BAB III

LANDASAN TEORI

3.1 Umum

Struktur rangka batang merupakan sebuah struktur datar yang terdiri dari jumlah batang-batang yang disambung satu dengan yang lain pada ujung-ujungnya dengan alat sambung tertentu sehingga membentuk suatu rangka kokoh, gaya-gaya luar serta reaksi-reaksinya dianggap terletak di dalam bidang yang sama dan hanya bekerja pada titik-titik kumpul. Sumbu pusat dari setiap batang berimpit dengan garis yang menghubungkan pusat-pusat sambungan pada ujung-ujung batang. Setiap batang dalam sebuah struktur rangka batang memiliki dua gaya dan menjadi subyek gaya-gaya aksial langsung yaitu gaya tarik atau gaya tekan (Yuan-Y Hsieh, 1985).

Struktur rangka batang dianggap terdiri dari batang yang prismatik, dengan kata lain setiap batang memiliki sumbu yang lurus dan penampang lintang yang seragam di seluruh panjangnya.

Struktur rangka batang dapat diklasifikasikan sesuai dengan susunannya sebagai berikut :

1. Struktur rangka batang sederhana

   Struktur ini merupakan struktur datar yang kokoh tersusun dari tiga batang terjepit pada ujung-ujungnya satu dengan lainnya dalam bentuk segi tiga. Setiap penambahan sambungan baru diikuti dengan penambahan dua batang baru. Untuk menghindari ketidakstabilan geometris sambungan yang baru tersebut tidak harus terletak pada garis lurus yang sama. Hal ini dapat diterangkan jika diketahui banyaknya batang = b, jumlah reaksi = r dan banyaknya titik kumpul = j, maka rangka batang akan stabil jika

   $$b + r = 2j \qquad (3.1)$$

   Untuk mendapatkan struktur yang stabil, tumpuan-tumpuan struktur terdiri dari tiga reaksi, yaitu dua reaksi pada tumpuan sendi dan satu reaksi pada tumpuan rol. Maka struktur ini termasuk struktur statis tertentu.

2. Struktur rangka batang gabungan

   Struktur ini merupakan gabungan dua atau lebih struktur rangka batang sederhana, dihubungkan satu dengan lainnya untuk membentuk suatu struktur rangka batang kokoh. Persamaan 3.1 masih berlaku untuk jenis struktur ini.

3. Struktur rangka batang kompleks

   Struktur ini merupakan struktur rangka batang yang tidak dapat diklasifikasikan sebagai konstrusi sederhana maupun gabungan.

3.2 Penggunaan Baja untuk struktur rangka batang atap

Struktur rangka batang yang digunakan pada saat ini biasanya menggunakan kayu atau baja sebagai bahan utama. Kadang baja struktur menjadi pilihan karena adanya pertimbangan kekuatan, berat jenisnya, lendutan, panjang batang, ketahanan terhadap cuaca, serta perawatannya.

Terkadang perencana mengalami kendala dalam memilih bentuk rangka batang (truss) atau bentuk portal (frame) yang akan digunakan, jika panjang bentang struktur telah ditentukan. Sebenarnya yang menjadikan pertimbangan utama dalam pemilihan bentuk struktur tersebut adalah nilai ekonomisnya, walaupun masih ada pertimbangan lain misalnya arsitekturalnya, jenis tumpuannya dan panjang bentang strukturnya.

Sesuatu hal yang tidak mudah untuk menentukan pada bentang berapa struktur rangka batang akan efektif digunakan. Pada panjang bentang struktur yang sama bentuk rangka batang memiliki biaya pabrikasi dan pemasangan yang lebih tinggi, namun biaya materialnya representatif lebih ringan (Jack C. McCormac, 1981). Pemilihan baja sebagai struktur rangka batang atap karena memiliki beberapa keuntungan. Keuntungan yang diperoleh dari baja sebagai bahan struktur adalah :

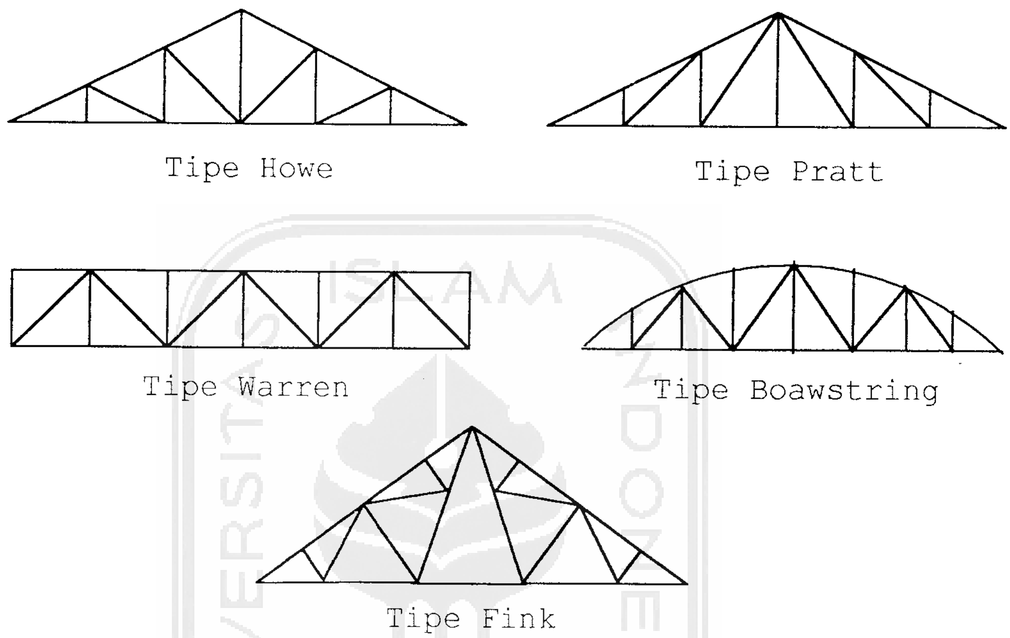
1. Baja memiliki kekuatan cukup tinggi serta merata. Kekuatan yang tinggi mengakibatkan struktur yang terbuat dari baja mempunyai tampang relatif kecil dan cukup ringan meskipun memiliki berat jenis yang besar.
2. Mudah dalam pengangkutan ke lokasi proyek.
3. Struktur baja bisa tahan lama dibandingkan dengan jenis strukutur lain

