BAB III

LANDASAN TEORI

3.1 Umum

3.1.1 Gelagar pelat.

Gelagar pelat adalah suatu balok yang dibuat dari elemen-elemen pelat untuk mendapatkan penampang gelagar pelat yang terdiri dari pelat sayap (atas dan bawah) dan pelat badan. Berikut ini dikemukakan oleh **Salmon dan Johson,1996** beberapa elemen-elemen dasar gelagar pelat:

1. Pelat Badan

Berupa pelat baja yang diletakkan memanjang vertikal, umumnya pelat badan relatif langsing yang diperkaku dengan pelat sayap dan pengaku tranversal.

2. Pelat Sayap

Pelat baja ini terdiri dari dua bagian yang diletakkan pada posisi memanjang horizontal yang dibaut pada bagian atas dan bawah badan



Gambar 3.1 Penampang gelagar pelat

3.1.2 Stabilitas Pelat

Stabilitas pelat yang diuraikan Timoshenko yang dimodifikasi oleh Gerstle dengan melakukan pendekatannya yaitu suku umum q dienyatakan komponen beban transversal akibat lenturan plat, komponen transversal dari gaya tekan N_x ketika plat melendut ke posisi tertekuk perlu ditinjau. Persamaan differensial untuk lenturan plat homogen yang diturunkan dari teori pelat oleh **Timoshenko** (1959), yang ditunjukkan pada Persamaan 3.1.

D = rigiditas fleksural per panjang satuan pelat.

q = beban pada bentang balok.

Jika Persamaan 3.1 dituliskan untuk balok dengan lebar *b*, persamaan diferensial untuk beban menjadi

$$EI\frac{d^4w}{dx^4} = qb....(3.2)$$

dengan $I = t^3 b/[12(1-\mu^2)]$ dan *qb* adalah beban persatuan panjang bentang balok. Di samping suku umum *q* yang menyatakan komponen beban transversal akibat lenturan pelat, komponen transversal dari gaya tekan N_x ketika pelat melendut adalah

$$q = -N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \dots \tag{3.3}$$

Persamaan diferensial, Persamaan 3.1 menjadi

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \dots (3.4)$$

dari Persamaan 3.4 jika jika diuraikan lebih lanjut dengan menyatakan lendutan w sebagai perkalian fungsi x (X) dan fungsi y (Y). Juga, tekuk dapat menimbulkan lendutan yang berbentuk kurva sinus dalam arah x akan didapatkan Persamaan 3.5

$$N_x = \frac{D\pi^2}{b^2} \left[\frac{1}{m} \frac{a}{b} + m \frac{b}{a} \right]^2 \dots (3.5)$$

Karena $N_x = F_{cr}t \operatorname{dan} D = Et^3/[12(1-\mu^2)]$, tegangan tekuk elastis dapat dituliskan sebagai

$$F_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\mu^2)(b/t)^2} \dots (3.6)$$

untuk kasus khusus pada pelat yang ditekan secara merata-tepi longitudinal bertumpuan sederhana, harga k menurut Salmon dan Johnson (1994) adalah

$$k = \left[\frac{1}{m}\frac{a}{b} + m\frac{b}{a}\right]^2 \dots (3.7)$$

Semakin besar nilai koefisien tekuk (k), maka tegangan kritisnya (F_{cr}) semakin besar sedangkan untuk nilai aspek rasio (b/t) yang diperbesar, maka semakin kecil nilai tegangan kritisnya (F_{cr}) . Nilai koefisien tekuk (k) bergantung pada kondisi tepi pelat yang sejajar arah gaya dan distribusi tegangan. Koefisien tekuk (k) merupakan fungsi dari jenis tegangan (dalam hal ini tekanan merata pada dua tepi yang berseberangan) dan kondisi tumpuan tepi.

3.1.3 Tekuk Lokal Pada Gelagar Pelat

Salmon dan Johnson (1992) menyatakan bahwa bila gelagar pelat memiliki stabilitas lateral yang cukup pada flens tekannya, satu-satunya keadaan batas yang mungkin membatasi kekuatan momen adalah tekuk lokal pada tekan flens dan atau elemen pelat yang membentuk penampang lintang gelagar tersebut.

