

**PERHITUNGAN CADANGAN KLAIM DENGAN
MENGUNAKAN METODE *CHAIN-LADDER* DAN
*MUNICH CHAIN-LADDER***

TUGAS AKHIR



Disusun Oleh:

L. Bayu Alamsyah Pratama

15611025

**PROGRAM STUDI STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA
YOGYAKARTA
2020**

HALAMAN JUDUL

PERHITUNGAN CADANGAN KLAIM DENGAN MENGUNAKAN METODE *CHAIN-LADDER* DAN *MUNICH CHAIN-LADDER*

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar
Sarjana Jurusan Statistika



Disusun Oleh:

L. Bayu Alamsyah Pratama

15611025

**PROGRAM STUDI STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA
YOGYAKARTA**

2020

**HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING
TUGAS AKHIR**

Judul : Perhitungan Cadangan Klaim Dengan Menggunakan Metode *Chain-Ladder* Dan *Munich Chain-Ladder*

Nama : L. Bayu Alamsyah Pratama

Mahasiswa

NIM : 15 611 025

**TUGAS AKHIR INI TELAH DIPERIKSA DAN DISETUJUI UNTUK
DIUJIKAN**

Yogyakarta, 14 Desember 2020

Pembimbing



Arum Handini Primandari, S.Pd.Si., M.Sc

**HALAMAN PENGESAHAN
TUGAS AKHIR**

**PERHITUNGAN CADANGAN KLAIM
DENGAN MENGGUNAKAN METODE *CHAIN-
LADDER* DAN *MUNICH CHAIN-LADDER***

Nama Mahasiswa : L. Bayu Alamsyah Pratama
NIM : 15 611 025

**TUGAS AKHIR INI
TELAH DIUJIKAN**

Nama Penguji

Tanda Tangan

1. Ir. Ali Parkhan, M.T

(..........)

2. Sekti Kartika Dini, S.Si., M.Si

(..........)

3. Arum Handini Primandari, S.Pd.Si., M.Sc

(..........)

Mengetahui,

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Prof Riyanto, S.Pd., M.Si., Ph.D.

KATA PENGANTAR



Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah Penulis ucapkan kepada Allah SWT, karena berkat limpahan Rahmat, Taufik, Hidayah, serta Inayah-Nya Penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul “Perhitungan Cadangan Klaim Dengan Menggunakan Metode *Chain-Ladder* dan *Munich Chain-Ladder*” ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana Jurusan Statistika di Universitas Islam Indonesia. Shalawat serta salam Penulis haturkan kepada Nabi Muhammad SAW beserta keluarga, sahabat, dan umatnya.

Penulis menyadari bahwa Penulisan Tugas Akhir ini banyak memperoleh bantuan dari berbagai pihak, baik yang berupa saran, kritik, bimbingan maupun bantuan lainnya. Oleh karena itu, pada kesempatan ini Penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua Penulis, beserta seluruh keluarga besar Penulis yang luar biasa dan selalu memberikan dukungan, semangat, serta selalu mendo'akan Penulis agar diberi kemudahan, kelancaran dalam setiap langkah penulis.
2. Ibu Arum Handini Primandari, S.Pd.Si.,M.sc, selaku dosen pembimbing Tugas Akhir, yang sangat berjasa dalam penyelesaian Tugas Akhir ini dan selalu memberikan bimbingan selama Tugas Akhir ini.
3. Bapak Prof. Riyanto., M.sc., Ph.D selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta jajarannya.
4. Bapak Dr. Edy Widodo S.Si., M.Sc selaku Ketua Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Indonesia yang juga telah banyak membantu dan memberi ilmu dan wawasan baru kepada Penulis.
5. Sita Arfadila, partner dalam segala hal, yang selalu *support*, selalu menemani selama penulis menyelesaikan Tugas Akhir ini dan selalu mengingatkan untuk segera menyelesaikannya.
6. Keluarga Besar Kontrakan “SADEWA SUKSES” bima, rakhes, paul, arul, mikung yang selalu memberikan tawa.
7. Teman-teman yang tergabung dalam grup “WE ARE” teman seperjuangan selama menimba ilmu di Statistika FMIPA UII.

8. Ardjun, Salwa, Suci, yang sudah membantu selama masa kuliah, yang selalu memberikan banyak saran.
9. DPM FMIPA UII yang sudah memberikan kesempatan untuk bertukar pikiran, ide dan gagasan selama beberapa tahun terakhir ini.
10. Sahabat Statistika 2015 yang sudah banyak memberikan semangat dan bantuan dalam memulai dan mengakhiri Tugas Akhir ini.
11. Semua pihak yang telah membantu yang tidak dapat Penulis sebutkan satu persatu. Semoga Allah SWT selalu memberi rahmat dan anugerah-Nya kepada mereka semua tanpa henti. Aamiin.

Penulis menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih banyak kekurangan karena keterbatasan pengetahuan dan kemampuan yang dimiliki oleh Penulis. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi penulis khususnya dan bagi semua yang membutuhkan ummnya. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun diharapkan demi kesempurnaan penulisan Tugas Akhir ini. Semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Yogyakarta, 14 Desember 2020

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vi
DAFTAR TABEL	viii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR LAMPIRAN	x
DAFTAR NOTASI	xi
PERNYATAAN	xii
INTISARI	xiii
ABSTRACT	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Jenis Penelitian dan Metode	3
1.5 Tujuan Penelitian	3
1.6 Manfaat Penelitian	3
BAB II KAJIAN TEORI	4
2.1 Penelitian Terdahulu	4
2.2 Landasan Teori	6
2.2.1 Pengertian Asuransi	6
2.2.2 Pengertian Premi, Polis, Klaim	8
2.2.3 Cadangan Klaim	9
2.2.4 <i>Outstanding Claims Liability</i>	11
2.2.5 <i>Run-of-Triangle</i>	12
2.2.6 Metode <i>Chain-Ladder</i>	13
2.2.7 <i>Mean Absolute Percent Error (MAPE)</i>	14
BAB III PEMBAHASAN	19
3.1 Metode <i>Munich Chain-Ladder</i>	19
3.2 Studi Kasus	22
3.3 Hasil Analisis	24
3.3.1 Data pembandingan tahun 2017	24
3.3.2 Data studi kasus tahun 2018	28
3.3.3 Estimasi cadangan klaim menggunakan metode <i>Chain-Ladder</i>	31

3.3.4 <i>Mean Absolute Percentage Error (MAPE)</i> pada Metode <i>Chain-ladder</i>	38
3.3.5 Estimasi cadangan klaim menggunakan metode <i>Munich Chain-Ladder</i>	39
3.3.6 <i>Mean Absolute Percentage Error (MAPE)</i> pada Metode <i>Munich Chain-ladder</i>	40
3.3.7 Perbandingan total cadangan klaim dan nilai MAPE pada metode <i>Chain Ladder</i> dan Metode <i>Munich Chain ladder</i>	77
BAB IV PENUTUP	79
4.1 Kesimpulan	79
4.2 Saran	80
DAFTAR PUSTAKA	81
LAMPIRAN	82



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Penelitian terdahulu	5
Tabel 2.2 Skema <i>Run-of Triangle</i> data <i>incremental</i>	12
Tabel 2.3 Skema <i>Run-of Triangle</i> data <i>cumulative</i>	13
Tabel 2.4 Range MAPE	17
Tabel 3.1 <i>Run-of Triangle incremental</i> tahun 2017	24
Tabel 3.2 <i>Run-of Triangle cumulative</i> tahun 2017	26
Tabel 3.3 <i>Run-of Triangle incremental</i> tahun 2018	28
Tabel 3.4 <i>Run-of Triangle cumulative</i> tahun 2018	29
Tabel 3.5 Nilai faktor penundaan per periode studi kasus	31
Tabel 3.6 Nilai faktor penundaan per periode pembandingan	31
Tabel 3.7 <i>Run of Triangle cumulative</i> keseluruhan tahun 2017	33
Tabel 3.8 <i>Run of Triangle cumulative</i> keseluruhan tahun 2018	34
Tabel 3.9 Cadangan klaim per kejadian tahun 2017	35
Tabel 3.10 Cadangan klaim per kejadian tahun 2018	36
Tabel 3.11 Nilai MAPE metode <i>Chain-ladder</i>	37
Tabel 3.12 Klaim untuk kerugian yang dibayarkan tahun 2017	38
Tabel 3.13 Klaim untuk kerugian yang dibayarkan tahun 2018	39
Tabel 3.14 Klaim untuk kerugian yang terjadi tahun 2017	40
Tabel 3.15 Klaim untuk kerugian yang terjadi tahun 2018	41
Tabel 3.16 Hasil keseluruhan proyeksi untuk kerugian yang dibayarkan tahun 2017	51
Tabel 3.17 Hasil keseluruhan proyeksi untuk kerugian yang dibayarkan tahun 2018	52
Tabel 3.18 Hasil keseluruhan proyeksi untuk kerugian yang terjadi tahun 2017	53
Tabel 3.19 Hasil keseluruhan proyeksi untuk kerugian yang terjadi tahun 2018	54
Tabel 3.20 <i>gap</i> proyeksi untuk kerugian yang dibayarkan dan yang terjadi tahun 2017	55
Tabel 3.21 <i>gap</i> proyeksi untuk kerugian yang dibayarkan dan yang terjadi tahun 2018	56
Tabel 3.22 Nilai MAPE untuk kerugian yang dibayarkan	57
Tabel 3.23 Nilai MAPE untuk kerugian yang terjadi	59
Tabel 3.24 Nilai MAPE untuk nilai kesenjangan	59
Tabel 3.25 Total nilai cadangan klaim dan Nilai MAPE pada metode <i>chain ladder</i>	77
Tabel 3.26 Total nilai cadangan klaim dan Nilai MAPE pada metode <i>Munich Chain Ladder</i>	77

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Pengertian Klaim	9
Gambar 2.2 Proses Klaim	10
Gambar 3.1 Tahapan Pengaplikasian MCL	21
Gambar 3.2 Visualisasi data klaim incremental	27



DAFTAR LAMPIRAN

- Lampiran 1** *Run-Off Triangle Cumulative Claims*
- Lampiran 2** Estimasi Faktor Penundaan dengan Menggunakan Metode *Chain Ladder*
- Lampiran 3** Estimasi Cadangan Klaim Kumulatif
- Lampiran 4** Estimasi Cadangan Klaim per Periode Kejadian Menggunakan Metode *Chain Ladder*
- Lampiran 5** Estimasi Nilai Faktor Penundaan Rata-Rata untuk Kerugian yang Dibayarkan
- Lampiran 6** Nilai Estimasi Faktor Penundaan untuk Kerugian yang Terjadi
- Lampiran 7** Nilai Estimasi Parameter σ untuk Kerugian yang Dibayarkan
- Lampiran 8** Nilai Estimasi Parameter σ untuk Kerugian yang Terjadi
- Lampiran 9** Nilai Harapan Bersyarat untuk P/Z
- Lampiran 10** Nilai Harapan Bersyarat untuk Z/P
- Lampiran 11** Nilai dari Standar Deviasi Bersyarat ρ untuk Kerugian yang Dibayarkan
- Lampiran 12** Nilai dari Standar Deviasi Bersyarat ρ untuk Kerugian yang Terjadi
- Lampiran 13** Estimasi Nilai Residual dari Masing-masing Parameter

DAFTAR NOTASI

- $C_{i,j}$: Besaran klaim incremental pada periode kejadian ke- i dan periode Penundaan ke- j .
- $D_{i,j}$: Besaran klaim kumulatif pada periode kejadian ke- i dan periode Penundaan ke- j .
- $\hat{\lambda}_j$: Faktor penundaan ke- j untuk periode yang akan datang.
- $\hat{D}_{i,j}$: Total pembayaran klaim kumulatif yang dilaporkan dalam periode Kejadian ke- i .
- \hat{R}_i : Nilai cadangan klaim per periode kejadian.
- \tilde{R} : Nilai total cadangan klaim akhir.
- P : Kerugian yang sudah terjadi dan langsung dibayarkan.
- Z : Kerugian yang sudah terjadi namun belum dibayarkan.
- $C_{i,j}^P$: Kerugian yang dibayarkan pada periode kejadian ke- i yang mengalami penundaan selama j tahun.
- $C_{i,j}^Z$: Kerugian yang terjadi dengan periode penundaan ke- i yang mengalami penundaan sampai j tahun.
- $\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^P}$: Nilai parameter untuk kerugian yang dibayarkan.
- $\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^Z}$: Nilai parameter untuk kerugian yang sudah terjadi namun belum dibayarkan.
- $p_i(s)$: Waktu penundaan dari kerugian yang dibayarkan pada periode kejadian ke- i sampai periode akhir penundaan ke- s .
- $z_i(s)$: Waktu penundaan dari kerugian yang terjadi pada periode kejadian ke- i sampai dengan periode akhir penundaan ke- s .
- C : Bersifat konstan
- λ^P : Perubahan periode tahun penundaan untuk kerugian yang dibayarkan.
- λ^Z : Perubahan periode tahun penundaan untuk kerugian yang terjadi.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang sebelumnya pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi dan sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang diajukan dalam naskah ini disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 14 Desember 2020



(L. Bayu Alamsyah Pratama)



**PERHITUNGAN CADANGAN KLAIM DENGAN
MENGUNAKAN METODE *CHAIN-LADDER* DAN *MUNICH
CHAIN-LADDER***

L. Bayu Alamsyah Pratama

Program Studi Statistika Fakultas MIPA

Universita Islam Indonesia

INTISARI

Salah satu bentuk untuk mengantisipasi semua resiko yang kemungkinan akan terjadi dapat dilakukan dengan mengikuti asuransi. Dalam asuransi terdapat istilah cadangan klaim yang merupakan taksiran dana yang wajib disiapkan oleh suatu perusahaan asuransi sebagai cadangan untuk menutup pembayaran klaim dimasa yang akan datang. Salah satu metode yang sering digunakan oleh perusahaan asuransi dalam memprediksi besaran nilai cadangan klaim yaitu menggunakan metode *Chain Ladder*, sedangkan Metode *Munich Chain Ladder* sangat jarang digunakan oleh suatu perusahaan dalam perhitungan estimasi cadangan klaim. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan nilai estimasi cadangan klaim dan mampu memprediksi kesenjangan yang timbul dari besaran nilai cadangan klaim yang dibayarkan dimasa yang akan datang. Metode *Munich chain-ladder* mampu memprediksi kesenjangan yang terjadi antara kerugian yang telah dibayarkan dan kerugian yang sudah terjadi namun belum dibayarkan. Metode *Munich chain Ladder* merupakan hasil pengembangan dari metode *Chain Ladder* yang dikembangkan oleh Quarg dan Thomas Mack. Berdasarkan hasil perhitungan menggunakan metode *Chain-ladder* didapatkan estimasi total nilai cadangan klaim per periode kejadian sebesar USD 6,801,130. Sedangkan estimasi total cadangan klaim dari metode *Munich chain-ladder* untuk kerugian yang dibayarkan adalah sebesar USD 47,120 dan untuk kerugian yang terjadi namun belum dibayarkan sebesar USD 287,076. Nilai gap yang didapatkan sebesar USD 288,458.

Kata Kunci: Cadangan klaim, *Chain-ladder*, *Munich Chain Ladder*

CALCULATION OF CLAIM RESERVES USING CHAIN-LADDER AND MUNICH CHAIN-LADDER METHODS

L. Bayu Alamsyah Pratama

Department of Statistics, Faculty of Mathematic and Natural Sciences

Islamic University of Indonesia

ABSTRACT

One way to anticipate all the risks that are likely to occur can be done by following insurance. In insurance, there is a term of claim reserve that is an estimate of funds that must be prepared by an insurance company as a reserve to cover the payment of claims in the future. One method that is often used by insurance companies in predicting the amount of claim reserve value is the Chain Ladder method, while the Munich Chain Ladder Method is very rarely used by a company in estimating claims reserves. This study aims to obtain the estimated value of claims reserves and is able to predict the gap arising from the amount of claim reserve value paid in the future. The Munich chain-ladder method is able to predict the gap between the losses that have been paid and the losses that have occurred but have not been paid. The Munich chain Ladder method is developed from the Chain Ladder method by Quarg and Thomas Mack Based on the calculation results using chain-ladder method obtained estimated total claim reserve value per event period of USD 6,801,130. While the estimated total claim reserves from the Munich chain-ladder method for losses paid are USD 47,120 and for losses that occur but have not been paid at USD 287,076. The gap value obtained is USD 288,458.

Keyword: Chain Ladder, Munich Chain Ladder, Reserve claim

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam kehidupan manusia, banyak resiko yang dapat terjadi tanpa memandang waktu dan kondisi. Resiko tersebut dapat berupa melemahnya sistem tubuh atau sakit, kematian, kecelakaan, kerusakan dan ketidakstabilan ekonomi. Tindakan pengantisipasi dari semua resiko tersebut dapat dilakukan dengan adanya asuransi. Asuransi merupakan perjanjian antara dua pihak yaitu pihak perusahaan asuransi atau yang biasa disebut penanggung dengan pihak tertanggung atau yang biasa disebut nasabah. Perjanjian tersebut berupa pemberian sejumlah santunan yang telah disepakati dari kedua belah pihak dari pihak penanggung terhadap pihak tertanggung apabila terjadi resiko yang telah diklaim oleh pihak tertanggung (Black and Skipper, 1993).

Perjanjian yang melibatkan pihak penanggung dan pihak tertanggung biasa disebut dengan polis. Pada perjanjian tersebut pihak tertanggung membayar sejumlah uang yang telah ditentukan berdasarkan suku bunga dan peluang terjadinya resiko kepada pihak penanggung. Sehingga ketika pihak tertanggung mengalami kejadian maka resiko tersebut akan ditanggung oleh pihak penanggung. Pembayaran tersebut disebut dengan premi. Dalam pengelolaan keuangan, pihak penanggung harus mempersiapkan dana yang bisa dipakai secara tepat sehingga kewajiban pihak penanggung kepada tertanggung terpenuhi apabila pihak tertanggung sudah melakukan pelaporan atau klaim sebuah kejadian. Hal seperti ini lazim disebut cadangan teknis. Cadangan teknis memiliki dua jenis. Pertama, sejumlah uang yang didapatkan dari selisih uang tunai yang dibayarkan oleh pihak tertanggung dengan uang santunan yang diberikan dari pihak penanggung kepada pihak tertanggung disebut cadangan klaim (Black & Skipper, 1993). Cadangan klaim adalah sejumlah uang yang harus disiapkan oleh pihak penanggung kepada pihak tertanggung dimasa yang akan datang berdasarkan klaim yang sudah terjadi akan tetapi belum dibayarkan (Maher, 1992). Kedua, cadangan premi adalah sejumlah uang yang harus disajikan dan dibayarkan oleh pihak penanggung kepada pihak tertanggung dalam jangka waktu satu tahun yang syarat dan kondisi polisnya dapat diperbaharui kembali (*renewable*) dan memberikan manfaat lain setelah periode tertentu.

Perusahaan asuransi dalam membayarkan klaim biasanya tidak lama diberikan setelah klaim dilaporkan oleh pihak nasabah. Namun terkadang perusahaan

membutuhkan waktu yang cukup lama karena mempertimbangkan dari waktu terjadinya klaim.

Hubungan antara waktu kejadian dan penundaan terkait klaim dikenal dengan istilah *outstanding claims*. Ada dua jenis *outstanding claims*, yaitu *Incurred but Not Reported* (IBNR) merupakan suatu peristiwa yang sudah terjadi akan tetapi belum dilaporkan ke perusahaan asuransi dan *Reported but Not Settled* merupakan peristiwa yang telah dilaporkan ke perusahaan akan tetapi pembayaran belum terselesaikan (Hossack, 1999). Perlu diketahui bahwa penaksiran *outstanding claims* sangat penting karena perusahaan asuransi harus dapat menyediakan cadangan klaim untuk menutup pembayaran klaim yang akan datang. Metode *chain-ladder* merupakan metode deterministik yang paling populer untuk menaksir *outstanding claims*, karena kesederhanaannya dan bersifat bebas distribusi (Mack 1993).

Jika proyeksi cadangan klaim dalam perkiraan IBNR yang dibayarkan dan kerugian yang terjadi sangat menyimpang dari estimasi yang sudah dilakukan sebelumnya maka portofolio perusahaan asuransi cenderung mengalami kerugian. Jika hanya menggunakan metode *chain ladder* tidak cukup untuk membantu dalam memecahkan masalah, karena metode tersebut hanya proyeksi cadangan klaim secara sederhana. Metode *munich chain-ladder* yang dimana pengembangan dari metode *munich chain-ladder* dapat mempersempit jarak atau kesenjangan yang terjadi antara estimasi nilai kerugian yang dibayarkan dan kerugian yang terjadi.

Meskipun tidak diketahui dengan baik kekurangan yang muncul dari teknik *Chain Ladder*, metode ini menempati posisi yang unggul dengan banyaknya praktisi yang telah menggunakan teknik ini sebagai alat untuk mengestimasi cadangan klaim. Alasan utamanya adalah karena kesederhanaannya dan bersifat bebas distribusi. Metode ini sering digunakan sebagai *gold standar (benchmark)* karena penggunaannya yang umum dan mudah untuk diterapkan (Taylor, McGuire, & Greenfield, 2003). Salah satu penelitian mengenai *Chain Ladder* oleh Ikhwan Abiyyu dengan judul “Proyeksi Cadangan Klaim dengan Metode *Munich Chain-Ladder*”, penelitian tersebut menjelaskan cara estimasi cadangan klaim menggunakan metode *Munich Chain-Ladder* serta memberikan contoh data dimana metode *Munich Chain-Ladder* menghasilkan proyeksi yang baik (Abiyyu, 2015). Namun, metode *Chain-Ladder* yang dikategorikan metode deterministik tidak dapat memodelkan variasi dari klaim tersebut, sehingga perusahaan asuransi tidak dapat menarik informasi penting lainnya. Satu hal substansional untuk literatur ini yaitu dengan mempertimbangkan perkembangan dari teknik mencadangkan klaim stokastik, yang secara

jelas lebih bermanfaat dari pada teknik deterministik, dalam hal ini adanya variasi sangat berguna karena perusahaan dapat mengetahui kemungkinan kecukupan liabilitas perusahaan seperti ketentuan melakukan *diagnostic checking* dan juga menghasilkan interval konfidensi. Keunggulan dari metode stokastik dibandingkan dengan metode deterministik adalah dalam mengestimasi cadangan klaim tidak hanya dalam bentuk *expected values*, namun juga dapat memodelkan variansi dari klaim tersebut.

1.2 Rumusan Masalah

Setelah mengetahui latar belakang masalahnya, dapat diuraikan rumusan masalahnya sebagai berikut:

1. Bagaimana penerapan metode *Munich Chain Ladder* dalam memprediksi cadangan klaim?
2. Bagaimana hasil proyeksi cadangan klaim menggunakan metode *Chain Ladder* dan metode *Munich Chain Ladder*?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dari Tugas Akhir ini adalah

1. Data yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah data contoh klaim asuransi.
2. Metode yang digunakan dalam penelitian Tugas Akhir ini adalah *Chain Ladder* dan *Munich Chain Ladder*
3. Data diolah menggunakan aplikasi *software* RAPP dan Ms. Excel 2013.

1.4 Jenis Penelitian dan Metode Analisis

Jenis penelitian Tugas Akhir ini adalah penelitian Teoritis, dan metode yang digunakan adalah metode *Chain Ladder* dan metode *Munich Chain Ladder*.