Walupun demikian baja memiliki kelemahan-kelemahan, diantaranya :

1. Biaya perawatan yang tidak sedikit,
2. Mudah terjadi bahaya tekuk (buckling),
3. Tidak tahan pada suhu yang tinggi,
4. Mudah terjadi korosi.

Macam-macam bentuk dari struktur rangka batang atap

Terdapat berbagai macam bentuk struktur rangka batang atap baja, diantaranya seperti pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Macam-macam model struktur rangka batang atap

3.3 Struktur Baja

Baja struktur adalah jenis baja yang sering digunakan untuk berbagai jenis struktur seperti kolom dan balok pada gedung bertingkat banyak, sistim penyangga atap, hanggar, jembatan, menara antena, dan sebagainya (Salmon, C.G, 1989)

Sifat mekanis baja dapat diketahui dengan melakukan uji tarik baja. Uji tarik baja ini melibatkan pembebanan tarik sampel baja. Bersamaan dengan itu dilakukan pengukuran beban dan perpanjangannya, sehingga akan diperoleh tegangan dan regangan baja yang dihitung dengan rumus :

$$f_t = \frac{P}{A} \tag{3.2}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta Lo}{Lo} \tag{3.3}$$

Notasi : f_t = Tegangan tarik (Ksi)

P = Beban tarik (Kips)

A = Luas tampang benda uji ($inchi^2$)

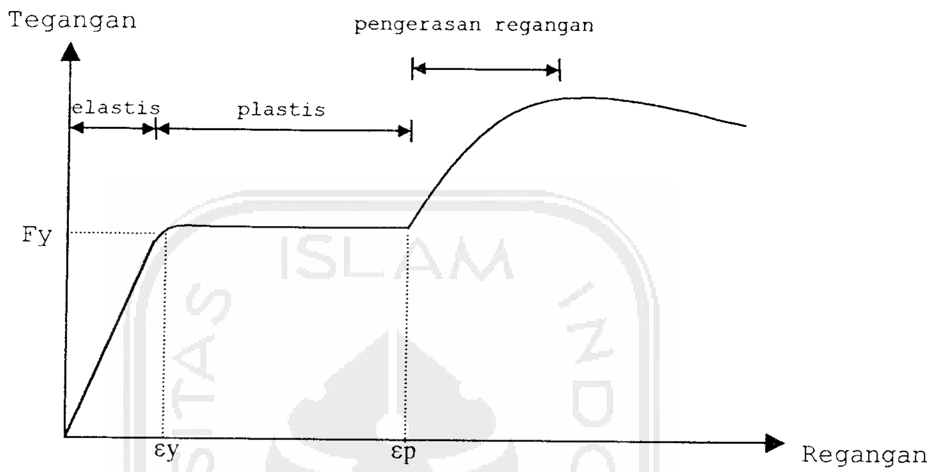
ε = Regangan

ΔLo = perubahan panjang (inchi)

Lo = Panjang mula-mula (inchi)

Sampel dibebani sampai hancur. Hasil benda uji ini ditunjukan dalam diagram tegangan-regangan. Gambar diagram tegangan-regangan baja struktur yang sering digunakan ditunjukan pada Gambar 3.2.

Sifat-sifat baja bergantung sekali kepada kadar carbon. Semakin besar carbon, maka tegangan patah akan semakin naik dan regangan patah semakin turun. Kandungan unsur-unsur lain yang ada dalam baja pun sangat mempengaruhi sifat baja meskipun kandungan unsur-unsur tersebut sangat sedikit. Misalnya unsur Mangan (Mn), Silikon(Si), Phospor(P), dan Sulfur(S).



Gambar 3.2 Diagram tegangan-regangan baja struktur

Selain tegangan dan regangan, untuk dapat menentukan karakteristik baja ada besaran lain yang mempengaruhi yaitu modulus elastisitas (E) dan daktilitas. Besarnya modulus elastisitas ini berupa konstanta proposional antara tegangan dan regangan di dalam selang elastis. Hal itu ditunjukkan pada persamaan 3.4.

$$E = \frac{f_t}{\varepsilon} \tag{3.4}$$

Daktilitas merupakan kemampuan baja untuk mengalami deformasi besar sebelum gagal. Oleh karena itu struktur rangka batang baja masih dapat berdiri setelah sebagian dari rangka batang tersebut telah mengalami tegangan jauh di atas tegangan ijin desain. Deformasi suatu struktur akan mentransfer beban ke bagian lain yang memilkul beban lebih rendah sehingga akan mencegah struktur dari keruntuhan meskipun semua atau sebagian struktur telah mengalami deformasi berlebihan. Daktalitas merupakan sifat baja yang sangat berguna terutama untuk pembebanan yang sifatnya tak statis seperti beban angin.