Menurut Salmon dan Johnson (1992) tekuk lokal dipengaruhi oleh nilai b/t. Bila nilai b/t rendah, pengerasan regangan dapat tercapai tanpa terjadinya tekuk; sedang untuk harga b/t menengah, tegangan sisa dan ketidak sempurnaan menyebabkan tekuk tak elastik atau masa transisi dan untuk b/t besar maka akan melampaui kekuatan tekuk yakni pelat itu akan menunjukan terjadinya kekuatan pasca tekuk.

Tekuk lokal selain dipengaruhi oleh nilai b/t juga dipengaruhi oleh nilai koefisien tekuk (k) yaitu semakin besar nilai koefisien tekuk maka semakin besar pula nilai tegangan kritis tekuk yang terjadi.

Persyaratan untuk mencapai tegangan leleh tanpa tekuk lokal adalah

$$F_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\mu^2)(b/t)^2} \ge F_y.$$
(3.8)

dengan k adalah konstanta tekuk merupakan fungsi distribusi tegangan dan kondisi di tepi pelat.

3.1.4 Lentur Pada Gelagar Pelat

Menurut **Bowles (1980)** komponen struktur yang mengalami lentur banyak dijumpai sebagai balok maupun gelagar pelat. Salah satu contoh struktur yang

mengalami lentur adalah balok sederhana (*simple beam*) yang penampangnya berbentuk I menerima beban terdistribusi (Gambar 3.2a), akibat beban tersebut balok menerima momen lentur (Gambar 3.2b) dan gaya geser (Gambar 3.2c). Akibat momen, penampang balok mengalami tegangan lentur (*bending stress*) (Gambar 3.2e), sedangkan gaya geser menimbulkan tegangan geser. Dalam keadaan penampang masih elastis, distribusi tegangan pada penampang balok linier.



Gambar 3.2 Balok statis tertentu dengan beban terdistribusi merata Tegangan pada serat yang letaknya y dari sumbu netral (**Bowles, 1980**) adalah

$$f_b = \pm \frac{M.y}{I} \dots (3.9)$$

= momen pada penampang yang ditinjau

M = momen pada penampang yang ditinjau

y = jarak serat yang ditinjau dari sumbu netral

I = momen inersia.

Tegangan maksimum akibat momen yang terjadi pada serat terluar yaitu serat yang letaknya terjauh dari sumbu netral. Jika penampang balok simetris dan jarak serat terluar ke sumbu netral dinyatakan dengan *C*, maka tegangan maksimumnya adalah

$$f_b = \pm \frac{M.C}{I} \dots \tag{3.10}$$

Karena $\frac{I}{C} = S$, Persamaan 3.10 dapat ditulis kembali dalam bentuk

dengan S adalah modulus potongan (*section modulus*). Pada penampang balok yang momen inersianya diperbesar, maka tegangan di serat terluar pada penampang balok (f_b) menjadi kecil.

3.2 Tekuk Pada Bidang Badan

3.2.1 Tekuk Pada Bidang Badan Akibat Lentur

Badan gelagar pelat biasanya memiliki rasio sebesar h/tw, tekuk mungkin terjadi akibat lentur pada bidang badan.

Penurunan harga k secara teoristis untuk lentur pada bidang pelat dijabarkan oleh

Timoshenko dan Woinowski-Kriger (1959).



Gambar 3.3 Koefisien tekuk untuk plat yang mengalami lentur murni

Pada Gambar 3.3 jika pelat bisa dianggap jepit sempurna sepanjang tepi yang sejajar arah pembebanan maka harga k minimum untuk sembarang rasio a/h menjadi 39,6, sedangkan sayap dianggap tidak mengekang secara rotasi tepi maka harga k minimum menjadi 23,9 walaupun tegangan lentur dan geser pada daerah tertentu sepanjang bentang gelagar biasanya bisa ditinjau secara terpisah umumnya tegangan geser dan lentur selalu ada yang bersama-sama mengakibatkan ketidak-stabilan elastis.

