta \mathbf{1}' = 1; \\ \phi_0 &= \delta; \\ w_t \phi_t &= w_{t-1} \phi_{t-1} \Gamma \mathbf{P}(x_t); \\ L_T &= \alpha_T \mathbf{1}' = w_T (\phi_T \mathbf{1}') = w_T. \end{aligned}$$

Karena $L_T = w_T = \prod_{t=1}^T (w_t / w_{t-1})$ berdasarkan persamaan di atas diperoleh :

$$w_t = w_{t-1} (\phi_{t-1} \Gamma \mathbf{P}(x_t) \mathbf{1}')$$

sehingga :

$$\log L_T = \sum_{t=1}^T \log(w_t / w_{t-1}) = \sum_{t=1}^T \log(\phi_{t-1} \Gamma \mathbf{P}(x_t) \mathbf{1}').$$

3.6 Expectation Maximization Algorithm (EM)

Salah satu metode yang biasa digunakan untuk mengestimasi parameter dalam HMM adalah dengan menggunakan algoritma EM. Dalam konteks HMM, algoritma EM disebut algoritma Baum-Welch, dimana rantai *Markov* pada HMM bersifat homogen dan tidak harus stasioner. Parameter HMM yang diestimasi oleh algoritma EM adalah distribusi status dependen pi, matriks probabilitas transisi dan distribusi awal. Dalam penerapannya algoritma EM membutuhkan alat bantu yaitu peluang maju (*Forward*) dan peluang mundur (*Backward*) yang keduanya dapat digunakan untuk prediksi keadaan (Hidayati, 2018).

1. Peluang *Forward*

Peluang *forward* α_t untuk $t = 1, 2, \dots, T$ didefinisikan sebagai vektor baris:

$$\alpha_t = \delta \mathbf{P}(x_1) [\mathbf{P}(x_2) \dots \mathbf{P}(x_t) = \delta \mathbf{P}(x_1) \prod_{s=2}^t \mathbf{P}(x_s)] \quad (3.20)$$

dengan δ adalah distribusi inisial rantai *Markov*. Berdasarkan definisi peluang forward di atas, untuk $t = 1, 2, \dots, T-1$.

2. Peluang *Backward*

Peluang *backward* β_t untuk $t = 1, 2, \dots, T$ didefinisikan sebagai vektor baris:

$$\beta'_t = [P(x_{t+1}) P(x_{t+2}) \dots P(x_T) 1'] = \left(\prod_{s=t+1}^T [P(x_s) 1'] \right) \quad (3.21)$$

dimana untuk $t = T, \beta_T = 1$. Berdasarkan definisi peluang backward di atas, untuk $t = 1, 2, \dots, T-1$.

3. Peluang *Forward* dan Peluang *Backward*

Kombinasi peluang maju dan mundur α_t dan β_t dapat digunakan untuk menghitung $\Pr(X(T) = x(T), C_t = i)$. Kombinasi peluang tersebut dibutuhkan dalam Algoritma Maksimalisasi Harapan di HMM. Dalam penerapannya dibutuhkan dua ciri di antara keduanya:

a. $t = 1, 2, \dots, T$,

$$\Pr(C_t = j | X^{(T)} = x^{(T)}) = \alpha_t(j) \beta_t(j) / L_T \quad (3.22)$$

b. $t = 2, \dots, T$

$$\Pr(C_{t-1} = j, C_t = k | X^{(T)} = x^{(T)}) = \alpha_{t-1}(j) \gamma_{jk} p_k(x_t) \beta_t(k) / L_T \quad (3.23)$$

Keadaan garis rantai *Markov* yang tidak teramati akan menyebabkan kehilangan data, yang menyebabkan data tidak lengkap. Sebagai metode iteratif, algoritma EM dapat menghitung estimasi kemungkinan maksimum dari data yang tidak lengkap. Di setiap iterasi algoritma EM, ada tahap E (Ekspektasi) dan M (Maksimalisasi) (Hidayati, 2018).

1. Tahap Ekspektasi

Mengganti semua nilai v_{jk} dan $u_j(t)$ dengan ekspektasi bersyaratnya jika diberikan observasi $x(T)$.

$$\hat{u}_j(t) = \Pr(C_t = j | \mathbf{x}^{(T)}) = \alpha_t(j) \beta_t(j) / L_T$$

serta

$$\hat{v}_{jk}(t) = \Pr(C_{t-1} = j, C_t = k | \mathbf{x}^{(T)}) = \alpha_{t-1}(j) \gamma_{jk} p_k(\mathbf{x}_t) \beta_t(k) / L_T$$

2. Tahap Maksimisasi

Setelah mengganti nilai v_{jk} dan $u_j(t)$ dengan $\hat{u}_j(t)$ dan \hat{v}_{jk} , maka dilakukan maksimalisasi CDLL dengan memperhatikan tiga parameter yaitu parameter distribusi state-dependent $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_3)$, distribusi awal δ , dan matriks. peluang transisi. Log-likelihood CDLL berisi urutan observasi x_1, x_2, \dots, x_T dan data yang hilang c_1, c_2, \dots, c_T ditunjukkan pada persamaan berikut:

$$\log(\Pr(\mathbf{X}^{(T)}, \mathbf{c}^{(T)})) = \sum_{j=1}^m u_j(1) \log \delta_j + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \left(\sum_{t=2}^T v_{jk}(t) \right) \log \sum_{j=1}^m u_j + \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^T u_j(t) \log p_j(\mathbf{x}_t) \quad (3.39)$$

3.7 Pemilihan *Model* berdasarkan *Akaike Information Criterion* (AIC)

Kriteria pemilihan *model* estimasi terbaik dalam penelitian ini didasarkan pada nilai AIC (Akaike Information Criterion). Standar AIC didefinisikan dalam persamaan berikut (Suryandaru, 2015):

$$AIC = -2 \log L + 2p, \quad (3.24)$$

dimana $\log L$ adalah nilai kemungkinan log masing-masing *model*, dan merupakan jumlah parameter dalam *model*. Dalam penelitian ini akan digunakan metode algoritma EM untuk mencari 3 *model* estimasi yaitu *model* dengan *hidden state* $m = (2, 3, 4)$. *Model* estimasi terbaik berdasarkan standar AIC adalah *model* dengan nilai AIC terkecil (Suryandaru, 2015).

