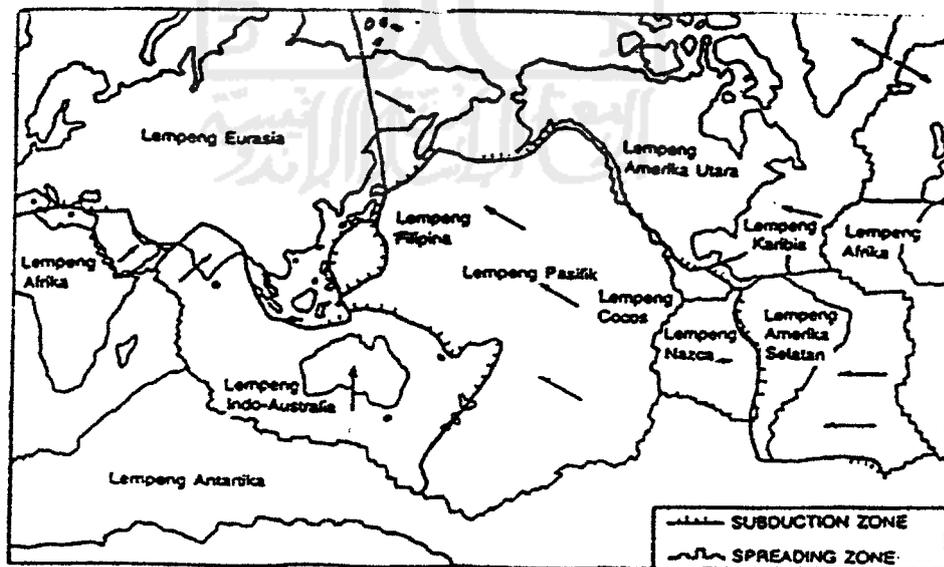


BAB III

LANDASAN TEORI

3.1. Beban Gempa Bumi

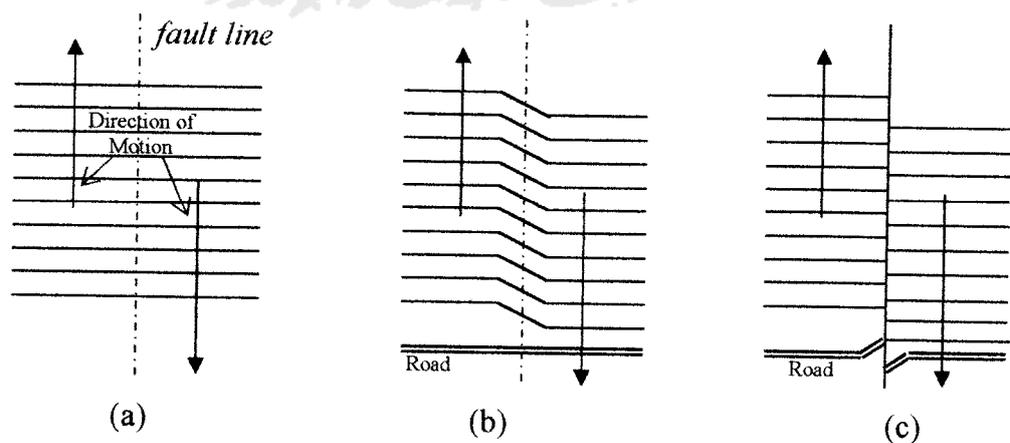
Gempa bumi terjadi karena adanya kerusakan kerak bumi yang terjadi secara tiba-tiba yang umumnya diikuti dengan terjadinya patahan/sesar (*fault*). Timbulnya patahan atau sesar tersebut karena adanya gerakan plat-plat tektonik/lapis kerak bumi yang saling bertumbukan, bergeser atau saling menyusup satu dengan yang lain (subdaksi). Struktur batuan/tanah akan patah/rusak secara tiba-tiba bila batuan tersebut sudah tidak dapat menahan akumulasi energi/tegangan yang terjadi (Widodo, 1999).



Gambar 3.1. Hubungan Antara Lokasi Gempa dan Geometri Plat Tektonik (Widodo, 1999)

Tegangan geser dan tegangan lentur tersebut terjadi karena plat-plat tektonik bergerak menurut arahnya masing-masing. Patahan (*fault*) terjadi umumnya berupa suatu bidang (yang belum tentu merata dan teratur bentuknya) dengan luasan tertentu.

Para ahli berpendapat bahwa bentuk dan luas bidang patahan berpengaruh terhadap karakter getaran gempa yang ditimbulkan. Bidang patahan dapat terjadi sampai permukaan tanah walaupun hanya terjadi didalam tanah. Seorang peneliti dari Inggris menjelaskan mekanisme terjadinya gempa bumi melalui suatu teori yang disebut *Elastic Rebound Theory*. Gambar 3.2.a menunjukkan suatu kondisi tanah yang belum mengalami tegangan. Sedangkan Gambar 3.2.b menggambarkan adanya suatu gerakan kerak bumi dari tampak atas maupun tampak samping yang mulai menimbulkan tegangan. Tegangan tanah tersebut akan menyebabkan terjadinya akumulasi energi manakala gerakan kerak bumi terus berlanjut. Gambar 3.2.c adalah patahan yang terjadi bila batuan kerak bumi sudah tidak dapat menahan tegangan yang terjadi, batuan rusak/pecah maka terjadilah patahan.

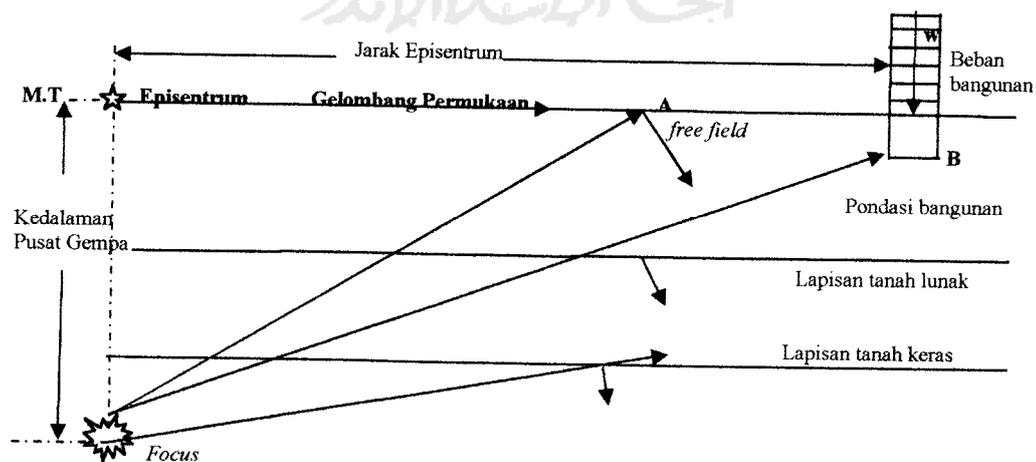


Gambar 3.2. Gempa Bumi menurut *Elastic Rebound Theory* (Widodo,2001)

Setelah terjadinya patahan/kerusakan batuan pada peristiwa gempa bumi, maka energi yang selama ini terakumulasi kemudian dipancarkan ke segala arah. Energi mekanik akibat batuan yang patah/pecah kemudian diubah menjadi energi gelombang. Hal ini seperti suatu benda yang dijatuhkan ke dalam air. Energi mekanik yang terjadi karena tumbukan antara benda dengan air kemudian diubah menjadi energi gelombang yang menyebar ke segala arah. Energi gelombang akibat gempa akan melewati massa batuan/tanah yang mempunyai kondisi geologi yang berbeda-beda antara tempat yang satu dengan tempat yang lain. Oleh karena itu, rekaman percepatan tanah akibat gempa di beberapa tempat akan berbeda-beda walaupun yang dicatat adalah gempa yang sama.

3.1.1. Rambatan gelombang gempa dan percepatan tanah yang ditinjau

Getaran energi gempa yang berasal dari pusat gempa (fokus gempa) diteruskan ke segala arah melalui lapisan batuan/tanah sebagai media penghantar. Secara skematis, energi gempa tersebut dapat digambarkan dengan Gambar 3.3.



Gambar 3.3. Rambatan Gelombang Gempa (As'at 2003)

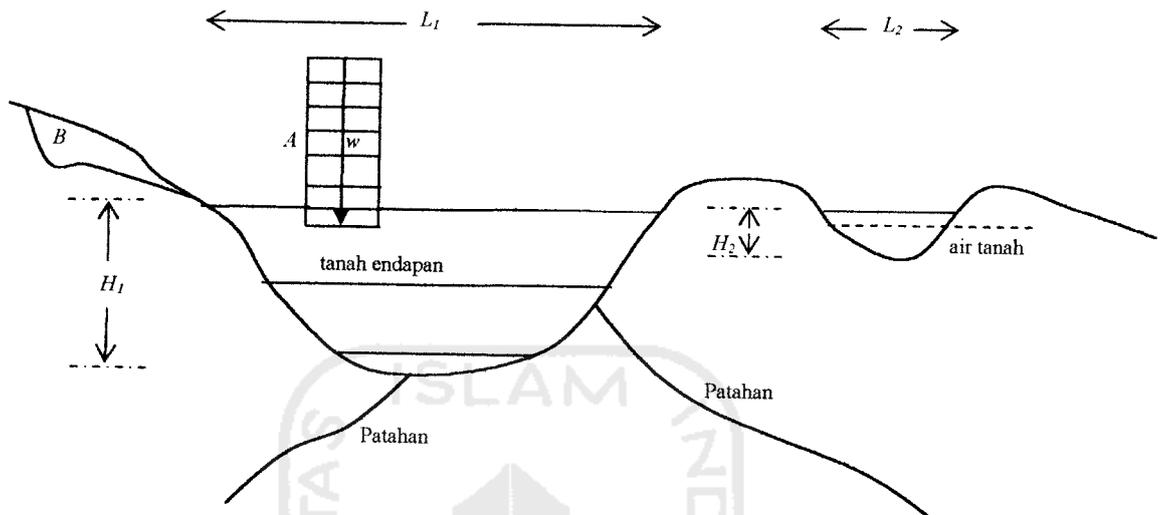
Gelombang gempa yang merambat dari pusat gempa (*focus*) sampai pada permukaan tanah (titik A) atau dibawah fondasi bangunan (titik B) akan melewati kondisi tanah/geologi tertentu. Media tanah yang dilewati gelombang gempa akan berfungsi sebagai filter/peredam getaran gelombang.