3.2.2 Tekuk Elastis Akibat Geser Murni

Menurut Salmon dan Johnson, 1996, tegangan tekuk elastis untuk satu pelat ditentukan oleh Persamaan 3.12 sebagai :

$$F_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)(b/t)^2}$$
(3.12)

Untuk kasus geser murni Persamaan 3.12 bisa dituliskan dengan mengganti F_{cr} dengan τ_{cr} untuk tegangan geser.

$$\tau_{cr} = k - \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2) \left(\frac{sisipendek}{t}\right)^2}$$
(3.13)

Untuk kasus tepi bertumpuan sederhana (yakni perpindahan dicegah tetapi rotasi terhadap tepi tidak dikekang),



Gambar 3.4 Teori geser klasik (Salmon dan Johnson, 1986)



Gambar 3.5 Dua keadaan dari jarak pengaku antara (Salmon dan Johson, 1986) Untuk perencanaan, Persamaan 3.14 dan 3.15 biasanya dinyatakan dalam *h* (tinggi badan tanpa sokongan) dan *a* (jarak antara pengaku). Bila hal ini dilakukan maka ada dua kasus yang harus ditinjau :

a. Jika $a/h \le 1$ (lihat Gambar 3.5a), maka Persamaan 3.13 menjadi :

$$\tau_{\rm cr} = \frac{\pi^2 E \left[5,34 + 4,0(a/h)^2 \right] (h/a)^2}{12(1 - \mu^2)(a/t)^2 (h/a)^2}$$
(3.15)

b. Jika $a/h \ge 1$ (lihat Gambar 3.5b), maka Persamaan 3.13 menjadi :

$$\tau_{\rm cr} = \frac{\pi^2 E \left[5,34 + 4,0(h/a)^2 \right]}{12(1-\mu^2)(h/t)^2}$$
(3.16)

Jelaslah dari Persamaan 3.15 dan 3.16 bahwa jika hendak memakai h/t sebagai rasio stabilitas pada penyebut, maka dua persamaan untuk k diperlukan. Untuk semua harga a/h, Persamaan 3.15 dan 3.16 bisa dituliskan, yaitu

$$\tau_{\rm cr} = \frac{\pi^2 Ek}{12(1-\mu^2)(h/t)^2}$$
(3.17)

dengan :

$$K = 4,0 + 5,34/(a/h)^2$$
, untuk $a/h \le 1$ (3.18)

$$K = 4,0/(a/h)^2 + 5,34$$
, untuk $a/h \ge 1$ (3.19)

tampak pada Persamaan 3.18 dan 3.19 bila nilai a/h semakin kecil, maka nilai k akan semakin besar sehingga manghasilkan tegangan geser kritis (τ_{cr}).

Dalam AISC-1.10.5, Persamaan 3.17 ditulis dalam bentuk tanpa dimensi, dengan mendefinisikan koefisien C_{ν} sebagai rasio tegangan geser kritis terhadap tegangan leleh geser,

$$C_{v} = \frac{\tau_{cr}}{\tau_{y}} = \frac{\pi^{2} E k}{\tau_{y} (12)(1 - \mu^{2})(h/t)^{2}}$$
(3.20)

tampak bahwa C_v merupakan stabilitas elastis. Substitusi nilai E = 200000 MPa, $\mu = 0,3$, $\tau_y = 0,6 F_y$ ke Persamaaan 3.20 menjadi :

$$C_{v} = \frac{303000k}{(h/t)^{2} F_{yw}(Mpa)}$$
(3.21)

Pada Gambar 3.6 menunjukkan bahwa nilai C_v semakin kecil jika nilai h/t_w semakin besar. Pelat yang diperkuat oleh sayap dan pengaku memiliki kekuatan purna tekuk yang cukup besar. Agar pemakaian bahan pelat badan pada gelagar pelat efisien, badan harus tipis sehingga tekuk terjadi pada tegangan geser yang ada. Dengan adanya pengaku kekuatan geser dapat dinaikan dari kekuatan

berdasarkan tekuk (ABCD pada Gambar 3.6) mendekati kondisi yang selaras dengan leleh geser pada balok klasik (ABE Gambar 3.6).



Gambar 3.6 Kapasitas geser yang tersedia dengan memperhitungkan kekuatan pasca tekuk (Salmon dan Johhson, 1992)

3.2.3 Tekuk Inelastis Akibat Geser Murni

Sebagaimana dalam situasi stabilitas, tegangan sisa dan ketaksempurnaan (*imperfection*) mengakibatkan tekuk tak elastis pada saat tegangan kritis mendekati tegangan leleh.

$$\tau_{cr} = \sqrt{\tau_{batas} \tau_{cr(elastikideal)}}$$
(3.22)