3.8 Persamaan *Chapman-Kolmogorov*

Persamaan *Chapman-Kolmogorov* adalah metode untuk menentukan probabilitas transisi n langkah yang didefinisikan sebagai berikut (Nandi, 2006):

$$P_{ij}^{n+m} = \sum_{k=0}^{\infty} P_{ik}^n P_{kj}^m, \quad n, m \geq 0; i, j \geq 0 \quad (3.25)$$

Berdasarkan persamaan *Chapman-Kolmogorov* di atas, dapat diketahui bahwa $\mathbf{P}^{(n)} = \mathbf{P}^n$ dimana matriks peluang transisi n langkah \mathbf{P}^n sama dengan matriks peluang peralihan satu langkah pangkat n . Apabila untuk $n=1$ dan $m=n-1$ maka (Ndruru, 2014):

$$\begin{aligned} P_{ij}^{(n)} &= \sum_{k=0}^{\infty} P_{ik} P_{kj}^{n-1} \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} P_{ik}^{n-1} \sum_{k=0}^{\infty} P_{kj} \end{aligned}$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa probabilitas transisi n langkah dapat diperoleh dari probabilitas transisi satu langkah. Untuk n langkah, istilah umum dapat diperoleh (Ndruru, 2014):

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{(n)} &= \mathbf{P} \mathbf{P}^{(n-1)} = \mathbf{P}^{(n-1)} \mathbf{P} \\ &= \mathbf{P} \mathbf{P}^{n-1} = \mathbf{P}^{n-1} \mathbf{P} \\ &= \mathbf{P}^n \end{aligned} \quad (3.26)$$

BAB IV METODOLOGI PENELITIAN

4.1 Sampel Penelitian

Sampel dalam penelitian ini adalah data kumulatif gempa bumi di Wilayah Indonesia dari Bulan Februari 2005 sampai Desember 2020. Data yang digunakan adalah data gempa yang terjadi dengan kedalaman kurang dari sama dengan (\leq) 60 kilometer dan magnitude lebih dari sama dengan (\geq) 5 skala richter.

4.2 Jenis dan Sumber data

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang diambil dari *database* Stasiun Geofisika BMKG Daerah Istimewa Yogyakarta. Data tersebut merupakan data histori gempa bumi dari Bulan Februari 2005 sampai Desember 2020.

4.3 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini yaitu *Depth* dan *Mag*. Berikut ini adalah tabel berisi variabel penelitian dan penjelasan definisi operasional dari variabelnya:

Tabel 4. 1 Definisi Operasional Variabel

Variabel	Definisi Variabel	Satuan
Depth	Depth merupakan ukuran kedalaman gempa bumi diukur dari permukaan bumi.	Km
Mag	Magnitude adalah ukuran kekuatan gempabumi, menggambarkan besarnya energi yang terlepas pada saat gempabumi terjadi dan merupakan hasil pengamatan Seismograf.	Sekala Ritche

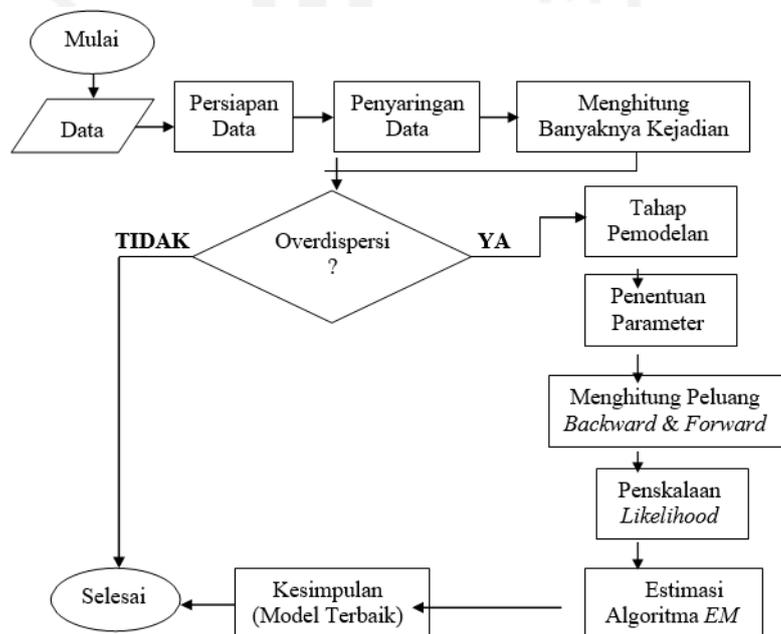
4.4 Metode Analisis Data

Proses analisis dalam penelitian ini menggunakan software RStudio Version 1.1.463. Adapun metode analisis data yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Analisis deskriptif, digunakan untuk menentukan overdispersi data gempa bumi Stasiun Geofisika BMKG Daerah Istimewa Yogyakarta.
2. PHMM, digunakan untuk mendapatkan parameter input, kemudian mengestimasi parameternya.
3. Algoritma EM, digunakan sebagai pemilihan *model* terbaik untuk keadaan tersembunyi dengan melihat nilai AIC.

