ANALISIS STATISTIKA PADA ADSORPSI LOGAM BERAT

SKRIPSI

Disusun oleh :

Agus Riyanto

No. Mhs : 99 611 017

JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA
YOGYAKARTA
2004

LEMBAR PENGESAHAN PEMBIMBING

ANALISIS STATISTIKA PADA ADSORPSI LOGAM BERAT

SKRIPSI

Disusun oleh :

AGUS RIYANTO

99 611 017

Telah diperiksa dan disetujui oleh :

Dosen Pembimbing

Rohmatul Fajriyah, M. Si.

LEMBAR PENGESAHAN PENGUJI

ANALISIS STATISTIKA PADA ADSORPSI LOGAM BERAT

Disusun oleh :

AGUS RIYANTO

No. Mhs : 99 611 017

Telah Dipertahankan di Hadapan Tim Penguji Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia

Tanggal : 30 Desember 2004

Tim Penguji :

	Tanda Tangan
1. Dr. Sri Haryatmi, M. Sc.	....
2. Rohmatul Fajriyah, M. Si.	....
3. Herni Utami, M. Si.	....
4. Jaka Nugraha, M. Si.	....

Mengetahui,

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Islam Indonesia

(Jaka Nugraha, M. Si)

PERSEMBAHAN

Segala puji saya panjatkan kepada Allah SWT Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Aku bersaksi Tuhanku yang paling agung hanya Allah SWT saja. Hanya kapada-Nya saya menyembah, berharap dan menyerahkan diri sejak awal kehidupan hingga akhir kematian. Mahluk tidak layak ditaati kecuali untuk taat kepada illahi. Dan saya bersaksi Muhammad itu adalah utusan Allah dan penutup nabi yang mulia.

Sholawat dan salam saya ucapkan kepada nabi yang sangat kurindukan berjumpa dengannya, Muhammad SAW. Semoga Allah melimpahkan rahmat kepadanya, keluarga dan sahabatnya, atas keteguhan dakwah yang mereka jalani.

Skripsi ini saya persembahkan buat kaum muslimin, para pemuda-pemudi Islam yang menggali ayat-ayat kouniyah dan qouliyah Allah SWT, semata-mata untuk menegakkan Izzah Jama' ah kaum muslimin dimuka bumi.

Dan orang-orang terkasih yang senantiasa memberikan dukungan dalam gerak langkahku, Ibu dan Ayah tercinta atas keikhalasan beliau yang telah mendidik dan mengajarkan arti kehidupan yang sesungguhnya serta menasehati akan segala khilafku, semoga Allah SWT memberikan kebaikan dan menghapuskan seluruh dosa-dosa beliau, Amiin··· Semoga tugas akhir ini menjadi amal jariyah dan menggembirakan hati beliau.

Sahabat-sahabat yang telah bersama berjuang dalam menjalankan syiar islam, yang tidak dapat saya sebukan satu persatu dilembaran ini, tapi yakinlah, segala yang kita rasakan dan alami tidak akan melupakan kalian dalam ingatan dan doaku. Mudah-mudahan kalian tetap istiqomah dalam menempuh segala jalan ber' dakwah' . Amiin.

KATA PENGANTAR

بسم الله الرحمن الرحيم

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillah dengan kasih sayang dan limpahan rahmat-Nya akhirnya selesailah sudah tugas akhir ini, walaupun memakan waktu hampir satu tahun. Setelah beberapa kali mengalami kendala atas izin Allah skripsi dengan judul **"Analisis Statistika Pada Adsorpsi Logam Berat"** telah dapat penulis selesaikan sebagai salah satu syarat untuk kesempurnaan studi srata S1 di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Jurusan Statistika Universitas Islam Indonesia.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, yang disebabkan oleh keterbatasan kemampuan yang penulis miliki juga adanya hambatan-hambatan lain yang dihadapi. Namun berkat petunjuk serta bimbingan yang berharga dari berbagai pihak, *alhamdulillah* skripsi ini dapat terselesaikan.

Jazakumullah biahsanil jaza penulis ucapkan kepada :

1. Bapak Jaka Nugraha, M.Si selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Indonesia.
2. Ibu Rohmatul Fajriyah M.Si selaku pembimbing sekaligus Ketua Jurusan Statistik Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Indonesia, yang telah memberikan kesempatan, pengarahan, bimbingan dan menelaah setiap penulisan sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik.