1.5 Tujuan Penelitian

Tujuan Penelitian dalam Tugas Akhir ini adalah

1. Mengetahui cara perhitungan cadangan klaim dengan menggunakan metode *Munich Chain Ladder* dan Teknik *Chain Ladder*.
2. Mengetahui hasil perhitungan cadangan klaim dengan metode *chain ladder* dan metode *munich chain ladder*.

1.6 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang didapatkan dari Tugas Akhir ini adalah

1. Memberikan pertimbangan kepada perusahaan-perusahaan asuransi untuk menggunakan metode ini sebagai rujukan dalam perhitungan cadangan klaim.
2. Perusahaan asuransi dapat mengambil kebijakan-kebijakan dengan lebih akurat terkait dengan urusan *financial* perusahaan berdasarkan hasil cadangan klaim yang diperoleh menggunakan metode *munich chain ladder*.



BAB II KAJIAN TEORI

2.1 Penelitian Terdahulu

Pada dasarnya, penelitian penentuan prediksi nilai cadangan klaim sudah banyak dilakukan, seperti penelitian yang dilakukan oleh Rifky Muharam (2017) yang berjudul “Perbandingan Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode *Chain-Ladder* dan *Generalized Linear Models* (GLMs) dengan Pendekatan *Over-Dispersed Poisson* (ODP) pada Asuransi Umum”. Dalam hal ini, data yang digunakan dalam penelitian tersebut adalah data sekunder mengenai besar klaim perusahaan asuransi di Amerika Serikat United Services Automobile Assn Grp dari tahun 1988-1997 dan menggunakan Metode *Chain-Ladder*, *Generalized Linear Models* (GLMs), dan *Over-Dispersed Poisson* (ODP) dengan kesimpulan kedua metode memberika nilai estimasi yang relatife sama, yaitu 1964890.133 dan 1964884.332. Sedangkan Estimasi dengan Metode GLMs menunjukkan hasil yang kurang baik yaitu *prediction error* total cadangan klaim sebesar 142114.888 atau 7.23%.

Pada Penelitian selanjutnya yang dilakukan oleh Ajeng Prastiwi (2018) yang berjudul “Estimasi Cadangan Klaim *Incurred but Not Reported* (IBNR) Menggunakan Metode *Chain-Ladder* dan Pendekatan *Over-Dispersed Poisson*”. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *Chain-Ladder* dan *Generalized Linear Models* (GLMs) dengan pendekatan *Over-Dispersed Poisson* (ODP). Dengan hasil kesimpulan bahwa hasil cadangan klaim dari metode *Chain-Ladder* dengan pendekatan *Over- Dispersed Poisson* dan metode GLMs dengan pendekatan ODP memiliki nilai cadangan klaim sama yaitu sebesar USD 2,423,953 dengan selang kepercayaan pada metode GLMs berada pada interval USD 2,423,542 dan USD 2,424,364. Artinya, bahwa pada tahun berikutnya cadangan klaim yang diperlukan perusahaan asuransi berada pada rentang tersebut.

Berbeda dengan metode *Chain-Ladder* yang dimana metode tersebut tidak bisa mengurangi *gap* yang terjadi antara proyeksi *Incurred but Not Reported* (IBNR) berdasarkan kerugian yang dibayarkan dan kerugian yang sebenarnya terjadi. Namun, Metode *Munich chain-ladder* yang ditemukan oleh Gerhard Quarg dan Thomas Mack yang dalam pengaplikasiannya dapat mengurangi *gap* yang terjadi. Dan Metode *Munich chain-ladder* ini belum banyak mendaobat perhatian. Padahal metode tersebut dapat mengurangi *gap*, sehingga dapat memprediksi cadangan klaim yang akan datang. Seperti pada penelitian Ikhwan Abiyyu (2015) yang berjudul “Proyeksi Cadangan Klaim Dengan Metode *Munich Chain-Ladder*”.

Dalam Penelitian tersebut menggunakan metode *Munich Chain-Ladder*, dengan kesimpulan metode *Munich Chain-Ladder* (MCL) dapat membantu mengurangi *gap* dan juga menunjukkan bahwa antara kerugian yang dibayarkan dan kerugian yang terjadi hampir selalu ada korelasi. Metode MCL menghasilkan proyeksi yang baik untuk memperoleh nilai cadangan klaim dan metode MCL dapat diaplikasikan pada portofolio asuransi di Indonesia, khususnya portofolio asuransi kerugian. Dari hasil rangkuman penelitian terdahulu disajikan dalam bentuk **Tabel 2.1** sebagai berikut:

Tabel 2.1 Penelitian Terdahulu

No	Nama/Tahun	Metode	Judul Penelitian	Hasil Penelitian
1.	Rifky Muharam (2017)	Metode <i>Chain-Ladder</i> dan <i>Generalized Linear Models</i> (GLMs)	Perbandingan Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode <i>Chain-Ladder</i> dan <i>Generalized Linear Models</i> (GLMs) dengan Pendekatan <i>Over-Dispersed Poisson</i> (ODP) pada Asuransi Umum	Kedua metode memberika nilai estimasti yang relatife sama, yaitu 1964890.133 dan 1964884.332. Sedangkan Estimasi dengan Metode GLMs menunjukkan hasil yang kurang baik yaitu <i>prediction error</i> total cadangan klaim sebesar 142114.888 atau 7.23%.
2.	Ajeng Prastiwi (2018)	Metode <i>Chain-Ladder</i>	Estimasi Cadangan Klaim <i>Incurred But Not Reported</i> (IBNR) Menggunakan Metode <i>Chain-</i>	Nilai cadangan klaim sama yaitu sebesar USD 2,423,953 dengan selang kepercayaan pada metode GLMs berada pada interval USD 2,423,542 dan USD

No	Nama/Tahun	Metode	Judul Penelitian	Hasil Penelitian
			<i>Ladder</i> dan Pendekatan <i>Over-Dispersed Poisson</i>	2,424,364. Artinya, bahwa pada tahun berikutnya cadangan klaim yang diperlukan perusahaan asuransi berada pada rentang tersebut.
3.	Ikhwan Abiyyu (2015)	Metode <i>Munich Chain-Ladder</i>	Proyeksi Cadangan Klaim Dengan Metode <i>Munich Chain-Ladder</i>	Metode MCL menghasilkan proyeksi yang baik untuk memperoleh nilai cadangan klaim dan metode MCL dapat diaplikasikan pada portofolio asuransi di Indonesia, khususnya portofolio asuransi kerugian.

Pada penelitian ini akan digunakan metode *chain-ladder* dan metode *munich chain-ladder* pada proyeksi cadangan klaim dimasa yang akan datang. Pada metode *Munich chain-ladder* mempunyai kelebihan yaitu bisa mengurangi *gap* yang terjadi antara kerugian yang dibayarkan dan kerugian yang terjadi. Akan tetapi, metode *Munich Chain-Ladder* belum mendapatkan perhatian penuh didalam dunia asuransi. Padahal dalam proyeksi cadangan klaim metode tersebut dapat membantu dalam mengurangi *gap* yang terjadi, sehingga dapat memproyeksi cadangan klaim yang akan datang.

2.2 Landasan Teori

2.2.1 Pengertian Asuransi

Menurut Kitab Undang-Undang Hukum Dagang (KUHD) pasal 246, Asuransi adalah suatu perjanjian antara pihak penanggung dengan pihak tertanggung dimana pihak tertanggung akan menerima premi dari pihak penanggung sebagai jaminan karena suatu kecelakaan yang menimbulkan kerugian, kerusakan atau kehilangan keuntungan yang diderita oleh seorang tertanggung karena suatu kejadian yang tak tertentu.

Selain itu, menurut Undang-Undang Republik Indonesia No. 2 Tahun 1992 tentang usaha Perasuransian pada Bab 1 Ketentuan Umum pasal 1 ayat 1 yang berbunyi “asuransi atau pertanggungan adalah perjanjian antara dua pihak atau lebih, dimana pihak tertanggung mengikatkan diri kepada pihak penanggung dengan mendapatkan premi asuransi dari pihak penanggung sebagai jaminan atau tanggung jawab secara hukum kepada pihak ketiga atas kerugian yang mungkin diderita oleh pihak tertanggung karena dari suatu kejadian yang tidak tentu.

Selain pengertian menurut undang-undang, terdapat juga pengertian asuransi menurut para ahli, antara lain:

Menurut Mark R. Greene (2011) Asuransi merupakan suatu lembaga ekonomi yang bertujuan untuk meminimalisir terjadinya resiko dengan menggabungkan suatu kelompok objek dan manajemen resiko sehingga besaran kerugian dapat diprediksi dengan lebih rinci yaitu dalam batasan-batasan tertentu.

Menurut C Arthur Williams Jr. Dan Richard M. Heins (2011) Asuransi merupakan alat yang memiliki tingkat resiko yang aman, yang dimana suatu kelompok atau perusahaan-perusahaan yang digabungkan melalui kontribusi premi atau yang ditentukan sebagai dana yang digunakan untuk membayar klaim.

Menurut Subekti R dan Tjoto Sudibyo (1992:43) Asuransi adalah kesepakatan antara pihak penanggung (perusahaan asuransi) dengan pihak tertanggung (nasabah) yang dimana pihak penanggung berjanji akan memberikan sejumlah uang premi kepada pihak tertanggung sebagai bentuk ganti rugi karena akibat dari suatu peristiwa yang belum terjadi.

Berdasarkan pengertian tersebut, maka dapat diambil kesimpulan atau ringkasan menjadi satu pokok pengertian yang mencakup seluruh sudut pandang baik dari sudut pandang undang-undang dasar maupun sudut pandang dari para ahli, yaitu asuransi adalah suatu alat untuk melihat tingkat resiko dengan menggabungkan suatu kelompok atau perusahaan-perusahaan yang terkena resiko yang sama dan/atau hampir sama, melalui kesepakatan kedua belah pihak antara pihak tertanggung dan pihak penanggung agar dapat memprediksi peluang

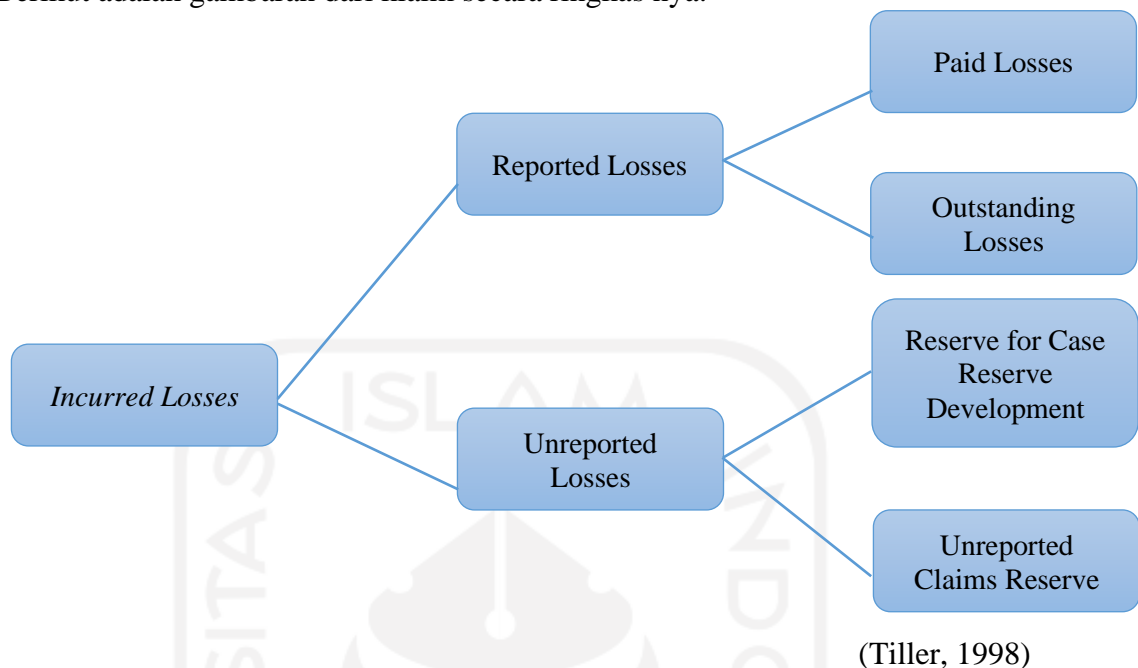
kerugian yang terjadi dan setelah itu dibagi secara merata.

2.2.2 Pengertian Premi, Polis, dan Klaim

Dalam ilmu asuransi, polis merupakan bukti otentik atau fisik dari suatu perjanjian atau kesepakatan antara pihak penanggung dengan pihak tertanggung yang bersifat konsensual. Menurut Peraturan Pemerintah Nomor 73 Tahun 1992 Pasal 19 ayat (1) yang berbunyi “Polis atau bentuk perjanjian asuransi dengan nama apapun, berikut lampiran yang merupakan kesatuan dengannya, tidak boleh mengandung kata atau kalimat yang dapat menimbulkan penafsiran yang berbeda mengenai risiko yang ditutup asuransinya, kewajiban penanggung dan kewajiban tertanggung, atau mempersulit tertanggung mengurus haknya, dan Peraturan Pemerintah nomor 73 tahun 1992 Pasal 19 ayat (2) yang berbunyi dalam polis atau dokumen yang merupakan kesatuan dengannya, harus dimuat rincian mengenai premi yang diteruskan kepada perusahaan asuransi dan bagian premi yang dibayarkan kepada Perusahaan Asuransi.

Sementara itu, Premi adalah sejumlah uang yang harus dibayarkan secara berkala oleh pihak tertanggung kepada pihak penanggung sebagai kewajiban dari tertanggung atas keikutsertaannya di perusahaan asuransi tersebut. Besarnya premi atas keikutsertaan diasuransi yang harus dibayarkan telah ditetapkan oleh perusahaan asuransi dengan memperhatikan keadaan-keadaan dari tertanggung. Sedangkan klaim merupakan suatu permintaan ganti rugi oleh pihak tertanggung kepada pihak perusahaan asuransi (penanggung) sesuai dengan perjanjian atau *provisi polis* yang telah disepakati bersama oleh kedua pihak (Yaslis Ilyas, 2006). Pihak penanggung akan memberikan Ganti rugi klaim asuransi apabila telah disahkannya persyaratan klaim utama asuransi dan setelah itu akan diberikan kepada pihak tertanggung. Berdasarkan artikel yang ditulis oleh Tiller tentang “*Individual Risk Rating*” dikatakan bahwa klaim yang terjadi (*incurred claims*) terdiri dari klaim yang sudah dilaporkan (*reported claims*) dan klaim yang belum dilaporkan (*unreported claims*). Dimana dalam hal ini klaim yang sudah dilaporkan terdiri dari *paid claims* (klaim yang telah dibayar) dan *outstanding claims* (klaim yang masih dalam proses penyelesaian). Kemudian untuk klaim yang belum dilaporkan terdiri dari *case reserve development* (klaim yang telah terjadi namun belum sepenuhnya dilaporkan) dan *unreported claims*.

Berikut adalah gambaran dari klaim secara ringkas nya:

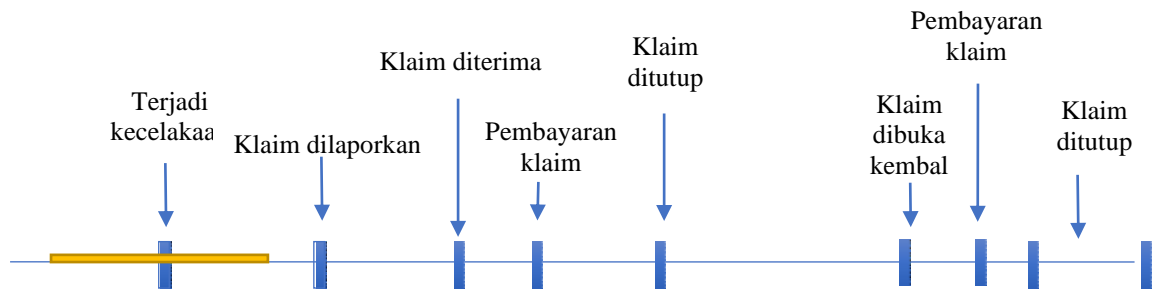


Gambar 2.1 Pengertian Klaim

Untuk dapat mengajukan klaim, diperlukan perjanjian polis, dimana polis adalah suatu kontrak yang dibuat oleh perusahaan asuransi dengan pemegang polis yang berisi perjanjian membayar secara berangsur sejumlah tertentu selama periode tertentu. Pembayaran tambahan diatas pembayaran normal yang harus dibayar oleh pemegang polis kepada perusahaan asuransi disebut premi (Soeisno Djojosoedarso, 2003).

2.2.3 Cadangan Klaim

Cadangan klaim adalah dana yang harus disediakan oleh pihak penanggung (Perusahaan) yang akan digunakan untuk membayar kerugian yang dialami oleh pihak tertanggung (nasabah). Cadangan klaim merupakan suatu taksiran mengenai banyaknya uang yang harus dikeluarkan oleh suatu perusahaan asuransi dalam menyelesaikan klaim-klaim yang telah terjadi (Calandro & O'Brien, 2004). Ada dua macam Cadangan klaim yaitu cadangan klaim dalam proses penyelesaian (*reported claims*) dan cadangan klaim yang sudah terjadi tetapi belum dilaporkan (*unreported claims*). Dalam buku yang ditulis oleh Mario & Michael Merz (2008) menggambarkan suatu contoh skema klaim. Seperti pada **Gambar 2.2** terlihat bahwa klaim yang terjadi sebelumnya pihak nasabah akan melaporkan kepada perusahaan ketika sudah terjadi kecelakaan.



Gambar 2.2 Proses klaim (Mario & Michael Merz, 2008)

Dalam skema klaim pada **Gambar 2.2** maka cadangan klaim kerugian dibagi menjadi:

1. Klaim dalam penyelesaian yang ditentukan oleh bagian klaim dalam perusahaan asuransi
2. Kerugian-kerugian yang telah terjadi, akan tetapi belum dilaporkan, yang ditentukan oleh bagian statistic, akuntansi dan aktuaria.

Berdasarkan urutan skema klaim pada **Gambar 2.2** dapat dijelaskan bahwa pihak tertanggung mengalami kecelakaan setelah itu pihak tertanggung melaporkan kepada pihak perusahaan, namun pihak tertanggung baru melaporkan setelah mengalami proses penyembuhan. Setelah pihak tertanggung melaporkan klaim, pihak perusahaan menerima klaim tersebut sekaligus mencatat klaim-klaim yang diberikan oleh pihak tertanggung (nasabah). Kemudian pihak asuransi melakukan pembayaran klaim kepada pihak tertanggung, dan setelah melakukan pembayaran klaim maka perusahaan akan menutup klaim tersebut. Klaim perlu dibuka kembali jika sangat dibutuhkan karena kejadian yang tak terduga.

Berdasarkan hasil dari penjelasan skema tersebut, dapat ditarik kesimpulan ada dua faktor yang menjadi penyebab perusahaan asuransi tidak menyelesaikan klaim segera, yaitu:

1. Jarak waktu antara terjadinya klaim dengan pelaporan yang dilaporkan oleh tertanggung kepada penanggung.
2. Setelah dilaporkan ke perusahaan asuransi, kemungkinan adanya pembayaran klaim yang telah terjadi di periode sebelumnya namun baru dilaporkan ke perusahaan asuransi.

2.2.4 Outstanding Claims Liability

Pada dasarnya tidak semua jenis asuransi itu pembayaran klaim diberikan terlalu lama, akan tetapi ada beberapa jenis asuransi langsung diberikan pembayaran klaim setelah klaim dilaporkan. Namun, disisi lain beberapa jenis asuransi terkadang pembayaran klaim membutuhkan waktu yang cukup lama tergantung dari perusahaan yang mengukur dari saat terjadinya klaim. Karakteristik seperti ini, dalam asuransi dikenal sebagai *long-tailed business*. Metode penaksiran ini disebut dengan istilah *outstanding claims liability*, yaitu pembayaran klaim yang masih harus dibayarkan oleh perusahaan asuransi. Taksiran

outstanding claims liability memegang peranan penting, mengingat perusahaan asuransi dituntut untuk selalu dapat menyediakan cadangan yang cukup guna menutup pembayaran klaim dimasa yang akan datang. Jika prediksi *outstanding claims liability* buruk, maka perusahaan dapat mengalami kebangkrutan.

Metode penaksiran *outstanding claims liability* terbagi ke dalam dua bagian besar, yaitu yang sifatnya deterministik dan stokastik. Metode yang sifatnya deterministik antara lain metode *Chain Ladder* dikenalkan oleh Mack (1993), metode ini sangat sering digunakan karena kesederhanaannya dan disisi lain metode ini bebas dari distribusi. Metode ini bersifat stokastik lebih memberikan penekanan pada ketersediaan ukuran kesalahan prediksi cadangan klaim.

Outstanding claims liability untuk periode kejadian ke- i (R_i) didefinisikan sebagai berikut:

$$R_i = \sum_{k=n+2-i}^n C_{i,k} \quad (2.1)$$

atau

$$R_i = C_{i,n} - C_{i,n+1-i} \quad (2.2)$$

Untuk $i=2, 3 \dots n$. dimana n merupakan jumlahan penundaan ke- j , dan $C_{i,n}$ merupakan jumlahan dari besaran nilai klaim yang harus dibayarkan oleh perusahaan asuransi dari periode kejadian ke- i sampai dengan n .

2.2.5 Run-Off Triangle

Umumnya penaksiran klaim-klaim yang belum terselesaikan (*outstanding claims liability*) untuk asuransi kelas bisnis jangka panjang (*long-tail*) didasarkan pada *run-off triangle* data. *Run-off triangle* data memuat gambaran klaim keseluruhan (*aggregate*), dan merupakan ringkasan dari suatu data set klaim-klaim individu (Antonio *et al.* 2006). Data yang ada dalam *run-off triangle* data biasanya merupakan besarnya klaim (*claims amount*) dan juga banyaknya klaim (*number of claims*), di mana keduanya tersaji dalam bentuk inkremental atau kumulatif.

Misalkan $C_{i,j}$ menyatakan peubah acak besarnya klaim (dalam bentuk inkremental) untuk klaim-klaim yang terjadi pada periode kejadian (*accident period*) dan dibayarkan pada periode penundaan (*development period*) j , dengan $1 \leq i \leq n$ dan $1 \leq j \leq n$ (Olofsson, 2006).

Tabel 2.2 *Run-off triangle* data dan *future triangle* data dalam bentuk *incremental*

Periode kejadian (i)	Periode Penundaan (j)						
	1	2	...	J	...	$n-1$	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$...	$C_{1,j}$...	$C_{1,n-1}$	$C_{i,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$...	$C_{2,j}$...	$C_{2,n-1}$	$C_{i,n}$
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	...	\vdots	\vdots
i	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$...	$C_{i,j}$...	$C_{i,n-1}$	$C_{i,n}$
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	...	\vdots	\vdots
$n-1$	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$...	$C_{n-1,j}$...	$C_{n-1,n-1}$	$C_{n-1,n}$
n	$C_{n,1}$	$C_{n,2}$...	$C_{n,j}$...	$C_{n,n-1}$	$C_{n,n}$

Berdasarkan **Tabel 2.2** *Run-off triangle incremental* data, untuk membentuk *Run-off triangle cumulative* dapat dibentuk menggunakan $C_{i,j}$. Pada tabel diatas $C_{1,2}$ merupakan peubah acak yang menyatakan besaran klaim yang terjadi pada periode pertama dan dibayarkan pada periode ke-2. Oleh karena itu, *Run-off triangle cumulative* dapat dibentuk berdasarkan *Run-off triangle incremental* melalui hubungan berikut:

$$D_{i,j} = \sum_{k=1}^j C_{i,k} \quad (2.3)$$

Untuk $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$ dan $i + j \leq n + 1$

Dengan $D_{i,j}$ adalah besaran klaim kumulatif untuk klaim-klaim yang terjadi pada periode kejadian ke- i dan dibayarkan sampai periode penundaan ke- j . *Run-off triangle cumulative* disajikan dalam bentuk **Tabel 2.3**.