Pada Gambar 3.3 percepatan gelombang gempa yang sampai pada permukaan tanah *free field* (titik A) akan berbeda pada percepatan yang sampai pada bawah fondasi bangunan (titik B) karena pada titik B terdapat massa bangunan (w) yang akan mempengaruhi kekakuan tanah tersebut. Percepatan tanah yang sampai pada titik B akan mengalami amplifikasi atau deamplifikasi percepatan tanah bila dibandingkan pada titik A, hal ini tergantung kondisi karakteristik tanah dibawah fondasi bangunan. Oleh karena itu dalam perencanaan bangunan gedung, percepatan tanah yang ditinjau adalah pada titik B yaitu tepat dibawah pondasi bangunan (Arif dan Farkhan, 2000).

3.1.2. Kondisi geologi dan tanah setempat

Permukaan tanah pada kondisi tanah bebas (*free field*) merupakan bahan endapan tanah pada kerak bumi yang telah terbentuk sangat lama dan bertahap sehingga membentuk lapisan di atas tanah keras (*base rock*). Kondisi geologi dan tanah setempat sangat mempengaruhi gerakan permukaan tanah saat terjadi gempa. Karakteristik lapisan-lapisan endapan tanah tersebut mempunyai pengaruh yang harus diperhitungkan terhadap getaran energi gempa yang melaluinya. Oleh karena itu dalam perencanaan bangunan tahan gempa mengenal kondisi tanah dibawah bangunan adalah mutlak diperlukan.

Untuk mengetahui perilaku tanah endapan akibat gempa pada suatu daerah, adalah seperti pada gambar dibawah ini.



Gambar 3.4. Potongan Memanjang Tanah (Widodo, 1999)

Menurut Widodo (1999) mengatakan bahwa tanah endapan yang terletak diatas lapisan tanah keras mempunyai perilaku tersendiri apabila gempa terjadi. Dari gambar diatas yang mempengaruhi respon tanah endapan tersebut adalah :

1. Panjang tanah endapan (L_1 dan L_2).

Semakin panjang/luas tanah endapan di atas lapisan tanah keras (L_1) maka di antara respon tanah endapan dan respon tanah keras akan semakin berbeda.

2. Kedalaman tanah endapan (H_1 dan H_2).

Semakin dalam lapisan tanah endapan, maka semakin besar periode getar (T) lapisan tanah permukaan. Tanah yang tidak padat tentunya mempunyai kekakuan (k) yang relatif tidak besar, dan sebaliknya. Dari kondisi tersebut maka untuk tanah permukaan yang semakin tidak padat dan H_1 semakin

akan menghasilkan kekakuan yang relatif lebih kecil, sehingga menurut teori getaran, yang dirumuskan dengan Persamaan 3.1 dan 3.2 akan menghasilkan frekuensi alam yang lebih kecil dan periode getar yang lebih besar.

$$\omega = \lambda \sqrt{\frac{k}{m}} \dots\dots\dots(3.1)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \dots\dots\dots(3.2)$$

dimana,

ω = frekuensi alam m = massa

k = kekakuan λ = notasi *eigenvalues*

Dengan demikian apabila periode getar besar, dan nilai frekuensi alam kecil maka menurut teori getaran simpangan horizontal dan percepatan permukaan tanah akan menjadi lebih besar. Sedangkan endapan tanah yang semakin tebal, akan memungkinkan pembesaran respon tanah.

3. Perubahan jenis tanah.

Bila bangunan terletak pada dua atau lebih jenis tanah yang berbeda (misalnya bangunan A pada Gambar 3.4) maka respon yang timbul tidak akan sama sepanjang bangunan.

4. Keadaan topografi (ciri-ciri fisik tanah) dan geologi lapisan tanah.

Pada lapisan tanah keras/lapisan batu kadang-kadang juga tidak seragam, dan ada kemungkinan adanya patahan pada lapisan tanah keras tersebut.

5. Kandungan air tanah.

Kandungan air tanah mempunyai pengaruh positif terhadap runtuhnya tanah (terutama tanah deposit pada lereng). Kandungan air tanah yang berlebihan

akan mengurangi daya dukung tanah, sehingga tanah menjadi mudah tidak stabil apabila dibebani beban gempa dan akan mengalami peristiwa likuifaksi bila tekanan air pori terus meningkat.

6. Pengaruh jenis tanah.

Gerakan permukaan tanah akan berbeda satu sama lain walaupun letaknya relatif berdekatan apabila jenis tanahnya berbeda juga. Pada tanah lempung yang lunak, percepatan tanah lebih besar dari pada tanah lempung yang lebih keras. Menurut Vucetic & Dobry (1991) tanah yang lebih lunak memberikan efek respon yang lebih besar dari pada tanah yang lebih keras.

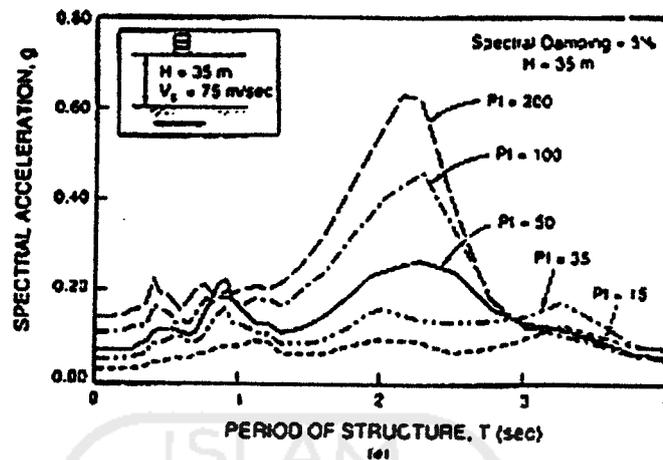
3.1.3. Faktor amplifikasi gempa pada tanah endapan

Widodo (1999) menjelaskan bahwa selain kondisi geologi tanah endapan ada beberapa faktor yang mempengaruhi amplifikasi, diantaranya adalah indeks plastisitas (PI), kedalaman lapisan tanah, dan kandungan frekuensi getaran gempa.

a. Indeks plastisitas

Penelitian yang pernah dilakukan oleh Vucetic & Dobry (1991) menyimpulkan bahwa respon tanah akibat gempa akan semakin besar pengaruhnya pada tanah yang lunak. Tanah yang lunak adalah tanah yang memiliki indeks plastisitas (PI) yang tinggi dan bersifat elastis. Karena sifat ke-elastisitasnya yang tinggi maka kapasitas menahan beban geser akan berkurang akibat dari berkurangnya redaman material butir-butir tanah dalam menahan beban getaran gempa yang bersifat siklik. Maka percepatan tanah yang sampai

pada muka tanah asli akan membesar (amplifikasi). Sebagaimana terlihat pada Gambar 3.5.(Vucetic & Dobry, 1991).



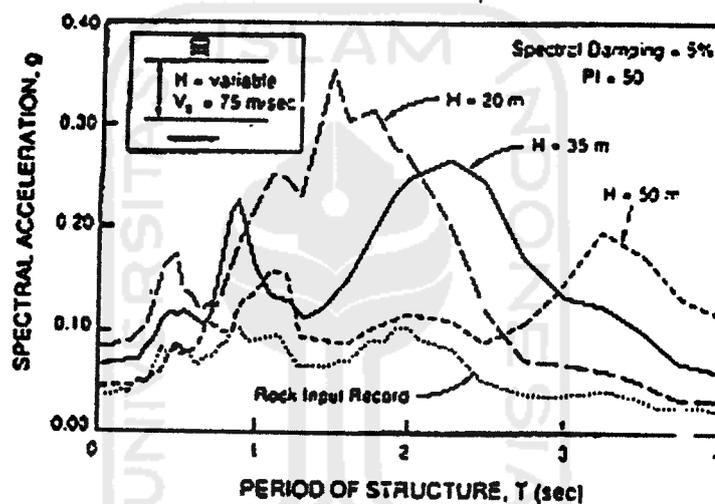
Gambar 3.5. Pengaruh Prosentase Indeks Plastisitas Terhadap Percepatan

b. Kedalaman tanah endapan

Faktor yang kemudian saling terkait dengan indeks plastisitas adalah kedalaman tanah endapan. Para peneliti pernah menyimpulkan bahwa kerusakan bangunan gedung akibat gempa semakin besar terlihat pada daerah yang memiliki kedalaman tanah endapan ≥ 100 meter jika dibandingkan dengan daerah yang memiliki kedalaman tanah endapan < 90 meter. Sebagai anggapan bila tanah endapan tersebut adalah lunak maka kekakuan struktur tanah akan kecil, semakin dalam tanah endapan tersebut maka akan semakin elastis pada saat menerima beban siklik. Seperti pada Persamaan 3.1, bila kekakuan geser tanah (k) kecil maka frekuensi alam (ω) akan mengecil, pada Persamaan 3.2 dengan mengecilnya frekuensi alam (ω) akan memperbesar waktu getar tanah (T).

Widodo (1999) menjelaskan bila waktu getar tanah endapan (T) meningkat maka akan berkecendrungan terjadinya amplifikasi getaran struktur

(resonansi) pada bangunan-bangunan tinggi. Peristiwa resonansi akan mengakibatkan simpangan struktur menjadi sangat besar sehingga akan menyebabkan kerusakan yang lebih hebat terhadap bangunan. Pada Gambar 3.6. terlihat percepatan tanah yang tinggi tidak mempengaruhi kerusakan struktur bangunan pada ketebalan tanah endapan yang tinggi juga, melainkan percepatan tanah yang rendah dengan ketebalan tanah endapan tinggi yang akan merusak bangunan diatas tanah.



Gambar 3.6. Pengaruh Kedalaman Lapisan Tanah Endapan Terhadap Percepatan (Vucetic & Dobry, 1991)

c. Kandungan frekuensi getaran gempa

Getaran gempa merambat melalui media tanah endapan dari tanah dasar (*base rock*) sampai ke permukaan tanah. Tanah yang dilalui rambatan gempa akan meredam frekuensi getaran gempa yang sampai pada permukaan tanah tersebut. Bila percepatan tanah mengalami peningkatan nilai maksimumnya,

maka frekuensi getaran yang sampai pada permukaan tanah akan menurun seiring juga dengan naiknya kecepatan tanah. Frekuensi getaran gempa yang menurun maka akan menyebabkan periode getar (T) tanah naik. Pada bangunan-bangunan yang tinggi periode getar struktur juga tinggi, sehingga akan mendekati periode getar tanah. Menurut Widodo (1999), resonansi akan terjadi bila periode getar struktur bangunan dan tanah berdekatan/sama yang akan menyebabkan simpangan struktur bangunan membesar dan berakibat keruntuhan pada bangunan tinggi.