3. Teman-teman Statistika : Sidiq'00, Agus'00, Bambang, Heri, Ian, Isro', Jamal dan seluruh angkatan 99.
4. Saudaraku dalam halaqoh : Akh Bagus, Akh Bahari, Akh Danan, Akh Jazuli. Jazakumulloh atas kebersamaannya.
5. Ustadzku, atas tausyah dan dorongannya, semoga Ustadz segera dapat momongan. Allohuma Amin
6. Berbagai pihak atas segala bantuannya yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Akhir kata, penulis mohon maaf apabila ada kekurangan dan kesalahan dalam penyusunan skripsi ini. Penulis berharap agar hasil dari skripsi ini dapat bermanfaat untuk semuanya.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Jogjakarta, Desember 2004

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

ANALISIS STATISTIKA PADA ADSORPSI LOGAM BERAT

INTISARI

Penelitian penentuan kapasitas serap serbuk kayu jati terhadap logam campuran Cu dan Cr dengan menggunakan metoda flow dan batch baik menggunakan penambahan dan tanpa penambahan basa kuat NaOH dalam air telah dilakukan. Tujuan penelitian ini merupakan suatu upaya untuk mencari analisis alternatif untuk menunjang pencarian bahan alternatif yang dapat menyerap logam berat beracun dalam air. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan sumbangan pemikiran dalam rangka menjaga kelestarian lingkungan dari pencemaran limbah industri. Berdasar perhitungan yang dilakukan dengan program komputer SPSS versi 10.0 dan Minitab versi 13, maka dapat diketahui bahwa pada proses adsorpsi variabel metode adsorpsi berpengaruh terhadap penyerapan logam berat, variabel konsentrasi NaOH berpengaruh terhadap penyerapan logam berat dan tidak terdapat interaksi metode dan konsentrasi NaOH terhadap penyerapan logam berat.

Kata-kata kunci : Metode flow dan batch, konsentrasi NaOH, Krom (Cr), tembaga (Cu), Analisis Variansi Multivariat.

UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi ternyata diiringi pula oleh efek negatif yang dapat meresahkan masyarakat terutama dampak yang dapat mengancam pelestarian lingkungan. Suatu kenyataan yang dihadapi adalah banyak tumbuhnya industri-industri kimia, pada saat yang bersamaan itu pula muncul limbah-limbah industri yang dapat merusak lingkungan. Permasalahan semakin komplek ketika permasalahan pelestarian lingkungan di abaikan oleh pihak-pihak yang terkait. Oleh sebab itu berbagai aktifitas manusia yang berhubungan dengan teknologi yang berbasis kimia yang memberikan kontribusi pencemaran perlu dipikirkan jalan keluarnya sehingga kelestarian lingkungan hidup tidak terancam.

Perkembangan industri kimia dengan berbagai teknologi modernnya ternyata masih menyisakan permasalahan yaitu terjadinya pencemaran lingkungan yang dapat mengancam kehidupan mahluk hidup dipermukaan bumi ini. Limbah industri yang tidak dikelola secara professional akan menimbulkan problem besar bagi negara-negara maju termasuk Indonesia. Salah satu contoh yang dapat menimbulkan pencemaran lingkungan adalah limbah cair yang mengandung logam-logam berat seperti ion logam Pb, Cr, Fe, Hg, Cu, dan lain-lain.

Pemanfaatan sumber kapasitas alam sebagai adsorben untuk menyerap logam-logam berat dewasa ini mulai membawa hasil yang cukup baik. Beberapa adsorben yang digunakan adalah gambut, tempurung kelapa, sekam, abu layang, serbuk kayu dan lain-lain yang digunakan untuk pengolahan air limbah yang mengandung zat-zat organik dan senyawa logam berat. Beberapa adsorben tersebut maka serbuk kayu gergaji termasuk adsorben ekonomis yang digunakan untuk menghilangkan zat warna pada industri tekstil. Pengunaan serbuk kayu jati sebagai adsorben untuk logam krom dan tembaga menarik untuk dipelajari.