4.5 Tahapan Analisis Data

Tahapan analisis data yang akan dilakukan peneliti akan digambarkan melalui *flowchart* sebagai berikut:



Gambar 4. 1 Flowchart Analisis PHMM & Algoritma EM

Langkah – langkah analisis:

1. Melakukan persiapan data gempa bumi Stasiun Geofisika di wilayah Indonesia. Kemudian.
2. Melakukan penyaringan data dengan magnitudo lebih dari sama dengan (\geq) 5 skala richter.
3. Melakukan perhitungan banyaknya kejadian yang terjadi berdasarkan batas magnitudo yang telah ditentukan dalam setiap satu bulan.
4. Memeriksa *overdispersi* dengan membandingkan nilai varians dengan rata-rata jumlah kejadian. Jika varians lebih besar dari nilai rata-rata, dapat dikatakan bahwa data tersebut terjadi *overdispersi* dalam distribusi *Poisson*.
5. *Pemodelan* dengan mencari parameter masukan. Parameter tersebut meliputi parameter jumlah rata-rata kejadian $\lambda_i = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$ dimana pada setiap λ_i memiliki kriteria distribusi *Poisson* dengan probabilitas awal kejadian adalah being, dan matriks probabilitas transisi keadaan tersembunyi ($\{ \}$).
6. Menentukan parameter *input* dengan menghitung nilai parameter awal untuk setiap *model*.
7. Melakukan perhitungan peluang *Backward* dan *Forward* dengan menggunakan persamaan 3.20 dan 3.21.
8. Melakukan penskalaan *Likelihood* dalam penyelesaian masalah underflow.
9. Menghitung perkiraan algoritma EM, yang terdiri dari fase E (langkah E) dan fase M (langkah M). Tahap E menghitung ekspektasi bersyarat berdasarkan data yang hilang, kemudian mengganti data yang hilang dalam hasil langkah E. Setelah itu, dimaksimalkan dalam tahap M.

10. Melakukan interpretasi hasil analisis yang telah didapatkan *model* terbaik menggunakan nilai *AIC*.



BAB V PEMBAHASAN

5.1 Deskripsi Data

Dalam penelitian ini, data yang digunakan adalah data gempa bumi di Wilayah Indonesia dari Bulan Februari 2005 sampai Desember 2020. Data yang digunakan adalah data gempa yang terjadi dengan kedalaman kurang dari sama dengan (\leq) 60 kilometer dan magnitudo lebih dari sama dengan (\geq) 5 skala richter, dikarenakan pada kondisi tersebut gempa bumi dapat dirasakan dan berpotensi merusak daerah sekitarnya. Data ditunjukkan pada tabel berikut:

Tabel 5. 1 Data Gempa Bumi

Tanggal	OT	Lat	Long	Depth	Mag	Keterangan
2005-02-08	14.56.41	- 11,1	112,67	40	5,5	
2005-02-15	0.00.00	-8,9	114,75	30	5,5	Singaraja III MMI.10km brt laut Bali
2005-02-19	14.04.40	- 0,03	105,69	40	5,5	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10/12/2020	15:04:52	1.74	126.2966	37.3	5.06	

Keterangan :

Tanggal = Tanggal terjadinya gempa bumi

OT (Origin Time) = Waktu terjadinya gempa bumi (Jam, Menit, Detik)

Lat (Latitude) = Garis lintang bumi ($^{\circ}$)

Long (Longitude) = Garis bujur bumi ($^{\circ}$)

Depth = Kedalaman gempa bumi (Km)

M (Magnitude) = Kekuatan gempa bumi (Sekala Richter)

Keterangan = Informasi tambahan terkait gempa bumi yang terjadi

5.2 Pengecekan *Overdispersi*

Pengecekan overdispersi dilakukan pada data banyaknya kejadian gempa bumi yang terjadi dengan kedalaman ≤ 60 km dan magnitude ≥ 5 SR dalam periode bulanan. Data banyaknya kejadian ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 5. 2 Banyak kejadian Gempa Bumi

Bulan	Banyak Kejadian
Feb-05	3
Mar-05	0
Apr-05	3
Mei-05	1
Jun-05	2
Jul-05	6
⋮	⋮
Nov-20	32
Dec-20	3

Berdasarkan tabel di atas pada bulan Februari 2005 terjadi gempa bumi sebanyak 3 kali, pada bulan Maret 2005 tidak terjadi gempa, pada bulan April 2005 terjadi gempa bumi sebanyak 3 kali, hingga pada bulan Desember 2020 terjadi gempa bumi sebanyak 3 kali. Karakteristik data tersebut mengikuti data yang berdistribusi *Poisson*. Hasil perhitungan mean dan variance ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 5. 3 Statistika Deskriptif Banyaknya Kejadian Gempa Bumi

N	\bar{x}	s^2	Maksimum	Minimum
191	7,314136	32,84817	35	0

Berdasarkan tabel di atas diketahui bahwa nilai mean sebesar 7,314136, nilai variance sebesar 32,84817, nilai maksimumnya 35 dan nilai minimumnya 0. Oleh karena nilai variance lebih besar dari nilai mean maka dapat dikatakan data banyaknya kejadian gempa bumi terjadi *overdispersi* terhadap distribusi *Poisson*.