Tabel 2.3 *Run-off triangle* data dan *future triangle* data dalam bentuk *cumulative*

Periode kejadian (i)	Periode Penundaan (j)						
	1	2	...	J	...	$n-1$	n
1	$D_{1,1}$	$D_{1,2}$...	$D_{1,j}$...	$D_{1,n-1}$	$D_{i,n}$
2	$D_{2,1}$	$D_{2,2}$...	$D_{2,j}$...	$D_{2,n-1}$	$D_{i,n}$
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	...	\vdots	\vdots
i	$D_{i,1}$	$D_{i,2}$...	$D_{i,j}$...	$D_{i,n-1}$	$D_{i,n}$
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	...	\vdots	\vdots
$n-1$	$D_{n-1,1}$	$D_{n-1,2}$...	$D_{n-1,j}$...	$D_{n-1,n-1}$	$D_{n-1,n}$
n	$D_{n,1}$	$D_{n,2}$...	$D_{n,j}$...	$D_{n,n-1}$	$D_{n,n}$

Tabel 2.3 membentuk pengembangan klaim segitiga. Dengan ditentukan pada sumbu vertika disebut periode kejadian dan sumbu horizontal disebut periode penundaan. Pengembangan klaim dibagi menjadi dua bagian yaitu segitiga atas dan segitiga bawah. Segitiga atas berisi tentang proyeksi nilai klaim yang dibayarkan, dan sedangkan segitiga bawah berisi tentang nilai klaim yang harus dibayarkan dimasa yang akan datang.

2.2.6 Metode *Chain Ladder*

Metode *Chain Ladder* merupakan salah satu metode untuk mencari cadangan klaim, metode ini sangat praktis dan sederhana untuk mencari besaran nilai cadangan klaim. Metode *Chain Ladder* memiliki beberapa tahapan yaitu membentuk *run-off triangle* kumulatif dimana untuk mengetahui besaran yang harus dibayarkan pada periode penundaannya. Misalkan $D_{i,j}$ merupakan besaran klaim kumulatif yang terjadi pada periode kejadian ke- i dan dibayarkan pada periode penundaan ke- j dengan $i, j \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Estimasi cadangan klaim untuk periode yang akan datang pada bagian *run-off triangle* didefinisikan sebagai faktor penundaan ($\hat{\lambda}_j$) yang menggunakan persamaan berikut:

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} D_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} \text{ Untuk } 1 \leq j \leq n-1 \quad (2.4)$$

Dari persamaan faktor perkembangan tersebut digunakan untuk melihat total klaim yang didapatkan dari *run-off triangle* kumulatif bagian bawah sampai periode perkembangan ke- j . Maka dari itu untuk mendapatkan hasil estimasi tersebut dapat dijelaskan berdasarkan persamaan berikut:

$$\hat{D}_{i,j} = \hat{D}_{i,j-1} \hat{\lambda}_{j-1} \quad (2.5)$$

Dengan $\hat{D}_{i,j}$ dapat mewakili total pembayaran cadangan klaim kumulatif yang dilaporkan dalam tahun ke- i . Nilai total klaim sampai periode perkembangan ke- j digunakan untuk mengestimasi cadangan klaim untuk periode kejadian ke- i untuk $2 \leq i \leq n$. Estimasi cadangan klaim dapat dihitung menggunakan:

$$\hat{R}_i = \hat{D}_{i,j} - \hat{D}_{i,n-i+1} \quad (2.6)$$

\hat{R}_i adalah untuk mengestimasi nilai cadangan klaim yang didapatkan per-kejadian. Setelah mendapatkan estimasi cadangan klaim per-kejadian maka tahap selanjutnya yaitu tahap akhir pada metode ini adalah menghitung total cadangan klaim akhir dimana dapat menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$\tilde{R} = \sum_{i=1}^l \hat{R}_i \quad (2.7)$$

(England & Verrall, 2002)

Dalam aturan *chain ladder*, beberapa asumsi dalam tahapan metode *chain*

ladder untuk kerugian yang terjadi dan kerugian yang dibayarkan. Ada beberapa penotasian dalam metode *chain-ladder*. Misalkan $n \in \mathbb{N}$ adalah periode kejadian dan $m \in \mathbb{N}$ adalah periode penundaan (diasumsikan $m = n$), dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$, dimisalkan C_i^P merupakan kerugian yang dibayarkan oleh pihak perusahaan asuransi pada periode kejadian ke- i . Dan C_i^Z adalah kerugian yang terjadi pada waktu ke- i . Jadi dapat diartikan $C_{i,j}^P$ adalah kerugian yang dibayarkan pada periode kejadian ke- i yang mengalami penundaan selama j tahun. Sedangkan $C_{i,j}^Z$ merupakan kerugian yang terjadi dengan periode penundaan ke- i yang mengalami penundaan sampai j tahun. Kemudian $p_i(s) := \{C_{i,1}^P, \dots, C_{i,s}^P\}$ dimana menjelaskan bahwa waktu penundaan dari kerugian yang dibayarkan pada periode kejadian ke- i sampai periode akhir penundaan ke- s dan $z_i(s) := \{C_{i,1}^Z, \dots, C_{i,s}^Z\}$ dimana menjelaskan bahwa waktu penundaan dari kerugian yang terjadi pada periode kejadian ke- i sampai dengan periode akhir penundaan ke- s .

Berikut adalah asumsi dari metode *chain ladder* sebagai berikut:

1. Asumsi model untuk kerugian yang dibayarkan (P)

Asumsi model ini memiliki beberapa jenis asumsi, yaitu:

a. Asumsi Nilai Harapan (PE)

Untuk $s, j \in J$ dengan $j = s + 1$, terdapat faktor penundaan $f_{s \rightarrow j}^P > 0$ sehingga untuk setiap $j = 1, 2, 3 \dots n$. dimana J merupakan jumlah keseluruhan waktu penundaan. Dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$E \left(\frac{C_{i,j}^P}{C_{i,s}^P} \middle| p_i(s) \right) = f_{s \rightarrow j}^P \quad (2.8)$$

b. Asumsi Ragam (PV)

Untuk $s, j \in J$ dengan $j = s + 1$, terdapat proporsi konstan $\sigma_{s \rightarrow j}^P \geq 0$ sehingga untuk setiap $j = 1, 2, 3 \dots n$. didefinisikan sebagai berikut:

$$var \left(\frac{C_{i,j}^P}{C_{i,s}^P} \middle| p_i(s) \right) = \frac{(\sigma_j^P)^2}{C_{i,s}^P} \quad (2.9)$$

c. Asumsi Kebebasan (PU)

Asumsi kebebasan bersifat bebas stokastik yaitu $\{C_{i,1}^P \mid i \in I\}$, $\{C_{i,2}^P \mid i \in I\}$, \dots , $\{C_{n,j}^P \mid i \in I\}$.

2. Asumsi model untuk kerugian yang terjadi (Z)

a. Asumsi Nilai Harapan (ZE)

Untuk $j, i \in I$ dengan $i = j + 1$, terdapat faktor penundaan $f_{s \rightarrow j}^Z > 0$ sehingga untuk setiap $j = 1, 2, 3 \dots n$. didefinisikan sebagai berikut:

$$E \left(\frac{C_{i,j}^Z}{C_{i,s}^Z} \middle| z_i(s) \right) = f_{s \rightarrow j}^Z \quad (2.10)$$

b. Asumsi Ragam (ZV)

Untuk $j, i \in I$ dengan $i = j + 1$, terdapat proporsi konstan $\sigma_{s \rightarrow j}^I \geq 0$ sehingga untuk setiap $j = 1, 2, 3 \dots n$. didefinisikan sebagai berikut:

$$var \left(\frac{C_{i,j}^Z}{C_{i,s}^Z} \middle| z_i(s) \right) = \frac{(\sigma_j^Z)^2}{C_{i,s}^Z} \quad (2.11)$$

c. Asumsi Kebebasan (ZU)

Asumsi kebebasan bersifat bebas stokastik yaitu $\{C_{i,1}^Z \mid i \in I\}$, $\{C_{i,2}^Z \mid i \in I\}$, ... , $\{C_{n,j}^Z \mid i \in I\}$

2.2.7 Mean Absolute Percent Error (MAPE)

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) merupakan ukuran kesalahan relatif, dengan kata lain MAPE merupakan ukuran ketepatan relatif yang digunakan untuk mengetahui persentase penyimpangan hasil prediksi. Pendekatan ini berguna ketika ukuran atau besar variabel ramalan itu penting dalam mengevaluasi ketepatan estimasi. MAPE mengindikasikan seberapa besar kesalahan dalam menduga yang dibandingkan dengan nilai nyata (Lewis, 1987).

Secara matematis, rumus MAPE sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{\hat{y}_t} \right| \times 100\% \quad (2.12)$$

dimana,

MAPE = *mean absolute percentage error*.

n = jumlah data.

y_t = nilai hasil actual.

\hat{y}_t = nilai hasil pendugaan.

Semakin rendah nilai MAPE, kemampuan dari model peramalan yang digunakan dapat dikatakan baik, dan untuk MAPE terdapat *range* nilai yang dapat

dijadikan bahan pengukuran mengenai kemampuan dari suatu model peramalan, *range* nilai tersebut dapat dilihat pada **Tabel 2.4** sebagai berikut:

Tabel 2.4 *Range* MAPE

Range MAPE	Arti
<10%	Model peramalan sangat akurat
10-20%	Model peramalan akurat
20-50%	Model peramalan layak
>50%	Model peramalan tidak akurat



BAB III PEMBAHASAN

3.1 Metode *Munich Chain Ladder*

Munich Chain Ladder merupakan hasil pengembangan dari metode *chain ladder* yang bertujuan untuk mengurangi kesenjangan antar klaim berdasarkan data pembayaran kumulatif dan data kejadian klaim dalam kerangka *Chain Ladder* (Quarg dan Mack, 2004). Untuk metode *Munich Chain Ladder* (MCL), asumsi kebebasan kerugian yang dibayarkan (P) dan asumsi kebebasan untuk kerugian yang terjadi (Z) dari metode *chain ladder* diperluas, yaitu menambahkan asumsi kebebasan dari tahun kerugian yang dibayarkan dan dari tahun kerugian yang terjadi, untuk $\{C_{1,j}^P, C_{1,j}^Z | i \in I\}$, $\{C_{2,j}^P, C_{2,j}^Z | t \in T\}$, $\{C_{n,j}^P, C_{n,j}^Z | i \in I\}$. Untuk P/Z dan Z/P dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$Q_i = \frac{c_i^P}{c_i^Z} = \left(\frac{c_{i,j}^P}{c_{i,j}^Z} \right) \text{ dan } Q_i^{-1} = \frac{c_i^Z}{c_i^P} = \left(\frac{c_{i,j}^Z}{c_{i,j}^P} \right) \text{ untuk } i \in I \quad (3.1)$$

Selanjutnya, nilai residual bersyarat ditambahkan dengan asumsi jika X adalah peubah acak dengan syarat C , dimana C merupakan nilai yang bersifat konstan, maka:

$$\sigma(X|C) = \sqrt{\text{var}(X|C)} \quad (3.2)$$

dengan $\sigma(X|C)$ menjelaskan standar deviasi bersyarat dari X oleh C , dan

$$\text{res}(X|C) = \frac{X - E(X|C)}{\sigma(X|C)} \quad (3.3)$$

dimana $\text{res}(X|C)$ menjelaskan residual bersyarat X oleh C . Residual bersyarat merupakan standarisasi yang berkaitan dengan nilai harapan bersyarat dan ragam bersyarat, dengan

$$E(\text{res}(X|C)|C) = 0 \text{ dan } \text{var}(\text{res}(X|C)|C) = 1$$

Merujuk pada asumsi model oleh Mack, maka dilakukan analisis lebih lanjut untuk menghitung nilai faktor harapan bersyarat dari penundaan proses kerugian yang harus dibayarkan dan kerugian yang terjadi, perhitungan ini dilakukan guna mendapatkan nilai residual dari masing-masing, didefinisikan sebagai berikut:

$$\text{res} \left(\frac{c_{i,j}^P}{c_{i,s}^P} | p_i(s) \right) \text{ dan } \text{res} \left(\frac{c_{i,j}^Z}{c_{i,s}^Z} | z_i(s) \right) \quad (3.4)$$

Dan residual dari Z/P dan P/Z, didefinisikan sebagai berikut:

$$res(Q_{i,s}^{-1}|p_i(s)) \text{ Dan } res(Q_{i,s}^{-1}|z_i(s)) \quad (3.5)$$

Parameter MCL harus diperkirakan sebelum menghitung residual dan nilai harapan faktor penundaan untuk setiap $i = s + 1$. Faktor penundaan disimbolkan $f_{s \rightarrow j}^P$ dan $f_{i \rightarrow j}^Z$ dimana $j=1, 2, 3 \dots n-1$

$$\widehat{f_{s \rightarrow j}^P} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-s} C_{i,s}^P} \sum_{i=1}^{n-s} C_{i,s}^P \frac{C_{i,j}^P}{C_{i,s}^P} = \frac{\sum_{i=1}^{n-s} C_{i,j}^P}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,s}^P} \quad (3.6)$$

dan,

$$\widehat{f_{s \rightarrow j}^Z} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-s} C_{i,s}^Z} \sum_{i=1}^{n-s} C_{i,s}^Z \frac{C_{i,j}^Z}{C_{i,s}^Z} = \frac{\sum_{i=1}^{n-s} C_{i,j}^Z}{\sum_{i=1}^{n-s} C_{i,s}^Z} \quad (3.7)$$

Simbol $\widehat{f_{s \rightarrow j}^P}$ merupakan estimasi faktor penundaan untuk kerugian yang dibayarkan dari periode penundaan ke- s sampai periode penundaan ke- j . Sedangkan simbol $\widehat{f_{s \rightarrow j}^Z}$ merupakan estimasi faktor penundaan untuk kerugian yang terjadi dari periode penundaan ke- s sampai periode penundaan ke- j .

Untuk mengetahui estimasi nilai parameter untuk kerugian, untuk $j = 1, 2, 3 \dots n-2$ dengan definisi sebagai berikut:

$$(\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^P})^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-s} C_{i,s}^P \left(\frac{C_{i,j}^P}{C_{i,s}^P} - \widehat{f_{s \rightarrow j}^P} \right)^2 \quad (3.8)$$

$$(\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^Z})^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-s} C_{i,s}^Z \left(\frac{C_{i,j}^Z}{C_{i,s}^Z} - \widehat{f_{s \rightarrow j}^Z} \right)^2 \quad (3.9)$$

Dengan standar deviasi $\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^P} = \sqrt{(\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^P})^2}$ dan $\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^Z} = \sqrt{(\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^Z})^2}$

Untuk menghitung residual bersyarat dari P/I dan I/P, diperlukan parameter penduga untuk nilai harapan bersyarat $E(Q_{i,s} | z_i(s))$ dan $E(Q_{i,s}^{-1} | p_i(s))$ dan standar deviasi bersyarat $\sigma(Q_{i,s} | z_i(s))$ dan $\sigma(Q_{i,s}^{-1} | p_i(s))$. Diasumsikan $E(Q_{i,s} | z_i(s))$ adalah konstan. Untuk $s = 1, 2, 3 \dots n$. perhitungan nilai harapan bersyarat $E(Q_{i,s} | z_i(s))$ adalah

$$\widehat{q_s} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-s+1} C_{i,s}^Z} \sum_{i=1}^{n-s+1} C_{i,s}^Z Q_{i,s} = \frac{\sum_{i=1}^{n-s+1} C_{i,s}^P}{\sum_{i=1}^{n-s+1} C_{i,s}^Z} \quad (3.10)$$

dan nilai estimasi untuk $\sigma(Q_{i,s} | z_i(s))$ yaitu:

$$\frac{\widehat{\rho_s^Z}}{\sqrt{C_{i,s}^Z}} \quad (3.11)$$

dengan $\widehat{\rho}_s^Z$ didefinisikan sebagai berikut:

$$\widehat{\rho}_s^Z = \frac{1}{n-s} \sum_{j=1}^{n-s+1} C_{j,s}^Z (Q_{j,s} - \widehat{q}_s)^2 \quad (3.12)$$

Kemudian perhitungan estimasi untuk P/I berlaku serupa dengan nilai harapan bersyarat dan ragam dari rasi I/P dega estimasi nilai harapan bersyarat $E(Q_{i,s}^{-1} | p_i(s))$ sebagai berikut:

$$\widehat{q}_s^{-1} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-s+1} C_{i,s}^P} \sum_{i=1}^{n-s+1} C_{i,s}^P Q_{i,s} = \frac{\sum_{i=1}^{n-s+1} C_{i,s}^Z}{\sum_{i=1}^{n-s+1} C_{i,s}^P} \quad (3.13)$$

Dan nilai estimasi untuk $\sigma(Q_{i,s}^{-1} | p_i(s))$ yaitu:

$$\frac{\widehat{\rho}_s^P}{\sqrt{C_{i,s}^P}}$$

dengan $\widehat{\rho}_s^P$ didefinisikan sebagai berikut:

$$\widehat{\rho}_s^P = \frac{1}{n-s} \sum_{i=1}^{n-s+1} C_{i,s}^Z (Q_{i,s}^{-1} - \widehat{q}_s^{-1})^2 \quad (3.14)$$

Ketika $Q_{i,s}$ sudah konstan namun nilai harapan bersyarat ($Q_{i,s} | z_i(s)$) dan $E(Q_{i,s}^{-1} | p_i(s))$ juga konstan maka akan timbul sebuah masalah karena hal tersebut bertentangan dengan kondisi dilapangan sehingga tidak dapat diasumsikan. Oleh karena itu perlu adanya struktur ketergantungan yang lebih rumit dari nilai harapan dan nilai harapan tersebut bergantung pada $z_i(s)$ dan $p_i(s)$.

$E(Q_{i,s} | z_i(s))$ dapat diperkirakan dengan rata-rata diatas rasio (P/Z) dari $Q_{j,s}$. $Q_{i,s}$ di dapat dari kerugian yang terjadi pada tahun ke-j untuk $z_j(s)$ serupa dengan $z_i(s)$. Maksud dari $z_j(s)$ serupa dengan $z_i(s)$ ialah faktor penundaan dari $C_{j,s}^Z / C_{j,s-1}^Z$ mendekati $C_{i,s}^Z / C_{i,s-1}^Z$ atau tingka $C_{j,s}^Z$ mendekati $C_{i,s}^Z$. Sehingga kecelakaan yang akan terjadi pada $z_j(s)$ akan berbeda dengan $z_i(s)$. Konsep seperti ini juga berlaku terhadap $E(Q_{i,s}^{-1} | p_i(s))$ dimana pendekatannya dapat memberikan perkiraan pada nilai harapan bersyarat yang selaras dengan kecelakaan tiap tahun dan definisi dari nilai harapan bersyarat itu sendiri.

Situasi tersebut juga dapat terjadi pada ragam bersyarat. Ragam bersyarat dari $Q_{i,s}$ dan $Q_{i,s}^{-1}$ pada $z_i(s)$ dan $p_i(s)$ dapat diperhitungkan apabila diberikan data yang memiliki struktur ketergantungan yang lebih rumit. Apabila $E(Q_{i,s} | z_i(s))$ dan $E(Q_{i,s}^{-1} | p_i(s))$ tidak konstan terhadap $z_i(s)$ dan $p_i(s)$ maka kesederhanaan dari uraian adalah benar.

$$\text{res} \left(\frac{C_{i,j}^P}{C_{i,s}^P} \mid p_i(s) \right), \text{res} \left(\frac{C_{i,j}^Z}{C_{i,s}^Z} \mid z_i(s) \right), \text{res} (Q_{i,s}^{-1} \mid p_i(s)), \text{res} (Q_{i,s}^{-1} \mid z_i(s))$$

Dengan penyederhanaan notasi $\widehat{\text{res}}(C_{i,j}^P)$, $\widehat{\text{res}}(C_{i,j}^Z)$, $\widehat{\text{res}}(Q_{i,s}^{-1})$, $\widehat{\text{res}}(Q_{i,s})$, sehingga:

$$\widehat{\text{res}}(C_{i,j}^P) = \frac{\frac{c_{i,j}^P}{C_{i,s}^P} - \widehat{f_{s \rightarrow j}^P}}{\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^P}} \sqrt{C_{i,s}^P} \quad (3.15)$$

$$\widehat{\text{res}}(C_{i,j}^Z) = \frac{\frac{c_{i,j}^Z}{C_{i,s}^Z} - \widehat{f_{s \rightarrow j}^Z}}{\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^Z}} \sqrt{C_{i,s}^Z} \quad (3.16)$$

$$\widehat{\text{res}}(Q_{i,s}^{-1}) = \frac{Q_{i,s}^{-1} - \widehat{q}_s^{-1}}{\widehat{p}_s^P} \sqrt{C_{i,s}^P} \quad (3.17)$$

$$\widehat{\text{res}}(Q_{i,s}) = \frac{Q_{i,s} - \widehat{q}_s}{\widehat{p}_s^Z} \sqrt{C_{i,s}^Z} \quad (3.18)$$

Untuk menghitung nilai dugaan λ^P dan λ^Z didefinisikan sebagai berikut:

$$\widehat{\lambda}^P = \frac{1}{\sum_{i,s} \widehat{\text{res}}(Q_{i,s}^{-1})^2} \sum_{i,s} \widehat{\text{res}}(Q_{i,s}^{-1})^2 \frac{\widehat{\text{res}}(C_{i,j}^P)}{\widehat{\text{res}}(Q_{i,s}^{-1})} = \sum_{i,s} \frac{\widehat{\text{res}}(Q_{i,s}^{-1}) \widehat{\text{res}}(C_{i,j}^P)}{\widehat{\text{res}}(Q_{i,s}^{-1})^2} \quad (3.19)$$

dan,

$$\widehat{\lambda}^Z = \frac{1}{\sum_{i,s} \widehat{\text{res}}(Q_{i,s})^2} \sum_{i,s} \widehat{\text{res}}(Q_{i,s})^2 \frac{\widehat{\text{res}}(C_{i,j}^Z)}{\widehat{\text{res}}(Q_{i,s})} = \sum_{i,s} \frac{\widehat{\text{res}}(Q_{i,s}) \widehat{\text{res}}(C_{i,j}^Z)}{\widehat{\text{res}}(Q_{i,s})^2} \quad (3.20)$$

Formula estimasi λ^P dan λ^Z dapat memberikan kesimpulan perubahan tahun penundaan. Namun hanya sejumlah i yang dapat menyimpulkan perkiraan tahun penundaan pada parameter λ . Fluktuasi secara acak tiap tahun harus terjadi pada parameter ini dan parameter λ tidak boleh menunjukkan *trend* karena dapat melanggar asumsi dari metode ini sendiri.

Jika dilihat dari asumsi PQ dan ZQ diperoleh formula rekursif untuk menduga $C_{i,j}^P$ dan $C_{i,j}^Z$ Didefinisikan sebagai berikut:

$$\widehat{C}_{i,j}^P = \widehat{C}_{i,s}^P \left(\widehat{f_{s \rightarrow j}^P} + \widehat{\lambda}^P \frac{\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^P}}{\widehat{\rho}_s^P} \left(\frac{\widehat{C}_{i,s}^Z}{\widehat{C}_{i,s}^P} - \widehat{q}_s^{-1} \right) \right) \quad (3.21)$$

$$\widehat{C}_{i,j}^Z = \widehat{C}_{i,s}^Z \left(\widehat{f_{s \rightarrow j}^Z} + \widehat{\lambda}^Z \frac{\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^Z}}{\widehat{\rho}_s^Z} \left(\frac{\widehat{F}_{i,s}}{\widehat{C}_{i,s}^Z} - \widehat{q}_s \right) \right) \quad (3.22)$$

dengan $s \geq n - i + 1$ dengan nilai $\widehat{C}_{i,j}^P = C_{i,j}^P$ dan $\widehat{C}_{i,j}^Z = C_{i,j}^Z$.