3.3.1 Batang Tarik Aksial

Batang tarik aksial merupakan batang lurus yang mengalami tarikan akibat bekerjanya gaya aksial tarik. Batang tarik aksial biasanya terdapat pada struktur rangka batang, jembatan, menara transmisi, dan sistim pengaku terhadap angin pada gedung bertingkat banyak. Batang tarik terdiri dari dua tipe yaitu batang tarik pada kondisi tanpa lubang dan batang tarik dengan lubang.

Batang tarik dengan lubang, seperti akibat lubang paku keling, baut atau batang berulir, luas penampang yang digunakan dalam perhitungan adalah luasan netto atau luasan efektif.

Luas penampang netto adalah luasan tampang yang efektif yang menahan beban, yaitu luas tampang bruto dikurangi luas lubang. Namun luas penampang netto tidak boleh melebihi 85% luas penampang brutto (AISC-ASD,1989).

Pada batang tarik berpenampang siku yang memiliki sambungan pada salah satu kakinya, tegangan yang terdistribusikan pada ujung batang tidak seragam. Untuk memperhitungkan ketidakseragaman tegangan, AISC-ASD memberikan aturan untuk menggunakan luasan efektif (Ae). Koefisien reduksi (U) diambil 0,85 sesuai AISC-ASD-B3.

Pada prinsipnya tegangan tarik yang terjadi pada suatu elemen baja harus lebih kecil dari tegangan yang dijinkan. Tegangan yang diijinkan untuk batang tarik ditunjukkan dengan persamaan 3.5 dan 3.6.

$$F_t = 0,6 \;.\; F_y \;.\; Ag \tag{3.5}$$

$$F_t = 0,5 \;.\; F_u \;.\; Ae \tag{3.6}$$

Hasil perhitungan dari persamaan 3.5 dan 3.6 diambil nilai terkecil.

Notasi : F_t = Kekuatan tarik yang diijinkan

F_y = Tegangan leleh baja

F_u = Kekuatan ultimit tarik baja struktur

Ag = Luas penampang bruto

Ae = Luas penampang efektif

Ae = U . An

U = Koefisien reduksi luasan

An = Luas penampang netto

$An = Ag - A\ lubang$

$Alubang$ = Diameter lubang total x tebal profil

Batang tarik yang terlalu panjang bisa melendut secara berlebihan akibat berat sendiri, untuk mencegah hal tersebut panjang batang perlu dibatasi. Kriteria penentuan panjang batang ini didasarkan pada angka kelangsingan batang, KL/r dengan L adalah panjang batang dan r adalah jari-jari girasi. Merurut AISC - 1.8.4 besar angka kelangsingan yang berlaku untuk batang tarik adalah KL/r $\leq$ 300.

3.3.2 Batang Tekan Aksial

Batang aksial tekan merupakan batang-batang lurus yang mengalami tekanan akibat kerja gaya-gaya aksial. Salah satu faktor yang berpengaruh terhadap kuat tekan batang adalah kelangsingannya. Kelangsingan batang merupakan rasio antara panjang tekuk (KL) dengan jari-jari kelembaman atau girasi (r). Kuat tekan suatu batang akan menurun seiring dengan makin besarnya nilai kelangsingan batang tersebut. Menurut AISC-1.8.4 angka kelangsingan untuk batang yang mengalami tekanan aksial, besarnya tidak melebihi dari 200.

$$KL/r \leq 200 \tag{3.7}$$

Pada prinsipnya tegangan desak yang terjadi pada suatu elemen baja harus lebih kecil dari tegangan yang diijinkan. Kelangsingan batang juga berpengaruh pada kondisi tekuk suatu batang. Menurut AISC-ASD, C_c adalah kelangsingan *(KL/r)* yang membatasi antara batang yang mengalami kondisi tekuk in-elastik (batang pendek) dengan batang yang mengalami kondisi tekuk elastis (batang panjang).

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 . E}{F_y}} \tag{3.8}$$

Tegangan yang diijinkan untuk batang desak menurut spesifikasi AISC-ASD untuk berbagai kondisi tekuk ditunjukkan dengan rumus dibawah ini :

a. Kondisi tekuk elastis ($KL/r > C_c$)

Bila batang mengalami kondisi tekuk elastis maka tegangan desak yang diijinkan seperti pada persamaan 3.9.

$$F_a = \frac{\pi^2 . E}{FS . (KL/r)^2} \tag{3.9}$$

Menurut AISC-ASD faktor keamanan (FS) untuk kondisi tekuk elastik seperti pada persamaan 3.10.

$$FS = \frac{23}{12} \tag{3.10}$$

b. Kondisi tekuk in-elastik ($KL/r < C_c$)

Bila batang mengalami kondisi tekuk in-elastis maka tegangan desak yang diijinkan seperti pada persamaan 3.11.

$$F_a = \frac{F_y}{FS}\left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2 . C_c^2}\right] \tag{3.11}$$

Menurut AISC-ASD faktor keamanan (FS) untuk kondisi tekuk in-elastik seperti pada persamaan 3.12.

$$FS = \frac{5}{3} + \frac{3\ KL/r}{8\ C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8\ C_c^3} \tag{3.12}$$

Notasi : F_a = Tegangan desak yang diijinkan

F_y = Tegangan leleh baja

E = Modulus elastis baja

KL = Panjang tekuk batang

r = Jari-jari kelembaman

C_c = Kelangsingan batas antara tekuk elastis dengan tekuk inelastik

FS = Faktor keamanan

3.4 Pembebanan

Pada umumnya beban-beban yang bekerja pada struktur rangka batang atap menurut PPPRG 1987 adalah :