Pada penelitian ini akan digunakan analisis statistik mutivariat. Apabila hasil pengamatan merupakan kumpulan beberapa variabel random, analisis statistik univariat dapat dilakukan terhadap masing-masing variabel random terpisah dan tidak diperhatikan kemungkinan adanya korelasi antar beberapa variabel secara bersamaan. Analisis multivariat dapat diamati apakah ada hubungan antara beberapa variabel random yang telah diketahui secara bersamaan.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan rumusan tersebut, dapatlah dirumuskan permasalahan yang akan dipecahkan dalam penelitian ini :

1. Apakah terdapat pengaruh metode adsorpsi pada proses adsorpsi serbuk kayu jati terhadap penyerapan logam berat.
2. Apakah terdapat pengaruh prosentase NaOH pada proses adsorpsi serbuk kayu jati terhadap penyerapan logam berat.
3. Apakah terdapat pengaruh dari interaksi antara metode adsorpsi dan prosentase NaOH pada proses adsorpsi serbuk kayu jati terhadap penyerapan logam berat.

1.3. Batasan Masalah

Agar pembahasan dalam masalah ini tidak meluas, maka dalam penelitian diberikan batasan-batasan sebagai berikut :

1. Data berasal dari hasil penelitian yang dituangkan dalam Laporan Penelitian Allwar (2004).
2. Analisis statistika yang digunakan adalah analisis variansi multivariat.
3. Logam yang diteliti adalah Cu dan Cr pada larutan campuran.
4. Untuk membantu dalam perhitungan digunakan bantuan paket komputer SPSS.10 dan Minitab.13.

1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas maka tujuan penelitian ini adalah :

1. Untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh metode adsorpsi pada proses adsorpsi serbuk kayu jati terhadap penyerapan logam berat.
2. Untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh konsentrasi NaOH pada proses adsorpsi serbuk kayu jati terhadap penyerapan logam berat.
3. Untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh dari interaksi antara metode adsorpsi dan konsentrasi NaOH pada proses adsorpsi serbuk kayu jati terhadap penyerapan logam berat.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat dipetik dalam penelitian ini adalah :

1. Secara teoritis dapat mengetahui sejauh mana aplikasi teori-teori statistik yang diperoleh dari bangku kuliah dapat diterapkan dalam dunia kerja.

2. Secara praktis penulisan ini dapat dijadikan referensi bagi pihak terkait, khususnya yang berkaitan dengan pengolahan limbah cairan berat yang berbahaya.

1.6. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam skipsi ini dapat diuraikan sebagai berikut :

BAB I : PENDAHULUAN

Didalam bab ini dikemukakan mengenai Latar Belakang Masalah, Rumusan Masalah, Tujuan Penelitian, Manfaat Penelitian dan Sistematika Penulisan.

BAB II : LANDASAN TEORI

Bab ini merupakan bagian yang menjadi landasan teori yang digunakan dalam memecahkan dan membahas masalah yang ada.

BAB III : METODOLOGI PENELITIAN

Dalam bab ini merupakan penjelasan secara garis besar tentang metode penelitian yang dipakai penulis.

BAB IV : APLIKASI DAN PEMBAHASAN

Dalam bab ini disajikan hasil output komputer dan dilakukan pembahasan pengolahan data dari output komputer.

BAB V : KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini merupakan kesimpulan akhir yang diperoleh dari pemecahan masalah maupun hasil pengumpulan data dan saran-saran bagi penelitian yang akan datang.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1. Analisa Multivariat

Analisis statistik multivariat, yaitu analisis statistik terhadap hasil pengamatan obyek-obyek atau individu-individu, dimana hasil pengamatan tersebut merupakan kumpulan beberapa variabel random. Analisis semacam ini akan diperlukan apabila diinginkan untuk mengamati gejala-gejala yang mungkin terjadi dari beberapa variabel random serempak (simultan).

Seperti telah diketahui, apabila hasil pengamatan merupakan beberapa variabel random, analisis statistik univariat yang biasanya diberikan dalam kuliah-kuliah statistika, dapat dilakukan terhadap masing-masing variabel random secara terpisah. Berlawanan dengan hal tersebut, dengan analisis statistik multivariat dapat diamati apakah ada hubungan antara beberapa variabel random yang diperhatikan, variabel random-variabel random mana yang lebih berpengaruh dan diharapkan dapat menghasilkan informasi yang lebih berarti.