Berdasarkan penjelasan diatas, maka dapat dipersingkat langkah-langkah dalam mengestimasi cadangan klaim menggunakan metode *Chain-Ladder* dan metode *Munich Chain-Ladder* sebagai berikut;

1. Membuat *run of triangle cumulative* dengan menjumlahkan klaim pada *run of triangle incremental*.
2. Melakukan estimasi nilai faktor penundaan cadangan klaim menggunakan metode *chain ladder* berdasarkan hasil perhitungan *run of triangle cumulative*.
3. Mengestimasi nilai kumulatif
4. Mengestimasi nilai cadangan klaim per kejadian berdasarkan nilai faktor penundaan dan nilai klaim kumulatif.
5. Pada metode *Munich chain ladder*, membuat *run of triangle* yaitu *run of triangle* untuk kerugian yang dibayarkan dan *run of triangle* untuk kerugian yang terjadi.
6. Melakukan estimasi nilai faktor peundaan rata-rata dan parameter σ
7. Melakukan estimasi nilai rasio untuk kerugian yang terjadi dan kerugian yang dibayarkan serta estimasi nilai dari parameter ρ .
8. Melakukan estimasi proyeksi cadangan klaim
9. Membuat *run of triangle* khusus untuk mengetahui nilai kesenjangan pada klaim berdasarkan estimasi nilai kerugian yang dibayarkan dan nilai estimasi untuk kerugian yang terjadi.

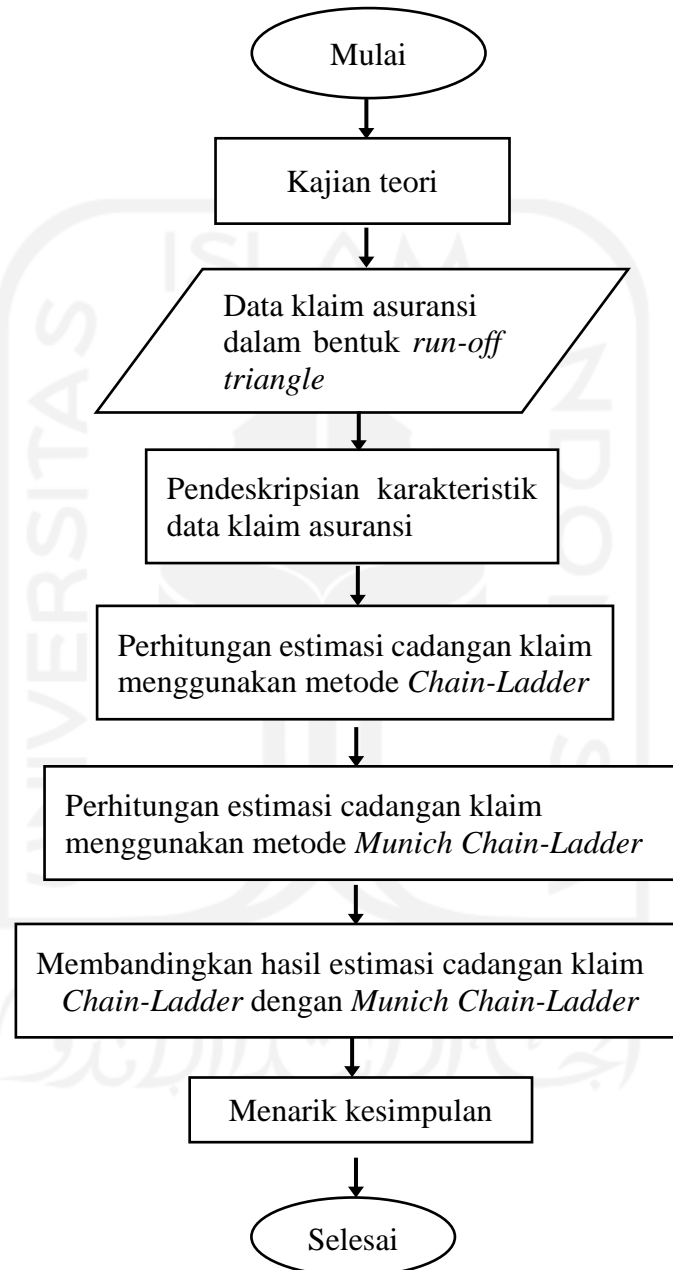
3.2 Studi Kasus

Incurred but not reported (IBNR) adalah jenis klaim pada asuransi non-jiwa yang sudah terjadi namun belum dilaporkan kepada perusahaan asuransi, hal ini dapat disebabkan karena waktu yang dibutuhkan dalam menjalankan prosedur-prosedur dalam melengkapi berkas pengajuan klaim seperti prosedur hukum dan beberapa prosedur administratif lainnya.

Pada penelitian tugas akhir ini digunakan data berupa data klaim polis asuransi dari suatu perusahaan asuransi di Indonesia dan disajikan dalam bentuk data klaim asuransi. Sumber data didapatkan dari contoh data yang ada di aplikasi RAPP yang berupa data klaim kecelakaan.

Data yang digunakan disajikan dalam bentuk *run-off triangle* memuat baris dan

kolom. Baris menunjukkan periode kejadian i dan kolom menunjukkan periode penundaan j . Sebelum dilakukannya perhitungan prediksi cadangan klaim, perlu ditampilkan karakteristik data yang bertujuan untuk melihat keadaan data yang digunakan. Dalam hal ini bentuk data sebelum dilakukan perhitungan yaitu dalam bentuk *run-off triangle*. Berikut merupakan tahapan penelitian yang digambarkan dalam bentuk diagram alir.



Gambar 3.1 Tahapan Pengaplikasian MCL

3.3 Hasil Analisis

3.3.1 Data Pembandingan tahun 2017

Data yang digunakan dalam penelitian tugas akhir ini merupakan data yang sudah ada pada aplikasi RAPP tujuan mensimulasikan atau memberikan gambaran keadaan klaim asuransi dari suatu perusahaan. Simulasi ini dilakukan untuk memprediksi klaim asuransi yang akan diberikan oleh pihak perusahaan asuransi.

Selain menggunakan data tahun 2017, digunakan data tahun 2018 yaitu sebagai pembandingan apakah metode yang digunakan memberikan hasil kesimpulan yang tepat. Data pembandingan digunakan untuk membandingkan nilai total cadangan klaim dengan data studi kasus yang ada. Karena, dalam hal tidak pernah terprediksikan jumlah cadangan klaim di periode berikutnya.



Berikut merupakan data *incremental* nya:

Tabel 3.1 *Run-off Triangle Incremental* data pembandingan tahun 2017 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	448,993	421,075	470,919	410,976	330,525	280,619	191,831	154,244	96,461	35,569	21,539	845
2	415,661	420,399	344,000	372,571	300,501	210,164	168,158	98,045	59,766	25,027	11,904	
3	503,849	544,764	360,800	419,380	285,200	162,900	121,763	69,456	33,957	25,092		
4	520,674	472,578	390,007	358,453	268,590	170,560	124,692	94,322	48,180			
5	496,856	587,706	430,237	321,579	226,212	154,785	142,433	134,959				
6	492,913	447,424	361,022	348,294	291,103	215,142	187,968					
7	513,480	414,466	385,918	432,307	372,505	295,547						
8	540,226	468,369	417,097	346,080	280,251							
9	410,004	536,306	468,696	392,000								
10	570,114	499,244	362,909									
11	420,254	514,810										
12	410,827											

Tabel 3.1 merupakan data *run-off triangle Incremental* dimana berfungsi untuk penaksiran klaim data yang memuat gambaran klaim keseluruhan (aggregate), dan merupakan suatu ringkasan data set klaim –klaim individu. Data *run-off triangle* menunjukkan bahwa jumlah tahun penundaannya (j) dan tahun kejadiannya (i) yaitu terjadi selama 12 bulan. Artinya, klaim-klaim yang terjadi pada awal periode tidak hanya diselesaikan pada bulan kejadian. Akan tetapi, sebagian klaim diselesaikan pada bulan kedua sampai dengan bulan kedua belas. Sebagai contoh, besaran klaim senilai Rp. 397,313 memberikan penjelasan bahwa total klaim yang terjadi pada bulan keempat memerlukan waktu penyelesaian selama duabelas bulan dari periode kejadian dengan periode penundaan duabelas bulan. **Pada Tabel 3.2** merupakan hasil gabungan atau hasil konversi *run-off triangle Incremental*. Untuk mendapatkan nilai dari *run-off triangle cumulative* digunakan **persamaan (2.1)**, dengan perhitungan sebagai berikut:

$$D_{1.2}^b = C_{1.1}^b + C_{1.2}^b = 448,993 + 421,075 = 870,069$$

$$D_{1,3}^b = C_{1,2}^b + C_{1,3}^b = 421,075 + 470,919 = 1,240,987$$

Berdasarkan perhitungan diatas maka didapatkan hasil untuk *run-off triangle cumulative* lebih lengkapnya sebagai berikut:

Tabel 3. 2 *Run-off Triangle cumulative* data pembanding tahun 2017 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	448,993	870,069	1,240,987	1,651,964	1,982,489	2,263,108	2,454,939	2,609,182	2,705,644	2,741,213	2,762,752	2,863,597
2	415,661	836,060	1,180,060	1,552,631	1,853,132	2,063,296	2,231,455	2,329,499	2,389,265	2,414,292	2,396,196	2,401,779
3	503,849	1,048,612	1,409,413	1,828,793	2,013,993	2,276,893	2,398,656	2,468,112	2,502,069	2,527,161	2,539,196	2,545,547
4	520,674	993,252	1,383,259	1,741,712	2,010,302	2,180,862	2,305,554	2,399,876	2,448,056	2,471,191	2,483,618	2,493,529
5	496,856	860,562	1,290,799	1,612,378	1,838,590	1,993,375	2,135,808	2,270,767	2,349,622	2,389,587	2,406,528	2,636,988
6	492,913	940,337	1,301,359	1,649,653	1,940,756	2,155,898	2,435,866	2,439,133	2,505,183	2,533,777	2,542,806	2,548,797
7	513,480	927,946	1,313,864	1,646,171	1,919,677	1,998,224	2,284,508	2,422,173	2,484,513	2,512,909	2,529,680	2,235,799
8	440,226	1,008,595	1,425,693	1,771,773	2,052,024	2,187,054	2,290,440	2,379,004	2,437,524	2,465,078	2,480,751	2,488,515
9	410,004	946,310	1,315,006	1,633,006	1,893,841	2,059,089	2,205,839	2,302,384	2,356,583	2,384,089	2,395,309	2,575,825
10	470,114	819,358	1,182,267	1,503,843	1,750,339	1,921,445	2,048,160	2,113,214	2,151,028	2,177,145	2,189,556	2,473,639
11	420,254	935,064	1,318,440	1,736,444	1,987,088	2,174,142	2,295,791	2,361,900	2,403,568	2,421,070	2,428,689	2,430,937
12	410,827	815,080	1,232,852	1,723,224	2,054,942	2,285,229	2,446,959	2,522,016	2,557,298	2,576,871	2,584,309	2,585,969

Pada bagian pembahasan akan dijelaskan mengenai tahapan perhitungan untuk setiap data. Untuk perhitungan pada data pembanding, di setiap perhitungannya akan diberikan symbol huruf “b” dengan tujuan untuk membedakan antara data studi kasus dan data pembanding yaitu data tahun 2017..

3.3.2 Data studi kasus tahun 2018

Berikut merupakan *Run-off Triangle Incremental* nya untuk data tahun 2018:

Tabel 3.3 *Run-off Triangle Incremental* Studi kasus tahun 2018 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	543,521	422,832	409,240	457,749	307,349	229,483	164,939	109,475	70,759	31,579	18,060	835
2	444,962	340,462	348,361	348,331	283,006	203,630	153,878	96,199	55,604	21,883	10,661	
3	444,351	423,671	378,766	439,384	281,400	197,740	159,507	109,031	75,123	30,135		
4	508,547	409,610	387,516	397,313	280,815	190,437	132,089	94,833	58,059			
5	472,346	372,992	348,265	358,314	277,666	212,875	158,426	112,818				
6	460,278	421,631	394,424	390,627	314,422	230,942	169,879					
7	514,458	378,935	398,437	356,736	259,676	190,531						
8	427,412	329,034	306,210	307,351	245,021							
9	407,542	353,602	436,110	385,142								
10	438,574	351,026	341,554									
11	420,208	380,727										
12	448,220											

Tabel 3.3 merupakan data *run-off triangle Incremental* data tahun 2018 dimana berfungsi untuk penaksiran klaim data yang memuat gambaran klaim keseluruhan (aggregate), dan merupakan suatu ringkasan data set klaim –klaim individu. Data *run-off triangle* menunjukkan bahwa jumlah tahun penundaannya (j) dan tahun kejadiannya (i) yaitu terjadi selama 12 bulan. Artinya, klaim-klaim yang terjadi pada awal periode tidak hanya diselesaikan pada bulan kejadian. Akan tetapi, sebagian klaim diselesaikan pada bulan kedua sampai dengan bulan kedua belas. Sebagai contoh, besaran klaim senilai Rp. 397,313 memberikan penjelasan bahwa total klaim yang terjadi pada bulan keempat memerlukan waktu penyelesaian selama duabelas bulan dari periode kejadian dengan periode penundaan duabelas bulan. **Pada Tabel 3.4** merupakan hasil gabungan atau hasil konversi *run-off triangle Incremental*. Untuk mendapatkan nilai dari *run-off triangle cumulative* digunakan **persamaan (2.1)** dimana berikut diberikan perhitungannya dan dapat dilihat pada **Lampiran 2**:

$$D_{1.2} = C_{1.1} + C_{1.2} = 543,921 + 422,832 = 966,353$$

$$D_{1.3} = C_{1.2} + C_{1.3} = 966,353 + 409,240 = 1,375,593$$

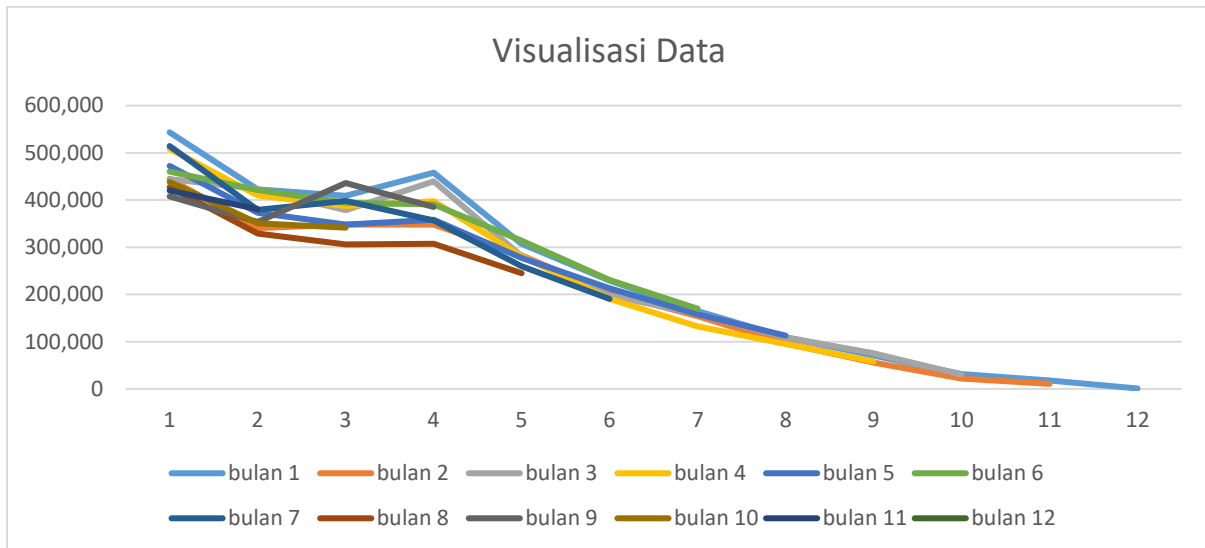
Berdasarkan perhitungan diatas maka didapatkan hasil untuk *run-off triangle cumulative* lebih lengkapnya sebagai berikut:

Tabel 3.4 Run-off triangle cumulative studi kasus tahun 2018 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	543,521	966,353	1,375,593	1,833,342	2,140,691	2,370,174	2,535,113	2,644,588	2,715,347	2,746,926	2,764,986	2,765,821
2	444,962	785,424	1,133,785	1,482,116	1,765,122	1,968,752	2,122,630	2,218,829	2,274,433	2,296,316	2,306,977	
3	444,351	868,022	1,246,788	1,686,172	1,967,572	2,165,312	2,324,819	2,433,850	2,508,973	2,539,108		
4	508,547	918,157	1,305,673	1,702,986	1,983,801	2,174,238	2,306,327	2,401,160	2,459,219			
5	472,346	845,338	1,193,603	1,551,917	1,829,583	2,042,458	2,200,884	2,313,702				
6	460,278	881,909	1,276,333	1,666,960	1,981,382	2,212,324	2,382,203					
7	514,458	893,393	1,291,830	1,648,566	1,908,242	2,098,773						
8	427,412	756,446	1,062,656	1,370,007	1,615,028							
9	407,542	761,144	1,197,254	1,582,396								
10	438,574	789,600	1,131,154									
11	420,208	800,935										
12	448,220											



Selanjutnya adalah disajikan visualisasi data yang bertujuan untuk mengetahui besaran nilai klaim-klaim yang telah dibayarkan dalam bentuk *incremental*. Penyajian visualisasi data ini menggunakan program *Microsoft excel 2013* seperti pada **gambar 3.2**.



Gambar 3.2 Visualisasi data klaim *incremental*

Gambar 3.2 Merupakan visualisasi data yang menunjukkan karakteristik data klaim *incremental*. Angka 1, 2, 3... 21 pada grafik menunjukkan periode penundaannya sedangkan garis-garis berwarna menunjukkan periode kejadian. Terlihat dalam visualisasi data pada angka 1 menunjukkan tahun kejadian pertama yang dimana menjelaskan bahwa di bulan pertama pembayaran terbanyak dilakukan diawal periode. Karena, pada dasarnya kenyataan yang ada dilapangan perusahaan asuransi cenderung melakukan pembayaran klaim kepada pemegang polis pada saat kejadian pertama yang selanjutnya besaran klaim untuk periode selanjutnya akan menurun drastis dikarenakan perusahaan asuransi telah membayarkan diawal periode kejadian. Oleh sebab itu, pada periode selanjutnya merupakan sisa klaim-klaim yang belum dibayarkan oleh pihak perusahaan asuransi dikarenakan pembayaran tertunda lama. Pembayaran klaim yang tertunda biasanya disebabkan oleh ketidaklengkapannya dokumen atau data nasabah yang melakukan klaim tidak lengkap sehingga terjadinya penolakan atau penundaan pembayaran oleh pihak perusahaan asuransi.

3.3.3 Estimasi Cadangan Klaim dengan Metode Chain Ladder

Prediksi cadangan klaim menggunakan metode *Chain-Ladder* merupakan perhitungan prediksi cadangan klaim secara deterministik berdasarkan rasio pembayaran klaim C_i , Data yang digunakan untuk analisis ini adalah tabel *run-off triangle* dengan nilai *cumulative claim amounts*, yaitu $\{C_{i,j}; i=1,2,\dots,12 ; j=1,2,\dots,12-i\}$. Sehingga, akan dicari estimasi nilai $\{C_{i,12}; i=1, 2 \dots 10\}$. Perhitungan prediksi cadangan klaim menggunakan metode *Chain Ladder* dapat dilakukan secara manual dengan *Microsoft Excel* atau dengan bantuan program *RAPP*.

Berikut ini merupakan tahapan untuk menentukan nilai faktor penundaan setiap periode penundaan.

1. Estimasi Nilai Faktor Penundaan Cadangan klaim Chain Ladder ($\hat{\nu}_j$)

Langkah pertama adalah mengestimasi faktor periode penundaan menggunakan **persamaan (2.4)** dapat dihitung faktor penundaan untuk tiap periode penundaannya. Berikut ini merupakan perhitungan faktor penundaan untuk **data studi kasus** pada **Tabel 3.2**:

Selanjutnya perhitungan untuk **data pembanding** pada **Tabel 3.4**:

$$\begin{aligned}\hat{\lambda}_1^b &= \frac{D_{1,2}^b + D_{2,2}^b + D_{3,2}^b + \dots + D_{11,2}^b}{D_{1,1}^b + D_{2,1}^b + D_{3,1}^b + \dots + D_{11,1}^b} \\ &= \frac{870,069 + 836,060 + 1,048,612 + \dots + 935,064}{448,993 + 415,661 + 503,849 + \dots + 420,254} = 1.9844376 \\ \hat{\lambda}_2^b &= \frac{D_{1,3}^b + D_{2,3}^b + D_{3,3}^b + \dots + D_{10,3}^b}{D_{1,2}^b + D_{2,2}^b + D_{3,2}^b + \dots + D_{11,1}^b} \\ &= \frac{1,240,987 + 1,180,060 + 1,409,413 + \dots + 1,182,267}{870,069 + 836,060 + 1,048,612 + \dots + 935,064} = 1.4098543 \\ \hat{\lambda}_1 &= \frac{D_{1,2} + D_{2,2} + D_{3,2} + \dots + D_{11,2}}{D_{1,1} + D_{2,1} + D_{3,1} + \dots + D_{11,1}} \\ &= \frac{966,353 + 785,424 + 868,022 + \dots + 800,935}{543,521 + 444,962 + 444,351 + \dots + 420,208} = 1.82337 \\ \hat{\lambda}_2 &= \frac{D_{1,3} + D_{2,3} + D_{3,3} + \dots + D_{10,3}}{D_{1,2} + D_{2,2} + D_{3,2} + \dots + D_{10,2}} \\ &= \frac{1,375,593 + 1,133,785 + 1,246,788 + \dots + 1,131,154}{966,353 + 785,424 + 868,022 + \dots + 789,600} = 1.442828\end{aligned}$$

$\hat{\lambda}_1$ dan $\hat{\lambda}_2$ merupakan simbol nilai faktor penundaan untuk klaim-klaim yang terjadi pada periode penundaan. Pada bulan pertama dan dibayarkan pada bulan kedua dengan besaran nilai faktor penundaan sebesar 1.82337 Sedangkan faktor penundaan untuk klaim-klaim yang terjadi di bulan kedua dan pada bulan penundaan ketiga dengan besaran nilai faktor penundaan sebesar 1.442828. Perhitungan lengkap dapat dilihat pada perhitungan yang tercantum dalam lampiran 2. Tabel dibawah ini merupakan perhitungan lengkap untuk setiap nilai faktor penundaan per periode nya:

Tabel 3. 5 Nilai faktor penundaan per periode data tahun 2017

$\hat{\lambda}_1^b$	1.984	$\hat{\lambda}_6^b$	1.072	$\hat{\lambda}_{11}^b$	1.037
$\hat{\lambda}_2^b$	1.410	$\hat{\lambda}_7^b$	1.047	$\hat{\lambda}_{12}^b$	1
$\hat{\lambda}_3^b$	1.272	$\hat{\lambda}_8^b$	1.024		
$\hat{\lambda}_4^b$	1,160	$\hat{\lambda}_9^b$	1.011		
$\hat{\lambda}_5^b$	1.109	$\hat{\lambda}_{10}^b$	1.001		

Tabel 3. 6 Nilai faktor penundaan per periode data tahun 2018

$\hat{\lambda}_1$	1.823	$\hat{\lambda}_6$	1.073	$\hat{\lambda}_{11}$	1
$\hat{\lambda}_2$	1.443	$\hat{\lambda}_7$	0.699	$\hat{\lambda}_{12}$	1
$\hat{\lambda}_3$	1.060	$\hat{\lambda}_8$	1.027		
$\hat{\lambda}_4$	1.174	$\hat{\lambda}_9$	0.506		
$\hat{\lambda}_5$	0.851	$\hat{\lambda}_{10}$	0.548		

2. Estimasi Cadangan Klaim Kumulatif (\hat{D})

Setelah mengetahui besaran nilai dari faktor penundaan, hasil tersebut digunakan untuk penaksiran total klaim pada *run of triangle* kumulatif bagian bawah sampai periode penundaan ke- j . perhitungan nilai estimasi tersebut dapat menggunakan **persamaan 2.5** Dengan perhitungan data tahun 2017 sebagai berikut :

$$\hat{D}_{12,2}^b = 410,827 \times 1.984 = 815,080$$

$$\hat{D}_{13,3}^b = 935,064 \times 1.410 = 1,318,440$$

$$\hat{D}_{10,4}^b = 1,182,267 \times 1.272 = 1,503,843$$

Kemudian untuk perhitungan nilai prediksi klaim kumulatif untuk data tahun 2018 hasilnya yaitu sebagai berikut:

$$\hat{D}_{12,2} = 448,220 \times 1.823 = 817,105$$

$$\hat{D}_{11,3} = 800,935 \times 1.443 = 1,155,749$$

$$\hat{D}_{10,4} = 1,131,154 \times 1.060 = 1,199,023$$

. Berdasarkan hasil perhitungan estimasi cadangan klaim kumulatif diatas, maka didapatkan tabel nilai estimasi *run-off triangle* cumulative. Perhitungan lengkapnya dapat dilihat dilampiran 3.