1. Beban mati, ialah berat dari semua bagian dari suatu gedung yang bersifat tetap, termasuk segala unsur tambahan, penyelesaian-penyelesaian, mesin-mesin serta peralatan tetap yang merupakan bagian yang tak terpisahkan dari gedung.
2. Beban hidup, ialah semua beban yang terjadi akibat penghunian atau penggunaan suatu gedung, berupa barang-barang yang dapat dipindahkan, sehingga mengakibatkan perubahan dalam pembebanan tersebut. Khusus pada atap yang termasuk beban hidup adalah

beban pekerja dan beban air hujan. PPI 1983 memberikan ketentuan :

Beban pekerja minimum diambil sebesar 100 kg

Beban air hujan = 40 – 0,8 . α

α = kemiringan atap

3. Beban Angin, ialah semua beban yang bekerja pada gedung yang disebabkan oleh selisih dalam tekanan udara. Untuk menghitung beban angin PPPRG 1987 memberikan ketentuan :

Beban angin = Tekanan angin x C x jarak gording

C = koefisien angin

= (0,02 x tekanan angin – 0,4)

Kemudian dari beban-beban tersebut di atas dikelompokkan menjadi beban tetap dan beban sementara. Beban tetap merupakan kombinasi antara beban mati dengan beban hidup, sedangkan beban sementara merupakan kombinasi antara beban tetap dengan beban angin.

3.5 Analisa struktur rangka batang

Salah satu hal terpenting dalam merencanakan suatu struktur adalah analisa struktur. Dari analisa struktur ini kita akan mendapatkan :

1. Gaya-gaya dalam yang timbul pada elemen-elemen struktur sebagai akibat bekerjanya gaya-gaya luar pada struktur,
2. Tegangan yang terjadi pada penampang-penampang elemen sebagai akibat timbulnya gaya dalam pada elemen bersangkutan, dan diharapkan agar tegangan yang terjadi tidak melebihi tegangan yang diijinkan,
3. Defleksi atau lendutan yang terjadi, baik pada tiap titik buhul maupun pada elemen-elemen yang bersangkutan pada suatu struktur.

Banyak metode yang dapat digunakan untuk menganalisa suatu struktur rangka batang, diantaranya adalah metode Kesetimbangan titik buhul, metode Potongan, metode Grafis, metode Matrik Kekakuan, dan sebagainya.

Pada umumnya program-program aplikasi analisa struktur yang ada pada saat ini menggunakan metode Matrik Kekakuan, sebab metode ini sederhana dan luwes bila digunakan terutama untuk menganalisa struktur-struktur yang rumit. Metode Matrik Kekakuan merupakan suatu pemikiran baru pada analisa struktur, yang berkembang bersamaan makin populernya penggunaan komputer otomatis untuk operasi-operasi perhitungan aritmatika. Dalam menganalisa suatu struktur sederhana dapat dengan mudah diselesaikan. Pada suatu rangka batang statis tertentu gaya-gaya batang akan diperoleh dengan menggunakan beberapa persamaan kesetimbangan. Hal utama dalam analisa struktur untuk menentukan deformasi maupun tegangan yang terjadi pada struktur, adalah sejauh mana diketahui sifat karakteristik hubungan antara gaya dan deformasi dari elemen struktur, sehingga semua syarat kesetimbangan terpenuhi (Supartomo, F.X, 1984).

3.5.1 Metode Matrik Kekakuan

Setiap struktur yang rumit, misalnya struktur rangka batang dan kerangka kaku, dapat dipotong-potong menjadi komponen-komponen yang lebih sederhana. Suatu rangka batang dipandang sebagai struktur yang terdiri dari batang-batang dengan dua gaya yang disambung dengan pen pada ujung-ujungnya (Yuan-Yu Hsieh, 1982).

Metode matrik kekakuan adalah suatu cara untuk analisa struktur, dimana dalam proses analisanya dianggap perubahan kedudukan titik-titik buhul sebagai besaran yang tidak diketahui (Supartono, F.X, 1984).

Konsep dasar metode kekakuan dalam suatu struktur adalah harus terpenuhinya syarat-syarat :

1. Kesetimbangan antara gaya-gaya dalam dengan beban-beban luar yang bekerja,
2. Kompatibelitas, yaitu mencari deformasi yang terjadi pada ujung batang akibat perubahan kedudukan titik buhul.
3. Hubungan antara gaya-gaya ujung batang dengan deformasi-deformasi serta hubungan antara gaya-gaya titik buhul dengan perubahan kedudukan titik buhul.