Batas proporsional diambil sebagai $0.8\tau_y$, yang lebih besar daripada untuk tekan dalam flens, karena efek tegangan sisa lebih sedikit. Pembagian Persamaan 3.23 dengan τ_y untuk mendapatkan C_v dan tegangan menggunakan Persamaan 3.22 memberikan

$$C_v = \frac{491}{h/t_w} \sqrt{\frac{k}{F_{yw}}}$$
(3.23)

3.3 Tekuk Vertikal Pada Sayap



Gambar 3.7 Gaya sayap akibat lengkungan gelagar

Gelagar yang melengkung, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.7, kurvatur tersebut memperbesar komponen-komponen gaya flens yang mengakibatkan tegangan tekan pada tepi-tepi badan yang berhubungan dengan flens tersebut. Apabila badan balok tetap stabil terhadap tegangan tekan akibat komponen-komponen gaya tersebut, berarti sayap tidak dapat tertekuk vertikal (Salmon dan Johnson, 1996).

Berdasarkan Gambar 3.7 deformasi total $\varepsilon_f dx$ sepanjang jarak dx adalah

$$\varepsilon_f dx = d\Phi \frac{h}{2}$$
(3.24)

$$d\Phi = \frac{2\varepsilon_f}{h}dx...(3.25)$$

Seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.8a komponen vertikal yang menimbulkan tegangan tekan adalah $\sigma_f A_f d\Phi$. Setelah dibagi dengan $t_w dx$ untuk memperoleh tegangan tekan f_c yang diperlihatkan Gambar 3.8b.



Gambar 3.8 Pengaruh komponen gaya sayap yang tegak lurus plat sayap Persamaan 3.25 untuk dΦ dimasukkan sehingga

$$f_c = \frac{\sigma_f A_f d\Phi}{t_w dx} = \frac{2\sigma_f A_f \varepsilon_f}{t_w h}.$$
(3.26)

Tegangan tekuk elastis untuk suatu plat menurut Salmon dan Johnson (1996)

$$F_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\mu^2)(b/t)^2} \dots (3.27)$$

dengan b = h, $t = t_w$, dan k = 1 untuk kasus plat Euler yang diasumsukan bebas di sepanjang pinggi-pinggir yang sejajar dengan pembebanan dan dijepit pada atas dan bawahnya. Dengan demikian

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)(h/t_w)^2} \dots (3.28)$$

bila tegangan yang dikenakan, Persamaan 3.14, disamakan dengan tegangan

kritis, Persamaan 3.28, akan diperoleh

$$\frac{2\sigma_f A_f \varepsilon_f}{t_w h} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)(h/t_w)^2} \dots (3.29)$$

dengan memisalkan $t_w h = A_w$ akan memberikan

$$\frac{h}{t_w} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{24(1-\mu^2)} \left(\frac{A_w}{A_f}\right) \left(\frac{1}{\sigma_f \varepsilon_f}\right)} \dots (3.30)$$

Untuk mencegah terjadinya tekuk maka nilai $f_c < F_{cr}$.

 σ_f secara konservatif dianggap harus mencapai tegangan leleh F_{yf} agar kapasitas batas sayap tercapai. Jika tegangan residu F_r bekerja pada sayap maka regangan sayap total akan sama dengan jumlah tegangan residu ditambah tegangan leleh dengan demikian

$$\varepsilon = \frac{(F_r + F_{yf})}{E}.....(3.31)$$

Regangan ini adalah regangan sayap di dekat badan yang diperlukan.

Substitusi $\sigma_y = F_{yf}$, ε_f = Persamaan 3.19, E = 200.000 MPa, dan $\mu = 0.3$

sehingga Persamaan 3.30 menghasilkan

$$\frac{h}{t} = \frac{135.000\sqrt{A_w/A_f}}{\sqrt{F_{yf}(F_{yf} + F_r)}} \dots (3.32)$$

yang merupakan harga h/t_w maksimum yang konservatif untuk mencegah tekuk

vertikal. A_w/A_f jarang sekali kurang dari 0,5 dan $F_r = 114$ MPa merupakan harga yang realistik. Jika harga-harga tersebut dimasukkan, maka

$$\frac{h}{t_w} = \frac{96500}{\sqrt{F_{yf}(F_{yf} + 114)}} \dots (3.33)$$

bila a/h tidak melebihi 1,5 maka Persamaan 3.32 menjadi

$$\frac{h}{t_w} = \frac{5250}{\sqrt{F_{yf}}}$$
 (MPa).....(3.34)