5.3 Pemodelan menggunakan PHMMs (*Poisson Hidden Markov Models*)

Studi ini akan mencari *model* terbaik untuk memperkirakan jumlah gempa dari ketiga *model* tersebut. Ketiga *model* tersebut merupakan *model* dengan keadaan tersembunyi yaitu $m = (2,3,4)$. Penulis hanya memodelkan sampai keadaan tersembunyi = 4 karena tidak ada cukup data untuk membuat keadaan tersembunyi $m \geq 5$. Metode yang digunakan adalah metode PHMMs (*Poisson Hidden Markov Model*) dengan estimasi EM (*Expectation Maximization Algorithm*).

5.3.1 Penentuan Parameter input

Parameter-parameter tersebut diantaranya rata-rata kejadian gempa bumi yang terjadi dengan kedalaman ≤ 60 km dan magnitude ≥ 5 SR dalam periode satu bulan atau nilai $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$, peluang awal kejadian atau nilai $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_m)$, dan matriks transisi keadaan tersembunyi yang berukuran $m \times m$ (Γ).

Dalam penelitian ini, peneliti menentukan rentang pembagian panjang kelas masing-masing kelas secara seragam. Dalam hal ini peneliti mengambil range dari 0 sampai 35. Dalam 2 keadaan tersembunyi ($m = 2$) terdapat 2 kelas dengan setiap kelasnya memiliki panjang kelas $c = 18$. Artinya di ruang sampel jumlah gempa bumi dalam keadaan tersembunyi 1 adalah $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17\}$ dan di ruang sampel jumlah gempa bumi di keadaan tersembunyi 2 adalah $\{18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35\}$. Pada 3 kondisi tersembunyi ($m = 3$) terdapat 3 kelas dengan masing-masing kelas memiliki panjang kelas $c = 12$. Artinya di ruang sampel jumlah gempa dalam keadaan tersembunyi 1 adalah $\{0,1,2,3, 4, 5,6,7,8,9,10,11\}$, ruang sampel jumlah gempa di keadaan tersembunyi 2 adalah $\{12,13,14,15,16,17,18,19,20, 21,22,23\}$, dan di ruang sampel jumlah gempa dalam keadaan tersembunyi 3 adalah

{24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35}. Dalam 4 tersembunyi kondisi ($m = 4$) terdapat 3 kelas dengan masing-masing kelas memiliki panjang kelas $c = 9$. Artinya di ruang sampel jumlah gempa yang berada dalam keadaan tersembunyi 1 adalah $\{0,1,2,3,4, 5,6,7,8\}$, ruang sampel untuk jumlah gempa dalam keadaan tersembunyi 2 adalah $\{9,10,11,12,13,14,15,16,17\}$, ruang sampelnya adalah jumlah gempa bumi dalam keadaan tersembunyi 3 adalah $\{18,19,20,21,22,23,24,25,26\}$, dan sample space untuk jumlah gempa bumi dalam keadaan tersembunyi 3 adalah $\{27,28,29,30, 31,32,33,34, 35\}$.

Hasil perhitungan untuk parameter λ dan δ pada kasus 2 keadaan tersembunyi ($m=2$) yang ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 5. 4 Hasil Perhitungan Parameter λ dan Parameter δ pada 2 Keadaan Tersembunyi

Bulan	Banyak Kejadian	Keadaan Tersembunyi	Banyak Kejadian Pada Keadaan Tersembunyi 1	Banyak Kejadian Pada Keadaan Tersembunyi 2
Feb-05	3	1	3	-
Mar-05	0	1	0	-
Apr-05	3	1	3	-
Mei-05	1	1	1	-
Jun-05	2	1	2	-
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Nov-20	32	2	-	32
Dec-20	3	1	3	-
	Frekuensi	191	181	10
	λ		6,370166	24,4
	δ		0,947644	0,052356

Berdasarkan Tabel 5.4 diperoleh nilai $\lambda = (6.370166, 24.4)$ dan nilai $\delta = (0.947644, 0.052356)$. Artinya, dalam kurun waktu 1 bulan, *hidden state* 1 memiliki nilai rata-rata jumlah gempa 6.370166 kejadian dengan probabilitas awal kejadian 0,947644 dan 24,4 merupakan rata-rata kejadian dalam *hidden state* 2 dengan probabilitas awal 0,052356.

Nilai parameter Γ adalah matriks probabilitas transisi keadaan tersembunyi, dimana elemen dalam matriks diperoleh dengan menghitung frekuensi pada setiap kemungkinan perpindahan keadaan tersembunyi, kemudian membaginya dengan jumlah total setiap baris keadaan tersembunyi.

Tabel 5. 5 Peluang pada 2 Keadaan Tersembunyi

		State-j	
		1	2
State-i	1	0,95	0,05
	2	0,9	0,1

Sehingga diperoleh matriks peluang transisi pada kasus 2 keadaan tersembunyi seperti berikut.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0,95 & 0,05 \\ 0,9 & 0,1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks probabilitas transisi di atas, dapat dijelaskan bahwa jika periode waktu saat ini ada dalam keadaan tersembunyi 1 maka peluang berada dalam keadaan tersembunyi 1 pada bulan berikutnya adalah 0,95. Jika jangka waktu ini dalam keadaan tersembunyi 1 maka peluang berada dalam keadaan tersembunyi 2 pada bulan berikutnya adalah 0,05, dan seterusnya.