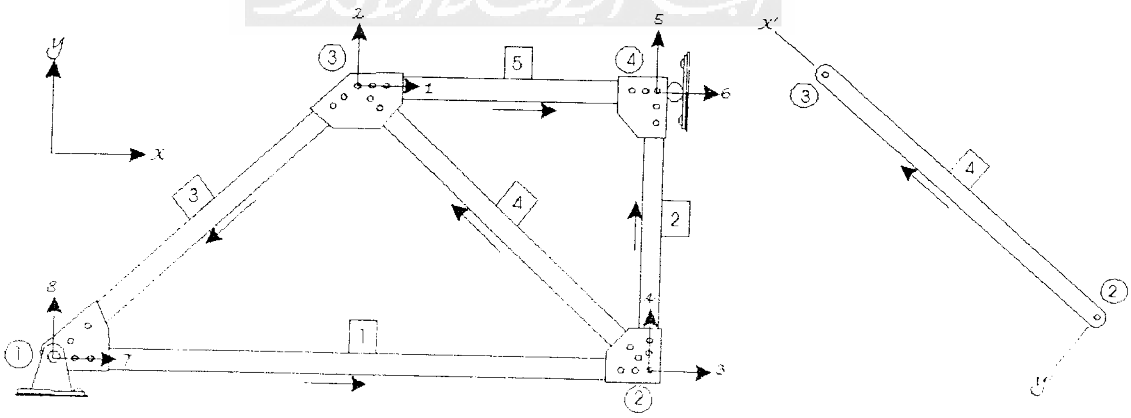
Kemudian konsep dasar tersebut dibuat menjadi prosedur umum untuk merakit matrik kekakuan struktur keseluruhan dari masing-masing matrik kekakuan batang. Untuk mempermudah perakitan matrik prosedur umum yang dilakukan untuk menganalisa struktur rangka batang adalah :

1. Identifikasi titik buhul dan batang
   Langkah awal penggunaan metode kekakuan adalah mengidentifikasi tiap elemen atau batang dan tiap titik buhul dengan memberikan penandaan tertentu. Seperti Gambar 3.3(a) dimana batang diberi nomor di dalam bujur sangkar dan titik kumpul diberi nomor di dalam lingkaran.
2. Menentukan koordinat batang (lokal) dan koordinat struktur (global)

Dua tipe yang berbeda dalam pemakaian sistem koordinat. Sistem koordinat global struktur, dipakai sumbu *x* dan *y* seperti pada Gambar 3.3(a). Sistem koordinat lokal atau sistem koordinat batang, dipakai sumbu *x'* dan *y'* seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.3(b).

3. Menentukan derajat kebebasan (Degree of freedom)

   Derajat kebebasan suatu struktur terdiri dari dua jenis, yaitu jenis tidak terkekang (*unconstrained degrees of freedom*) dimana derajat kebebasannya 1 dan jenis terkekang (*constrained degrees of freedom*) dimana derajat kebebasannya 0. Misalnya jika titik buhul dari suatu struktur dapat bergerak atau tidak terkekang maka derajat kebebasannya 1 dan sebaliknya jika titik buhul tidak dapat bergerak atau terkekang derajat kebebasannya 0.



(a) (b)

Gambar 3.3 Contoh Struktur rangka batang

Dalam penyusunan ukuran atau ordo matrik kekakuan perlu diketahui berapa banyak derajat kebebasan yang terjadi pada suatu struktur. Oleh karena itu untuk memudahkan berapa banyak derajat kebebasan yang terjadi, maka diperlukan suatu penandaan pada titik buhul berupa tanda panah bernomor. Contoh seperti pada Gambar 3.3(a) dimana terdapat 8 derajat kebebasan, sehingga ordo matrik kekakuan struktur berukuran 8 *x* 8.

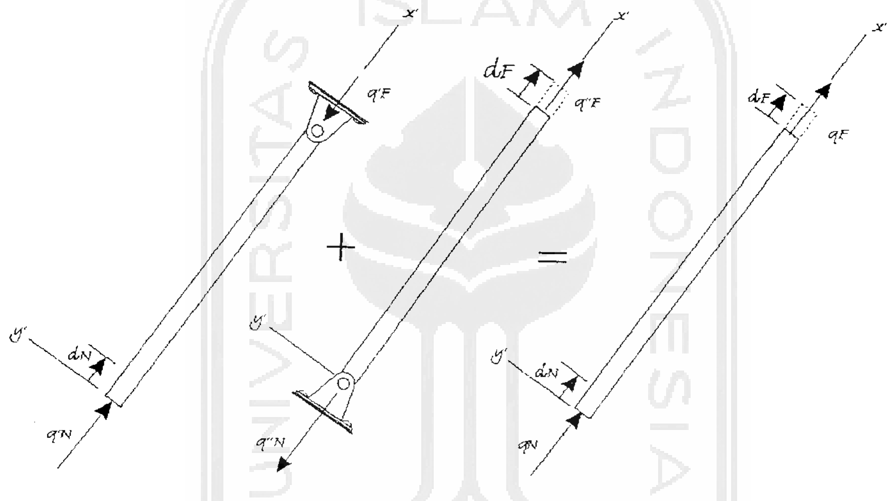
Kondisi derajat kebebasan dari masing-masing titik buhul dapat dibagi menjadi dua kondisi. Kondisi titik buhul 1 dengan panah nomor 7, 8 dan titik buhul 4 dengan panah nomor 6 pada kondisi tidak bergerak atau derajat kebebasan terkekang (*constrains degrees of freedom*) dan pada titik buhul yang lain pada kondisi bebas atau tidak terkekang (*unconstrains degrees of freedom*).

Kesetimbangan gaya-gaya

Jika suatu struktur rangka batang dibebani pada titik buhul maka struktur tersebut akan mengalami deformasi. Secara umum deformasi tersebut dapat berupa deformasi aksial. Deformasi aksial adalah perubahan bentuk memanjang atau memendek dari suatu elemen akibat gaya aksial (Susastrawan, 1991).