2.1.1. Aspek Analisa Multivariat

Penggunaan analisa multivariat bisa diterapkan dalam beberapa bidang. Misalnya pada bidang biologi, bidang farmasi, bidang industri, bidang kedokteran, bidang sosiologi, bidang pendidikan dan lain-lain. Pada analisis multivariat ini akan selalu ditemui data yang merupakan pengukuran pada beberapa variabel atau karakteristik, misal x_{ij} menunjukkan harga tertentu pada variabel ke-i, dan pengamatan ke-j.

x_{ij} = item ke-j untuk variabel ke-i

n pengukuran pada p variabel dapat ditulis sebagai berikut :

	item 1	…	item j	…	item n
Variabel 1	x_{11}	…	x_{1j}	…	x_{1n}
Variabel 2	x_{21}	…	x_{2j}	…	x_{2n}
.	.		.		.
.	.		.		.
.	.		.		.
Variabel i	x_{i1}	…	x_{ij}	…	x_{in}
.	.		.		.
.	.		.		.
.	.		.		.
Variabel p	x_{p1}	…	x_{pj}	…	x_{pn}

Data ini apabila ditampilkan dalam matriks X, p baris n kolom, sebagai berikut :

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} x_{12} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x_{2n} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ij} & \cdots & x_{in} \\ . & . & . & . & . & . \\ x_{p1} & x_{p2} & \cdots & x_{pj} & \cdots & x_{pn} \end{bmatrix}$$

Dalam suatu data akan diperlukan ringkasan angka yang disebut statistik deskriptif. Misalnya rata-rata yang merupakan ukuran pusat dan variansi yang merupakan ukuran sebaran.

Secara umum mean sampel ke-i bila ada p variabel dan n pengukuran adalah

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n}\sum_{j}^{n} x_{ij} \qquad , i = 1, 2, \ldots, p. \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2.1.$$

Variansi sampel untuk variabel ke-i adalah

$$S_i^2 = S_n = \frac{1}{n}\sum (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 \qquad , i = 1, 2, \ldots, p. \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2.2.$$

(bila digunakan pembagi n-1 sebagai pengganti n, variansi sampel merupakan penduga tak bias untuk variansi populasi).

Akar variansi sampel ($\sqrt{S_{ii}}$) adalah standar deviasi sampel. Kovariansi sampel untuk variabel ke-i dan k adalah

$$S_{ik} = \frac{1}{n}\sum (x_{ij} - \bar{x}_i)(x_{kj} - \bar{x}_k) \qquad ; \begin{array}{l} i = 1,2,\ldots,p \\ k = 1,2,\ldots,p \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 2.3.$$

Kovariansi variabel ke-i dan i adalah variansi variabel ke-i $S_{ik} = S_{ki}$ untuk setiap i dan k.

Bila mean, varians-kovarians ditunjukkan dalam matriks maka akan terlihat seperti dibawah ini :

$$\text{Mean sampel } \underline{\bar{x}} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ . \\ . \\ . \\ \bar{x}_p \end{bmatrix}$$

$$\text{Variansi dan kovariansi sampel } \underline{\mathbf{S}}_n = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2p} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ S_{p1} & S_{p2} & \cdots & S_{pp} \end{bmatrix}$$

2.1.2. Vektor Random dan Matriks Random

Vektor random adalah vektor yang elemen-elemennya variabel random. Matriks random adalah matriks yang elemen-elemennya variabel random. Harga harapan matriks random adalah harapan dari elemen-elemennya.

Mean dan kovariansi vektor $\underset{px1}{\underline{\mathbf{X}}}$ dapat ditulis sebagai matriks yaitu :

$$E(\underline{x}) = \begin{bmatrix} E(X_1) \\ E(X_2 \\ \cdots \\ E(X_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \cdots \\ \mu_p \end{bmatrix} = \underline{\boldsymbol{\mu}}$$

$$\underline{\Sigma}\,(\underline{x}-\underline{\mu})(\underline{x}-\underline{\mu})' = E\left(\begin{bmatrix} x_1-\mu_1 \\ \cdots \\ x_p-\mu_p \end{bmatrix}[x_1-\mu_1,\cdots,x_p-\mu_p]\right)$$