Gambar 3.9 Pelat yang ditekan merata

Pada dasarnya, pelat yang mengalami tekanan, seperti pada elemen sayap tekan, perilakunya sama dengan kolom. Tekuk pelat yang mengalami tekanan merata ditunjukkan pada gambar 3.9. Tegangan tekuk elastik teoritis atau tegangan kritis pelat yang tertekan dinyatakan pada persamaan 3.12

Nilai k tergantung pada tipe tegangan kondisi tumpuan tepi dan rasio panjang terhadap lebar (rasio aspek) dari pelat yang bersangkutan. Gambar 3.10 menunjukkan variasi k terhadap rasio aspek a/b untuk berbagai kondisi tumpuan tepi ideal



Gambar 3.10. Koefisien tekuk elastis untuk tekanan pada pelat segi empat datar (Salmon dan Johson,1996)

Gambar 3.10 memperlihatkan bahwa variasi k terhadap rasio (a/b) untuk kondisi tepi ideal yang umum yaitu jepit, tumpuan sederhana , dan bebas. untuk pelat dengan kondisi tumpuan jepit-jepit (A) nilai $k_{min} = 6,97$, pelat dengan tumpuan sederhana-jepit (B) nilai $k_{min} = 5,42$, pelat dengan tumpuan sederhanasederhana (C) nilai $k_{min} = 4$. Sedangkan untuk pelat dengan tumpuan jepit-bebas, nilai $k_{min} = 1,277$, serta untuk pelat dengan tumpuan sederhana-bebas, nilai $k_{min} =$ 0,425. Dalam penelitian ini dipakai pelat dengan tumpuan jepit –bebas dengan nilai $k_{min} = 0.425$.

3.5 Kekuatan Lentur Batas Pada Gelagar

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh **Salmon dan Johnson (1996)** dengan bahan penelitiannya adalah baja profil I dengan mutu baja A36,badan akan tertekuk akibat adanya tegangan lentur. Seperti telah dijabarkan sebelumnya, tekuk seperti ini tidak menyebabkan gelagar kehilangan kapasitasnya. Kapasitas momen batas gelagar yang tinggi merupakan fungsi dari :

$$M_{u} = f\left\{\frac{h}{t_{w}}, \frac{L}{r_{y}}, \frac{b}{t_{f}}, \frac{A_{w}}{A_{f}}\right\}.$$
(3.35)

 h/t_w = menentukan ketidak-stabilan badan (tekuk lentur)

 L/r_v = menentukan ketidak-stabilan lateral pada sayap (tekuk puntir lateral)

 b/t_f = menentukan tekuk setempat (tekuk puntir) pada sayap

 A_w/A_f = menentukan pengaruh purna tekuk badan pada sayap

Gambar 3.11 memperlihatkan hubungan antara kekuatan momen nominal Mn dan h/t_w. Gambar ini memperlihatkan bahwa keadaan batas tekuk puntir lateral dan tekuk flens lokal tidak menentukan. Dengan menganggap bahwa tekuk puntir lateral dan tekuk setempat dicegah seperti anggapan yang digunakan pada gambar 3.12, variabel dari fungsi diatas menjadi

$$M_{u} = f\left\{\frac{h}{t}, \frac{A_{w}}{A_{f}}\right\}.$$
(3.36)

Dari gambar 3. memperlihatkan semakin besar nilai h/t_w maka nilai kapasitas momennya semakin menurun. Merujuk pada gambar 3.12 penurunan yang signikan terjadi pada h/t_w lebih besar dari 162 yang ditunjukan oleh kurva

ABC, namun dengan memberi pengaku pada gelagar pelat maka penurunan nilai kapasitas momennya tidak terlalu besar yang ditunjukkan oleh kurva ABC.