3.2. Karakteristik Statik dan Dinamik Tanah

Dalam meneliti pengaruh kondisi tanah endapan terhadap getaran gempa yang merambat maka perlu ditelaah lebih lanjut tentang karakteristik statik dan dinamik tanah tersebut.

3.2.1. Karakteristik statik

Karakteristik statik tanah adalah karakteristik umum yang dimiliki tanah, berupa tanah pasir (non-kohefif) dan tanah kohefif. Pada kondisi tanah sebenarnya yang dijumpai adalah perpaduan antara tanah pasir (non-kohefif) dan tanah kohefif ($c-\phi$ soils) tetapi dalam analisisnya tanah dianggap murni pasir atau murni kohefif, anggapan ini untuk menyederhanakan perhitungan dengan menggunakan rumusan yang telah ada (Widodo, 1999).

a. Tanah pasir (*cohesionless soils*)

Tanah pasir (non-koheusif) adalah tanah yang tidak mempunyai kohesi ($c=0$), pada saat terjadi gempa butir-butir pasir dapat memadat ataupun bahkan mengembang. Butir-butir pasir bersifat kasar maka tahanan geser tanah pasir bertambah sehingga akan menambah pula sudut gesek alamnya. Faktor-faktor yang mempengaruhi kuat geser tanah pasir yaitu : ukuran butir, kekerasan butiran, angka pori, distribusi ukuran butir, dan bentuk butiran.

Dari faktor-faktor yang mempengaruhi kuat geser tanah pasir tersebut, yang paling mempengaruhi adalah nilai angka pori (e), dimana angka pori akan berpengaruh terhadap kerapatan relatif (D_r). Pada pengujian geser langsung maupun triaksial pada suatu sampel tanah, bila angka pori rendah ($e \ll$) dan kerapatan relatif tinggi ($D_r \gg$), maka nilai sudut gesek alam (ϕ) akan tinggi juga. Nilai sudut gesek alam pasir adalah nilai statik yang sangat diperlukan dalam analisis getaran tanah akibat gempa. Menurut Das (1993) apabila terjadi gempa bumi maka nilai sudut gesek alam akan berkurang sehingga akan mempengaruhi daya dukung tanah tersebut.

b. Tanah kohesif (*cohesion soils*)

Tanah kohesif adalah tanah yang memiliki nilai kohesi ($c \neq 0$), menurut Das (1994) ukuran butir tanah kohesif sangat kecil dimana ukuran butirnya $\leq 0,05$ mm. Das juga mengkalsifikasikan diameter ukuran butir :

Sand-size : 2,0 – 0,05 mm

Silt-size : 0,05 – 0,002 mm

Clay-size : $\leq 0,002$ mm

Dari ukuran butir diatas maka dalam penelitian ini tanah lumpur (*silt*) dan tanah lempung (*clay*) dapat dikategorikan sebagai tanah kohesif. Selain itu hasil uji laboratorium, tanah lumpur (*silt*) memiliki nilai indeks plastisitas (*PI*) yang tinggi dan bersifat kohesif ($c \neq 0$). Sifat kohesif inilah yang membedakan antara tanah pasir dan tanah kohesif (*lempung* dan *silt*).

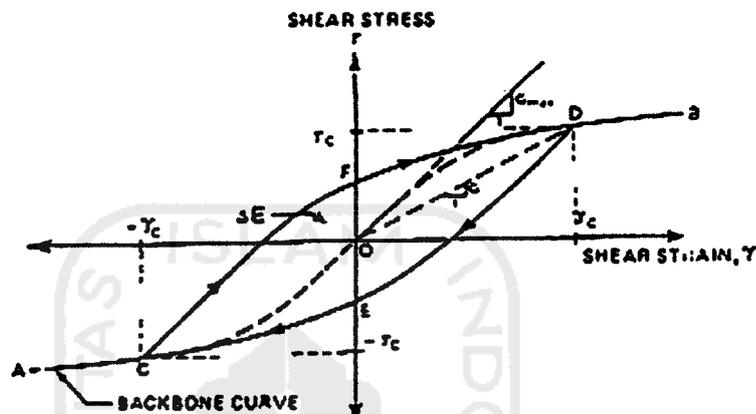
3.2.2. Karakteristik dinamik

Perilaku suatu elemen tanah pada kedalaman tertentu akibat getaran gelombang gempa mengakibatkan elemen tanah tersebut berubah-ubah bentuk akibat adanya gaya geser bolak-balik. Karakteristik dinamik tanah terdiri dari parameter-parameter kekuatan tanah dalam menahan gaya geser gempa yaitu modulus geser (G) dan rasio redaman (C).

a. Modulus geser tanah (G)

Beban geser siklik (*bolak-balik*) pada suatu elemen tanah akan menyebabkan timbulnya perubahan bentuk yang ditandai timbulnya regangan relatif (*relative displacement*) diantara sisi atas dan sisi bawahnya. Derajat regangan inilah yang umumnya disebut dengan regangan geser (*shear strain*, γ^s). Akibat beban geser ini juga akan menimbulkan suatu perlawanan dari elemen tanah tersebut pada suatu luas bidang geser tertentu yang dinyatakan dengan tegangan geser (*shear stress*, τ). Menurut Das (1993) modulus geser adalah perbandingan tegangan geser dengan regangan geser tanah, seperti yang di tunjukan pada Gambar 3.7.

Modulus geser akan menurun di saat regangan geser meningkat, jadi di saat regangan geser bernilai sangat rendah (berkisar antara 10^{-6}) maka nilai modulus geser adalah berada pada maksimum ($G = G_{max}$) dengan demikian G_{max} adalah modulus geser pada kondisi tanah yang masih elastis.



Gambar 3.7. Hubungan antara Tegangan Geser dengan Regangan Geser Tanah (Das,1993)

Modulus geser tanah (G) dipengaruhi oleh beberapa faktor yaitu : tegangan kekang efektif tanah “*effective confining pressure*” ($\bar{\sigma}_o$), derajat konsolidasi (OCR), angka pori (e), yang besarnya dapat dirumuskan melalui suatu persamaan empirik dalam unit satuan internasional (SI).

- 1) Nilai modulus geser maksimum untuk tanah lempung dan silt (kg/cm^2),

$$G_{\max} = 331ocr^k \frac{(2,973 - e)^2}{(1 + e)} \cdot \bar{\sigma}_o^{-0.5} \dots\dots\dots(3.3)$$

dalam penelitian ini tanah lumpur (*silt*) dapat dikategorikan sama seperti lempung dan k_r (koefisien tanah) dipengaruhi oleh prosentase indeks plastisitas (PI) yaitu,

Tabel 3.1 Nilai PI dan nilai k_t (Braja M. Das, 1993)

Indeks Plastisitas (%)	k_t
0	0
20	0,18
40	0,30
60	0,41
80	0,48
≥ 100	0,50

2) Nilai modulus geser maksimum (G_{max}) untuk tanah pasir (kg/cm^2) dengan $e < 0,80$ dapat diperoleh dengan Persamaan 3.4 atau 3.5.

a) Pasir bersih berbutir halus (kg/cm^2).

$$G_{max} = 700 \frac{(2,17 - e)^2}{(1 + e)} \bar{\sigma}_o^{0.5} \dots\dots\dots(3.4)$$

b) Pasir bersih berbutir tajam (kg/cm^2).

$$G_{max} = 326 \frac{(2,97 - e)^2}{(1 + e)} \bar{\sigma}_o^{0.5} \dots\dots\dots(3.5)$$

Menurut Das (1993), suatu sampel elemen tanah bila di bebani maka tegangan tanah tersebut berada pada kondisi dimana $\bar{\sigma}_1 \neq \bar{\sigma}_2 \neq \bar{\sigma}_3$, sehingga dicari nilai rata-rata untuk mendapatkan nilai $\bar{\sigma}$ yang efektif. Untuk itu nilai tegangan kekang efektif ($\bar{\sigma}_o$) diperoleh dengan rumus rata-rata :

$$\bar{\sigma}_o = \frac{(\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3)}{3} \dots\dots\dots(3.6)$$

dimana :

– untuk tanah dengan satu lapisan

$$\bar{\sigma}_1 = \gamma_t \cdot H \dots\dots\dots(3.7)$$

$$\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_3 = k_o \cdot \bar{\sigma}_1 \dots\dots\dots(3.8)$$

- untuk tanah berlapis banyak

$$\bar{\sigma}_{1n} = \gamma_{ti} \cdot H_i + \bar{\sigma}_{1(n-1)} \quad \dots\dots\dots(3.9)$$

$$\bar{\sigma}_{2n} = \bar{\sigma}_{3n} = k_o \cdot \bar{\sigma}_{1n} \quad \dots\dots\dots(3.10)$$

keterangan :

e = angka pori.

$\bar{\sigma}_o$ = tegangan kekang efektif (kg/cm^2).

OCR = *over consolidation ratio*.

k_t = koefisien tanah (Tabel 3.1).

$\bar{\sigma}_1$ = tegangan vertikal efektif (kg/cm^2)

$\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_3$ = tegangan horizontal efektif (kg/cm^2)

n = lapisan ke-1,2,3,...

γ_t = berat volume tanah efektif (kg/cm^3)

PI = indeks plastisitas (%)

H = tebal lapisan tanah (cm)

Das (1993) menjelaskan bahwa nilai k_o adalah koefisien tekanan horizontal tanah saat diam dapat dilihat Persamaan 3.11 s/d 3.14.

- a) k_o untuk tanah pasir

Besarnya k_o untuk tanah pasir dapat menggunakan Persamaan 3.11, dimana ϕ adalah nilai sudut geser dalam pasir.

$$k_o = 1 - \sin \phi' \quad \dots\dots\dots(3.11)$$

Sedangkan untuk pasir kondisi *over consolidated (OCR)*, dinyatakan dengan Persamaan 3.12, dimana h adalah nilai eksponen empiris yang

berkisar antara 0,4 - 0,5 dan dapat mencapai 0,6 untuk pasir sangat padat.

$$k_o' = k_o (OCR)^h \dots\dots\dots(3.12)$$

b) k_o untuk tanah lempung

Nilai k_o untuk tanah lempung *normally consolidated* diberikan dalam Persamaan 3.13 dan 3.14.

$$k_o = 0,40 + 0,007 (PI) \text{ untuk } 0\% \leq PI \leq 40\% \dots\dots\dots(3.13)$$

$$k_o = 0,68 + 0,001 (PI) \text{ untuk } 40\% \leq PI \leq 80\% \dots\dots\dots(3.14)$$

Sedangkan untuk lempung pada kondisi tanpa pembebanan (*unloading*) dan pembebanan (*preloading*) nilai k_o diberikan seperti Persamaan 3.8 dengan nilai $h = 0,4$ untuk $PI = 20\%$ adalah sedang untuk $PI = 80\%$ nilai $h = 0,32$.