Tabel 5. 6 Parameter input pada masing masing state

Model	i	λ	δ	Γ			
				1	2	3	4
m=2	1	6,370166	0,947644	0,95	0,05		
	2	24,4	0,052356	0,9	0,1		
m=3	1	5,35	0,837696	0,861635	0,119497	0,018868	
	2	15,30769	0,136126	0,692309	0,230769	0,076923	
	3	28,6	0,026178	0,8	0,2	0	
m=4	1	4,514706	0,712042	0,822222	0,148148	0,022222	0,007407
	2	11,97778	0,235602	0,466667	0,422222	0,066667	0,044444

	3	21,42857	0,036649	0,285714	0,571429	0,142857	0
	4	31,33333	0,015707	0,666667	0,333333	0	0

Tabel 5,.6 merupakan tabel lengkap hasil proses perhitungan parameter λ , δ , dan Γ dengan keadaan tersembunyi $m = (2,3,4)$, proses penghitungan parameter λ , δ , dan Γ , dimana keadaan tersembunyi diberikan $m = 3$ dan $m = 4$ dilakukan dengan cara yang sama,

5.3.2 Penaksiran Parameter-parameter PHMM dengan Algoritma EM

Langkah selanjutnya adalah menghitung estimasi nilai parameter $\hat{\lambda}$, $\hat{\delta}$, dan $\hat{\Gamma}$ untuk setiap *model* menggunakan algoritma EM. Setelah mendapatkan hasil estimasi parameter, langkah selanjutnya adalah membandingkan nilai AIC, dimana nilai AIC minimum merupakan *model* gempu terbaik untuk jumlah gempu. Perhitungan algoritma EM dilakukan dengan menggunakan software RStudio dengan nilai toleransi $1e-06$. Tabel di bawah ini menunjukkan hasil estimasi parameter untuk setiap negara tersembunyi menggunakan algoritma EM:

Tabel 5.7 Parameter Estimasi Algoritma EM pada masing-masing PHMM

Model	AIC	i	$\hat{\lambda}$	$\hat{\delta}$	$\hat{\Gamma}$			
					1	2	3	4
m=2	1149,221	1	4,452738	1,00E+00	0,89515	0,10485		
		2	13,00141	7,65E-13	0,206562	0,793438		
m=3	1101,559	1	4,08437	1,00E+00	8,83E-01	0,117326	4,82E-29	
		2	10,35826	4,39E-91	1,66E-01	0,725415	1,08E-01	
		3	25,68147	0,00E+00	1,22E-01	0,878115	0	
m=4	1110,208	1	3,950172	1,00E+00	8,69E-01	0,130553	1,88E-23	0,00E+00
		2	9,625971	3,43E-14	1,77E-01	0,68168	1,12E-01	1,97E-22
		3	20,19865	0,00E+00	2,25E-31	0,758969	2,41E-01	0,00E+00
		4	32,50838	0,00E+00	4,25E-01	0,575369	0,00E+00	0,00E+00

Berdasarkan Tabel 5.7 diketahui nilai AIC terkecil adalah pada saat diberikan 3 *hidden state* yaitu 1101,559, maka dapat dikatakan *model* dengan 3 *hidden state* merupakan *model* terbaik dari yang lain. , yaitu *model* dengan 3 status tersembunyi:

$$\hat{\lambda} = (4,08437; 10,35826; 25,68147)$$

$$\hat{\delta} = (1,0,0)$$

$$\hat{\Gamma} = \begin{bmatrix} 8,83E - 01 & 0,117326 & 4,82E - 29 \\ 1,66E - 01 & 0,725415 & 1,08E - 01 \\ 1,22E - 01 & 0,878115 & 0 \end{bmatrix}$$

dengan nilai ekspektasi dan variansi PHMM:

$$\begin{aligned} E(X_t) &= \sum_{i=1}^3 \delta_i \lambda_i \\ &= \delta_1 \lambda_1 + \delta_2 \lambda_2 + \delta_3 \lambda_3 \\ &= (1 \times 4,08437) + (0 \times 10,35826) + (0 \times 25,68147) \\ &= 4,08437 \end{aligned}$$

$$Var(X_t) = E(X_t) = 4,08437$$

Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa dari ketiga *model* gempa yang ada di Indonesia, *model* dengan 3 kondisi tersembunyi merupakan *model* yang paling baik untuk pendugaan jumlah gempa, dan nilai parameter yang diestimasi sama dengan rata-rata jumlah gempa. $4.08437 \approx 4$ peristiwa selama satu bulan.

5.3.3 Estimasi Matriks Peluang Transisi ($\hat{\Gamma}$) untuk Periode Berikutnya

Dengan didapatkannya matriks probabilitas transisi satu langkah maka akan dapat ditentukan matriks transisi untuk n langkah berikutnya menggunakan persamaan Chapman-Kolmogorov bahwa $P^{(n)} = \hat{\Gamma}^n$, di mana $\hat{\Gamma}^n$ didapat dengan meningkatkan matriks probabilitas transisi $\hat{\Gamma}$ sebanyak n di mana $n = 1, 2, 3, \dots$, dan 12.

Sebelumnya telah didapatkan matriks probabilitas transisi satu langkah kejadian gempa bumi yaitu:

$$\hat{\Gamma} = \begin{bmatrix} 8,83E-01 & 0,117326 & 4,82E-29 \\ 1,66E-01 & 0,725415 & 1,08E-01 \\ 1,22E-01 & 0,878115 & 0 \end{bmatrix}$$

Sehingga dapat diperoleh matriks probabilitas transisi $\hat{\Gamma}$ untuk n langkah, jika $n=2$ maka dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}^2 &= \hat{\Gamma} \times \hat{\Gamma} \\ &= \begin{bmatrix} 7.99E-01 & 0.1886704 & 0.01272493 \\ 2.80E-01 & 0.6409561 & 0.07867706 \\ 2.53E-01 & 0.6512976 & 0.0952386 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama, maka diperoleh matriks peluang transisi $\hat{\Gamma}$ untuk $n = 3,4,5, \dots$, dan 12 atau pada periode Januari 2021 hingga Desember 2021.