Tabel 3.7 *run-off triangle cumulative data studi kasus tahun 2017 (USD)*

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	448,993	870,069	1,240,987	1,651,964	1,982,489	2,263,108	2,454,939	2,609,182	2,705,644	2,741,213	2,762,752	2,863,597
2	415,661	836,060	1,180,060	1,552,631	1,853,132	2,063,296	2,231,455	2,329,499	2,389,265	2,414,292	2,396,196	2,401,779
3	503,849	1,048,612	1,409,413	1,828,793	2,013,993	2,276,893	2,398,656	2,468,112	2,502,069	2,527,161	2,539,196	2,545,547
4	520,674	993,252	1,383,259	1,741,712	2,010,302	2,180,862	2,305,554	2,399,876	2,448,056	2,471,191	2,483,618	2,493,529
5	496,856	860,562	1,290,799	1,612,378	1,838,590	1,993,375	2,135,808	2,270,767	2,349,622	2,389,587	2,406,528	2,636,988
6	492,913	940,337	1,301,359	1,649,653	1,940,756	2,155,898	2,435,866	2,439,133	2,505,183	2,533,777	2,542,806	2,548,797
7	513,480	927,946	1,313,864	1,646,171	1,919,677	1,998,224	2,284,508	2,422,173	2,484,513	2,512,909	2,529,680	2,235,799
8	440,226	1,008,595	1,425,693	1,771,773	2,052,024	2,187,054	2,290,440	2,379,004	2,437,524	2,465,078	2,480,751	2,488,515
9	410,004	946,310	1,315,006	1,633,006	1,893,841	2,059,089	2,205,839	2,302,384	2,356,583	2,384,089	2,395,309	2,575,825
10	470,114	819,358	1,182,267	1,503,843	1,750,339	1,921,445	2,048,160	2,113,214	2,151,028	2,177,145	2,189,556	2,473,639
11	420,254	935,064	1,318,440	1,736,444	1,987,088	2,174,142	2,295,791	2,361,900	2,403,568	2,421,070	2,428,689	2,430,937
12	410,827	815,080	1,232,852	1,723,224	2,054,942	2,285,229	2,446,959	2,522,016	2,557,298	2,576,871	2,584,309	2,585,969



Tabel 3.8 run-off triangle cumulative data pembanding tahun 2018 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	543,521	966,353	1,375,593	1,833,342	2,140,691	2,370,174	2,535,113	2,644,588	2,715,347	2,746,926	2,764,986	2,765,821
2	444,962	785,424	1,133,785	1,482,116	1,765,122	1,968,752	2,122,630	2,218,829	2,274,433	2,296,316	2,306,977	2,310,313
3	444,351	868,022	1,246,788	1,686,172	1,967,572	2,165,312	2,324,819	2,433,850	2,508,973	2,539,108	2,558,019	2,568,987
4	508,547	918,157	1,305,673	1,702,986	1,983,801	2,174,238	2,306,327	2,401,160	2,459,219	2,482,596	2,495,291	2,499,431
5	472,346	845,338	1,193,603	1,551,917	1,829,583	2,042,458	2,200,884	2,313,702	2,379,995	2,406,032	2,415,705	2,418,111
6	460,278	881,909	1,276,333	1,666,960	1,981,382	2,212,324	2,382,203	2,480,681	2,541,476	2,563,254	2,574,895	2,580,837
7	514,458	893,393	1,291,830	1,648,566	1,908,242	2,098,773	2,234,632	2,340,923	2,405,041	2,425,309	2,435,974	2,439,529
8	427,412	756,446	1,062,656	1,370,007	1,615,028	1,794,721	1,922,284	2,013,479	2,071,877	2,093,729	2,102,574	2,108,147
9	407,542	761,144	1,197,254	1,582,396	1,850,498	2,045,886	2,187,565	2,284,794	2,341,393	2,364,029	2,379,206	2,384,012
10	438,574	789,600	1,131,154	1,199,023	1,724,432	1,897,922	2,018,146	2,100,598	2,143,605	2,161,241	2,169,808	2,171,547
11	420,208	800,935	1,155,749	1,614,967	1,907,599	2,089,827	2,219,171	2,315,900	2,376,052	2,399,895	2,413,546	2,417,864
12	448,220	817,105	1,235,678	1,668,207	1,969,961	2,192,893	2,365,769	2,470,949	2,532,612	2,562,054	2,575,460	2,580,067



3. Estimasi Nilai Cadangan Klaim Per Periode Kejadian

Setelah memperoleh nilai klaim kumulatif untuk masing-masing data, selanjutnya dilakukan perhitungan untuk nilai estimasi cadangan klaim pada setiap periode kejadian. Berikut merupakan perhitungan cadangan klaim per periode kejadian untuk data tahun 2017 dengan menggunakan persamaan 2.6 sebagai berikut;

$$\hat{R}_2^b = \hat{D}_{2,12}^b - \hat{D}_{2,11}^b = 2,429,779 - 2,396,196 = 33,583$$

$$\hat{R}_3^b = \hat{D}_{3,12}^b - \hat{D}_{3,10}^b = 2,545,547 - 2,527,161 = 18,386$$

$$\hat{R}_4^b = \hat{R}_{4,12}^b - \hat{R}_{4,9}^b = 2,493,529 - 2,448,056 = 45,473$$

Selanjutnya untuk perhitungan nilai cadangan klaim per periode kejadian untuk data tahun 2018 sebagai berikut:

$$\hat{R}_2 = \hat{D}_{2,12} - \hat{D}_{2,11} = 2,310,313 - 2,306,977 = 3,336$$

$$\hat{R}_3 = \hat{D}_{3,12} - \hat{D}_{3,10} = 2,568,987 - 2,539,108 = 29,879$$

$$\hat{R}_4 = \hat{D}_{4,12} - \hat{D}_{4,9} = 2,499,431 - 2,459,219 = 40,212$$

Untuk perhitungan lengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 4 maka dari itu cadangan klaim yang dikeluarkan oleh suatu perusahaan asuransi setiap Periode Kejadian untuk data tahun 2017 seperti pada tabel berikut :

Tabel 3.9 Cadangan Klaim per Kejadian Data tahun 2017

Periode kejadian	Cadangan klaim Per periode
1	0
2	33,583
3	18,386
4	45,473
5	366,221
6	201,931
7	720,576
8	436,491
9	942,819
10	1,291,373

Periode kejadian	Cadangan klaim Per periode
11	1,495,874
12	2,175,142

Sedangkan untuk hasil perhitungan nilai cadangan klaim data tahun 2018 pada **Tabel 3.10** Sebagai berikut:

Tabel 3.10 Cadangan Klaim per Kejadian Data tahun 2018

Periode kejadian	Cadangan klaim Per periode
1	0
2	3,336
3	29,879
4	40,212
5	104,409
6	198,634
7	340,756
8	493,119
9	801,616
10	1,040,393
11	1,616,929
12	2,131,847

4. Estimasi Total Cadangan Klaim

Setelah memperoleh besaran nilai Cadangan Klaim per Periode Kejadiannya, selanjutnya Estimasi total cadangan klaim dengan menggunakan persamaan 2.7 Total cadangan klaim yang diperoleh sebagai berikut :

$$\widehat{R}^b = 33,583 + 18,386 + 45,473 + 366,221 + 201,931 + 720,576 + 436,491 + 942,819 + 1,291,373 + 1,495,874 + 2,175,142$$

$$\widehat{R}^b = 7,727,868$$

$$\hat{R} = 3,336 + 29,879 + 40,212 + 104,409 + 198,634 + 340,756 + 493,119 + 801,616 + 1,040,393 + 1,616,929 + 2,131,847$$

$$\hat{R} = 6,801,130$$

Berdasarkan dari hasil perhitungan diatas, didapatkan dua hasil yaitu total cadangan klaim data tahun 2017 sebesar USD 7,127,868 dan total cadangan klaim data tahun 2018 sebesar USD 6,801,130. Dalam hal ini dapat diartikan bahwa dengan menggunakan metode *chain-ladder* maka perusahaan asuransi harus menyiapkan dana cadangan klaim sebesar USD 7,127,868 untuk data tahun 2017, dan sebesar USD 6,801,130 untuk data tahun 2018.

3.3.4 Mean Absolute Percentage Error (MAPE) pada Metode Chainladder

Cadangan klaim adalah total pembayaran klaim saat ini yang diperoleh berdasarkan estimasi dari data pembayaran klaim sebelumnya. Nilai estimasi yang dihasilkan oleh suatu model tidak selalu tepat, hal ini biasa disebut istilah kesalahan estimasi cadangan klaim. Kesalahan estimasi cadangan klaim merupakan kesalahan (*error*) antara estimasi dan pembayaran klaim yang sebenarnya (Panning, 2006).kesalahan estimasi berhubungan dengan tingkat keakuratan model.

Untuk melihat keakuratan dari hasil estimasi klaim, maka dicari nilai MAPE. Pada **Tabel 3.11** Ditampilkan nilai MAPE dari setiap periode kejadian sebagai berikut:

Tabel 3.11 Nilai MAPE Metode *Chain-ladder*

Periode kejadian (bulan)	Total cadangan klaim aktual	Total cadangan klaim estimasi	$ (y - \hat{y})/y $	MAPE (%)
2	3,336	5,583	0.6735612	67.36
3	29,879	18,386	0.3846458	38.46
4	40,212	45,473	0.1308384	13.08
5	112,931	101,931	0.0974046	9.74
6	198,634	201,931	0.0165980	1.66
7	340,756	237,575	0.3028002	30.28
8	493,119	436,491	0.1148366	11.48
9	801,616	942,819	0.1761484	17.61
10	1,040,393	1,291,373	0.2412353	24.12
11	1,616,929	1,495,874	0.0748674	7.49
12	2,131,847	2,175,142	0.0203085	2.03
Akumulasi nilai MAPE				20.3 %

Berdasarkan **Tabel 3.11** diperoleh nilai MAPE dari setiap periode kejadian. Misalkan pada periode kejadian ke-dua diperoleh nilai MAPE sebesar 67.36%. Akumulasi dari seluruh periode kejadian didapatkan nilai MAPE untuk metode *chain-ladder* sebesar 20.3%. Semakin kecil nilai MAPE yang dihasilkan oleh model, maka semakin kecil kesalahan hasil estimasi atau semakin akurat estimasi parameter yang diberikan. Nilai MAPE 20%-50% disebut estimasi layak, artinya nilai MAPE pada metode ini termasuk kategori layak karena nilainya 20.3%.

3.3.5 Estimasi Cadangan klaim menggunakan metode *munich chain ladder*

Dalam melakukan perhitungan untuk estimasi cadangan klaim dan untuk melihat jarak antara nilai kerugian yang dibayarkan dan nilai keurgian yang terjadi. Maka diberikan data awal yaitu dua data yang berbeda. Pertama data studi kasus dan data pembandingan yang berbentuk *run of triangle*, dimana bertujuan untuk mempermudah dalam perhitungannya.

Tabel 3.12 klaim untuk kerugian yang dibayarkan data tahun 2017 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	6,210	8,462	9,704	15,874	17,309	18,200	21,470	21,211	24,237	5,238	6,341	6,341
2	5,640	8,417	10,255	16,238	18,526	15,390	20,839	20,317	28,920	5,215	5,214	
3	5,241	7,240	9,410	12,236	14,234	12,463	21,235	21,434	22,120	15,783		
4	6,287	7,710	11,380	13,018	16,950	14,926	17,430	22,860	18,942			
5	6,420	8,289	11,378	14,374	12,462	17,238	18,426	22,873				
6	5,853	7,420	11,428	10,623	11,695	13,930	22,089					
7	5,359	7,361	10,349	9,238	12,258	14,378						
8	6,654	8,306	10,125	12,670	13,790							
9	6,370	6,190	12,318	10,324								
10	5,390	6,703	13,386									
11	6,743	9,621										
12	5,786											

Pada **Tabel 3.12** merupakan estimasi klaim data tahun 2017 dalam bentuk *run off triangle*. Misalkan, tabel diatas yang sudah diberi warna yaitu pada kolom ke-4 dan baris ke-4 merupakan nilai besaran klaimnya adalah 13,018 artinya adalah total klaim yang harus dibayarkan dari suatu perusahaan atau biasa disebut penanggung pada periode kejadian ke-4 yang dilaporkan sampai dengan periode penundaan ke-4 sebesar 13,018 kepada nasabah atau biasa disebut tertanggung. Pada tabel diatas yang berwarna kuning disebut *future triangle* dimana itu merupakan pembayaran klaim dimasa yang akan datang yang belum diketahui besaran nilainya.

Tabel 3.13 Klaim untuk kerugian yang dibayarkan data tahun 2018 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4,090	7,370	8,640	14,220	16,100	17,400	20,040	20,350	23,360	6,930	7,170	7,170
2	4,790	7,260	9,140	13,890	17,350	14,970	21,830	19,980	26,380	6,450	5,950	
3	4,080	6,920	8,300	11,130	13,130	11,200	22,120	21,970	22,500	15,490		
4	5,070	7,710	10,410	12,800	15,350	18,620	16,650	22,680	21,770			
5	5,450	7,840	10,680	13,430	14,480	16,620	16,650	22,880				
6	4,660	6,700	10,720	12,940	19,480	15,440	21,300					
7	4,730	6,460	9,520	10,670	16,840	14,090						
8	5,950	7,610	9,630	12,870	13,460							
9	5,140	5,190	11,370	11,350								
10	4,220	6,240	9,150									
11	5,350	8,430										
12	4,910											

Pada **Tabel 3.13** merupakan estimasi klaim data tahun 2018 dalam bentuk *run off triangle*. Misalkan, tabel diatas yang sudah diberi warna yaitu pada kolom ke-2 dan baris ke-4 merupakan nilai besaran klaimnya adalah 7,710 artinya adalah total klaim yang harus dibayarkan dari suatu perusahaan atau biasa disebut penanggung pada periode kejadian ke-4 yang dilaporkan sampai dengan periode penundaan ke-2 sebesar 7,710 kepada nasabah atau biasa disebut tertanggung. Pada tabel diatas yang berwarna kuning disebut *future triangle* dimana itu merupakan pembayaran klaim dimasa yang akan datang yang belum diketahui besaran nilainya.

Tabel 3.14 Klaim untuk kerugian yang terjadi data tahun 2017 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	122,670	223,137	285,395	328,900	311,928	245,690	368,213	263,573	195,317	78,735	64,986	64,986
2	274,097	127,078	243,670	286,532	253,078	187,230	240,371	210,139	230,618	74,930	70,683	
3	184,824	215,740	269,962	295,783	302,341	180,693	230,904	252,356	323,681	52,780		
4	215,347	255,733	306,869	284,892	276,874	285,873	194,461	231,680	218,886			
5	264,570	217,869	231,682	214,348	269,215	249,582	210,350	250,435				
6	196,816	223,619	257,140	263,701	314,790	274,257	344,687					
7	248,357	238,971	273,965	237,689	255,682	206,349						
8	223,460	257,832	156,780	156,456	227,985							
9	165,817	186,703	329,135	268,140								
10	231,670	174,827	136,734									
11	168,807	214,950										
12	181,453											



Tabel 3.15 Klaim untuk kerugian yang terjadi data tahun 2018 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	92,255	267,288	270,570	343,003	298,847	286,266	241,094	242,413	242,784	88,791	87,328	87,485
2	233,587	149,774	210,907	234,277	271,174	210,244	294,427	208,483	206,957	74,943	55,319	
3	194,152	232,853	259,054	308,683	286,755	191,385	247,045	211,767	307,743	83,130		
4	200,127	244,401	313,860	304,767	294,375	234,309	207,582	208,869	212,013			
5	231,269	217,157	267,206	218,037	247,220	251,496	222,156	263,881				
6	209,632	215,137	279,280	251,340	310,895	261,234	355,645					
7	257,765	246,102	262,627	258,166	257,127	209,588						
8	225,021	212,642	182,649	178,630	241,465							
9	156,030	156,354	316,407	287,884								
10	221,775	190,950	208,443									
11	172,714	215,169										
12	172,599											

Pada **Tabel 3.14** dan **Tabel 3.15** merupakan total nilai klaim untuk kerugian yang terjadi data studi kasus dan data pembandingan. Misalkan, pada *run off triangle* data studi kasus baris ke-2 dan kolom ke-4 merupakan total klaim yang dilaporkan dari seluruh kejadian pada periode kecelakaan ke-2 dan dilaporkan pada periode penundaan ke-4 yaitu sebesar 234,277 kepada tertanggung. Perlu diketahui bahwa besaran nilai klaim untuk kerugian yang terjadi lebih besar daripada besaran nilai klaim untuk kerugian yang dibayarkan. Hal ini disebabkan oleh total klaim yang didapatkan hasil dari penjumlahan antara klaim yang sudah dibayarkan dan klaim yang belum dibayarkan. Ada beberapa faktor yang mendasari perusahaan belum memberikan sisa pembayaran klaim ke pihak tertanggung yaitu misal dikarenakan karena pihak tertanggung membawa permasalahan ini ke ranah hukum atau permasalahan yang lainnya. Beda halnya pada tabel *run off triangle* untuk kerugian yang dibayarkan. Data yang ada didalamnya adalah gabungan dari besaran klaim yang dilaporkan dan besaran

klaim yang sudah dibayarkan oleh pihak perusahaan asuransi kepada pihak tertanggung. Dengan metode *munich chain ladder* ini dapat memberikan gambaran lebih spesifik bahwa metode ini mempunyai kelebihan bisa mengurangi kesenjangan seminimal mungkin antara proyeksi kerugian yang dibayarkan dan kerugian yang terjadi.

Berikut adalah tahapan-tahapan dalam metode *munich chain-ladder*:

1. Estimasi nilai faktor penundaan rata-rata dan parameter σ

Dalam mengestimasi cadangan klaim, langkah pertama, mengestimasi nilai faktor penundaan rata-rata dan parameter yaitu faktor penundaan $\widehat{f_{s \rightarrow j}^P}$ dan $\widehat{f_{s \rightarrow j}^Z}$ dan parameter $\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^P}$ dan $\widehat{\sigma_{s \rightarrow j}^Z}$. Dimisalkan perhitungan $\widehat{f_{2 \rightarrow 3}^P}$ dan $\widehat{f_{2 \rightarrow 3}^Z}$ dengan menggunakan persamaan (3.6) dan (3.7). dimana $\widehat{f_{2 \rightarrow 3}^P}$ menjelaskan bahwa estimasi faktor penundaan untuk kerugian yang dibayarkan pada periode penundaan ke-2 sampai periode penundaan ke-3, dengan diketahui nilai dari $C_{i,2}^P$ dan $C_{i,3}^P$ dimana diketahui $C_{i,2}^P$ merupakan proses kerugian yang dibayarkan pada tahun kejadian ke-2, sedangkan $C_{i,3}^P$ merupakan proses kerugian yang dibayarkan pada tahun kejadian ke-3, maka dapat dihitung nilai faktor penundaan rata-rata untuk data tahun 2017 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^{Pb}} &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^{Pb}} \right) \left(\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^{Pb} \frac{C_{i,3}^{Pb}}{C_{i,2}^{Pb}} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,3}^{Pb}}{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^{Pb}} \\ &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^{Pb}} \right) \left(\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^{Pb} \frac{C_{i,3}^{Pb}}{C_{i,2}^{Pb}} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{10} C_{i,3}^{Pb}}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^{Pb}} \\ &= \frac{285,395 + 243,670 + 269,962 + \dots + 136,734}{223,137 + 127,078 + 215,740 + \dots + 174,827} \\ &= \frac{2,491,332}{2,121,509} = 1.174321 \end{aligned}$$

Kemudian perhitungan untuk data tahun 2018 yaitu yang pertama perhitungan nilai faktor penundaan rata-rata, dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^P} &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^P} \right) \left(\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^P \frac{C_{i,3}^P}{C_{i,2}^P} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,3}^P}{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^P} \\ &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^P} \right) \left(\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^P \frac{C_{i,3}^P}{C_{i,2}^P} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{10} C_{i,3}^P}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^P} \\ &= \frac{270,570 + 210,907 + 259,054 + \dots + 208,443}{267,288 + 149,774 + 232,853 + \dots + 190,950} \end{aligned}$$

$$= \frac{2,571,003}{2,132,658} = 1.205539$$

Selanjutnya, menghitung nilai estimasi faktor penundaan untuk kerugian yang terjadi data studi kasus dari periode penundaan ke-2 sampai periode penundaan ke-3, dimana diketahui $C_{i,2}^Z$ merupakan proses kerugian yang terjadi pada tahun kejadian ke-2, sedangkan $C_{i,2}^Z$ merupakan proses kerugian yang terjadi pada tahun kejadian ke-3, maka dapat dihitung untuk data tahun 2017 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^{Zb}} &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^{Zb}} \right) \left(\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^{Zb} \frac{C_{i,3}^{Zb}}{C_{i,2}^{Zb}} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,3}^{Zb}}{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^{Zb}} \\ &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^{Zb}} \right) \left(\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^{Zb} \frac{C_{i,3}^{Zb}}{C_{i,2}^{Zb}} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{10} C_{i,3}^{Zb}}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^{Zb}} \\ &= \frac{9,704 + 10,255 + 9,410 + \dots + 13,386}{8,462 + 8,417 + 7,240 + \dots + 6,703} \\ &= \frac{109,733}{76,098} = 1.441996 \end{aligned}$$

Kemudian menghitung nilai estimasi faktor penundaan untuk kerugian yang terjadi data tahun 2018, dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^Z} &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^Z} \right) \left(\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^Z \frac{C_{i,3}^Z}{C_{i,2}^Z} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,3}^Z}{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^Z} \\ &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^Z} \right) \left(\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^Z \frac{C_{i,3}^Z}{C_{i,2}^Z} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{10} C_{i,3}^Z}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^Z} \\ &= \frac{8,640 + 9,140 + 8,300 + \dots + 9,150}{7,370 + 7,260 + 6,920 + \dots + 6,240} \\ &= \frac{97,560}{69,300} = 1.407792 \end{aligned}$$

Jadi, besarnya estimasi nilai faktor penundaan dari periode ke-2 sampai dengan periode ke-3 untuk kerugian yang dibayarkan untuk data tahun 2017 sebesar 1.17431, sedangkan untuk data tahun 2018 sebesar 1.205539 dan untuk besarnya estimasi nilai faktor penundaan dari periode ke-2 sampai dengan periode penundaan ke-3 untuk periode kerugian yang terjadi pada data 2017 sebesar 1.441996 dan untuk data tahun 2018 sebesar 1.407792.