Untuk mencari besarnya nilai modulus geser (G) dengan cara manual dapat digunakan grafik hubungan modulus geser tanah dengan regangan geser tanah pada Gambar 3.8 dengan berbagai variasi nilai Indeks Plastisitas (Vucetic & Dobry,1991). Namun jika akan menggunakan bantuan program komputer akan dihitung secara *looping* (berulang-ulang untuk setiap iterasinya) maka grafik tidak dapat digunakan. Sehingga digunakan rumus pendekatan pada Persamaan 3.15 (Widodo, 1999), dimana nilai-nilai koefisien tanah k , koefisien berat volume γ_h dan koefisien α dapat diambil dari Tabel 3.2.

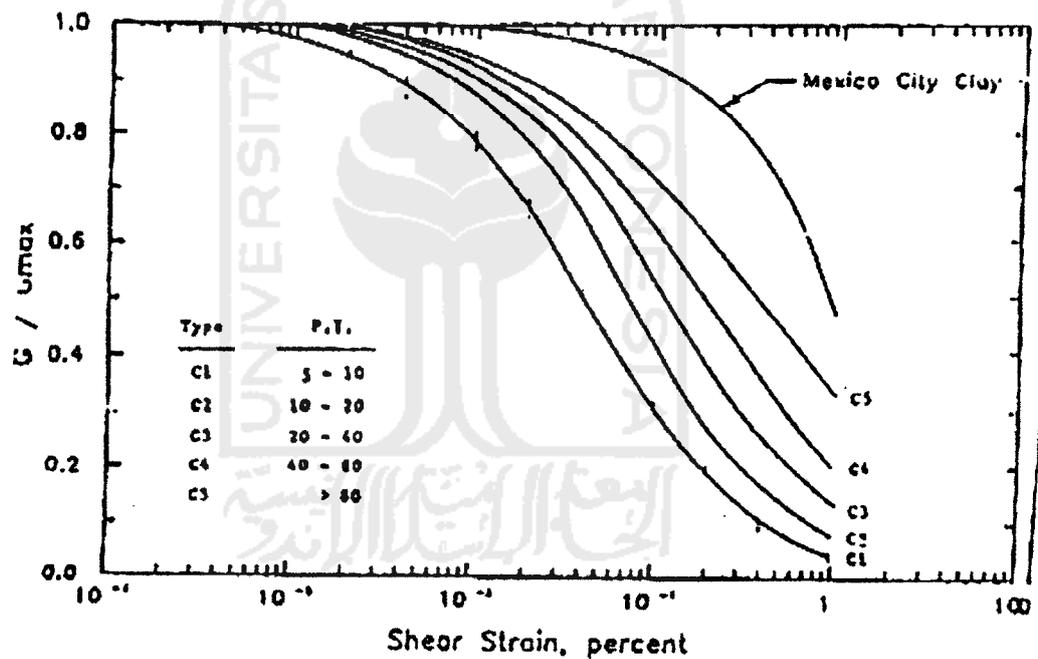
$$\frac{G}{G_{max}} = \frac{I}{I + \alpha \left\{ \frac{\gamma_s^\alpha}{\gamma_h} \right\}}$$

menjadi,

$$G = \frac{I}{1 + \alpha \left\{ \frac{\gamma^s \alpha}{a} \right\} \left\{ \frac{\gamma_h}{\gamma_h} \right\}} \times G_{max} \quad \dots\dots\dots(3.15)$$

Tabel 3.2. Nilai PI , k_t , γ_h , dan α (Widodo, 1999)

Type	Indeks Plastisitas (%)	k_t	γ_h	α
c ₁	5 – 9	0	0,04	1,00
c ₂	10 – 19	0,18	0,07	1,00
c ₃	20 – 39	0,30	0,12	0,95
c ₄	40 – 79	0,41	0,20	0,87
c ₅	80 - 99	0,48	0,38	0,75
Mexico	≥ 100	0,50	1,10	0,97



Gambar 3.8. Nilai G/G_{max} untuk Nilai Regangan Geser Tertentu pada Semua Jenis Tanah (Vucetic & Dobry,1991)

b. Damping rasio

Redaman merupakan peristiwa penyerapan energi (*energy dissipation*) suatu elemen tertentu yang diakibatkan adanya beban geser terhadap partikel-

partikel elemen tersebut. Parameter redaman pada tanah disebut damping rasio (C), Das (1993) mengklasifikasikan rumusan empirik damping rasio maksimum berdasarkan jenis tanahnya yaitu :

a) Pasir kering bersih

$$C_{max} = 33 - 1,5 (\log N) \dots\dots\dots(3.16)$$

b) Pasir basah bersih

$$C_{max} = 28 - 1,5 (\log N) \dots\dots\dots(3.17)$$

c) Lanau

$$C_{max} = 26 - 4 \bar{\sigma}_o^{0.5} + 0,7f^{0.5} - 1,5 (\log N) \dots\dots\dots(3.18)$$

d) Lempung/kohesif

$$C_{max} = 31 - (3 + 0,03f) \bar{\sigma}_o^{0.5} + 1,5f^{0.5} - 1,5 (\log N) \dots\dots\dots(3.19)$$

Dimana : $f = 1/T =$ frekuensi alam (putaran per detik, cps).

$N =$ Nilai siklik equivalen saat $0,65\tau_{max}$

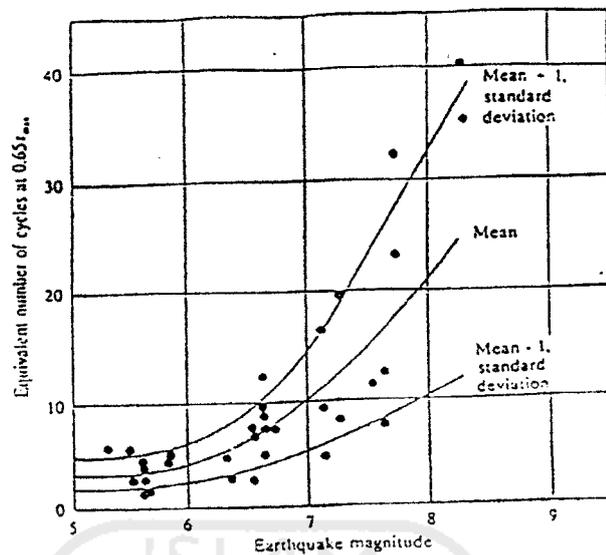
Untuk mencari besarnya nilai N dengan cara manual dapat digunakan grafik pada Gambar 3.9. Tetapi untuk rumus pendekatan dapat digunakan rumus pada Persamaan 3.20, dengan mengambil nilai N rata-rata (Seed & Idriss, 1975).

$$N = 0,0387 e^{0,7876.M} \dots\dots\dots(3.20)$$

dimana :

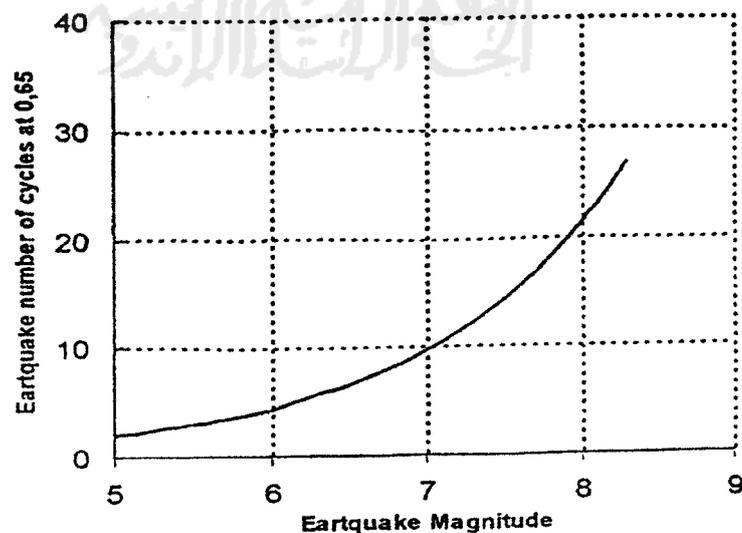
$M =$ Magnitudo gempa (dalam satuan Richter).

$e =$ Nilai eksponensial.



Gambar 3.9. Nilai N Equivalent (Seed & Idriss, 1975)

Menurut As'at (2003) dari Persamaan 3.20 tersebut bila dibuat grafiknya akan menghasilkan grafik yang hampir sama dengan grafik Gambar 3.9. Nilai N Equivalent (Seed & Idriss, 1975). Grafik pendekatan tersebut disajikan pada Gambar 3.10. Dengan demikian Persamaan 3.20 dapat digunakan sebagai persamaan pendekatan.