Tabel 5.8 Matriks Peluang Transisi untuk Periode 2021

Bulan	i	Gamma Topi		
		1	2	3
Jan-21	1	8.83E-01	0.117326	4.82E-29
	2	1.66E-01	0.725415	1.08E-01
	3	1.22E-01	0.878115	0
Feb-21	1	7.99E-01	0.18867	0.012725
	2	2.80E-01	0.640956	0.078677
	3	2.53E-01	0.651298	0.095239
Mar-21	1	7.38E-01	0.241735	2.05E-02
	2	3.64E-01	0.566941	6.95E-02
	3	3.44E-01	0.585829	7.06E-02
Apr-21	1	6.94E-01	0.27989	2.62E-02
	2	4.24E-01	0.514964	6.15E-02
	3	4.09E-01	0.527303	6.35E-02
May-21	1	6.62E-01	0.30747	3.04E-02
	2	4.67E-01	0.47725	5.59E-02
	3	4.56E-01	0.486312	5.72E-02
Jun-21	1	6.39E-01	0.32739	3.33E-02

	2	4.98E-01	0.450028	5.18E-02
	3	4.91E-01	0.456556	5.27E-02
Jul-21	1	6.23E-01	0.341779	3.55E-02
	2	5.21E-01	0.430362	4.88E-02
	3	5.15E-01	0.43508	4.95E-02
Aug-21	1	6.11E-01	0.352172	3.71E-02
	2	5.37E-01	0.416158	4.67E-02
	3	5.33E-01	0.419565	4.72E-02
Sep-21	1	6.02E-01	0.359679	3.82E-02
	2	5.49E-01	0.405898	4.51E-02
	3	5.46E-01	0.408359	4.55E-02
Oct-21	1	5.96E-01	0.365102	3.90E-02
	2	5.57E-01	0.398486	4.40E-02
	3	5.55E-01	0.400264	4.43E-02
Nov-21	1	5.91E-01	0.369019	3.96E-02
	2	5.64E-01	0.393133	4.32E-02
	3	5.62E-01	0.394417	4.34E-02
Dec-21	1	5.88E-01	0.371848	4.00E-02
	2	5.68E-01	0.389266	4.26E-02
	3	5.67E-01	0.390194	4.28E-02

Keterangan :

i1: kondisi banyaknya 0 hingga 11 kejadian gempa bumi.

i2: kondisi banyaknya 12 hingga 23 kejadian gempa bumi.

i3: kondisi banyaknya 24 hingga 35 kejadian gempa bumi.

Berdasarkan tabel di atas dapat diartikan, jika periode Desember 2020 berada pada keadaan tersembunyi 1, maka peluang bulan Januari 2021 berada pada keadaan tersembunyi 1 adalah $8,83E-01$. Jika periode Desember 2020 berada pada keadaan tersembunyi 1, maka peluang bulan Januari 2021 berada pada keadaan tersembunyi 2 adalah $0,117326$, begitupun seterusnya.

Pada bulan Januari 2021 peluang terbesar terjadinya gempa bumi ($8.83E-01$) berada pada keadaan 0 hingga 11 banyaknya kejadian (keadaan tersembunyi

1) jika pada bulan Desember 2020 berada pada keadaan yang sama. Jika pada bulan Desember 2020 berada pada keadaan 12 hingga 23 banyaknya kejadian (keadaan tersembunyi 2) maka peluang terbesar (0.725415) pada bulan Januari 2021 akan berada pada keadaan yang sama yaitu 12 hingga 23 banyaknya kejadian (keadaan tersembunyi 2). Jika pada bulan Desember 2020 berada pada keadaan 24 hingga 35 banyaknya kejadian (keadaan tersembunyi 3) maka peluang terbesar (0.878115) pada bulan Januari 2021 akan berada pada keadaan 12 hingga 23 banyaknya kejadian (keadaan tersembunyi 2).



BAB VI PENUTUP

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis di atas menggunakan metode PHMMs dengan menggunakan algoritma EM, maka dapat disimpulkan bahwa,

1. Berdasarkan nilai AIC terkecil dari hasil estimasi *Poisson Hidden Markov Models* dengan menggunakan algoritma *Expectation Maximization* yang didapat ($AIC = 1101,559$), maka *model Poisson Hidden Markov* dengan 3 keadaan tersembunyi merupakan *model* yang optimum untuk estimasi parameter.
2. Dari *model* yang dipilih, *model* terbaik dengan 3 kondisi tersembunyi merupakan *model* terbaik untuk estimasi jumlah gempa, dan estimasi terbaiknya adalah estimasi parameter bahwa rata-rata jumlah gempa yang terjadi dalam sebulan adalah $4.08437 \approx 4$ nilai kejadian.

6.2 Saran

1. Untuk penelitian selanjutnya diharapkan untuk melakukan observasi di setiap wilayah yang rawan terjadinya gempa bumi. Jika data sudah mencukupi 100 tahun, peneliti dapat menggunakan metode analisis “Periode Ulang” gempa bumi.
2. Hasil analisis mengenai prediksi gempa bumi, diharapkan dapat di jadikan pemerintah sebagai acuan rancangan untuk mengambil keputusan mitigasi gempa bumi misalnya dengan melakukan penyesuaian pembangunan gedung tahan gempa yang lebih baik di daerah rawan bencana gempa bumi.