$$= E\begin{bmatrix} (x_1-\mu_1)^2 & (x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2) & \cdots & (x_1-\mu_1)(x_p-\mu_p) \\ (x_2-\mu_2)(x_1-\mu_1) & (x_2-\mu_2)^2 & \cdots & (x_2-\mu_2)(x_p-\mu_p) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ (x_p-\mu_p)(x_1-\mu_{1)} & (x_p-\mu_p)(x_2-\mu_2) & \cdots & (x_p-\mu_p)^2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\Sigma} = \begin{bmatrix} E(x_1-\mu_1)^2 & E(x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2) & \cdots & E(x_1-\mu_1)(x_p-\mu_p) \\ E(x_2-\mu_2)(x_1-\mu_1) & E(x_2-\mu_2)^2 & \cdots & E(x_2-\mu_2)(x_p-\mu_p) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ E(x_p-\mu_p)(x_1-\mu_1) & E(x_p-\mu_p)(x_2-\mu_2) & \cdots & E(x_p-\mu_p)^2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\Sigma} = \text{cov}\,(\underline{x}) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 2.5.$$

merupakan matriks simetris. $\underline{\mu}$ adalah mean, $\underline{\Sigma}$ adalah varians-kovarians populasi.

2.2. Distribusi Normal Multivariat

Densitas normal multivariat untuk p vektor random $\underline{\mathbf{X}} = [X_1, X_2, \ldots, X_p]'$ mempunyai bentuk

$$f(\underline{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} |\underline{\Sigma}|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}(\underline{x}-\underline{\mu})'\underline{\Sigma}^{-1}(\underline{x}-\underline{\mu})} \;;\; \begin{matrix} -\infty < x_i < \infty \\ i = 1,2,\ldots,p \end{matrix} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 2.6.$$

diberi notasi $N_p(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$

dengan :

π = nilai konstan yang ditulis hingga 4 desimal $\pi = 3{,}1416$

e = bilangan konstan bila ditulis 4 desimal $e = 2,\,7183$

$\underline{\mu}$ = parameter, merupakan vektor rata-rata untuk distribusi

$\underline{\Sigma}$ = parameter, merupakan vektor kovariansi untuk distribusi dan dianggap definit positif.

Beberapa sifat penting distribusi normal multivariat adalah bila $\underline{X}$ berdistribusi normal multivariat maka :

a) kombinasi linier dari komponen-komponen $\underline{X}$ juga berdistribusi normal multivariat.

b) Semua himpunan bagian dari komponen-komponen dari $\underline{X}$ berdistribusi normal multivariat.

c) Kovarian nol mengakibatkan komponen-komponen yang bersangkutan independen.

d) Distribusi bersyarat dari komponen-komponen adalah normal multivariat.

Teorema 1 :

$\underline{X}$ berdistribusi $N_p\,(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$, maka $\underline{a}'\underline{X} = a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots + a_pX_p$ berdistribusi $N(\underline{a}'\underline{\mu}, \underline{a}'\underline{\Sigma}\underline{a})$

Teorema 2 :

$\underline{X}$ berdistribusi $N_p\,(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$, maka $\underline{X} + \underline{d}$ berdistribusi $N_p\,(\underline{\mu} + \underline{d}, \underline{\Sigma})$.

Teorema 3 :

$\underline{X}$ berdistribusi $N_p\,(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$, maka $\underline{A}\ \underline{X}$ berdistribusi $N(\underline{A}\underline{\mu}, \underline{A}\underline{\Sigma}\underline{A}')$ dimana $\underline{A}$ bertipe qxp.

Uji normalitas pada multivariat sebenarnya sangat kompleks, karena harus dilakukan pada seluruh variabel secara bersama-sama. Namun uji ini bisa dilakukan pada setiap variabel, dengan logika bahwa jika secara individual masing-masing variabel memenuhi asumsi normalitas, maka secara bersama-sama (multivariat) variabel-variabel tersebut juga bisa dianggap memenuhi asumsi normalitas.

Tujuan uji normalitas adalah ingin mengetahui apakah distribusi sebuah data mengikuti atau mendekati distribusi normal, yakni distribusi sebuah data dengan bentuk lonceng *(bell shaped),* data tersebut tidak menceng kekiri atau menceng kekanan.