Selanjutnya menghitung nilai estimasi parameter. Sebagai salah satu

contoh yaitu perhitungan nilai $\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^P}$ dan $\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^Z}$ ini menggunakan persamaan (3.8) dan (3.9). dimana $\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^P}$ merupakan estimasi parameter σ untuk kerugian yang dibayarkan dari periode ke-2 sampai dengan periode ke-3, dengan diketahui besaran nilai dari $\widehat{f_{2 \rightarrow 3}^P}$ serta nilai dari $C_{i,2}^P$ dan $C_{i,3}^P$, maka dapat dihitung untuk data tahun 2017 sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 (\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^{Pb}})^2 &= \left(\frac{1}{12-2-1} \right) \sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^{Pb} \left(\frac{C_{i,3}^{Pb}}{C_{i,2}^{Pb}} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^{Pb}} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{12-2-1} \right) \sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^{Pb} \left(\frac{C_{i,3}^{Pb}}{C_{i,2}^{Pb}} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^{Pb}} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{9} \right) \left[\left((223,137) \left(\frac{285,395}{223,137} - 1.174321 \right) \right)^2 + \dots + (174,827) \left(\frac{136,734}{174,827} - 1.174321 \right)^2 \right] \\
 &= \frac{93131.75}{9} = 10347.97 \\
 &= \sqrt{10347.97} = 101.725
 \end{aligned}$$

Kemudian untuk perhitungan data tahun 2018 sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 (\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^P})^2 &= \left(\frac{1}{12-2-1} \right) \sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^P \left(\frac{C_{i,3}^P}{C_{i,2}^P} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^P} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{12-2-1} \right) \sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^P \left(\frac{C_{i,3}^P}{C_{i,2}^P} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^P} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{9} \right) \left[\left((267,288) \left(\frac{270,570}{267,288} - 1.205539 \right) \right)^2 + \dots + (190,950) \left(\frac{208,443}{190,950} - 1.205539 \right)^2 \right] \\
 &= \frac{290368.16}{9} = 32263.13 \\
 &= \sqrt{32263.13} = 179.61
 \end{aligned}$$

Jadi nilai estimasi $(\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^P})^2$ sebesar 179.61 dan nilai estimasi data tahun 2017 $(\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^{Pb}})^2$ sebesar 101.725. Selanjutnya menghitung nilai $\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^Z}$ dengan diketahui besaran nilai dari $\widehat{f_{2 \rightarrow 3}^Z}$ serta nilai dari $C_{i,2}^Z$, $C_{i,3}^Z$, $C_{i,2}^{Zb}$, $C_{i,3}^{Zb}$ maka dapat dihitung:

$$\begin{aligned}
 (\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^{Zb}})^2 &= \left(\frac{1}{12-2-1} \right) \sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^{Zb} \left(\frac{C_{i,3}^{Zb}}{C_{i,2}^{Zb}} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^{Zb}} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{12-2-1} \right) \sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^{Zb} \left(\frac{C_{i,3}^{Zb}}{C_{i,2}^{Zb}} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^{Zb}} \right)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{1}{9}\right) \left[\left((8,462) \left(\frac{9,704}{8,462} - 1.441996 \right)^2 \right) + \dots + (6,703) \left(\frac{13,386}{6,703} - 1.441996 \right)^2 \right] \\
&= \frac{2122.961}{9} = 235.8845 \\
&= \sqrt{235.8845} = 15.35853
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^Z})^2 &= \left(\frac{1}{12-2-1}\right) \sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^Z \left(\frac{C_{i,3}^Z}{C_{i,2}^Z} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^Z} \right)^2 \\
&= \left(\frac{1}{12-2-1}\right) \sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^Z \left(\frac{C_{i,2}^Z}{C_{i,2}^Z} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^Z} \right)^2 \\
&= \left(\frac{1}{9}\right) \left[\left((7,370) \left(\frac{8,640}{7,370} - 1.407792 \right)^2 \right) + \dots + (6,240) \left(6,240 - 1.407792 \right)^2 \right] \\
&= \frac{4544.5}{9} = 504.94 \\
&= \sqrt{504.94} = 20.47
\end{aligned}$$

Estimasi nilai parameter σ untuk periode kejadian ke-2 yang ditunda hingga periode ke-3 untuk kerugian yang dibayarkan data tahun 2018 yaitu sebesar 179.61 dan 20.47 sedangkan data tahun 2017 kerugian yang dibayarkan sebesar 101.725 dan 15.359 untuk kerugian yang terjadi.

2. Nilai rasio (P/Z) dan (Z/P) serta parameter ρ

Setelah memperoleh nilai estimasi untuk faktor penundaan dan parameter σ untuk setiap kejadian yang telah terbayarkan dan terjadi, selanjutnya yaitu mencari nilai parameter metode *muncih chain-ladder*, langkah pertama yaitu menghitung nilai harapan bersyarat dan standar deviasi bersyarat dengan formula (P/Z) atau \widehat{q}_s dan (Z/P) atau \widehat{q}_s^{-1} . Perhitungan ini menggunakan persamaan (3.10) dan (3.11). Misalnya nilai dari \widehat{q}_2 . Dimana nilai \widehat{q}_2 merupakan nilai harapan bersyarat dari $E(Q_{i,2} | z_i(2))$ dengan diketahui $C_{i,2}^P$ dan $C_{i,2}^Z$, maka dapat dihitung:

$$\begin{aligned}
\widehat{q}_2^b &= \frac{\sum_{i=1}^{12-2+1} C_{i,2}^{Pb}}{\sum_{i=1}^{12-2+1} C_{i,2}^{Zb}} = \frac{\sum_{i=1}^{11} C_{i,2}^{Pb}}{\sum_{i=1}^{11} C_{i,2}^{Zb}} \\
&= \frac{223,137+127,078+215,740 + \dots + 214,950}{8,462+8,417+7,240 + \dots + 9,621} \\
&= \frac{2,336,459}{85,719} = 27.25719
\end{aligned}$$

Kemudian menghitung nilai harapan bersyarat untuk data tahun 2018, dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\widehat{q}_2 &= \frac{\sum_{i=1}^{12-2+1} C_{i,2}^P}{\sum_{i=1}^{12-2+1} C_{i,2}^Z} = \frac{\sum_{i=1}^{11} C_{i,2}^P}{\sum_{i=1}^{11} C_{i,2}^Z} \\ &= \frac{267,288+149,774+232,853+\dots+215,169}{7,370+7,260+6,920+\dots+8,430} \\ &= \frac{2,347,827}{77,730} = 30.205\end{aligned}$$

Selanjutnya menghitung nilai \widehat{q}_2^{-1} . nilai \widehat{q}_2^{-1} merupakan nilai harapan bersyarat dari $E(Q_{i,2}^{-1} | p_i(2))$ dengan diketahui $C_{i,2}^P$ dan $C_{i,2}^Z$, maka dapat dihitung:

$$\begin{aligned}\widehat{q}_2^{-1b} &= \frac{\sum_{i=1}^{12-2+1} C_{i,2}^{Zb}}{\sum_{i=1}^{12-2+1} C_{i,2}^{Pb}} = \frac{\sum_{i=1}^{11} C_{i,2}^{Zb}}{\sum_{i=1}^{11} C_{i,2}^{Pb}} \\ &= \frac{8,462+8,417+7,240+\dots+9,621}{223,137+127,078+215,740+\dots+214,950} \\ &= \frac{85,719}{2,336,459} = 0.036688\end{aligned}$$

Kemudian menghitung nilai harapan bersyarat untuk data tahun 2018, dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\widehat{q}_2^{-1} &= \frac{\sum_{i=1}^{12-2+1} C_{i,2}^Z}{\sum_{i=1}^{12-2+1} C_{i,2}^P} = \frac{\sum_{i=1}^{11} C_{i,2}^Z}{\sum_{i=1}^{11} C_{i,2}^P} \\ &= \frac{7,370+7,260+6,920+\dots+8,430}{267,288+149,774+232,853+\dots+215,169} \\ &= \frac{77,730}{2,347,827} = 0.0331\end{aligned}$$

Jadi dapat diperoleh nilai harapan bersyarat $E(Q_{i,2} | z_i(2))$ sebesar 30.205 dan $E(Q_{i,2} | z_i^b(2))$ sebesar 27.25719. Sedangkan, nilai harapan bersyarat $E(Q_{i,2}^{-1} | p_i(2))$ sebesar 0.0331 dan $E(Q_{i,2}^{-1} | p_i^b(2))$ sebesar 0.036688.

Selanjutnya yaitu menghitung nilai dari standar deviasi bersyarat ρ . Misal perhitungan nilai $\widehat{\rho}_2^{P^2}$ dan $\widehat{\rho}_2^{Z^2}$. Perhitungan Ini Menggunakan Persamaan (3.12) dan (3.14) sebagai berikut;

$$\begin{aligned}\widehat{\rho}_2^{Z^2} &= \frac{1}{12-2} \sum_{j=1}^{12-2+1} C_{j,2}^Z (Q_{j,2} - \widehat{q}_2)^2 \\ &= \left(\frac{1}{10}\right) \sum_{j=1}^{11} C_{j,2}^Z (Q_{j,2} - \widehat{q}_2)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{1}{10}\right) \left[\left((7,370) \left(\frac{267,288}{7,370} - 30.205 \right)^2 \right) + \dots + (8,430) \left(\frac{215,169}{8,430} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. 30.205 \right)^2 \right] \\
&= \frac{270834.2 + \dots + 184700.4}{10} = \frac{173625.1}{10} = 173625.1 \\
&= \sqrt{173625.1} = 416.68
\end{aligned}$$

Kemudian menghitung nilai dari standar deviasi bersyarat ρ . Misal perhitungan nilai

$\widehat{\rho}_2^{Pb^2}$ dan $\widehat{\rho}_2^{Zb^2}$. Dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\widehat{\rho}_2^{Zb^2} &= \frac{1}{12-2} \sum_{j=1}^{12-2+1} C_{j,2}^{Zb} (Q_{j,2}^b - \widehat{q}_{j,2}^b)^2 \\
&= \left(\frac{1}{10}\right) \sum_{j=1}^{11} C_{j,2}^{Zb} (Q_{j,2}^b - \widehat{q}_{j,2}^b)^2 \\
&= \left(\frac{1}{10}\right) \left[\left((8,462) \left(\frac{223,137}{8,462} - 27.25719 \right)^2 \right) + \dots + (9,621) \left(\frac{214,950}{9,621} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. 27,25719 \right)^2 \right] \\
&= \frac{6,671 + \dots + 232,458}{10} = \frac{224925.6}{10} = 224,926
\end{aligned}$$

Selanjutnya menghitung nilai dari $\widehat{\rho}_2^{P^2}$. Dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\widehat{\rho}_2^{P^2} &= \frac{1}{12-2} \sum_{j=1}^{12-2+1} C_{j,2}^P (Q_{j,2}^{-1} - \widehat{q}_{j,2}^{-1})^2 \\
&= \left(\frac{1}{10}\right) \sum_{j=1}^{11} C_{j,2}^P (Q_{j,2}^{-1} - \widehat{q}_{j,2}^{-1})^2 \\
&= \left(\frac{1}{10}\right) \left[\left((267,288) \left(\frac{7,370}{267,288} - 0.0331 \right)^2 \right) + \dots + (215,169) \left(\frac{7,260}{215,169} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. 0.0331 \right)^2 \right] \\
&= \frac{0.225 + 1.716 + 0.079 + \dots + 0.3111}{10} = \frac{2.806}{10} \\
&= \sqrt{0.281} = 0.5296
\end{aligned}$$

Selanjutnya menghitung nilai dari $\widehat{\rho}_2^{Pb^2}$. Dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\widehat{\rho}_2^{Pb^2} &= \frac{1}{12-2} \sum_{j=1}^{12-2+1} C_{j,2}^{Pb} (Q_{j,2}^{-1b} - \widehat{q}_{j,2}^{-1b})^2 \\
&= \left(\frac{1}{10}\right) \sum_{j=1}^{11} C_{j,2}^{Pb} (Q_{j,2}^{-1b} - \widehat{q}_{j,2}^{-1b})^2 \\
&= \left(\frac{1}{10}\right) \left[\left((223,137) \left(\frac{8,462}{223,137} - 0.036688 \right)^2 \right) + \dots + \right. \\
&\quad \left. (214,950) \left(\frac{9,621}{214,950} - 0.036688 \right)^2 \right] \\
&= \frac{0.340 + 110.94 + 2.112 + \dots + 14.003}{10} = \frac{157.729}{10} = 15.7729
\end{aligned}$$

3. Estimasi Nilai Residual masing-masing parameter

Langkah selanjutnya, menghitung nilai residual masing-masing dari $\widehat{res}(C_{i,j}^P)$, $\widehat{res}(C_{i,j}^Z)$, $\widehat{res}(Q_{i,s}^{-1})$, dan $\widehat{res}(Q_{i,s})$. Misal perhitungan $\widehat{res}(C_{i,j}^P)$ menggunakan persamaan (3.15), akan dihitung $\widehat{res}(C_{i,j}^P)$ dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\widehat{res}(C_{2,3}^P) &= \frac{\frac{C_{2,3}^P}{C_{2,2}^P} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^P}}{\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^P}} \left(\sqrt{C_{2,3}^P} \right) = \frac{\frac{210,907}{149,774} - 1.205}{162,472} (210,907) \\ &= 0.263\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{res}(C_{2,3}^{Pb}) &= \frac{\frac{C_{2,3}^{Pb}}{C_{2,2}^{Pb}} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^{Pb}}}{\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^{Pb}}} \left(\sqrt{C_{2,3}^{Pb}} \right) = \frac{\frac{243,670}{127,078} - 1.174321}{101.725} (493.63) \\ &= 3.606\end{aligned}$$

Sedangkan untuk perhitungan $\widehat{res}(C_{i,j}^Z)$ menggunakan persamaan (3.16). misal perhitungan $\widehat{res}(C_{2,3}^Z)$ dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\widehat{res}(C_{2,3}^Z) &= \frac{\frac{C_{2,3}^Z}{C_{2,2}^Z} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^Z}}{\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^Z}} \left(\sqrt{C_{2,3}^Z} \right) = \frac{\frac{9,140}{7,260} - 1.406}{20.326} (7,260) \\ &= 449.670\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{res}(C_{2,3}^{Zb}) &= \frac{\frac{C_{2,3}^{Zb}}{C_{2,2}^{Zb}} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^{Zb}}}{\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^{Zb}}} \left(\sqrt{C_{2,3}^{Zb}} \right) \\ &= \frac{\frac{10,255}{8,417} - 1.441996}{15.35853} (101.267) = -1.4745\end{aligned}$$

Selanjutnya yaitu menghitung nilai residual $\widehat{res}(Q_{i,s}^{-1})$ menggunakan persamaan (3.17) sebagai contoh perhitungan untuk nilai $\widehat{res}(Q_{2,2}^{-1})$ sebagai berikut;

$$\begin{aligned}\widehat{res}(Q_{2,2}^{-1}) &= \frac{Q_{2,2}^{-1} - \widehat{q_2^{-1}}}{\widehat{\rho_2^P}} \left(\sqrt{C_{2,2}^P} \right) = \frac{20.630 - 0.0331}{0.5296} (\sqrt{149,774}) \\ &= 15015.6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{res}(Q_{2,2}^{-1b}) &= \frac{Q_{2,2}^{-1b} - \widehat{q_2^{-1b}}}{\widehat{\rho_2^{Pb}}} \left(\sqrt{C_{2,2}^{Pb}} \right) = \frac{0.066235 - 0.036688}{15.7729} (\sqrt{127,078}) \\ &= 0.667786\end{aligned}$$

Selanjutnya yaitu menghitung nilai residual $\widehat{res}(Q_{i,s})$ menggunakan persamaan (3.18) sebagai contoh perhitungan untuk nilai $\widehat{res}(Q_{2,2})$ sebagai berikut;

$$\widehat{res}(Q_{2,2} = \frac{Q_{2,2} - \widehat{q}_2}{\widehat{\rho}_2^Z} \left(\sqrt{C_{2,3}^Z} \right) = \frac{0.048 - 30.205}{416.68} (\sqrt{7,260}) = -6.167$$

$$\widehat{res}(Q_{2,2} = \frac{Q_{2,2} - \widehat{q}_2}{\widehat{\rho}_2^Z} \left(\sqrt{C_{2,3}^Z} \right) = \frac{15.098 - 27.257}{224926} (\sqrt{10,255}) = -0.0068$$

4. Estimasi proyeksi cadangan klaim menggunakan metode *Munich Chain Ladder*

Tahapan selanjutnya adalah mencari estimasi kerugian yang akan terjadi dan kerugian yang akan dibayarkan, perhitungan ini menggunakan persamaan (3.21) dan (3.22). Perhitungan ini bertujuan untuk mencari faktor pengali Q^{-1} dan Q untuk menduga $C_{i,j}^P$ dan $C_{i,j}^Z$. Sebagai faktor penundaan dari kerugian yang dibayarkan terlebih dahulu, maka digunakan nilai rata-rata $\widehat{f}_{1 \rightarrow 2}^P = 1.0699$, untuk menghitung besaran nilai dari $Q_{12,2}^{-1}$ adalah:

$$\begin{aligned} Q_{12,2}^{-1b} &= \widehat{f}_{1 \rightarrow 2}^{Pb} + \widehat{\lambda}^{Pb} \frac{\widehat{\sigma}_{1 \rightarrow 2}^{Pb}}{\widehat{\rho}_1^{Pb}} (Q_{12,1}^b - \widehat{q}_1^b) \\ &= 1.0174 + (0.0033472) \left(\frac{21991.42}{768555} \right) (31.3607 - \\ &\quad 0.028813) \\ &= 1.0174 + (0.0033472)(0.028614)(31.332) \\ &= 1.0204 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{12,2}^{-1} &= \widehat{f}_{1 \rightarrow 2}^P + \widehat{\lambda}^P \frac{\widehat{\sigma}_{1 \rightarrow 2}^P}{\widehat{\rho}_1^P} (Q_{12,1} - \widehat{q}_1) \\ &= 1.0699 + (0.2769) \left(\frac{0.00075}{187.293} \right) (0.0534 - 0.025) \\ &= 1.0699 + (0.2769)(0.0004)(0.0284) \\ &= 1.06990 \end{aligned}$$

Selanjutnya yaitu perhitungan untuk kerugian yang terjadi dengan diketahuinya besaran nilai dari $\widehat{f}_{1 \rightarrow 2}^P$. Maka dapat dihitung nilai dari $Q_{12,2}$ dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Q_{12,2}^b &= \widehat{f}_{1 \rightarrow 2}^{Zb} + \widehat{\lambda}^{Zb} \frac{\widehat{\sigma}_{1 \rightarrow 2}^{Zb}}{\widehat{\rho}_1^{Zb}} (Q_{12,1}^b - \widehat{q}_1^b) \\ &= 1.295495 + (0.0000261) \left(\frac{105.999}{451980.36} \right) (34.70665 - 25.03441) \\ &= 1.452 + (0.0000261)(0.000235)(9.672) = 1.2950 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_{12,2} &= \widehat{f_{1 \rightarrow 2}^Z} + \widehat{\lambda^Z} \frac{\widehat{\sigma_{1 \rightarrow 2}^Z}}{\widehat{\rho_1^Z}} (Q_{12,1} - \widehat{q}_1) \\
&= 1.452 + (0.00003165) \left(\frac{14.466}{3020.07} \right) (0.0284 - 0.0247) \\
&= 1.452 + (0.00003165)(0.0048)(0.0037) = 1.4520
\end{aligned}$$

Jadi, setelah memperoleh nilai dari $Q_{12,2}^{-1}$ dan $Q_{12,2}$ secara berturut-turut adalah 1.0699 dan 1.4520, sehingga didapatkan nilai estimasi untuk nilai $C_{12,2}^P = (172599) \times (1.0699) = 184664.21$ dan untuk nilai $C_{12,2}^Z = (4910) \times (1.4520) = 7129.32$. Sedangkan untuk data tahun 2017 nilai estimasi $C_{12,2}^{Pb} = 181,453 \times 1.0204 = 185,154$ dan untuk $C_{12,2}^{Zb} = 5,786 \times 1.2950 = 8650$. Setelah mendapatkan nilai estimasi periode penundaannya. Berikut disajikan proyeksi kerugian yang dibayarkan dan kerugian yang sudah terjadi secara lengkap:



Tabel 3.16 Hasil Proyeksi keseluruhan untuk kerugian yang dibayarkan data tahun 2017 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	6,210	8,462	9,704	15,874	17,309	18,200	21,470	21,211	24,237	5,238	6,341	6,341
2	5,640	8,417	10,255	16,238	18,526	15,390	20,839	20,317	28,920	5,215	5,214	9,105
3	5,241	7,240	9,410	12,236	14,234	12,463	21,235	21,434	22,120	15,783	10,650	20,744
4	6,287	7,710	11,380	13,018	16,950	14,926	17,430	22,860	22,542	10,857	6,270	22,896
5	6,420	8,289	11,378	14,374	12,462	17,238	18,426	21,873	16,693	7,907	4,702	15,470
6	5,853	7,420	11,428	10,623	11,695	13,930	23,089	18,240	28,856	8,370	8,090	25,752
7	5,359	7,361	10,349	9,238	12,258	14,378	18,920	23,360	24,256	9,358	10,800	17,420
8	6,654	8,306	10,125	12,670	13,790	17,396	18,752	20,595	27,289	8,358	6,708	19,326
9	6,370	6,190	12,318	12,324	16,357	14,569	20,590	22,956	24,569	5,365	8,385	20,964
10	5,390	6,703	13,386	12,470	14,486	15,387	17,300	20,420	23,256	6,835	7,875	23,240
11	6,743	9,621	10,758	3,268	18,265	21,896	16,963	14,940	24,614	15,386	310	16,400
12	5,786	8,650	11,467	16,319	17,358	18,652	20,200	20,263	35,825	48,000	12,139	15,316



Tabel 3.17 Hasil Proyeksi keseluruhan untuk kerugian yang dibayarkan data tahun 2018 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4,090	7,370	8,640	14,220	16,100	17,400	20,040	20,350	23,360	6,930	7,170	7,170
2	4,790	7,260	9,140	13,890	17,350	14,970	21,830	19,980	26,380	6,450	5,950	8,980
3	4,080	6,920	8,300	11,130	13,130	11,200	22,120	21,970	22,500	15,490	19,580	19,940
4	5,070	7,710	10,410	12,800	15,350	18,620	16,650	22,680	21,770	19,460	15,140	22,080
5	5,450	7,840	10,680	13,430	14,480	16,620	16,650	22,880	19,350	16,470	13,720	17,700
6	4,660	6,700	10,720	12,940	19,480	15,440	21,300	17,160	27,460	19,300	17,050	23,510
7	4,730	6,460	9,520	10,670	16,840	14,090	17,850	24,990	23,110	18,420	19,850	17,550
8	5,950	7,610	9,630	12,870	13,460	16,000	20,020	19,340	28,520	19,730	15,960	19,630
9	5,140	5,190	11,370	11,350	17,440	13,910	19,120	23,750	24,510	25,500	27,720	18,460
10	4,220	6,240	9,150	12,660	14,690	15,960	16,510	21,610	22,300	17,420	19,740	19,820
11	5,350	8,430	9,810	12,850	17,440	20,430	17,320	14,350	25,780	16,090	21,000	14,260
12	4,910	7,950	10,290	15,320	16,140	16,660	19,330	23,290	36,730	7,400	1,136	15,101

Dengan melengkapi tabel dari *run of triangle* secara keseluruhan untuk kerugian yang dibayarkan. Maka dapat memprediksi besaran cadangan klaimnya. Sebagai contoh pada **Tabel 3.17** baris ke-6 kolom ke-8, besarnya klaim yang harus disediakan oleh perusahaan asuransi sebesar 17,160. Nilai tersebut merupakan proyeksi total klaim yang harus dibayarkan oleh pihak perusahaan asuransi pada periode kejadian keenam sampai dengan periode penundaan ke-delapan.