Gambar 3.10. Pendekatan Nilai N (As'at, 2003)

c. Hubungan antara damping rasio dan modulus geser

Menurut Das (1993) hubungan antara damping rasio (C) tanah dengan modulus geser (G) tanah adalah seperti pada persamaan berikut ini :

$$C = C_{max} \left(1 - \frac{G}{G_{max}} \right) \dots\dots\dots(3.21)$$

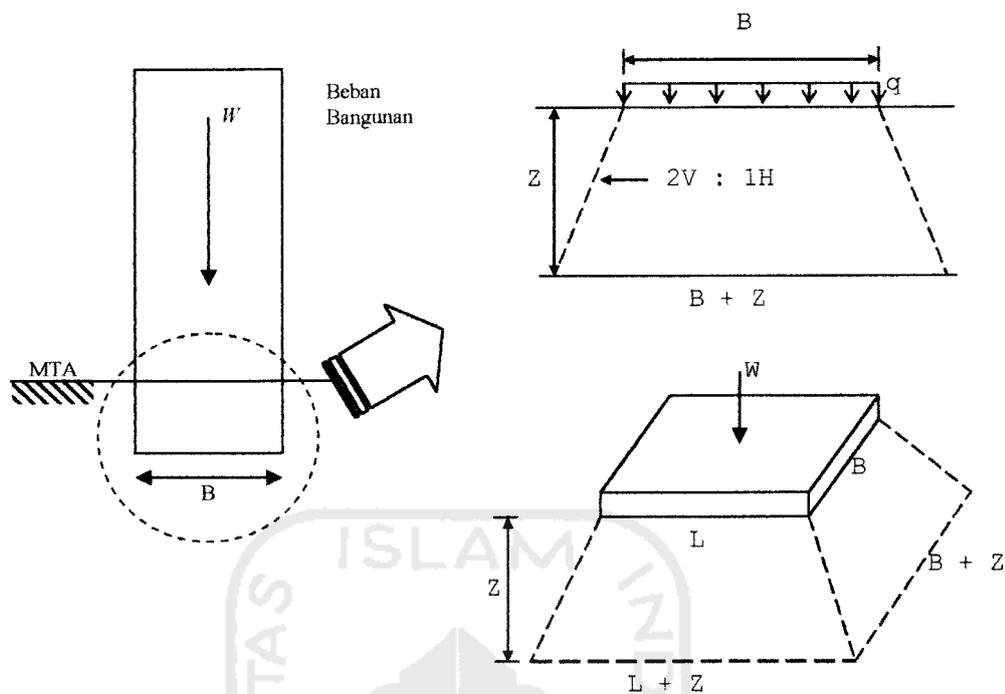
3.3. Pengaruh Massa Bangunan Terhadap Lapisan Tanah

Diduga kuat oleh para peneliti sebelumnya bahwa massa bangunan akan berpengaruh secara signifikan/berarti terhadap percepatan tanah didasar fondasi. Hal ini terjadi karena adanya interaksi (*coupling*) antara massa bangunan dengan tanah yang mendukungnya. Dengan adanya massa bangunan diatas lapisan tanah akan menambah besarnya tegangan vertikal ($\bar{\sigma}_l$) yang pada akhirnya akan memperbesar kekakuan tanah.

Salah satu cara pendekatan yang sangat sederhana untuk menghitung tambahan tegangan beban adalah dengan menggunakan teori Boussinesq (Hardiyatmo, 2002). Caranya dengan membuat garis penyebaran beban 2V:1H (2 vertikal dibanding 1 horizontal). Anggapan dengan cara ini beban pondasi Q didukung oleh piramid yang mempunyai kemiringan sisi 2V :1H.

Dengan cara pendekatan ini, nilai tambahan tegangan vertikal dinyatakan oleh persamaan:

$$\Delta\sigma_z = \frac{W}{(L+z)(B+z)} \dots\dots\dots(3.22)$$



Gambar 3.11. Penyebaran Beban 2V : 1H (Hardiyatmo, 2002)

$$\Delta\sigma_z = \frac{qLB}{(L+z)(B+z)} \dots\dots\dots(3.23)$$

dengan :

$\Delta\sigma_z$ = tambahan tegangan vertikal (kg/cm^2).

W = beban total pada dasar pondasi (Ton).

q = beban terbagi rata pada dasar pondasi (kg/cm^2).

L = panjang area pondasi (m).

B = lebar area pondasi (m).

z = kedalaman yang ditinjau (m).

Cara ini dapat juga untuk menghitung pondasi berbentuk jalur memanjang. Dalam hal ini, bentuk penyebaran beban yang berupa piramid

berubah menjadi berbentuk trapesiodal. Selanjutnya, tambahan tegangan vertikal pada pondasi memanjang dinyatakan oleh :

$$\Delta\sigma_z = \frac{qB}{(B+z)} \dots\dots\dots(3.24)$$

Dalam menghitung besarnya tegangan total yang terjadi di dalam tanah, setelah tegangan vertikal yang diperoleh dari persamaan teori Boussinesq yaitu teori penyebaran beban 2V:1H diperoleh, hasilnya masih harus ditambahkan dengan tegangan akibat beban tanah (tegangan vertikal, σ_1) di kedalaman yang ditinjau (yaitu tekanan overburden). Sehingga rumusannya adalah sebagai berikut :

$$\bar{\sigma}_1(total) = \sigma_v + \Delta\sigma_z \dots\dots\dots(3.25)$$

dimana

$$\sigma_v = \bar{\sigma}_1 = \text{tegangan vertikal efektif (kg/cm}^2\text{)}$$

3.4. Fungsi Regangan Geser Tanah

Pemodelan dari perilaku tanah pada kondisi *random & cyclic loading* harus dibuat sedemikian rupa hingga model dapat di duplikasikan pada karakteristik deformasi yang berbeda. Ketika perilaku tanah pada daerah *small strain*, penggunaan elastis model dapat digunakan. Ketika kondisi tanah pada *medium range of strain* yang kurang lebih di bawah level 10^{-3} , perilaku tanah menjadi *Visco-elastic* yang berarti modulus geser tanah cenderung berkurang mengikuti pertambahan nilai dari regangan geser. Menurut As'at (2003), bila tanah pada kondisi seperti yang dijelaskan tersebut maka penggunaan *linier*

viscoelastic theory dapat digunakan, yang berarti modulus geser dan damping rasio dapat ditentukan sebagai fungsi dari regangan geser.

Untuk lebih jelasnya pemodelan tanah dan teori respon analisisnya pada berbagai kondisi tanah dapat dilihat pada Gambar 3.12.

Shear strain	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
	Small strain	Medium strain		Large strain	Failure strain	
Elastic						
Elasto-plastic						
Failure						
Effect of load-repetition						
Effect of loading rate						
Model	Linear elastic model		Visco-elastic model		Load history tracing type model	
Method of response analysis	Linear method		Equivalent linear method		Step-by-step integration method	

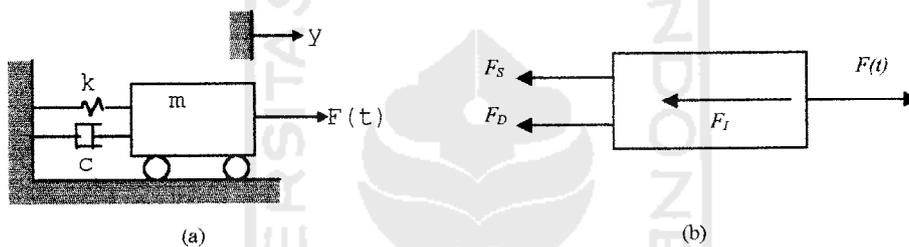
Gambar 3.12. Perubahan Propertis Tanah dengan Regangan Geser, Prinsip *corresponding modelling* dan Metode Respon Analisis (K. Ishihara, 1982)

3.5. Analisis Dinamika Struktur

Pada saat getaran gempa bumi sampai pada batuan dasar (*base rock*) dimana parameter lapisan tanah diketahui, maka percepatan tanah atau gerak tanah bebas dapat diperoleh dengan memperlakukan lapisan tanah persis seperti suatu sistem struktur (Das, 1993).

3.5.1. Persamaan differensial struktur SDOF

Sifat-sifat fisik dari setiap sistem struktur yang elastik secara linier yang dikenakan pada beban dinamik meliputi massa, sifat elastik (kelenturan atau kekakuan), mekanisme kehilangan energi atau peredaman dan sumber luar eksitasi atau pembebanannya (Widodo,2001). Dalam model yang paling sederhana dari suatu sistem derajat kebebasan tunggal (*single degree of freedom* "SDOF"), masing-masing sifat tersebut dianggap terpusat pada elemen fisik tunggal.



Gambar 3.13. Model Struktur Berderajat Kebebasan Tunggal (Widodo,2001)

Berdasarkan Gambar 3.13.(a) diatas, apabila beban dinamik $F(t)$ bergerak ke kanan maka akan ada perlawanan dari pegas, damper, dan gaya inersia. Gambar 3.13.(b) adalah gambar keseimbangan dinamik yang disebut *free body diagram* yang mana hubungannya adalah :

$$F_I + F_D + F_S = F(t) \quad \dots\dots\dots(3.26)$$

dimana,

$$F_I = m \cdot \ddot{y} = \text{Gaya Inersia (Inertia)}$$

$$F_D = c \cdot \dot{y} = \text{Gaya Redaman (Damping)}$$

$$F_S = k \cdot y = \text{Gaya kekakuan (Stiffness)}$$

kemudian Persamaan 3.26 disubstitusikan menjadi :

$$m.\ddot{y} + c.\dot{y} + k.y = F(t) \quad \dots\dots\dots(3.27)$$

Sedangkan persamaan differensial gerakan suatu massa dengan derajat kebebasan tunggal akibat gerakan tanah *base motion* adalah :

$$m.\ddot{y} + c.\dot{y} + k.y = -m.\ddot{y}_t \quad \dots\dots\dots(3.28)$$

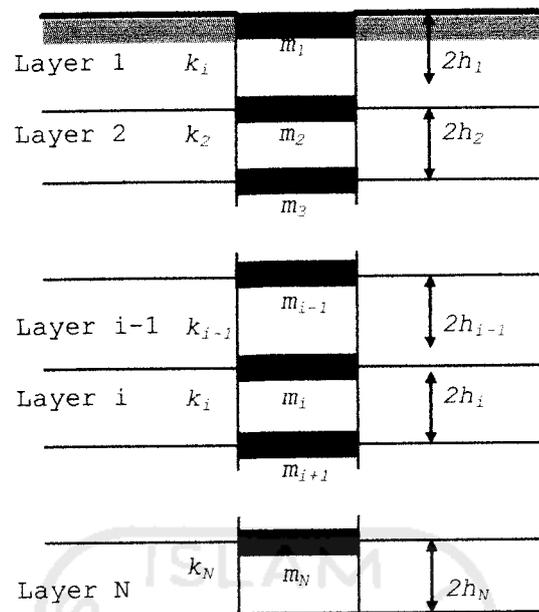
dimana,

- y = simpangan.
- \dot{y} = kecepatan.
- \ddot{y} = percepatan.
- c = redaman.
- m = massa.
- \ddot{y}_t = beban percepatan gempa.

3.5.2. Persamaan differensial struktur MDOF

Menurut Das (1993) lapisan-lapisan tanah dapat di analogi-kan seperti sistim struktur pada bangunan, maka respon lapisan-lapisan tanah akibat gempa dianalisis melalui pendekatan sistim berderajat kebebasan banyak (*Multy Degree of Freedom* "MDOF") sesuai dengan jumlah lapisannya.

Pada struktur dengan derajat kebebasan tunggal berarti hanya mempunyai satu massa. Sedangkan struktur dengan derajat kebebasan banyak berarti dikaitkan dengan jumlah massa yang banyak. Misalnya suatu properti tanah yang memiliki empat lapis berarti mempunyai empat massa dan empat derajat kebebasan.