Gambar 3.11 Kekuatan lentur gelagar yang dipengaruhi oleh teg lentur pada pelat badan : baja A36

bila keadaan batas yang menentukan mencegah tegangan sayap mencapai F_y , maka tegangan dari keadaan batas yang menentukan F_{cr} harus menggantikan F_y , maka secara umum kekuatan tereduksi M_n menurut **Salmon dan johson (1956)**

$$M_{n} = \frac{F_{y}.I_{e}}{(1-k)h}$$
(3.37)

dengan persamaan untuk k adalah

$$k = \sqrt{\frac{192}{1024} + \frac{38}{16\rho} + \frac{4}{\rho^2} - \left(\frac{3}{32}, -\frac{2}{\rho}\right)} \dots (3.38)$$

persamaan unk nilai Ie,

$$I_{x} = A_{f}(k.h)^{2} + \frac{2}{3}t_{w}(k.h)^{3} + A_{f}(1-k)^{2}2h^{2} + \frac{6t_{w}h}{32}\left(\frac{61}{64}h - kh\right)^{2}$$
(3.39)

nilai p adalah

$$\rho = \frac{A_w}{A_f} = \frac{t_w \cdot h}{t_f \cdot b_f} \dots (3.40)$$

persamaan untuk momen leleh adalah

$$MM_y = F_y A_f h \left(1 + \frac{\rho}{6} \right)$$
....(3.41)

3.6 Kekuatan Geser dari Aksi Medan Tarik

Jika h/t_w cukup kecil, maka tekukan badan tidak akan terjadi dibawah gaya geser sebelum terjadi luluh gaya geser. Sebenarnya badan balok sebagai bagian dari konstruksi lentur dipengaruhi oleh sebuah momen lentur pengankut gaya geser yang berada di dalam sebuah "medan tarik " dimana pengaku adalah bagian konstruksi desak dan segmen badan diantara pengaku adalah elmen tarik.



Pengaku

Gambar 3.12 Aksi medan tarik (Johnson, 1986)

Kekuatan geser nominal V_n dapat dinyatakan sebagai jumlah dari kekuatan tekuk V_{cr} dan kekuatan pasca tekuk V_{tf} dari aksi tarik lapangan,

$$V_n = V_{cr} + V_{tf} \tag{3.42}$$

Kekuatan tekuk nominal dengan V_n = V_{cr} ,dimana C_v = τ_{cr}/τ_y , maka

$$V_{cr} = C_v \cdot \tau_y \cdot A_y \tag{3.43}$$

Kekuatan geser V_{tf} berasal dari aksi medan tarik dalam badan gelagar menimbulkan suatu pita gaya-gaya tarik yang terjadi setelah badan itu mengalami tekuk akibat tekan diagonal. Keseimbangan gaya dipertahankan melalui transfer gaya ke pengaku vertikal.

Kekuatan geser Vif dinyatakan dalam Persamaan berikut ini :

$$V_{tf} = \sigma_t \frac{h_{he}}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + (a/h)^2}} \right]$$
(3.44)

3.7 Hubungan Momen-Kelengkungan

Menurut Scohodek 1991 hubungan yang ada diantara momen di suatu titik dan kelengkungan elemen struktur pada titik yang sama. Momen menyebabkan terjadinya lenturan pada struktur. Semakin besar momen tersebut, akan semakin besar pula lenturan yang di akibatkannya. Potongan kecil dari suatu balok yang mengalami lentur Gambar 3.13. Anggap bahwa bidang yang semula datar pada balok akan tetap datar pada saat melentur. Dengan demikian, dua bidang yang berdekatan (mempunyai jarak sebesar $d\sigma$) pada saat balok melentur akan mengalami rotasi relatif sebesar $d\theta$.



Gambar 3.13 Hubungan momen kelengkungan (Schodek, 1991)

Serat-serat dibagian atas akan memendek, sedangkan yang dibagian bawah akan memanjang. Perpanjangan serat yang terletak sejauh y dari bidang netral (bidang horizontal yang mempunyai deformasi 0) dapat diperoleh dengan meninjau lokasi semula kedua bidang. Perpanjangan ini adalah busur lingkaran yang mempunyai jari-jari y dan dibatasi sudut d θ . Jadi, perpanjangannya adalah y θ . Apabila panjang elemen sebelum deformasi adalah dx dan regangan (deformasi per satuan panjang) pada y adalah \in_y , maka y d $\theta = \in_y$ dx, atau $\in_y =$ $d\theta/dx$), atau ($d\theta/dx$) = \in_y/y .