Seperti pada Gambar 3.4(a) elemen mengalami deformasi aksial desak dan syarat kestimbangan dapat dirumuskan seperti pada persamaan 3.13.

$$q'_N = \frac{AE}{L} d_N \qquad q'_F = -\frac{AE}{L} d_N \qquad (3.13)$$



(a) (b) (c)

Gambar 3.4 Deformasi Batang

Dan pada Gambar 3.4(b) elemen mengalami deformasi aksial tarik dan syarat keseimbangan dapat dirumuskan seperti pada persamaan 3.14.

$$q''_N = -\frac{AE}{L} d_F \qquad q''_F = \frac{AE}{L} d_F \qquad (3.14)$$

Superposisi seperti pada Gambar 3.4(c) dapat dirumuskan dengan menggabungkan persamaan 3.13 dan 3.14 menjadi:

$$q_N = \frac{AE}{L}d_N - \frac{AE}{L}d_F$$

$$q_F = \frac{AE}{L}d_F - \frac{AE}{L}d_N \qquad (3.15)$$

atau dapat juga ditulis dalam bentuk matrik

$$\begin{bmatrix} q_N \\ q_F \end{bmatrix} = \frac{AE}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d_N \\ d_F \end{bmatrix}$$

atau

$$\boxed{q = k' \times d} \qquad (3.16)$$

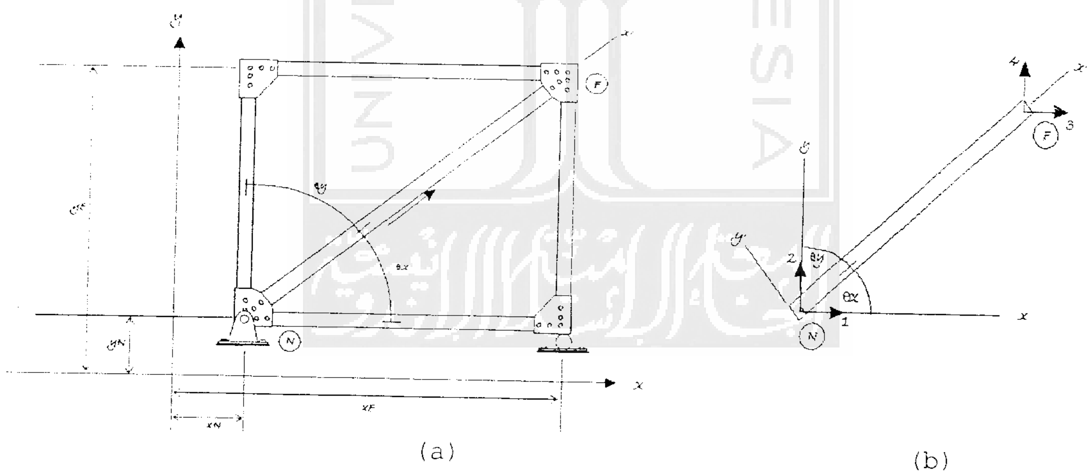
dengan

$$[k'] = \frac{AE}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad (3.17)$$

Matrik k' adalah matrik kekakuan elemen pada koordinat lokal (Hibbeler,R.C, 1995).

Matrik Transformasi Defleksi

Penentuan matrik kekakuan batang yang lengkap untuk batang tipikal rangka batang merupakan permulaan analisa rangka batang bidang. Gambar 3.5(a) memperlihatkan batang tipikal NF pada rangka batang bidang. Titik kumpul di ujung batang ditunjukkan sebagai titik N dan F. Rangka batang dianggap terletak pada bidang *x-y*, dimana *x* dan *y* adalah sumbu referensi atau global untuk struktur. Translasi titik kumpul merupakan perpindahan yang belum diketahui dalam analisa, dan semua translasi oleh komponen dalam arah *x-y* dapat dinyatakan dengan meninjau arah positif keempat komponen perpindahan di kedua ujung batang tipikal NF (terhadap sumbu arah struktur) seperti ditunjukkan pada Gambar 3.5 (b). Kemiringan batang pada struktur rangka batang mudah dihitung dengan memakai kosinus arah (direction cosines) (Weavwer, 1989).



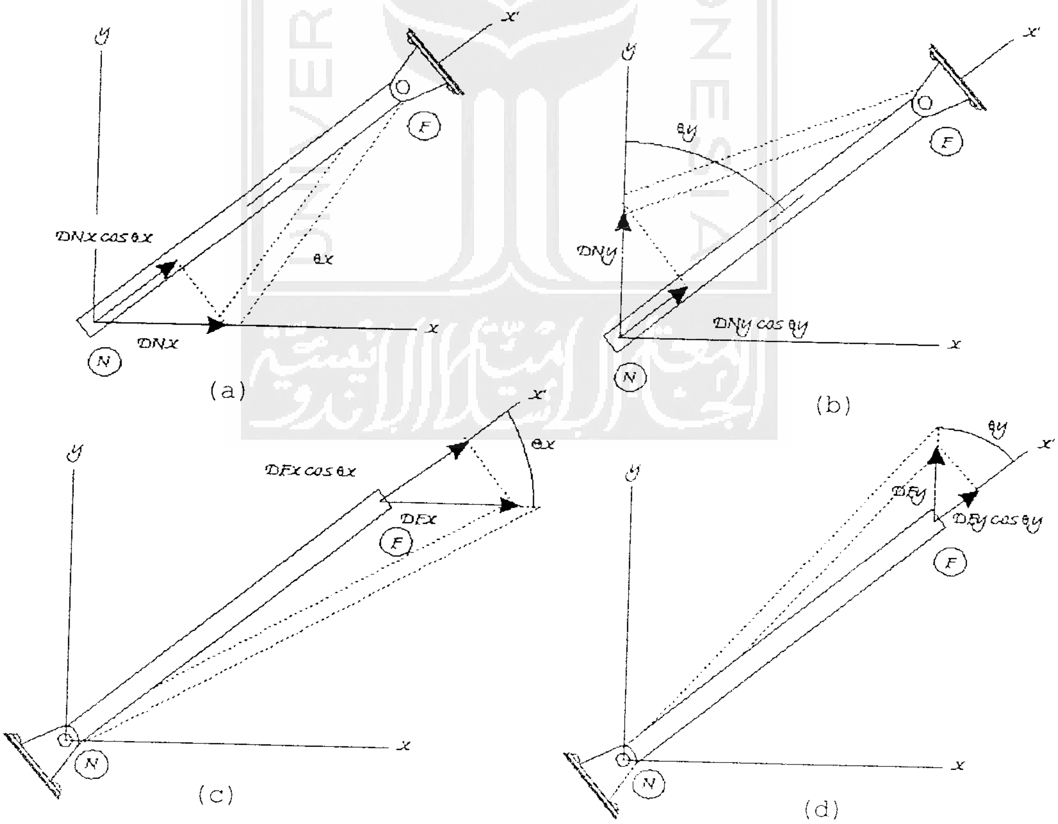
Gambar 3.5. Batang tipikal pada struktur rangka batang