Tabel 3.18 Hasil Proyeksi keseluruhan untuk kerugian yang terjadi data tahun 2017 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	122,670	223,137	285,395	328,900	311,928	245,690	368,213	263,573	195,317	78,735	64,986	64,986
2	274,097	127,078	243,670	286,532	253,078	187,230	240,371	210,139	230,618	74,930	70,683	77,846
3	184,824	215,740	269,962	295,783	302,341	180,693	230,904	252,356	323,681	52,780	49,637	60,473
4	215,347	255,733	306,869	284,892	276,874	285,873	194,461	231,680	229,886	122,834	158,723	210,940
5	264,570	217,869	231,682	214,348	269,215	249,582	210,350	250,435	174,823	152,310	269,731	270,579
6	196,816	223,619	257,140	263,701	314,790	274,257	344,687	177,690	248,879	145,689	267,268	379,986
7	248,357	238,971	273,965	237,689	255,682	206,349	110,084	212,873	247,134	289,183	266,863	283,508
8	223,460	257,832	156,780	156,456	227,985	201,863	174,960	213,133	215,890	153,807	235,732	251,890
9	165,817	186,703	329,135	268,140	215,186	231,087	204,861	283,898	285,870	241,134	197,398	365,781
10	231,670	174,827	136,734	375,682	193,113	247,781	175,169	278,079	134,689	168,161	144,700	168,529
11	168,807	214,950	203,689	279,968	298,861	273,790	185,130	135,270	237,486	151,812	35,169	214,490
12	181,453	185,154	189,137	367,807	312,128	219,971	312,380	230,974	3,831,891	185,914	156,871	204,318

Tabel 3.19 Hasil Proyeksi keseluruhan untuk kerugian yang terjadi data tahun 2018 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	92,255	267,288	270,570	343,003	298,847	286,266	241,094	242,413	242,784	88,791	87,328	87,485
2	233,587	149,774	210,907	234,277	271,174	210,244	294,427	208,483	206,957	74,943	55,319	60,148
3	194,152	232,853	259,054	308,683	286,755	191,385	247,045	211,767	307,743	83,130	53,262	97,004
4	200,127	244,401	313,860	304,767	294,375	234,309	207,582	208,869	212,013	165,740	160,208	190,152
5	231,269	217,157	267,206	218,037	247,220	251,496	222,156	263,881	198,930	130,909	250,318	278,284
6	209,632	215,137	279,280	251,340	310,895	261,234	355,645	155,618	247,958	168,196	243,402	392,388
7	257,765	246,102	262,627	258,166	257,127	209,588	140,589	253,344	277,063	267,343	244,405	297,445
8	225,021	212,642	182,649	178,630	241,465	203,871	182,946	210,848	226,031	160,502	223,815	266,303
9	156,030	156,354	316,407	287,884	258,903	213,459	210,265	261,411	237,141	253,707	161,241	380,764
10	221,775	190,950	208,443	326,560	192,055	231,671	181,593	246,516	128,230	159,281	157,952	242,500
11	172,714	215,169	211,635	284,764	410,357	263,495	182,625	152,575	228,502	153,206	21,834	214,625
12	172,599	259,914	195,127	365,488	305,883	210,262	314,979	226,241	370,183	173,906	130,009	194,741

Pada **Tabel 3.18** dan **Tabel 3.19** merupakan hasil akhir dari proyeksi cadangan klaim untuk kerugian yang terjadi. Misalkan pada data tahun 2018 baris ke-6 kolom ke-delapan nilai besaran cadangan klaim nya sebesar 155,618 yang artinya proyeksi cadangan klaim yang dilaporkan dan yang harus dibayarkan oleh pihak perusahaan sebesar 155,618 pada periode kejadian keenam sampai dengan periode penundaan ke-delapan.

Selanjutnya yaitu melihat kesenjangan antara proyeksi cadangan klaim untuk kerugian yang dibayarkan dengan proyeksi cadangan klaim untuk kerugian yang terjadi. Pada kolom yang berwarna putih menjelaskan data klaim sebelum dilakukan proyeksi, sedangkan kolom berwarna kuning merupakan data proyeksi klaim dengan menggunakan metode *munich chain-ladder*. Berikut adalah hasil dari perhitungan kesenjangan antara proyeksi cadangan klaim untuk kerugian yang dibayarkan dan untuk kerugian yang terjadi:

Tabel 3.20 gap antara proyeksi untuk kerugian yang dibayarkan dan kerugian yang terjadi data tahun 2017 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	116,460	214,675	275,691	313,026	294,619	227,490	346,743	242,362	171,080	73,497	58,645	58,645
2	268,457	118,661	233,415	270,294	234,552	171,840	219,532	189,822	201,698	69,715	65,469	68,741
3	179,583	208,500	260,552	283,547	288,107	168,230	209,669	230,922	301,561	36,997	38,987	39,729
4	209,060	248,023	295,489	271,874	259,924	270,947	177,031	208,820	196,344	111,977	152,453	188,044
5	258,150	209,580	220,304	199,974	256,753	232,344	191,924	227,562	158,130	144,403	265,029	255,109
6	190,963	216,199	245,712	253,078	303,095	260,327	322,598	159,450	220,023	137,319	259,178	354,534
7	242,998	231,610	263,616	228,451	243,424	191,971	91,164	189,513	222,878	279,825	256,063	266,088
8	216,806	249,526	146,655	143,786	214,195	184,467	156,208	192,538	188,601	145,449	229,024	232,564
9	159,447	180,513	316,817	257,816	198,829	216,518	184,271	260,942	261,301	235,769	189,013	344,817
10	226,280	168,124	123,348	363,212	178,627	232,394	157,869	257,659	111,433	161,326	136,825	146,289
11	162,064	205,329	192,931	276,700	280,596	251,894	168,167	120,330	212,872	136,426	34,859	198,090
12	175,667	176,504	177,670	351,488	294,770	201,319	292,180	210,711	3,796,066	137,914	144,732	189,002



Tabel 3.21 gap antara proyeksi untuk kerugian yang dibayarkan dan kerugian yang terjadi data tahun 2018 (USD)

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	88,165	259,918	261,930	328,783	282,747	268,866	221,054	222,063	219,424	81,861	80,158	80,315
2	228,797	142,514	201,767	220,387	253,824	195,274	272,597	188,503	180,577	68,493	49,369	51,168
3	190,072	225,933	250,754	297,553	273,625	180,185	224,925	189,797	285,243	67,640	33,682	77,064
4	195,057	236,691	303,450	291,967	279,025	215,689	190,932	186,189	190,243	146,280	145,068	168,072
5	225,819	209,317	256,526	204,607	232,740	234,876	205,506	241,001	179,580	114,439	236,598	260,584
6	204,972	208,437	268,560	238,400	291,415	245,794	334,345	138,458	220,498	148,896	226,352	368,878
7	253,035	239,642	253,107	247,496	240,287	195,498	122,739	228,354	253,953	248,923	224,555	279,895
8	219,071	205,032	173,019	165,760	228,005	187,871	162,926	191,508	197,511	140,772	207,855	246,673
9	150,890	151,164	305,037	276,534	241,463	199,549	191,145	237,661	212,631	228,207	133,521	362,304
10	217,555	184,710	199,293	313,900	177,365	215,711	165,083	224,906	105,930	141,861	138,212	222,680
11	167,364	206,739	201,825	271,914	392,917	243,065	165,305	138,225	202,722	137,116	834	200,365
12	167,689	251,964	184,837	350,168	289,743	193,602	295,649	202,951	333,453	166,506	128,873	179,640

Berdasarkan **Tabel 3.20** dan **Tabel 3.21** diperoleh hasil kesenjangan antara proyeksi cadangan klaim untuk kerugian yang dibayarkan dan untuk kerugian yang terjadi. Metode *muncih chain-ladder* dalam mengurangi kesenjangan jauh lebih baik dari metode *Chain-Ladder*.

Setelah mendapat nilai dari kerugian yang dibayarkan dan kerugian yang terjadi namun belum dibayarkan, maka dapat diketahui nilai kesenjangan. Nilai kesenjangan didapatkan dari hasil pengurangan antara nilai kerugian yang terjadi dengan nilai kerugian yang dibayarkan. Sehingga didapatkan total nilai kesenjangan data tahun 2017 sebesar USD 265,711, dan nilai kesenjangan untuk data tahun 2018 sebesar USD 260,967.

3.3.6 Mean Absolute Percentage Error (MAPE) pada Metode Munich Chainladder

Untuk melihat keakuratan dari hasil estimasi klaim, maka dicari nilai MAPE. Pada **Tabel 3.22** Ditampilkan nilai MAPE dari setiap periode kejadian untuk kerugian yang dibayarkan sebagai berikut:

Tabel 3.22 Nilai MAPE untuk kerugian yang dibayarkan

Periode kejadian (bulan)	Total cadangan klaim aktual	Total cadangan klaim estimasi	$ (y - \hat{y})/y $	Nilai MAPE (%)
2	3,030	3,891	0.2841584	28.42
3	4,450	4,961	0.1148315	11.48
4	310	354	0.1419355	14.19
5	-5,180	-6,403	0.2361100	23.61
6	2,210	2,663	0.2049774	20.50
7	3,460	3,042	0.1208092	12.08
8	6,170	5,536	0.1027553	10.28
9	7,110	8,640	0.2151899	21.52
10	10,670	9,854	0.0764761	7.65
11	5,830	6,779	0.1627787	16.28
12	10,191	9,530	0.0648612	6.49
Akumulasi nilai MAPE				15,68 %

Berdasarkan **Tabel 3.22** diperoleh nilai MAPE dari setiap periode kejadian untuk kerugian yang dibayarkan. Misalkan pada periode kejadian ke-dua diperoleh nilai MAPE sebesar 28.42%. Akumulasi dari seluruh periode kejadian didapatkan nilai MAPE untuk metode *munich chain-ladder* sebesar 15.68% yang dikategorikan estimasi akurat.

Selanjutnya menghitung nilai MAPE dari untuk kerugian yang terjadi yaitu seperti pada **Tabel 3.23**.

Tabel 3.23 Nilai MAPE untuk kerugian yang terjadi

Periode kejadian (bulan)	Total cadangan klaim aktual	Total cadangan klaim estimasi	$ (y - \hat{y})/y $	Nilai MAPE (%)
2	4,829	7,163	0.483329882	48.33
3	13,874	7,693	0.445509586	44.55
4	-21,861	-18,946	0.133342482	13.33
5	14,403	20,144	0.398597514	39.86
6	36,743	35,299	0.039300003	3.93
7	87,857	77,159	0.121766052	12.18
8	24,838	23,905	0.037563411	3.76
9	92,880	97,641	0.05125969	5.13
10	34,057	31,795	0.066418064	6.64
11	-544	-460	0.154411765	15.44
12	22,142	22,865	0.032652877	3.27
Akumulasi nilai MAPE				17.86%

Berdasarkan **Tabel 3.23** diperoleh nilai MAPE dari setiap periode kejadian untuk kerugian yang terjadi. Misalkan pada periode kejadian ke-dua diperoleh nilai MAPE sebesar 48.33%. Akumulasi dari seluruh periode kejadian didapatkan nilai MAPE untuk metode *munich chain-ladder* sebesar 17.86% yang dikategorikan estimasi akurat.

Setelah itu mencari nilai MAPE dari hasil estimasi kesenjangan antara kerugian yang dibayarkan dan kerugian yang terjadi dari data pembandingan yaitu tahun 2017 dan data studi kasus tahun 2018. Seperti pada tabel berikut ini:

Tabel 3.24 Nilai MAPE untuk nilai kesenjangan

Periode kejadian (bulan)	Total cadangan klaim aktual	Total cadangan klaim estimasi	$ (y - \hat{y})/y $	Nilai MAPE (%)
2	1,799	3,272	0.81878822	81.88
3	9,424	2,732	0.71010187	71.01
4	-22,171	-8,300	0.62563709	62.56
5	19,583	27,547	0.40667926	40.67
6	34,533	31,936	0.07520343	7.52
7	84,397	74,117	0.12180528	12.18

Periode kejadian (bulan)	Total cadangan klaim aktual	Total cadangan klaim estimasi	$ (y - \hat{y})/y $	Nilai MAPE (%)
8	18,668	18,369	0.01601671	1.60
9	85,770	87,001	0.01435234	1.44
10	23,387	22,941	0.01907042	1.91
11	-6,374	-7,239	0.13570756	13.57
12	11,951	13,335	0.11580621	11.58
Akumulasi nilai MAPE				27.81%

Berdasarkan **Tabel 3.24** diperoleh nilai MAPE dari setiap periode kejadian untuk kesenjangan (*gap*). Misalkan pada periode kejadian ke-dua diperoleh nilai MAPE sebesar 81.88%. Akumulasi dari seluruh periode kejadian didapatkan nilai MAPE untuk metode *munich chain-ladder* sebesar 27.81% yang dikategorikan estimasi layak.

3.3.7 Perbandingan total nilai cadangan klaim nilai dan nilai MAPE pada metode *Chain Ladder* dan *Munich Chain Ladder*

Tabel 3.25 Total nilai cadangan klaim dan MAPE pada metode chain ladder

	Data tahun 2017	Data tahun 2018
Total cadangan klaim (USD)	7,127,868	6,801,130
Nilai MAPE	20.30%	

Tabel 3.26 Total nilai cadangan klaim dan MAPE pada metode Munich chain ladder

	Data tahun 2017	Data tahun 2018
Total cadangan klaim untuk kerugian yang dibayarkan (USD)	48,847	48,251
Total cadangan klaim untuk kerugian yang terjadi (USD)	304,258	309,218
Nilai MAPE untuk kerugian yang dibayarkan	15.68%	
Nilai MAPE untuk kerugian yang terjadi	17.86%	

Berdasarkan **Tabel 3.25** dan **Tabel 3.26** menjelaskan bahwa pada metode *Chain Ladder* estimasi total cadangan klaim untuk data tahun 2017 sebesar USD 7,127,868 dan estimasi total cadangan klaim data tahun 2018 sebesar USD 6,801,130, dengan nilai MAPE sebesar 20.30%. Sedangkan pada metode *muncih chain ladder* menjelaskan bahwa estimasi total cadangan klaim untuk kerugian yang dibayarkan pada data tahun 2017 dan tahun 2018 berturut-turut sebesar USD 48,847 dan 48,251. Sedangkan estimasi nilai cadangan klaim untuk kerugian yang terjadi pada data tahun 2017 dan data tahun 2018 berturut-turut sebesar USD 304,258 dan USD 309,218, dengan nilai MAPE untuk kerugian yang dibayarkan sebesar 15.68% dan nilai MAPE untuk kerugian yang terjadi sebesar 17.86%. Berdasarkan dari hasil perhitungan nilai MAPE-nya metode *Munich Chain ladder* memiliki nilai MAPE kecil dibandingkan dengan metode *Chain Ladder*. Artinya bahwa metode *Munich Chain ladder* lebih baik daripada metode *Chain Ladder* dari hasil nilai MAPE yang didapatkan.



BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut;

1. Penerapan metode *Munich Chain Ladder* dalam memprediksi cadangan klaim yaitu dapat memperkecil jarak antara hasil proyeksi cadangan klaim untuk kerugian yang terjadi dan hasil proyeksi cadangan klaim untuk kerugian yang dibayarkan berdasarkan nilai cadangan klaim yang diperoleh.
2. Berdasarkan hasil perhitungan proyeksi cadangan klaim menggunakan *chain-ladder* dan *munich chain-ladder* diperoleh kesimpulan sebagai berikut:
 - a. Pada metode *chain ladder* estimasi total nilai cadangan klaim per periode kejadian data tahun 2017 sebesar USD 7,127,868. Sedangkan total cadangan klaim data tahun 2018 sebesar USD 6,801,130.
 - b. Pada metode *munich chain-ladder* estimasi total cadangan klaim data tahun 2017 untuk kerugian yang dibayarkan sebesar USD 48,847 dan untuk kerugian yang terjadi namun belum dibayarkan sebesar USD 315,258. Sedangkan estimasi total cadangan klaim data tahun 2018 untuk kerugian yang dibayarkan sebesar USD 48,251 dan untuk kerugian yang terjadi namun belum dibayarkan sebesar USD 309,218.
 - c. Nilai kesenjangan (*gap*) yang didapatkan berdasarkan nilai estimasi untuk kerugian yang dibayarkan dan untuk kerugian yang terjadi data studi kasus sebesar USD 260,967 dan nilai kesenjangan data pembandingan sebesar USD 265,711..
 - d. Dengan melihat nilai total cadangan klaim dan nilai MAPE dari dua data yang berbeda maka dapat disimpulkan bahwa dengan menggunakan metode *Munich chainladder* perbandingan hasil nilai cadangan klaim dari dua data tersebut tidak jauh berbeda. Yang artinya bahwa metode *Munich chainladder* lebih baik dibandingkan dengan metode *chainladder* dalam estimasi nilai total cadangan klaim. Sehingga dengan metode *Munich chain-ladder* pihak perusahaan asuransi dapat menggunakan dalam portofolio perusahaan.

4.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan yang sudah diperoleh, pada penelitian tugas akhir ini terdapat beberapa saran yaitu sebagai berikut:

Untuk penelitian selanjutnya dapat lebih mengembangkan metode MCL yaitu dengan menambahkan pendekatan kredibilitas.



DAFTAR PUSTAKA

- Abiyyu, I. (2015). *Proyeksi Cadangan Klaim Dengan Metode Munich Chain-Ladder*. Bogor: Departemen Matematika, Fakultas MIPA IPB.
- Antonio, K., Beirlant, J., Hoedemakers, T., & Verlaak, R. (2006). *Lognormal Mixed Models for Reported Claims Reserves*. North American Actuarial Journal, 30-48.
- Black, K. J., & Skipper, H. D. 1993. *Life Insurance 12th ed*. Prentice Hall College Div.
- England, P. D., & Verrall, R. J. (2002). *Stochastic Claims Reserving in General Insurance*. British Actuarial Journal 8, 331-334.
- Hossack, I., Pollar, J., & Zenwirth, B. (1999). *Introductory Statistics with Applications in General Insurance*. Cambridge (UK): University of Cambridge Press.
- Muharam, R. 2017. *Perbandingan Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode Chain Ladder dan Generalized Linear Models (GLMs) Dengan Pendekatan Over-Dispersed Poisson (ODP) Pada Asuransi Umum*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Pemerintah Republik Indonesia. 1992. Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 2 Tahun 1992 tentang Usaha Perasuransian. Jakarta (ID): Sekretariat Negara.
- Prastiwi, Ajeng. 2018. *Estimasi Cadangan Klaim Incurred But Not Reported (IBNR) Menggunakan Metode Chain-Ladder dan Pendekatan Over-Dispersed Poisson*. Yogyakarta: Universitas Islam Indonesia
- Quarg G, Mack T. 2008. *Munich chain-ladder: a reserving method that reduces the gap between IBNR projections based on paid losses and IBNR projections based on incurred losses*. *Variance*. 2(2):266–299.
- Tiller, M. W. (1988). *Individual Risk Rating*. Casualty Actuarial Science.
- Undang – Undang Usaha Perasuransian Jaminan Sosial Tenaga Kerja Perbankan 1992, Penerbit CV. Eko Jaya, Jakarta, 1992.
- Verrall R, Nielsen JP, Jessen A. 2010. Prediction of *RBNS* and *IBNR* claims using claim amounts and claim counts. *ASTIN Bulletin*. 40(2):871-887.doi:10.2143/AST.40.2.2061139.
- Yunawan G. 2013. Model Stokastik Berdasarkan Teknik *Chain-Ladder* [skripsi]. Yogyakarta (ID): Universitas Gajah Mada.