Dari Gambar 3.13 jelaslah bahwa jari-jari kelengkungan ρ dan dx pada penampang tengah adalah busur lingkaran yang berjari-jari ρ dan dibatasi sudut $d\theta$, hubungan ini dapat ditulis dalam bentuk ($d\theta/dx$) = 1/ ρ . Dengan menyamakan kedua ekspresi untuk $d\theta/dx$, sehingga diperoleh Persamaan 3.45 :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\epsilon_y}{y} \text{ atau } \epsilon_y = \frac{y}{\rho}$$
(3.45)

Hubungan antara tegangan dan regangan untuk material elastis homogen berbentuk $E = f_y/\epsilon_y$ dimana *E* adalah modulus elastisitas material dan f_y adalah tegangan di suatau titik. Dari Persamaan 3.45 dapat disubstitusikan kedalam bentuk $\in_y = \frac{M.y}{EI}$ sehingga diperoleh Persamaan 3.46 :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \tag{3.46}$$

Ini adalah hubungan momen-kelengkungan, Kelengkungan $(1/\rho)$ berbanding lurus dengan momen (M) pada elemen struktur dan berbanding terbalik dengan hasil kali modulus elastisitas (E) dan momen inersia (I) elemen struktur.



Gambar 3.14 Momen-kelengkungan

Dari pengujian kuat lentur diperoleh defleksi pada titik-titik distrik. Pendekatan kemiringan menggunakan metode *central difference*. Mengacu pada Gambar 3.13 d_y/d_x didekati Persamaan 3.47

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta_x}$$
(3.47)

turunan kedua dari Persamaan 3.47 adalah :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta_x)\frac{d}{dx}(y_{i+1} - y_{i-1}) - (y_{i+1} - y_{i-1})\frac{d}{dx}(2\Delta_x)}{(2\Delta_x)^2}$$
(3.48)

karena $(2\Delta_x)$ adalah konstanta maka :

$$\frac{d}{d_x}(2\Delta_x) = 0 \tag{3.49}$$

sehingga Persamaan 3.48 menjadi :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta_x)\frac{d}{dx}(y_{i+1} - y_{i-1})}{(2\Delta_x)^2}$$
(3.50)

selanjutnya dari Persamaan 3.50 didapatkan :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+2} - 2y_i - y_{i-2}}{(2\Delta_x)^2}$$
(3.51)

kemudian Persamaan 3.51 disederhanakan menjadi :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i - y_{i-1}}{\left(\Delta_x\right)^2}$$
(3.52)

dengan :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \Phi = \frac{M}{EI}$$
(3.53)

$$M = EI.\Phi$$
(3.54)

3.8 Hubungan Beban-Lendutan

Bila sebuah balok dibebani, maka balok yang semula lurus akan berubah menjadi sebuah kurva yang disebut kurva lendutan dari balok. Meskipun sudah dicek aman terhadap lentur dan geser, suatu balok bisa tidak layak apabila balok terlalu fleksibel. Defleksi yang terlalu berlebihan harus dihindari karena defleksi yang terlihat dengan mata dapat mengurangi keyakinan terhadap kekuatan struktur.

Lynn S. Beedle (1958) menyimpulkan bahwa balok dukungan sederhana yang diberi beban memiliki satu titik yang momennya maksimum. Makin besar beban yang diberikan, makin besar pula momennya. Jika beban besar, material akan terdeformasi semakin cepat dan defleksinya juga semakin besar.

Dalam penelitian ini pada balok nonprismatik inersianya tidak konstan, maka untuk mencari lendutan pada tiap-tiap piasnya digunakan metode luas momen. $\int_{1}^{1} 0$





Pada Gambar 3.15 menunjukkan bahwa potongan m-m dan n-n yang berjarak ds akan mendapatkan hubungan, yaitu :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{ds}{d\theta} = \frac{M}{EI}$$
(3.55)

Untuk bentuk penyederhanaan, maka ds≈dx sehingga dari Persamaan 3.55 didapatkan,

$$d\theta = \frac{M}{EI}dx$$
(3.56)

Dari Persamaan 3.56 dapat diartikan bahwa elemen sudut d θ yang dibentuk oleh dua tangen arah pada dua titik yang berjarak dx besarnya sama dengan luas bidang momen antara dua titik tersebut dibagi dengan EI, sehingga bila potongan m-m bergerak kekiri sampai dukungan A dan potongan n-n bergerak kekanan sampai dukungan B, maka besarnya dx sama dengan bentak balok. Dengan demikian sudut yang dibentuk oleh kedua arah dari kedua titik akan didapatkan,

$$\theta ab = \int \frac{M}{EI} dx \tag{3.57}$$

Pada Gambar 3.15 menunjukkan garis singgung pada potongan m-m dan n-n yang berpotongan dengan garis vertikal yang melewati titik B,akan didapatkan,

$$B"B"" = d\delta = x.d\theta$$

$$d\delta = \frac{M.x}{EI}.dx$$
(3.58)

Dari Persamaan 3.58 dapat dinyatakan bahwa nilai M.dx adalah luas bidang momen sepanjang dx, sedangkan M.dx.x adalah statik momen luas bidang momen terhadap titik yang berjarak x dari elemen luasan bidang momen tersebut.