2.3. Asumsi-asumsi Dalam Analisis Variansi Multivariat

Asumsi yang mendasari analisis variansi multivariat adalah

1. Observasi harus independen.
2. Matriks varians-kovarians harus sama untuk semua perlakuan..
3. Himpunan variabel dependen harus berdistribusi normal multivariat.

2.4. Pengujian Asumsi-asumsi Analisis Variansi Multivariat

2.4.1. Asumsi Tentang Kesamaan Matriks Kovarians

Analisis variansi multivariat dilakukan berdasarkan asumsi kesamaan matriks kovariansi. Pembahasan berikut akan mengemukakan prosedur pengujian hipotesis tentang kesamaan beberapa matriks kovarians dengan menggunakan uji Bartlett. Untuk memeriksa asumsi tentang kesamaan matriks kovariansi, maka dirumuskan hipotesis berikut :

$H_0 : \underline{\Sigma}_1 = \underline{\Sigma}_2 ... = \underline{\Sigma}_k ;$

yang berarti k buah matriks kovariansi adalah sama besar

H_1 : paling sedikit ada $\underline{\Sigma}_i \neq \underline{\Sigma}_k$; untuk $i \neq k$

Untuk menguji hipotesis di atas, maka perlu dilakukan beberapa perhitungan berikut :

1. Hitung $M = \sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)\ln|\underline{S}| - \sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)\ln|\underline{S}_i|$ …………2.7.

   dimana : $\underline{S} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)S_i}{\sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)}$ …………2.8.

di sini $\underline{S}_i$ adalah matriks varians-kovarians contoh yang merupakan penduga takbias bagi matriks varians-kovarians populasi $\underline{\Sigma}_i$, untuk i=1, 2,...,k sedangkan n_i adalah ukuran contoh ke-i, untuk i = 1, 2, ..., k. Tanda dua garis tegak$|\ |$ menunjukkan determinan dari matriks itu. S adalah matriks kovarians gabungan penduga bagi $\underline{\Sigma}$.

2. Selanjutnya hitung konstanta C^{-1}, sebagai berikut :

$$C^{-1} = 1 - \left\{ \frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)(k-1)} \right\} \left\{ \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{n_{i-1}} - \frac{1}{\sum_{i=1}^{k} (n_i - 1)} \right\} \qquad \text{............2.9.}$$

jika $(n_i - 1)$ semuanya sama besar untuk i = 1, 2, ..., k, katakanlah sama dengan q, maka C^{-1} dapat ditentukan secara lebih sederhana, yaitu :

$$C^{-1} = 1 - \left\{ \frac{(2p^2 + 3p - 1)(k+1)}{6(p+1)(k)(q)} \right\} \qquad \text{.............2.10.}$$

disini p adalah banyaknya variabel respons yang diamati, k adalah banyaknya matriks kovariansi yang diuji, q adalah derajat bebas.

3. Selanjutnya hitung MC^{-1}, dan ikuti kaidah keputusan berikut :

$$\text{jika } MC^{-1} \begin{cases} \leq \chi^2_{\alpha;v=\frac{1}{2}(k-1)(p)(p+1)} & \text{, maka terima } H_0 \\ > \chi_{\alpha;v=\frac{1}{2}(k-1)(p)(p+1)} & \text{, maka tolak } H_0 \end{cases}$$

Apabila pengujian hipotesis menujukkan Ho diterima, maka berarti asumsi tentang matriks kovariansi terpenuhi dan dengan demikian matriks kovariansi itu dapat digabung untuk membentuk matriks kovariansi gabungan $\underline{\Sigma}$, sebaliknya apabila berdasarkan pengujian statistik Ho ditolak berarti analisis varians multivariat tidak dapat dilakukan dengan jalan menggabung matriks kovarians itu menjadi matriks kovariansi gabungan $\underline{\Sigma}$, karena matriks-matriks kovariansi itu tidak sama semuanya.