DAFTAR PUSTAKA

- Abott. (2004). *Natural Disaster*. Boston: Higher Education.
- Baco, E., Sauddin, A., & Bakri, N. (2019). *Analisis Persaingan Industri Televisi Berbayar Menggunakan Rantai Markov*. Makasar: Universitas Islam Negeri Alauddin.
- Budiman, A., Nandia, R., & Gunawan, M. T. (2011). *Analisis Periode Ulang Dan Aktivitas Kegempaan Pada Daerah Sumatera Barat Dan Sekitarnya*. Padang: Universitas Andalas.
- Farid, Z. (2015). *Aplikasi Algoritma Viterbi Dalam Hidden Markov Model Untuk Menganalisis Tren Pasar Saham Di Bursa Efek*. Malang: Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
- Herrhyanto Nar, G. T. (2009). *Pengantar Statistika Matematis*. Bandung: Yrama Widya.
- Hidayati, I. (2018). *Implementasi Poisson Hidden Markov Models dan Expectation Maximization Algotihm dalam Pentuan Model terbaik*. Yogyakarta: Universitas Islam Indonesia.
- Hillier, F. S, & Lieberman. (2008). *Introduction to Operation Research*. Yogyakarta: Andi.
- Husein, S. (2016). *Bencana Gempa Bumi*. Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.
- Kadafi, I., Nugroho, S., & Novianti, P. (n.d.). *Aplikasi Rantai Markov Untuk Menentukan Peluang Transisi Curah Hujan*. Bengkulu: Universitas Bengkulu.
- Kusuma, T. A., & Suparman. (2014). *Algoritma Expectation-Maximization(EM) Untuk Estimasi Distribusi Mixture*. Yogyakarta: UAD.

- Langi, Y. (n.d.). *Penentuan Klasifikasi State Pada Rantai Markov Dengan Menggunakan Nilai Eigen Dari Matriks Peluang Transisi*. Manado: Universitas Sam Ratulangi.
- Mulyana, S., Afiahayati, & Surya, W. A. (2008). *Penerapan Hidden Markov Model Dalam Clustering Sequence Protein Globin*. Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.
- Mustakim, Kamila, I., Ramadhan, A., & Irwandi, E. (2018). *Implementasi Algoritma Markov Chains untuk Prediksi Kejadian Bencana Alam di Provinsi Riau*. Riau: Universitas Islam Negeri Sultan Syarif.
- Nandi, S. (2006). *Gempa Bumi*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Nata, T. W., & Puspita, D. (2016). *Aplikasi Komputer dan Pengolahan Data*. Malang: UB Press.
- Ndruru, S. (2014). *Penerapan Rantai Markov Terhadap Perumbuhan Indeks Saham*. Medan: Universitas Sumatera Utara.
- Nurhayati, N. (2014). *Teori Peluang*. Jawa Tengah: (PAM 2231)-Unsoed.
- Pertiwi, Y. I., Nugroho, S., & Agustina, D. (n.d.). *ANALISIS RANTAI MARKOV UNTUK MENGETAHUI PELUANG*. Bengkulu: UNIB.
- R. Rabiner, Lawrence. (n.d.). A Tutorial on *Hidden Markov Models* and Selected. In 1989 (pp. Vol. 77, No. 2). IEEE.
- Saputra, D. R. (2018). *Penggunaan Rantai Markov Pada Perhitungan Persediaan Barang Menggunakan Peluang Steady-State*. Bandar Lampung: Universitas Lampung.
- Sunarjo, Gunawan, M. T., & Pribadi, S. (2012). *Gempa Bumi Indonesia Edisi Populer*. Jakarta: Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika.
- Supranto, J. (2009). *Statistik Teori dan Aplikasi*. Jakarta: Erlangga.

- Suryandaru, R. (2015). *Estimasi Model Terbaik Banyaknya Gempa Bumi Menggunakan Poisson Hidden Markov Models dan Algoritma EM*. Jakarta: Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah.
- Syarifuddin, Irma, & Sukarna. (2014). *Aplikasi Analisis Rantai Markov Untuk Memprediksi Status Pasien Rumah Sakit Umum Daerah Kabupaten Barru*. Makassar: Universitas Negeri Makassar.
- Walpole, R. E. (1993). *Pengantar Statistika*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.
- Zucchini, Iain, & McDonald. (2009). *Hidden Markov Models for Time Series*. London: CRC Press.



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Banyaknya Kejadian Gempa Bumi Tahun 2005-2020

Bulan	Banyak Kejadian		
February-2005	3	July-2007	6
March-2005	0	August-2007	7
April-2005	3	September-2007	18
May-2005	1	October-2007	10
June-2005	2	November-2007	9
July-2005	6	December-2007	7
August-2005	1	January-2008	5
September-2005	1	February-2008	11
October-2005	1	March-2008	3
November-2005	2	April-2008	1
December-2005	1	May-2008	5
January-2006	1	June-2008	10
February-2006	4	July-2008	5
March-2006	1	August-2008	2
April-2006	4	September-2008	2
May-2006	7	October-2008	4
June-2006	0	November-2008	5
July-2006	12	December-2008	7
August-2006	3	January-2009	14
September-2006	5	February-2009	2
October-2006	2	March-2009	3
November-2006	0	April-2009	10
December-2006	7	May-2009	3
January-2007	5	June-2009	15
February-2007	2	July-2009	13
March-2007	2	August-2009	23
April-2007	0	September-2009	14
May-2007	4	October-2009	18
June-2007	5	November-2009	9
		December-2009	10
		January-2010	14