Kosinus arah untuk batang pada Gambar 3.5(b) adalah kosinus sudut θx dan θy antara sumbu batang dengan sumbu *x* dan *y*. sudut ini selalu ditentukan dari ujung batang. Jika L adalah panjang batang, koordinat x dan y dari titik kumpul N dan F dengan notasi (x_F , y_F) dan (x_N , y_N) maka kosinus arah untuk batang dapat dinyatakan dalam persamaan 3.18 dan 3.19.

$$\lambda_x = \cos\theta_x = \frac{x_F - x_N}{L} = \frac{x_F - x_N}{\sqrt{(x_F - x_N)^2 + (y_F - y_N)^2}} \qquad (3.18)$$

$$\lambda_y = \cos\theta_x = \frac{y_F - y_N}{L} = \frac{y_F - y_N}{\sqrt{(x_F - x_N)^2 + (y_F - y_N)^2}} \qquad (3.19)$$

Setiap ujung batang bebas dalam koordinat global mempunyai dua derajat kebebasan atau defleksi bebas seperti pada Gambar 3.6(a) dan 3.6(b) titik buhul N mempunyai D_{Ny} dan D_{Nx} dan pada Gambar 3.6(c) dan



Gambar 3.6 Tranformasi Defleksi

3.6(d) titik buhul F mempunyai D_{Fy} dan D_{Fx}. Dua defleksi global tersebut dapat dirumuskan, seperti pada persamaan 3.20 dan 3.21.

$$d_N = D_{Nx}\cos\theta_x + D_{Ny}\cos\theta_y \qquad (3.20)$$

$$d_F = D_{Fx}\cos\theta_x + D_{Fy}\cos\theta_y \qquad (3.21)$$

jika $\lambda_x = cos\ \ \theta x$ dan $\lambda_y = cos\ \ \theta y$ maka persamaan 3.20 dan 3.21, menjadi

$$d_N = D_{Nx}\ \lambda_x + D_{Ny}\lambda_y \qquad (3.22)$$

$$d_F = D_{F\,x}\lambda_x + D_{Fy}\lambda_y \qquad (3.23)$$

dan dapat susun dalam bentuk matrik

$$\begin{bmatrix} d_N \\ d_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_x & \lambda_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{Nx} \\ D_{Ny} \\ D_{Fx} \\ D_{Fy} \end{bmatrix}$$

atau

$$\boxed{d = TD} \qquad (3.24)$$

dengan

$$T = \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_x & \lambda_y \end{bmatrix}$$

matrik transformasi defleksi "*T*" adalah transformasi empat koordinat global defleksi arah *x-y* atau "*D*" ke dalam dua koordinat lokal defleksi arah *x'* atau "*d*" (Hibbeler,R.C, 1995).

Matrik Transformasi Gaya

Seperti pada Gambar 3.7 (a) gaya q_N pada ujung N batang dapat dirumuskan

$$Q_{Nx} = q_N \cos\theta_x \qquad Q_{Ny} = q_N \cos\theta_y \tag{3.25}$$

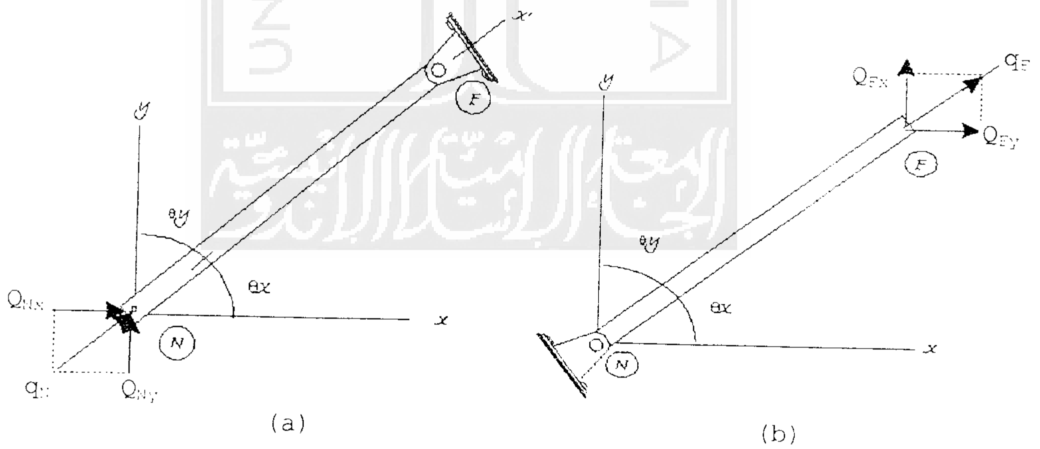
dan pada ujung F batang, Gambar 3.7 (b)