Lampiran 1 Run off triangle Cumulative Claims

Period i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	543,521	966,353	1,375,593	1,835,342	2,140,691	2,370,174	2,535,113	2,644,588	2,715,347	2,746,926	2,764,986	2,765,821
2	444,962	785,424	1,133,785	1,482,116	1,765,122	1,968,752	2,122,630	2,218,829	2,274,433	2,296,316	2,306,977	
3	444,351	868,022	1,246,788	1,686,172	1,967,572	2,165,312	2,324,819	2,433,850	2,508,973	2,539,108		
4	508,547	918,157	1,305,673	1,702,986	1,983,801	2,174,238	2,306,327	2,401,160	2,459,219			
5	472,346	845,338	1,193,603	1,551,917	1,829,583	2,042,458	2,200,884	2,313,702				
6	460,278	881,909	1,276,333	1,666,960	1,981,382	2,212,324	2,382,203					
7	514,458	893,393	1,291,830	1,648,566	1,908,242	2,098,773						
8	427,412	756,446	1,062,656	1,370,007	1,615,028							
9	407,542	761,144	1,197,254	1,582,396								
10	438,574	789,600	1,131,154									
11	420,208	800,935										
12	448,220											

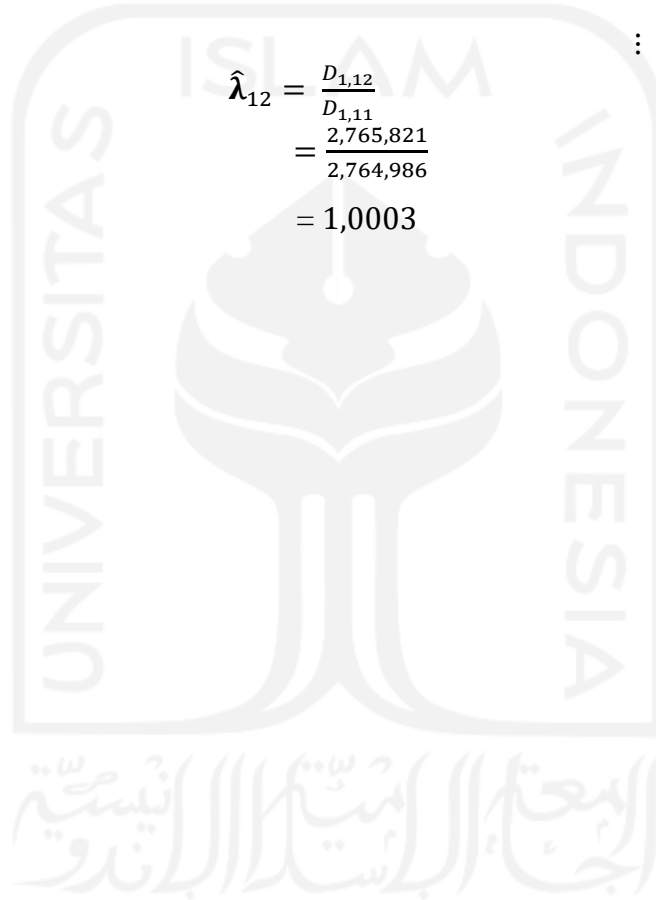
Lampiran 2 Estimasi Faktor Penundaan dengan menggunakan Metode *Chain Ladder*

$$\begin{aligned}\hat{\lambda}_1 &= \frac{D_{1,2} + D_{2,2} + D_{3,2} + \dots + D_{11,2}}{D_{1,1} + D_{2,1} + D_{3,1} + \dots + D} \\ &= \frac{966,353 + 785,424 + 868,022 + \dots + 800,935}{543,521 + 444,962 + 444,351 + \dots + 448,220} = \frac{9,266,721}{5,082,199} \\ &= 1.82337\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\lambda}_2 &= \frac{D_{1,3} + D_{2,3} + D_{3,3} + \dots + D_{10,3}}{D_{1,2} + D_{2,2} + D_{3,2} + \dots + D_{10,2}} \\ &= \frac{1,375,593 + 1,133,785 + 1,246,788 + \dots + 1,131,154}{966,353 + 785,424 + 868,022 + \dots + 789,600} = \frac{12,214,669}{8,465,786} \\ &= 1.442828\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\lambda}_{12} &= \frac{D_{1,12}}{D_{1,11}} \\ &= \frac{2,765,821}{2,764,986} \\ &= 1,0003\end{aligned}$$

⋮



Lampiran 3 Estimasi Cadangan Klaim Kumulatif

$$\hat{D}_{12,2} = 448,220 \times 1.823 = 817,105$$

$$\hat{D}_{11,3} = 800,935 \times 1.443 = 1,155,749$$

$$\hat{D}_{10,4} = 1,131,154 \times 1.060 = 1,199,023$$

⋮

$$\hat{D}_{11,11} = 2,413,546 \times 1.0002 = 2,414,028.71$$

$$\hat{D}_{12,12} = 2,575,460 \times 1.0003 = 2,580,067$$



Lampiran 4 Estimasi Cadangan Klaim per Periode Kejadian menggunakan metode *Chain-Ladder*

$$\begin{aligned}\hat{R}_2 &= \hat{D}_{2,12} - \hat{D}_{2,11} = 2,310,313 - 2,306,977 = 3,336 \\ \hat{R}_3 &= \hat{D}_{3,11} - \hat{D}_{3,10} = 2,568,987 - 2,539,108 = 29,879 \\ \hat{R}_4 &= \hat{D}_{4,10} - \hat{D}_{4,9} = 2,499,431 - 2,459,219 = 40,212 \\ &\quad \vdots \\ \hat{R}_{11} &= \hat{D}_{11,12} - \hat{D}_{11,12} = 2,417,864 - 800,935 = 1,616,929 \\ \hat{R}_{12} &= \hat{D}_{12,12} - \hat{D}_{12,1} = 2,580,067 - 448,220 = 2,131,847\end{aligned}$$



Lampiran 5 Estimasi nilai faktor penundaan rata-rata untuk kerugian yang dibayarkan

$$\begin{aligned}
 \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^P} &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^P} \right) \left(\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^P \frac{C_{i,3}^P}{C_{i,2}^P} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,3}^P}{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^P} \\
 &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^P} \right) \left(\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^P \frac{C_{i,3}^P}{C_{i,2}^P} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{10} C_{i,3}^P}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^P} \\
 &= \frac{270,570 + 210,907 + 259,054 + \dots + 208,443}{267,288 + 149,774 + 232,853 + \dots + 190,950} \\
 &= \frac{2,571,003}{2,132,658} = 1.205539
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \widehat{f_{3 \rightarrow 4}^P} &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{12-3} C_{i,3}^P} \right) \left(\sum_{i=1}^{12-3} C_{i,3}^P \frac{C_{i,4}^P}{C_{i,3}^P} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{12-3} C_{i,4}^P}{\sum_{i=1}^{12-3} C_{i,3}^P} \\
 &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^9 C_{i,3}^P} \right) \left(\sum_{i=1}^9 C_{i,3}^P \frac{C_{i,4}^P}{C_{i,3}^P} \right) = \frac{\sum_{i=1}^9 C_{i,4}^P}{\sum_{i=1}^9 C_{i,3}^P} \\
 &= \frac{343,003 + 234,277 + 308,683 + \dots + 287,884}{270,570 + 210,907 + 259,054 + \dots + 208,443} \\
 &= \frac{2,384,787}{2,362,560} = 1.00941
 \end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned}
 \widehat{f_{11 \rightarrow 12}^P} &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{12-11} C_{i,11}^P} \right) \left(\sum_{i=1}^{12-11} C_{i,11}^P \frac{C_{i,12}^P}{C_{i,11}^P} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{12-11} C_{i,12}^P}{\sum_{i=1}^{12-11} C_{i,11}^P} \\
 &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^1 C_{i,11}^P} \right) \left(\sum_{i=1}^1 C_{i,11}^P \frac{C_{i,12}^P}{C_{i,11}^P} \right) = \frac{\sum_{i=1}^1 C_{i,12}^P}{\sum_{i=1}^1 C_{i,11}^P} \\
 &= \frac{6,485}{87,328} \\
 &= 0.0743
 \end{aligned}$$

Lampiran 6 Nilai estimasi faktor penundaan untuk kerugian yang terjadi

$$\begin{aligned}
 \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^Z} &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^Z} \right) \left(\sum_{i=1}^{12-2} I_{i,2} \frac{C_{i,3}^Z}{C_{i,2}^Z} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,3}^Z}{\sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^Z} \\
 &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^Z} \right) \left(\sum_{i=1}^{10} I_{i,2} \frac{C_{i,3}^Z}{C_{i,2}^Z} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{10} C_{i,3}^Z}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^Z} \\
 &= \frac{8,640 + 9,140 + 8,300 + \dots + 9,150}{7,370 + 7,260 + 6,920 + \dots + 6,240} \\
 &= \frac{97,560}{69,300} = 1.407792
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \widehat{f_{3 \rightarrow 4}^Z} &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{12-3} C_{i,3}^Z} \right) \left(\sum_{i=1}^{12-3} C_{i,3}^Z \frac{C_{i,4}^Z}{C_{i,3}^Z} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{12-3} C_{i,4}^Z}{\sum_{i=1}^{12-3} C_{i,3}^Z} \\
 &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^9 C_{i,3}^Z} \right) \left(\sum_{i=1}^9 C_{i,3}^Z \frac{C_{i,4}^Z}{C_{i,3}^Z} \right) = \frac{\sum_{i=1}^9 C_{i,4}^Z}{\sum_{i=1}^9 C_{i,3}^Z} \\
 &= \frac{14,220 + 13,890 + 11,130 + \dots + 11,350}{8,640 + 9,140 + 8,300 + \dots + 11,370} \\
 &= \frac{113,300}{88,410} = 1.2815
 \end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned}
 \widehat{f_{11 \rightarrow 12}^Z} &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{12-11} C_{i,11}^Z} \right) \left(\sum_{i=1}^{12-11} C_{i,11}^Z \frac{C_{i,12}^Z}{C_{i,11}^Z} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{12-11} C_{i,12}^Z}{\sum_{i=1}^{12-11} C_{i,11}^Z} \\
 &= \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^1 C_{i,11}^Z} \right) \left(\sum_{i=1}^1 C_{i,11}^Z \frac{C_{i,12}^Z}{C_{i,11}^Z} \right) = \frac{\sum_{i=1}^1 C_{i,12}^Z}{\sum_{i=1}^1 C_{i,11}^Z} \\
 &= \frac{1,940}{7,170} \\
 &= 0.2706
 \end{aligned}$$

Lampiran 7 Nilai estimasi parameter σ untuk kerugian yang dibayarkan

$$\begin{aligned}
 (\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^P})^2 &= \left(\frac{1}{12-2-1} \right) \sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^P \left(\frac{C_{i,3}^P}{C_{i,2}^P} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^P} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{12-2-1} \right) \sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^P \left(\frac{C_{i,3}^P}{C_{i,2}^P} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^P} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{9} \right) \left[\left((267,288) \left(\frac{270,570}{267,288} - 1.205539 \right)^2 \right) + \dots + \right. \\
 &\quad \left. (190,950) \left(\frac{208,443}{190,950} - 1.205539 \right)^2 \right] \\
 &= \frac{290368.16}{9} = 32263.13
 \end{aligned}$$

$$= \sqrt{32263.13} = 179.61$$

$$\begin{aligned}
 (\widehat{\sigma_{3 \rightarrow 4}^P})^2 &= \left(\frac{1}{12-3-1} \right) \sum_{i=1}^{12-3} C_{i,3}^P \left(\frac{C_{i,4}^P}{C_{i,3}^P} - \widehat{f_{3 \rightarrow 4}^P} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{12-3-1} \right) \sum_{i=1}^9 C_{i,3}^P \left(\frac{C_{i,4}^P}{C_{i,3}^P} - \widehat{f_{3 \rightarrow 4}^P} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{8} \right) \left[\left((270,570) \left(\frac{343,003}{270,570} - 1.00941 \right)^2 \right) + \dots + \right. \\
 &\quad \left. (316,407) \left(\frac{287,884}{316,407} - 1.00941 \right)^2 \right] \\
 &= \frac{46120.72}{8} = 5765.09
 \end{aligned}$$

$$= \sqrt{5765.09} = 75.928$$

⋮

$$\begin{aligned}
 (\widehat{\sigma_{11 \rightarrow 12}^P})^2 &= \left(\frac{1}{12-11-1} \right) \sum_{i=1}^{12-11} C_{i,11}^P \left(\frac{C_{i,12}^P}{C_{i,11}^P} - \widehat{f_{11 \rightarrow 12}^P} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{12-11-1} \right) \sum_{i=1}^1 C_{i,11}^P \left(\frac{C_{i,12}^P}{C_{i,11}^P} - \widehat{f_{11 \rightarrow 12}^P} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{0} \right) \left[\left((87,328) \left(\frac{6,485}{87,328} - 0.0743 \right)^2 \right) \right] \\
 &= \frac{0}{0} = 0 \text{ (tidak terdefiniskan)}
 \end{aligned}$$

Lampiran 8 Nilai estimasi parameter σ untuk kerugian yang terjadi

$$\begin{aligned}
 (\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^Z})^2 &= \left(\frac{1}{12-2-1} \right) \sum_{i=1}^{12-2} C_{i,2}^Z \left(\frac{C_{i,3}^Z}{C_{i,2}^Z} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^Z} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{12-2-1} \right) \sum_{i=1}^{10} C_{i,2}^Z \left(\frac{C_{i,2}^Z}{C_{i,2}^Z} - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^Z} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{9} \right) \left[\left((7,370) \left(\frac{8,640}{7,370} - 1.407792 \right)^2 \right) + \dots + (6,240) (6,240 - 1.407792)^2 \right] \\
 &= \frac{4544.5}{9} = 504.94 \\
 &= \sqrt{504.94} = 20.47
 \end{aligned}$$

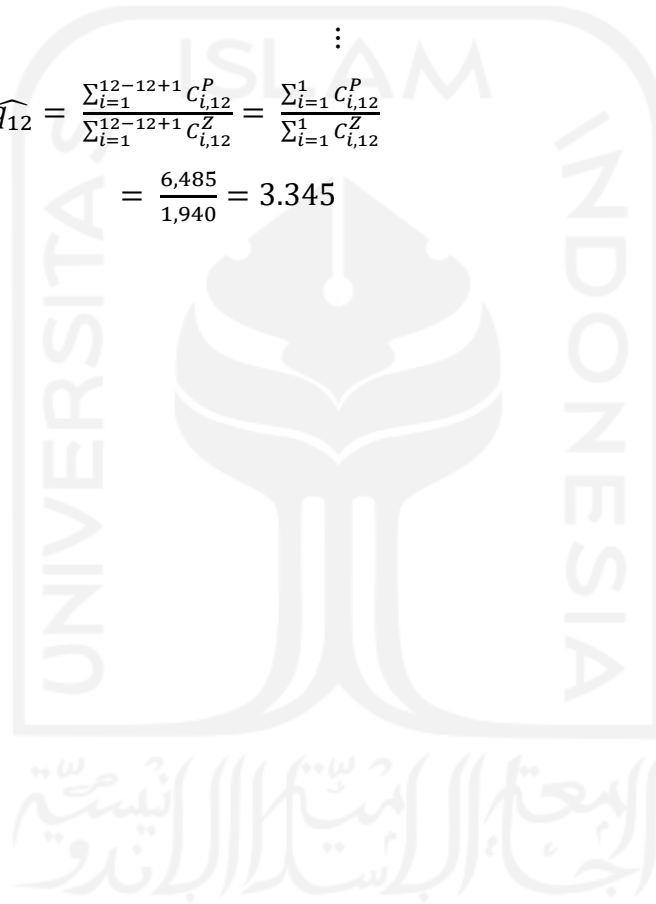
$$\begin{aligned}
 (\widehat{\sigma_{3 \rightarrow 4}^Z})^2 &= \left(\frac{1}{12-3-1} \right) \sum_{i=1}^{12-3} C_{i,3}^Z \left(\frac{C_{i,4}^Z}{C_{i,3}^Z} - \widehat{f_{3 \rightarrow 4}^Z} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{12-3-1} \right) \sum_{i=1}^9 C_{i,3}^Z \left(\frac{C_{i,4}^Z}{C_{i,3}^Z} - \widehat{f_{3 \rightarrow 4}^Z} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{8} \right) \left[\left((8,640) \left(\frac{14,220}{8,640} - 1.2815 \right)^2 \right) + \dots + (11,370) \left(\frac{11,350}{11,370} - 1.42815 \right)^2 \right] \\
 &= \frac{2975.56}{8} = 371.94 \\
 &= \sqrt{371.94} = 19.28
 \end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned}
 (\widehat{\sigma_{11 \rightarrow 12}^Z})^2 &= \left(\frac{1}{12-11-1} \right) \sum_{i=1}^{12-11} C_{i,11}^Z \left(\frac{C_{i,12}^Z}{C_{i,11}^Z} - \widehat{f_{11 \rightarrow 12}^Z} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{12-11-1} \right) \sum_{i=1}^1 C_{i,11}^Z \left(\frac{C_{i,12}^Z}{C_{i,11}^Z} - \widehat{f_{11 \rightarrow 12}^Z} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{8} \right) \left[\left((7,170) \left(\frac{1,940}{7,170} - 0.2705 \right)^2 \right) \right] \\
 &= \frac{0}{0} \text{ (tidak terdefiniskan) }
 \end{aligned}$$

Lampiran 9 Nilai harapan bersyarat untuk P/Z

$$\begin{aligned} \widehat{q}_2 &= \frac{\sum_{i=1}^{12-2+1} C_{i,2}^P}{\sum_{i=1}^{12-2+1} C_{i,2}^Z} = \frac{\sum_{i=1}^{11} C_{i,2}^P}{\sum_{i=1}^{11} C_{i,2}^Z} \\ &= \frac{267,288+149,774+232,853+\dots+215,169}{7,370+7,260+6,920+\dots+8,430} \\ &= \frac{2,347,827}{77,730} = 30.205 \\ \widehat{q}_3 &= \frac{\sum_{i=1}^{12-3+1} C_{i,3}^P}{\sum_{i=1}^{12-3+1} C_{i,3}^Z} = \frac{\sum_{i=1}^{10} C_{i,3}^P}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,3}^Z} \\ &= \frac{270,570+210,907+259,054+\dots+208,443}{8,640+9,140+8,300+\dots+11,370} = \frac{2,571,003}{97,560} = 26.353 \\ &\quad \vdots \\ \widehat{q}_{12} &= \frac{\sum_{i=1}^{12-12+1} C_{i,12}^P}{\sum_{i=1}^{12-12+1} C_{i,12}^Z} = \frac{\sum_{i=1}^1 C_{i,12}^P}{\sum_{i=1}^1 C_{i,12}^Z} \\ &= \frac{6,485}{1,940} = 3.345 \end{aligned}$$



Lampiran 10 Nilai harapan bersyarat untuk Z/P

$$\begin{aligned} \widehat{q_2^{-1}} &= \frac{\sum_{i=1}^{12-2+1} C_{i,2}^Z}{\sum_{i=1}^{12-2+1} C_{i,2}^P} = \frac{\sum_{i=1}^{11} C_{i,2}^Z}{\sum_{i=1}^{11} C_{i,2}^P} \\ &= \frac{7,370+7,260+6,920+\dots+8,430}{267,288+149,774+232,853+\dots+215,169} = \frac{77,730}{2,347,827} = 0.0331 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{q_3^{-1}} &= \frac{\sum_{i=1}^{12-3+1} C_{i,3}^Z}{\sum_{i=1}^{12-3+1} C_{i,3}^P} = \frac{\sum_{i=1}^{10} C_{i,3}^Z}{\sum_{i=1}^{10} C_{i,3}^P} \\ &= \frac{8,640+9,140+8,300+\dots+11,370}{270,570+210,907+259,054+\dots+208,443} = \frac{97,560}{2,571,003} = 0.0379 \end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned} \widehat{q_{12}^{-1}} &= \frac{\sum_{i=1}^{12-12+1} C_{i,12}^Z}{\sum_{i=1}^{12-11+1} C_{i,12}^P} = \frac{\sum_{i=1}^1 C_{i,12}^Z}{\sum_{i=1}^1 C_{i,12}^P} \\ &= \frac{1,940}{6,485} = 0.299 \end{aligned}$$

Mengetahui,

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Prof. Riyanto, S.Pd., M.Si., Ph.D.

Lampiran 11 Nilai dari standar deviasi bersyarat ρ untuk kerugian yang terjadi

$$\begin{aligned}
 \widehat{\rho}_2^{Z^2} &= \frac{1}{12-2} \sum_{j=1}^{12-2+1} C_{j,2}^Z (Q_{j,2} - \hat{q}_2)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{10}\right) \sum_{j=1}^{11} C_{j,2}^Z (Q_{j,2} - \hat{q}_2)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{10}\right) \left[\left((7,370) \left(\frac{267,288}{7,370} - 30.205 \right)^2 \right) + \dots + (8,430) \left(\frac{215,169}{8,430} - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. 30.205 \right)^2 \right] \\
 &= \frac{270834.2 + \dots + 184700.4}{10} = \frac{173625.1}{10} = 173625.1 \\
 &= \sqrt{173625.1} = 416.68
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \widehat{\rho}_3^{Z^2} &= \frac{1}{12-3} \sum_{j=1}^{12-3+1} C_{j,3}^Z (Q_{j,3} - \hat{q}_3)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{9}\right) \sum_{j=1}^{11} C_{j,3}^Z (Q_{j,3} - \hat{q}_3)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{9}\right) \left[\left((8,640) \left(\frac{270,570}{8,640} - 26.353 \right)^2 \right) + \dots + (9,150) \left(\frac{208,443}{9,150} - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. 26.353 \right)^2 \right] \\
 &= \frac{91251.28 + \dots + 5365888.15}{9} = \frac{7493197.66}{9} = 832577.52 \\
 &= \sqrt{832577.52} = 912.46
 \end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned}
 \widehat{\rho}_{12}^{Z^2} &= \frac{1}{12-12} \sum_{j=1}^{12-12+1} C_{j,12}^Z (Q_{j,12} - \hat{q}_{12})^2 \\
 &= \left(\frac{1}{0}\right) \sum_{j=1}^1 C_{j,12}^Z (Q_{j,12} - \hat{q}_{12})^2 \\
 &= \left(\frac{1}{0}\right) \left[\left((1,940) \left(\frac{6,485}{1,940} - 3.345 \right)^2 \right) \right] \\
 &= \frac{0.000491}{0} = \text{tidak terdefiniskan}
 \end{aligned}$$

Lampiran 12 Nilai dari standar deviasi bersyarat ρ untuk kerugian yang terjadi

$$\begin{aligned}
 \widehat{\rho}_2^{P^2} &= \frac{1}{12-2} \sum_{j=1}^{12-2+1} C_{j,2}^P (Q_{j,2}^{-1} - \widehat{q}_2^{-1})^2 \\
 &= \left(\frac{1}{10}\right) \sum_{j=1}^{11} C_{j,2}^P (Q_{j,2}^{-1} - \widehat{q}_2^{-1})^2 \\
 &= \left(\frac{1}{10}\right) \left[\left((267,288) \left(\frac{7,370}{267,288} - 0.0331 \right)^2 \right) + \dots + (215,169) \left(\frac{7,260}{215,169} - 0.0331 \right)^2 \right] \\
 &= \frac{0.225+1.716+0.079+\dots+0.3111}{10} = \frac{2.806}{10} \\
 &= \sqrt{0.281} = 0.5296
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \widehat{\rho}_3^{P^2} &= \frac{1}{12-3} \sum_{j=1}^{12-3+1} C_{j,3}^P (Q_{j,3}^{-1} - \widehat{q}_3^{-1})^2 \\
 &= \left(\frac{1}{9}\right) \sum_{j=1}^{10} C_{j,3}^P (Q_{j,3}^{-1} - \widehat{q}_3^{-1})^2 \\
 &= \left(\frac{1}{9}\right) \left[\left((270,570) \left(\frac{8,640}{270,570} - 0.0379 \right)^2 \right) + \dots + (208,443) \left(\frac{9,150}{208,443} - 0.0379 \right)^2 \right] \\
 &= \frac{9.635+6.234+\dots+7.496}{9} = \frac{82.576}{9} = 9.175 \\
 &= \sqrt{9.175} = 3.029
 \end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned}
 \widehat{\rho}_{12}^{P^2} &= \frac{1}{12-12} \sum_{j=1}^{12-12+1} C_{j,12}^P (Q_{j,12}^{-1} - \widehat{q}_{12}^{-1})^2 \\
 &= \left(\frac{1}{0}\right) \sum_{j=1}^1 C_{j,12}^P (Q_{j,12}^{-1} - \widehat{q}_{12}^{-1})^2 \\
 &= \left(\frac{1}{0}\right) \left[\left((6,485) \left(\frac{1,940}{6,485} - 0.299 \right)^2 \right) \right] \\
 &= \frac{0}{9} = \text{tidak terdefiniskan}
 \end{aligned}$$

Lampiran 13 Estimasi Nilai Residual dari masing-masing parameter

$$\begin{aligned} \widehat{res}(C_{2,3}^P) &= \frac{C_{2,3}^P - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^P}}{\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^P}} \left(\sqrt{C_{2,3}^P} \right) = \frac{210,907 - 1.205}{162,472} (210,907) \\ &= 0.263 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{res}(C_{2,3}^Z) &= \frac{C_{2,3}^Z - \widehat{f_{2 \rightarrow 3}^Z}}{\widehat{\sigma_{2 \rightarrow 3}^Z}} \left(\sqrt{C_{2,3}^Z} \right) = \frac{9,140 - 1.406}{20.326} (7,260) \\ &= 449.670 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{res}(Q_{2,2}^{-1}) &= \frac{Q_{2,2}^{-1} - \widehat{q_2^{-1}}}{\widehat{\rho_2^P}} \left(\sqrt{C_{2,2}^P} \right) = \frac{20.630 - 0.0331}{0.5296} (\sqrt{149,774}) \\ &= 15,015.6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{res}(Q_{2,2}) &= \frac{Q_{2,2} - \widehat{q_2}}{\widehat{\rho_2^Z}} \left(\sqrt{C_{2,2}^Z} \right) = \frac{0.048 - 30.205}{416.68} (\sqrt{7,260}) \\ &= -6.167 \end{aligned}$$