February-2010	10
March-2010	8
April-2010	6
May-2010	14
June-2010	10
July-2010	12
August-2010	11
September-2010	11
October-2010	12
November-2010	17
December-2010	6
January-2011	11
February-2011	8
March-2011	8
April-2011	8
May-2011	14
June-2011	7
July-2011	10
August-2011	14
September-2011	6
October-2011	5
November-2011	8
December-2011	7
January-2012	2
February-2012	5
March-2012	4
April-2012	16
May-2012	5
June-2012	7
July-2012	8
August-2012	7
September-2012	14
October-2012	10
November-2012	10
December-2012	4
January-2013	4

February-2013	6
March-2013	4
April-2013	7
May-2013	7
June-2013	8
July-2013	10
August-2013	8
September-2013	2
October-2013	10
November-2013	3
December-2013	6
January-2014	6
February-2014	1
March-2014	13
April-2014	6
May-2014	3
June-2014	2
July-2014	4
August-2014	1
September-2014	6
October-2014	3
November-2014	6
December-2014	5
January-2015	6
February-2015	4
March-2015	4
April-2015	6
May-2015	5
June-2015	4
July-2015	5
August-2015	5
September-2015	2
October-2015	7
November-2015	7
December-2015	6
January-2016	6

February-2016	3
March-2016	7
April-2016	6
May-2016	4
June-2016	10
July-2016	6
August-2016	6
September-2016	4
October-2016	1
November-2016	4
December-2016	2
January-2017	3
February-2017	7
March-2017	8
April-2017	2
May-2017	8
June-2017	2
July-2017	8
August-2017	7
September-2017	3
October-2017	4
November-2017	1
December-2017	2
January-2018	5
February-2018	3
March-2018	3
April-2018	3
May-2018	6
June-2018	12
July-2018	8

August-2018	35
September-2018	8
October-2018	24
November-2018	8
December-2018	10
January-2019	25
February-2019	21
March-2019	11
April-2019	10
May-2019	6
June-2019	16
July-2019	9
August-2019	2
September-2019	12
October-2019	17
November-2019	27
December-2019	9
January-2020	11
February-2020	15
March-2020	8
April-2020	6
May-2020	2
June-2020	8
July-2020	8
August-2020	21
September-2020	5
October-2020	17
November-2020	32
December-2020	3

Lampiran 2. Kode Komputasi Peluang Forward & Bakward PHMMs di aplikasi

RStudio

```
pois.HMM.lalphabeta <- function(x,m,lambda,gamma,delta=NULL)
{
  if(is.null(delta))delta<-solve(t(diag(m)-gamma+1),rep(1,m))
  n <- length(x)
  lalpha <- lbeta <- matrix(NA,m,n)
  allprobs <- outer(x,lambda,dpois)
  foo <- delta*allprobs[1,]
  sumfoo <- sum(foo)
  lscale <- log(sumfoo)
  foo <- foo/sumfoo
  lalpha[,1] <- log(foo)+lscale
  for (i in 2:n)
  {
    foo <- foo %*% gamma*allprobs[i,]
    sumfoo <- sum(foo)
    lscale <- lscale+log(sumfoo)
    foo <- foo/sumfoo
    lalpha[,i] <- log(foo)+lscale
  }
  lbeta[,n] <- rep(0,m)
  foo <- rep(1/m,m)
  lscale <- log(m)
  for (i in (n-1):1)
  {
    foo <- gamma %*% (allprobs[i+1,]*foo)
    lbeta[,i] <- log(foo)+lscale
    sumfoo <- sum(foo)
    foo <- foo/sumfoo
    lscale <- lscale+log(sumfoo)
  }
  list(la=lalpha,lb=lbeta)
}
```

الجامعة الإسلامية
بالتبليغ

Lampiran 3. Kode Komputasi Algoritma EM di aplikasi RStudio

```
pois.HMM.EM <- function(x,m,lambda,gamma,delta,
                        maxiter=1000,tol=1e-6,...)
{
  n          <- length(x)
  lambda.next <- lambda
  gamma.next  <- gamma
  delta.next  <- delta
  for (iter in 1:maxiter)
  {
    lallprobs <- outer(x,lambda,dpois,log=TRUE)
    fb <- pois.HMM.lalphabeta(x,m,lambda,gamma,delta=delta)
    la <- fb$la
    lb <- fb$lb
    c <- max(la[,n])
    llk <- c+log(sum(exp(la[,n]-c)))
    for (j in 1:m)
    {
      for (k in 1:m)
      {
        gamma.next[j,k] <- gamma[j,k]*sum(exp(la[j,1:(n-1)]+
lallprobs[2:n,k]+lb[k,2:n]-llk))
      }
      lambda.next[j] <- sum(exp(la[j,]+lb[j,]-llk)*x)/
        sum(exp(la[j,]+lb[j,]-llk))
    }
    gamma.next <- gamma.next/apply(gamma.next,1,sum)
    delta.next <- exp(la[,1]+lb[,1]-llk)
    delta.next <- delta.next/sum(delta.next)
    crit <- sum(abs(lambda-lambda.next)) +
      sum(abs(gamma-gamma.next)) +
      sum(abs(delta-delta.next))
    if(crit<tol)
    {
      np <- m*m+m-1
      AIC <- -2*(llk-np)
      BIC <- -2*llk+np*log(n)
      return(list(lambda=lambda,gamma=gamma,delta=delta,
                  mllk=-llk,AIC=AIC,BIC=BIC))
    }
    lambda <- lambda.next
    gamma <- gamma.next
    delta <- delta.next
  }
  print(paste("No convergence after",maxiter,"iterations"))
  NA}

```