Gambar 3.14. Massa Tergumpal Pada Lapisan Horizontal (Das,1993)

Suatu profil tanah yang terdiri dari beberapa lapis, satu lapis tanah tersebut dianggap homogen dan dimodel sebagai suatu massa tergumpal (*lump mass*) seperti pada Gambar 3.14. Dari gambar tersebut massa ($m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$) dan kekakuan ($k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$) lapisan tanah dapat dihitung dengan rumus pendekatan seperti pada Persamaan 3.29, 3.30, dan 3.31 (Das, 1993).

$$m = \frac{W_{\text{tanah}}}{g} = \frac{\gamma \cdot h}{g} \dots \dots \dots (3.29)$$

$$m_n = \frac{\gamma_{n-1} h_{n-1} + \gamma_n h_n}{g} \quad \text{dengan } n = 1, 2, \dots, N \dots \dots \dots (3.30)$$

$$k_n = \frac{G_n}{2h_n} \quad \text{dengan } n = 1, 2, \dots, N \dots \dots \dots (3.31)$$

dimana :

m_n = massa tergumpal pada lapisan tanah ke- n ($\text{kg} \cdot \text{dt}^2/\text{cm}$).

K_n = kekakuan yang menghubungkan massa m_n dan m_{n+1} . (kg/cm^2)

γ_n = berat volume tanah pada lapisan ke- n . (kg/cm^3)

h_n = $\frac{1}{2} \cdot H_n$ = setengah kedalaman tanah pada lapisan ke- n . (cm)

g = percepatan gravitasi ($980 \text{ cm}/\text{dt}^2$).

Persamaan differensial gerakan dapat dicari dengan menggunakan prinsip keseimbangan dinamik pada suatu massa yang ditinjau. Untuk memperoleh persamaan tersebut maka diambil model struktur MDOF seperti pada Gambar 3.15. Dengan memperhatikan diagram kesetimbangan (*free body diagram*) Gambar 3.15.(b) maka didapat simultan gerakan massa. Ada perbedaan pada Gambar 3.15.(b) dengan Gambar 3.13.(a) dimana tidak terdapat *damping* (c) dalam persamaannya, hal ini dimaksudkan untuk menyederhanakan hitungan aljabarnya. Pada frekuensi sudut struktur yang memiliki redaman (*damped frequency*, ω_d) nilainya hampir sama dengan frekuensi sudut pada struktur yang dianggap tanpa redaman (*undamped frequency*, ω),

$$\omega_d \cong \omega$$

karena diperoleh sebelumnya bahwa nilai *damping ratio* (C) relatif sangat kecil dan dapat dianggap $C = 0$ (Widodo, 2001).

Kemudian seperti yang dijabarkan pada *free body diagram* Gambar 3.15.(b), selanjutnya dapat dirumuskan dalam Persamaan 3.32 s/d Persamaan 3.35.

$$m_1 \ddot{y}_1 + k_1 y_1 - k_2 (y_2 - y_1) = 0 \quad \dots\dots\dots(3.32)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + k_2 (y_2 - y_1) - k_3 (y_3 - y_2) = 0 \quad \dots\dots\dots(3.33)$$

$$m_3 \ddot{y}_3 + k_3 (y_3 - y_2) - k_4 (y_4 - y_3) = 0 \quad \dots\dots\dots(3.34)$$

$$m_4 \ddot{y}_4 + k_4 (y_4 - y_3) = 0 \quad \dots\dots\dots(3.35)$$

Persamaan 3.32 s/d Persamaan 3.35 dapat disusun secara matematis menjadi Persamaan 3.36 s/d Persamaan 3.39.

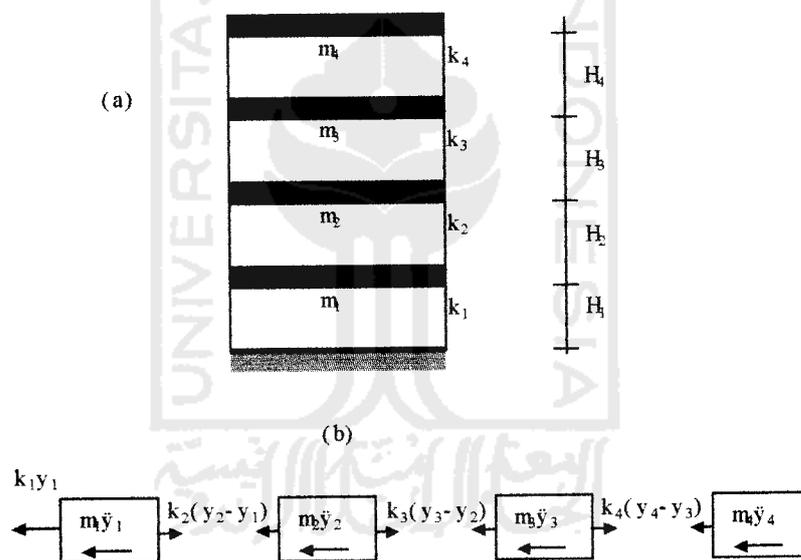
$$m_1 \ddot{y}_1 + (k_1 + k_2)y_1 - k_2 y_2 = 0 \quad \dots\dots\dots(3.36)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 - k_2 y_1 + (k_2 + k_3)y_2 - k_3 y_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(3.37)$$

$$m_3 \ddot{y}_3 - k_3 y_2 + (k_3 + k_4)y_3 - k_4 y_4 = 0 \quad \dots\dots\dots(3.38)$$

$$m_4 \ddot{y}_4 - k_4 y_3 - k_4 y_4 = 0 \quad \dots\dots\dots(3.39)$$

Dimana nilai m dan k dapat dicari dengan menggunakan Persamaan 3.30 dan Persamaan 3.31 sesuai dengan nomor letak lapisan yang ditinjaunya.



Gambar 3.15. Sistem Struktur Tanah MDOF Empat Lapis

(a) Model Struktur Tanah, (b) Diagram Keseimbangan (*free body diagram*).

Persamaan diatas disusun menjadi sebuah matriks, yaitu :

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \\ \ddot{y}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & (k_3 + k_4) & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(3.40)$$

dimana :

m = massa tiap lapis tanah (kg dt²/cm).

k = kekakuan tiap lapis tanah (kg/cm).

y = simpangan (cm).

\ddot{y} = percepatan tanah (cm/dt²).

a. Persamaan *eigenproblem* dan *mode shape*

Persamaan *eigenproblem* adalah nilai karakteristik/besaran yang sudah memiliki frekuensi sudut (ω), periode getar (T), frekuensi (f) dan *normal modes* (Φ) (Widodo, 2001). Persamaan *eigenproblem* tersebut adalah :

$$\begin{bmatrix} (k_1 + k_2) - \omega^2 m_1 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) - \omega^2 m_2 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & (k_3 + k_4) - \omega^2 m_3 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 - \omega^2 m_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots(3.41)$$

dimana :

Φ = mode shape lapisan tanah

ω = frekuensi sudut (rad/dt)

Untuk penyederhanaan perhitungan maka diambil suatu notasi besaran, yaitu nilai unit untuk k (unit kekakuan) dan m (unit massa), maka $k_1 = k_2 = k_3 =$

$k_4 = k$ dan $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m$

sehingga,

$$\begin{bmatrix} 2k - \omega^2 m & -k & 0 & 0 \\ -k & 2k - \omega^2 m & -k & 0 \\ 0 & -k & 2k - \omega^2 m & -k \\ 0 & 0 & -k & k - \omega^2 m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.42)$$

Persamaan 3.42 dapat ditulis menjadi :

$$\begin{bmatrix} 2 - \frac{\omega^2 m}{k} & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 - \frac{\omega^2 m}{k} & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 - \frac{\omega^2 m}{k} & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \frac{\omega^2 m}{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.43)$$

Jika $\lambda = \frac{\omega^2 m}{k}$ (*initial eigenvalue*), maka

$$\begin{bmatrix} (2 - \lambda) & -1 & 0 & 0 \\ -1 & (2 - \lambda) & -1 & 0 \\ 0 & -1 & (2 - \lambda) & -1 \\ 0 & 0 & -1 & (1 - \lambda) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.44)$$

Persamaan 3.44 jika disederhanakan menjadi persamaan aljabar *polynomial* biasa, yaitu akan diperoleh Persamaan 3.45 s/d Persamaan 3.48.

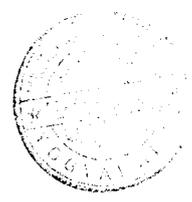
$$(2 - \lambda)\phi_1 - \phi_2 = 0 \dots\dots\dots(3.45)$$

$$-\phi_1 + (2 - \lambda)\phi_2 - \phi_3 = 0 \dots\dots\dots(3.46)$$

$$-\phi_2 + (2 - \lambda)\phi_3 - \phi_4 = 0 \dots\dots\dots(3.47)$$

$$-\phi_3 + (1 - \lambda)\phi_4 = 0 \dots\dots\dots(3.48)$$

Persamaan *polynomial* diatas kemudian di selesaikan dengan cara substitusi untuk mendapatkan nilai *mode shape* $\Phi_4, \Phi_3, \Phi_2,$ dan Φ_1 . Setelah *mode*



shape di dapat maka nilai percepatan tanah, kecepatan tanah dan simpangan tanah kemudian dapat dicari (Widodo, 2001).

b. Percepatan, kecepatan dan simpangan tanah

Setelah nilai *mode shape* didapat maka dengan mudah nilai percepatan tanah, kecepatan tanah dan simpangan tanah diperoleh berdasarkan pada Persamaan *uncoupling (independent)* (Widodo 2001). Dengan memakai prinsip hubungan orthogonal maka persamaan *coupling (dependent)* dapat ditransfer ke Persamaan *uncoupling (independent)* untuk memudahkan penyelesaian seperti pada struktur SDOF. Pada persamaan *coupling (dependent)* seperti struktur MDOF akibat beban dinamik adalah :

$$[M]\{\ddot{Y}\} + [C]\{\dot{Y}\} + [K]\{Y\} = -[M]\{1\}\ddot{y}_g \quad \dots\dots\dots(3.49)$$