$$Q_{Fx} = q_F \cos\theta_x \qquad Q_{Fy} = q_F \cos\theta_y \tag{3.26}$$

menggunakan kosines arah $\lambda_x = \cos\ \theta x$ dan $\lambda_y = \cos\ \theta y$, persamaan diatas menjadi

$$Q_{Nx} = q_N \lambda_x \qquad Q_{Ny} = q_N \lambda_y$$

$$Q_{Fx} = q_F \lambda_x \qquad Q_{Fy} = q_F \lambda_y$$



Gambar 3.7 Transformasi Gaya

dan dapat disusun dalam bentuk matrik

$$\begin{bmatrix} Q_{Nx} \\ Q_{Ny} \\ Q_{Fx} \\ Q_{Fy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ \lambda_y & 0 \\ 0 & \lambda_x \\ 0 & \lambda_y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} q_N \\ q_F \end{bmatrix}$$

atau

$$\boxed{Q = T^T q} \qquad (3.27)$$

dengan
$$T^T = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ \lambda_y & 0 \\ 0 & \lambda_x \\ 0 & \lambda_y \end{bmatrix}$$

matrik transformasi gaya "T^T" adalah transformasi dari dua koordinat lokal x' akibat gaya aksi "q" ujung batang ke dalam empat komponen koordinat global (x,y) gaya "Q" (Hibbeler,R.C, 1995).

Matrik Kekakuan Global

Kombinasi dari matrik kekakuan tiap batang dari struktur seperti persamaan 3.24 disubtitusikan ke dalam persamaan 3.16, persamaan menjadi

$$\boxed{q = k'TD} \qquad (3.28)$$

Persamaan 3.28 disubtitusikan ke dalam persamaan 3.27, menjadi

$$\boxed{Q = T^T k'TD} \qquad (3.29)$$

atau

$$\boxed{Q = kD} \tag{3.30}$$

dengan

$$\boxed{k = T^T k' T} \tag{3.31}$$

"k" adalah matrik kekakuan batang pada koordinat global

$$k = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ \lambda_y & 0 \\ 0 & \lambda_x \\ 0 & \lambda_y \end{bmatrix} \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_x & \lambda_y \end{bmatrix}$$

penyederhanaan operasi matrik "k"

$$\boxed{k = \frac{AE}{L} \begin{array}{cccc|c} N_x & N_y & F_x & F_y & \\ \hline \lambda_x^2 & \lambda_x\lambda_y & -\lambda_x^2 & -\lambda_x\lambda_y & N_x \\ \lambda_x\lambda_y & \lambda_y^2 & -\lambda_x\lambda_y & -\lambda_x^2 & N_y \\ -\lambda_x^2 & -\lambda_x\lambda_y & \lambda_x^2 & \lambda_x\lambda_y & F_x \\ -\lambda_x\lambda_y & -\lambda_x^2 & \lambda_x\lambda_y & \lambda_x^2 & F_y \end{array}} \tag{3.32}$$

3.5.2 Aplikasi Metode Kekakuan pada Struktur Rangka Batang

Penjelasan tentang matrik kekakuan yang dijelaskan diatas dapat digunakan untuk mencari defleksi titik buhul, reaksi akibat gaya luar dan gaya yang terjadi pada batang dengan menyusun persamaan berdasarkan kondisi pada titik buhul, seperti pada persamaan 3.33.

$$\begin{bmatrix} Q_k \\ \hline Q_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ \hline K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_u \\ \hline D_k \end{bmatrix} \tag{3.33}$$

Dengan,

Q_k , D_k adalah Beban luar dan defleksi yang diketahui, misal titik buhul dikenai beban luar atau titik buhul dikekang (constrains), maka defleksi dapat dianggap $D_k = 0$ atau tidak bergerak

Q_u , D_u adalah Beban luar dan defeksi yang belum diketahui, kondisi titik buhul dapat bergerak bebas (unconstrains).

K adalah Matrik kekakuan struktur

Persamaan 3.33 dapat dibitulis kembali

$$Q_k = K_{11}D_u + K_{12}D_k \tag{3.34}$$

$$Q_u = K_{21}D_u + K_{22}D_k \tag{3.35}$$

Misal $D_k = 0$ atau tumpuan tidak bergerak maka persamaan 3.34 menjadi

$$Q_k = K_{11}D_u \tag{3.36}$$

untuk mendapatkan semua defleksi pada titik buhul D_u pada persamaan 3.36 dirubah menjadi

$$D_u = [K_{11}]^{-1} Q_k \tag{3.37}$$

kemudian hasil dari persamaan 3.37 disubtitusikan kedalam persamaan 3.38 untuk mendapatkan gaya batang.

$$q = k' TD_u \tag{3.38}$$

kemudian hasil dari persamaan 3.37 disubtitusikan kedalam persamaan 3.35 untuk mendapatkan reaksi dukungan.

$$Q_u = K_{21} D_u \tag{3.39}$$

persamaan 3.38 dikembangkan menjadi persamaan matrik menjadi

$$\begin{bmatrix} q_N \\ q_F \end{bmatrix} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_x & \lambda_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{Nx} \\ D_{Ny} \\ D_{Fx} \\ D_{Fy} \end{bmatrix} \tag{3.40}$$