Dengan mengintegrasikan Persamaan 3.58 antara titik A dan B, maka didapatkan,

$$\int_{A}^{B} d\delta = \int_{A}^{B} x \frac{M.dx}{EI}$$
(3.59)

Interral di sisi kiri sama dengan δ sedangkan integral di sisi kanan menunjukkan momen pertama terhadap titik B dari luas diagram *M/E1* antara A dan B. Dengan demikian Persamaan 3.59 dapat dituliskan.

$$BB' = \delta = \int_{A}^{B} \frac{M.x}{EI} dx$$
(3.60)

dengan : δ = Momen pertama dari luas diagram M/EI antara titik A dan B, yang ditinjau dari titik B, M = Momen, E = Modulus elastis bahan, x = Jarak bidang momen ke titik lendutan yang dicari, I = Momen inersia penampang.

Hubungan beban-lendutan pada balok yang dibebani lentur dapat disederhanakan menjadi bentuk bi-linier seperti pada Gambar 3.16



Gambar 3.16 Hubungan beban – lendutan pada balok

Pada daerah 1, yaitu pada daerah praretak, balok masih bersifat elastis penuh, tegangan tarik maksimal yang terjadi pada baja masih lebih kecil dari kuat tarik lentur baja, kekakuan lentur EI balok masih mengikuti modulus elastisitas (E_c) baja dan momen inersia penampang balok baja.

Pada daerah II atau pada daerah pasca layan, dimana tegangan pada daerah ini sudah mencapai tegangan maksimum, pada daerah ini diagram lendutan lebih landai daripada daerah-daerah sebelumnya. Hal ini karena semakin berkurangnya kekakuan lentur akibat bertambahnya jumlah dan lebar retak di sepanjang bentang.

3.9 Daktilitas

Daktilitas suatu bahan dapat didefinisikan sebagai banyaknya regangan permanen (*permanent strain*). Daktilitas mengizinkan konsentrasi tegangan (*locally stress*) untuk didistribusikan. Prosedur dari suatu perencanaan biasanya selalu didasarkan pada kekuatan ultimit yang membutuhkan kesatuan daktilitas yang besar, terutama untuk memperbaiki tegangan-tegangan dekat lubang atau perubahan yang mendadak pada bentuk batang seperti dalam perencanaan sambungan.

Kekakuan inelastis yang daktil bisa meningkatkan beban yang mampu dipikul batang dibanding dengan beban yang ditahan jika suatu struktur tetap dalam keadaan elastis. Bila seluruh tinggi balok meleleh, diperoleh batas atas dari kekuatan momen yang disebut kekuatan plastis. Proses pembebanan di luar daerah elastis akan menyebabkan perubahan pada daktilitasnya. Sedangkan daktilitas itu sendiri dirumuskan:

$$Daktilitas = \frac{\varepsilon_{tot}}{\varepsilon_{y}}$$
(3.61)

dengan : ε_{tot} = regangan total, ε_y = regangan pada saat leleh pertama.

Dalam penelitian, setelah didapat besarnya lendutan dari hubungan bebanlendutan, maka daktilitas simpangan dapat dicari dengan :

$$\mu_{simpangan} = \frac{\Delta_{tot}}{\Delta_y} \tag{3.62}$$

dengan : $\mu_{simpangan}$ = daktilitas simpangan, Δ_{tot} = lendutan total, Δ_y = lendutan

pada beban maksimum.

Sedangkan daktilitas lengkung diperoleh dari hubungan momenkelengkungan, yaitu perbandingan antara Φ_{tot} dan Φ_{y} , yang dirumuskan :

$$\mu_{lengkung} = \frac{\Phi_{tot}}{\Phi_{y}}$$
(3.63)

dengan : $\mu_{lengkung}$ = daktilitas lengkung, Φ_{tot} = kelengkungan total, Φ_y = kelengkungan pada momen maksimum.