Pada kondisi shear building masing-masing modes akan memberikan kontribusi sebagai berikut :

$$\{Y\} = [\phi] * \{Z\} \quad \dots\dots\dots(3.50)$$

dengan derivatif pertama dan kedua adalah :

$$\{\dot{Y}\} = [\phi] * \{\dot{Z}\} \quad \dots\dots\dots(3.51)$$

$$\{\ddot{Y}\} = [\phi] * \{\ddot{Z}\} \quad \dots\dots\dots(3.52)$$

Pers.3.49 disubstitusi ke Pers. 3.50 s/d 3.52 maka didapat :

$$[M]\{\phi\}\{\ddot{Z}\} + [C]\{\phi\}\{\dot{Z}\} + [K]\{\phi\}\{Z\} = -[M]\{1\}\ddot{y}_g \quad \dots\dots\dots(3.53)$$

Persamaan 3.53 adalah 1-set persamaan simultan *dependent non-homogen*. Untuk dapat mentransfer persamaan *dependent* ke persamaan

independent, maka Pers 3.53 di *premultiply* dengan transpose suatu mode $\{\phi\}^T$ sehingga diperoleh,

$$\{\phi\}^T [M][\phi] \ddot{Z} + \{\phi\}^T [C][\phi] \dot{Z} + \{\phi\}^T [K][\phi] Z = -\{\phi\}^T [M][1] \ddot{y}_i, \dots(3.54)$$

apabila i tidak sama dengan j maka hubungan orthogonal persamaan differensial *independent* adalah sebagai berikut :

$$\{\phi\}_j^T [M][\phi]_j \ddot{Z}_j + \{\phi\}_j^T [C][\phi]_j \dot{Z}_j + \{\phi\}_j^T [K][\phi]_j Z_j = -\{\phi\}_j^T [M][1] \ddot{y}_i, \dots(3.55)$$

Jika :

$$M_j^* = \{\phi\}_j^T [M][\phi]_j \ddot{Z}_j \qquad P_j^* = \{\phi\}_j^T [M][1] \ddot{y}_i$$

$$C_j^* = \{\phi\}_j^T [C][\phi]_j \dot{Z}_j \qquad K_j^* = \{\phi\}_j^T [K][\phi]_j Z_j$$

maka Persamaan 3.55 dapat menjadi Persamaan 3.56.

$$M_j^* \ddot{Z}_j + C_j^* \dot{Z}_j + K_j^* Z_j = -P_j^* \ddot{y}_i \dots\dots\dots(3.56)$$

jika Persamaan 3.56 dibagi dengan M_j^* , dengan

$$\frac{C_j^*}{M_j^*} = 2.c.\omega_j, \frac{K_j^*}{M_j^*} = \omega_j^2, \text{ dan } \frac{P_j^*}{M_j^*} = \Gamma_j$$

maka dapat ditulis dalam bentuk differensial menjadi Persamaan 3.57

$$\ddot{Z}_j + 2.c_j\omega_j \dot{Z}_j + \omega_j^2 Z_j = -\Gamma_j \ddot{y}_i \dots\dots\dots(3.57)$$

dengan :

- \ddot{Z} = modal amplitudo
- Γ = partisipasi mode

$$Z = g_j * \Gamma_j, \quad \dot{Z} = \dot{g}_j * \Gamma_j, \quad \ddot{Z} = \ddot{g}_j * \Gamma_j$$

Dengan mensubstitusi persamaan diatas ke dalam Persamaan 3.57, maka didapat Persamaan 3.58.

$$\ddot{g}_j + 2.c_j \omega_j \dot{g}_j + \omega_j^2 g_j = -\ddot{y}_t \dots\dots\dots(3.58)$$

Untuk menghitung nilai \ddot{g}_j dengan memakai metode *central difference*, diperoleh hubungan sebagai berikut,

$$\dot{g}_j = \frac{g_{j+1} - g_{j-1}}{2\Delta t} \text{ dan } \ddot{g}_j = \frac{g_{j+1} - 2g_j + g_{j-1}}{(\Delta t)^2} \dots\dots\dots(3.59)$$

Untuk mencari nilai g_{j+1} substitusi Persamaan 3.59 kedalam Persamaan 3.58, sehingga diperoleh persamaan,

$$\frac{g_{j+1} - 2g_j + g_{j-1}}{(\Delta t)^2} + 2c\omega_j \frac{g_{j+1} - g_{j-1}}{2\Delta t} + \omega_j^2 g_j = -\ddot{y}_t \dots\dots\dots(3.60)$$

Persamaan 3.60 dapat ditulis menjadi,

$$\left[\frac{1}{(\Delta t)^2} + \frac{2c\omega_j}{2\Delta t} \right] g_{j+1} = -\ddot{y}_t \left[\omega_j^2 - \frac{2}{(\Delta t)^2} \right] g_j - \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{2c\omega_j}{2\Delta t} \right] g_{j-1} \dots(3.61)$$

Persamaan 3.61 dapat ditulis menjadi,

$$g_{j+1} = \frac{-\ddot{y}_t - ag_j - bg_{j-1}}{\hat{k}} \dots\dots\dots(3.62)$$

dengan,

$$a = \left[\omega_j^2 - \frac{2}{(\Delta t)^2} \right], \quad b = \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{2c\omega_j}{2\Delta t} \right], \quad \hat{k} = \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} + \frac{2c\omega_j}{2\Delta t} \right]$$

Dari seluruh persamaan diatas dimana,

$$\Delta t = \text{step integrasi (0,01 dt).}$$

ω = frekuensi sudut (rad/dt).

\ddot{y}_i = data rekaman gempa (percepatan tanah, cm/dt²).

Dengan demikian diperoleh persamaan simpangan, kecepatan, dan percepatan yang ditulis berturut-turut menjadi Persamaan 3.63 s/d 3.65.

$$y = [\phi] * \{Z\} \dots\dots\dots(3.63)$$

$$\dot{y} = [\phi] * \{\dot{Z}\} \dots\dots\dots(3.64)$$

$$\ddot{y} = [\phi] * \{\ddot{Z}\} \dots\dots\dots(3.65)$$

dimana :

ϕ = mode shape. \ddot{g}_j = iterasi notasi percepatan

y = simpangan tanah. \dot{g}_j = iterasi notasi kecepatan

\dot{y} = kecepatan tanah. g_j = iterasi notasi simpangan

\ddot{y} = percepatan tanah. c = rasio redaman

c. Integrasi numerik metode *central difference*

Metode numerik adalah teknik untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diformulasikan secara matematik dengan cara operasi hitungan (aritmatik). Dalam metode numerik dilakukan operasi hitungan dalam jumlah yang sangat banyak dan berulang-ulang. Oleh karena itu diperlukan bantuan program komputer untuk melaksanakan operasi tersebut (As'at, 2003).

Persyaratan yang harus dipenuhi dalam proses integrasi numerik adalah harus stabil, sehingga kesalahan yang mungkin muncul diawal integrasi tidak ter-amplifikasi (menjadi besar atau bahkan sangat besar) pada akhir integrasi

numerik. Metode yang dapat menimbulkan kesalahan amplifikasi pada akhir integrasi numerik adalah *Central Difference*. Namun metode *conditional stable* dalam hal ini adalah metode *central difference* akan dapat menjadi *unconditional stable* apabila interval waktu Δt yang dipakai tidak lebih dari 0,01 dari periode getar struktur (Widodo 2001).

Dengan mempertimbangkan adanya kemudahan dalam proses analisisnya maka didalam penelitian ini metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan differensial gerakan adalah metode *central difference* yang berdasarkan pada nilai pendekatan derivatif atas fungsi waktu, baik untuk parameter kecepatan maupun percepatan sebagaimana tampak pada Gambar 3.16. Kedua parameter tersebut kemudian dinyatakan dalam fungsi simpangan. Apabila diambil waktu interval (Δt) secara konstan selama waktu pembebanan, maka menurut prinsip *central difference*, kecepatan dan percepatan dapat dinyatakan dalam Persamaan 3.66 dan Persamaan 3.67.

$$\dot{y}_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2 \Delta t} \dots\dots\dots(3.66)$$

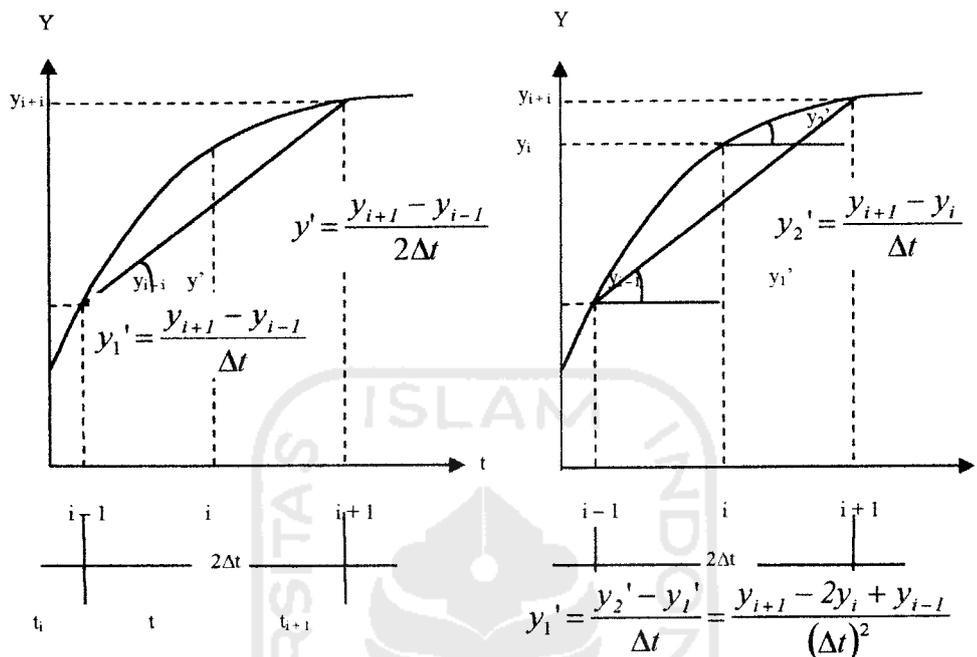
$$\ddot{y}_i = \frac{y_{i+1} - 2\Delta t + y_{i-1}}{(\Delta t)^2} \dots\dots\dots(3.67)$$

Jika Persamaan 3.66 dan 3.67 disubstitusikan kedalam Persamaan 3.28 maka akan diperoleh Persamaan 3.68.

$$m \left(\frac{y_{i+1} - 2\Delta t + y_{i-1}}{(\Delta t)^2} \right) + c \left(\frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2 \Delta t} \right) + ky = -m\ddot{y}_{t,i} \dots\dots\dots(3.68)$$

Persamaan 3.68 mengandung nilai-nilai y_{i-1} , y_i dan y_{i+1} dan yang akan dihitung adalah nilai y_{i+1} . Agar nilai y_{i+1} dapat dihitung, maka nilai-nilai y_i dan y_{i-1}

, harus sudah diketahui. Untuk itu Persamaan 3.68 dapat disederhanakan menjadi Persamaan 3.69.



Gambar 3.16. Derivatif Pertama dengan Metode *Central Difference* (Widodo,2001)

$$\left[\frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2\Delta t} \right] y_{i+1} = -m\ddot{y}_{t_i} - \left[k - \frac{2m}{(\Delta t)^2} \right] y_i - \left[\frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2\Delta t} \right] y_{i-1} \quad \dots(3.69)$$

Apabila Persamaan 3.69 diambil suatu notasi $\hat{k} = \left[\frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2\Delta t} \right]$,

$$a = \left[k - \frac{2m}{(\Delta t)^2} \right], \quad b = \left[\frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2\Delta t} \right] \text{ maka akan didapat Persamaan 3.70, serta}$$

dapat ditulis menjadi Persamaan 3.71.

$$\hat{k}y_{i+1} = -m\ddot{y}_{t_i} - ay_i - by_{i-1} \quad \dots(3.70)$$

$$y_{i+1} = \frac{-m\ddot{y}_{t_i} - ay_i - by_{i-1}}{k} \quad \dots(3.71)$$

Persamaan 3.71 memperlihatkan bahwa simpangan pada point $i+1$ dapat dihitung apabila simpangan pada point i , y_i dan point $i-1$, y_{i-1} sudah diketahui. Apabila proses integrasi numerik dimulai dari $i=0$, maka simpangan prasyarat yang harus ada adalah y_0 dan y_{-1} . Umumnya terdapat suatu kondisi awal y_0 dan \dot{y}_0 yaitu simpangan dan kecepatan pada saat $t=0$, atau dalam perkataan lain y_0 dan \dot{y}_0 sudah diketahui. Dengan demikian tinggal mencari besarnya y_{-1} . Untuk itu pembahasan kembali pada Persamaan 3.66 dan Persamaan 3.67 dengan indeks $i=0$ menjadi Persamaan 3.72 dan Persamaan 3.73.

$$\dot{y}_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{2\Delta t} \dots\dots\dots(3.72)$$

$$\ddot{y}_i = \frac{y_i - 2y_0 - y_{-1}}{(\Delta t)^2} \dots\dots\dots(3.73)$$

Nilai y_i yang diperoleh dari Persamaan 3.71 yang disubstitusi ke Persamaan 3.73, sehingga diperoleh Persamaan 3.74 dan Persamaan 3.75.

$$\ddot{y}_0 = \frac{2\Delta t\dot{y}_0 + y_{-1} - 2y_0 + y_{-1}}{(\Delta t)^2} \dots\dots\dots(3.74)$$

$$y_{-1} = y_0 - \Delta t\dot{y}_0 + (\Delta t)^2 \ddot{y}_0 \dots\dots\dots(3.75)$$

Untuk mencari besarnya y_{-1} menurut Persamaan 3.74 dan Persamaan 3.75, maka tinggal besarnya \ddot{y}_0 yang belum diketahui. Untuk itu dengan mengambil persamaan differensial gerakan saat $t=0$, yang ditulis dalam Persamaan 3.76 didapat Persamaan 3.77.

$$m\ddot{y}_0 + c\dot{y}_0 + ky_0 = -m\ddot{y}_{ti} \dots\dots\dots(3.76)$$

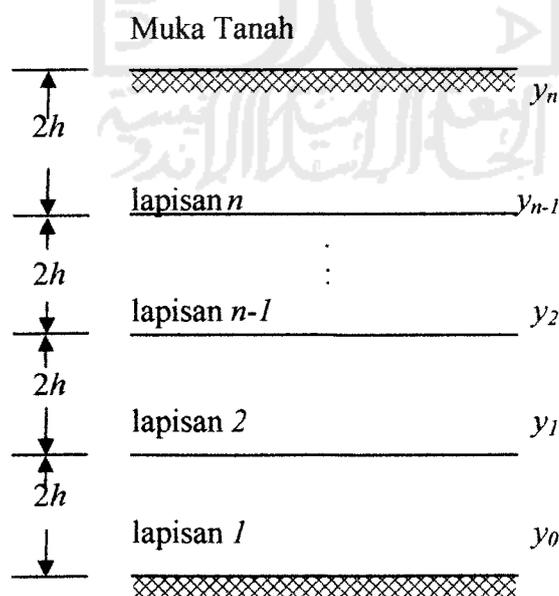
$$\ddot{y}_0 = \frac{-\ddot{y}_{ti} - c\dot{y}_0 - ky_0}{m} \dots\dots\dots(3.77)$$

3.6. Analisis Respon Seismik Lapisan Tanah Non Linier Elastis

Pada awal step integrasi non linier elastis modulus geser yang dipakai adalah $G = G_{max}$ kemudian dianalisis dinamik seperti pada persamaan-persamaan yang ada pada subbab 3.5., didapatkan simpangan, kecepatan, dan percepatan tanah non linier elastis untuk step integrasi pertama ($t = 0,01$ detik), setelah itu maka masuk ke analisis non linier elastis untuk step integrasi yang kedua.

3.6.1. Regangan geser non linier elastis

Untuk masuk ke step integrasi kedua dibutuhkan nilai simpangan dari step integrasi yang pertama, dari nilai simpangan tersebut dicari nilai regangan geser non linier elastis untuk step integrasi yang selanjutnya (yang kedua) seperti pada Persamaan 3.78. Setelah didapatkan nilai regangan geser kemudian dicari nilai modulus gesernya untuk step integrasi tersebut.



Gambar 3.17. Lapisan dan Regangan Geser Tanah Non Linier Elastis

$$\gamma^s_{lap1(i)} = \frac{y_{1(i)} - y_{0(i)}}{2h_n} \quad , \quad \gamma^s_{lap2(i)} = \frac{y_{2(i)} - y_{1(i)}}{2h_n}$$

$$\gamma^s_{lapn(i)} = \frac{y_{n(i)} - y_{n-1(i)}}{2h_n} \quad \dots\dots\dots(3.78)$$

dimana :

$\gamma^s_{lapn(i)}$ = regangan geser tanah lapisan ke- n pada iterasi ke- i . (cm)

$y_{n(i)}$ = simpangan lapisan tanah ke- n pada iterasi ke- i .(cm)

$2h_n$ = tebal lapisan tanah ke- n . (cm)

Dari Gambar 3.17 dapat dihasilkan rumus untuk regangan geser tanah non linier elastis pada Persamaan 3.78 dengan tinjauan perbedaan simpangan tiap lapisan tanah.

3.6.2. Modulus geser dan kekakuan non linier elastis

Seperti dijelaskan pada subbab 3.6.1. setelah didapatkan nilai regangan geser untuk step yang kedua maka dicari nilai modulus gesernya untuk step yang sama (kedua). Nilai modulus geser tersebut dapat dicari seperti pada Persamaan 3.79. setelah nilai modulus geser kedua didapat maka dicari nilai kekakuan untuk step yang kedua. Setelah nilai kekakuan didapat maka proses selanjutnya adalah menghitung analisis dinamikanya seperti persamaan-persamaan yang ada pada subbab 3.5. sampai selesai hingga didapatkan simpangan, kecepatan, dan percepatan untuk step integrasi kedua. Sampai disini step integrasi kedua selesai dilakukan. Seterusnya di analisis kembali step integrasi ketiga yaitu mulai dengan mencari nilai regangan geser yang baru seperti pada Persamaan 3.78

dimana nilai simpangan pada rumus tersebut adalah nilai simpangan untuk step integrasi yang kedua.

Setelah didapat nilai regangan geser yang baru untuk step integrasi yang ketiga dicari nilai modulus geser dan kekakuan yang baru untuk step yang ketiga seperti pada Persamaan 3.79 dan Persamaan 3.80, dari nilai kekakuan yang baru tersebut dihitung analisis dinamikanya seperti persamaan-persamaan yang ada pada subbab 3.5, sampai didapatkan nilai simpangan, kecepatan, dan percepatan untuk step yang ketiga begitulah seterusnya untuk step berikutnya dilakukan seperti yang sudah-sudah, sampai pada step integrasi yang terakhir yaitu $t = t_g$,

$$G_{lapn(i)} = \frac{I}{1 + \alpha \left\{ \frac{\gamma_{lapn(i)}^s}{\gamma_h} \right\}} \times G_{max lap n} \dots\dots\dots(3.79)$$

dimana,

$G_{lapn(i)}$ = modulus geser tanah lapisan ke- n pada iterasi ke- i (kg/cm^2).

$\gamma_{lapn(i)}^s$ = regangan geser tanah lapisan ke- n pada iterasi ke- i (cm).

$G_{max lap n}$ = modulus geser maksimum tanah lapisan ke- n (kg/cm^2).

t = waktu (dt)

t_g = waktu gempa (dt)

$$k_{lapn(i)} = \frac{G_{lapn(i)}}{2h_n} \dots\dots\dots(3.80)$$

dimana,

$k_{lapn(i)}$ = kekakuan tanah lapisan ke- n pada iterasi ke- i (kg/cm^2)

dari step integrasi awal sampai $t = t_g$ bila diplotkan maka didapatkan simpangan, kecepatan, dan percepatan untuk perilaku tanah non linier elastis.

Adapun untuk mendapatkan perilaku tanah linier elastis yaitu dengan mengambil nilai modulus geser tanah non linier elastis secara rata-rata. Seperti pada Persamaan 3.81. Nilai modulus geser tersebut juga disebut nilai modulus geser *equivalent* ($G_{equivalent}$), setelah didapat nilai $G_{equivalent}$ seterusnya dicari nilai kekakuan linier elastis seperti pada Persamaan 3.31, dari nilai kekakuan tersebut kemudian dihitung analisis dinamikanya seperti persamaan-persamaan yang ada subbab 3.5., hingga didapatkan simpangan, kecepatan, dan percepatan linier elastis sampai dengan step integrasi terakhir.

Yang perlu diketahui dalam analisis linier elastis bahwa nilai modulus geser yang dipakai dari step awal sampai akhir adalah nilai modulus geser yang sama yaitu nilai modulus geser *equivalent* dan kekakuan yang sama pula.

$$G_{equivalent} = \frac{\sum G_{i \text{ non linier}}}{N} \dots\dots\dots(3.81)$$

keterangan :

$G_{i \text{ non linier}}$ = modulus geser non linier pada step ke- i (kg/cm^2)

N = jumlah step integrasi.