Untuk menjelaskan secara lebih konkret tentang pengujian hipotesis kesamaan matriks kovariansi dalam analisis ragam multivariat, maka perhatikan data pada lampiran 1. Dilandasi asumsi bahwa matriks kovariansi antar perlakuan (kombinasi perlakuan) adalah sama, jadi dalam hal ini berlandaskan asumsi bahwa matriks-matriks kovariansi dari kombinasi perlakuan $KNaOH_{0\%}Metode_{flow}$ $KNaOH_{0\%}Metode_{batch}$, $KNaOH_{5\%}Metode_{flow}$, $KNaOH_{5\%}Metode_{batch}$, $KNaOH_{10\%}Metode_{flow}$, $KNaOH_{10\%}Metode_{batch}$, $KNaOH_{15\%}Metode_{flow}$, $KNaOH_{15\%}Metode_{batch}$, $KNaOH_{20\%}Metode_{flow}$, $KNaOH_{20\%}Metode_{batch}$ adalah sama. Jika asumsi tidak terpenuhi, maka jelas analisis variansi multivariat untuk data pada lampiran 1 manjadi tidak sahih karena melanggar asumsi tentang kesamaan matriks kovariansi antarperlakuan yang dicobakan.

Hipotesis untuk memeriksa asumsi tentang kesamaan matriks kovariansi antar perlakuan dirumuskan sebagai berikut :

$$H_0: \sum(KNaOH_{0\%}Metode_{flow}) = \sum(KNaOH_{0\%}Metode_{batch}) = \sum(KNaOH_{5\%}Metode_{flow}) = \sum(KNaOH_{5\%}Metode_{batch}) = \sum(KNaOH_{10\%}Metode_{flow}) = \sum(KNaOH_{10\%}Metode_{batch}) = \sum(KNaOH_{15\%}Metode_{flow}) = \sum(KNaOH_{15\%}Metode_{batch}) = \sum(KNaOH_{20\%}Metode_{flow}) = \sum(KNaOH_{20\%}Metode_{batch});$$

yang berarti semua matriks kovariansi dari berbagai kombinasi perlakuan yang dicobakan adalah sama besar.

H_1 : paling sedikit ada satu matriks kovariansi dari perlakuan (kombinasi perlakuan) tertentu yang tidak sama dengan matriks kovariansi lainnya.

2.4.2. Pengujian Asumsi Kenormalan Data

Dalam banyak model statistik, seringkali model yang dibuat menggunakan sampel yang digunakan berasal dari populasi yang mengikuti sebaran normal. Untuk menguji apakah suatu data berasal dari populasi yang mengikuti sebaran normal, dapat digunakan metode pengujian statistik non parametrik. Metode pengujian terhadap asumsi sebaran ini diperkenalkan oleh *Kolmogorof Smirnov (1933), Lilliefors (1967), Shapiro Wilk* dan *Chen (1960)*.

Metode pengujian diatas hanya berlaku untuk menguji asumsi sebaran normal satu variabel *(univariate)*. Seperti dalam regresi berganda untuk asumsi kenormalan, dari peubah-peubah asal terhadap setiap peubah yang terdapat dalam model peubah ganda tidak dapat dikatakan menguji kenormalan peubah ganda. Sampai saat ini belum ditemukan metode pengujian yang digunakan secara khusus untuk menguji asumsi kenormalan peubah ganda.

Dalam skripsi ini, pengujian terhadap asumsi kenormalan variabel-variabel menggunakan metode yang dikembangkan oleh *Mudholkar, Srivastava* dan *Lin (1995)*. Metode pengujian asumsi ini merupakan penyesuaian dari pengujian kenormalan satu variabel yang disajikan oleh *Shapiro-Wilk/Kolmogorov* diatas.

Hipotesis untuk pengujian asumsi kenormalan sebagai berikut :

H_0 : Data k variabel berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

H_1 :Data k variabel tidak berasal dari populasi yang berdistribusi normal

Statistik uji untuk hipotesis tersebut adalah :

$$W_F = -2\sum_{i=1}^{k} \ln p_i \qquad \text{..........2.11.}$$

W_F merupakan statistik uji yang diperoleh dari kombinasi nilai p (nilai signifikansiya) statistik uji *Shapiro-Wilk/Kolmogorov* dengan uji kombinasi seperti *Logit, Liptak, Tippet*, maupun metode lain yang berdasarkan kemencengan dan kelancipan, metode ini memiliki kuasa uji yang paling kuat *(Mudholkar, Srivastava* dan *Lin, 1995)*. Sementara p_i adalah nilai p untuk menguji kenormalan *Shapiro-Wilk/Kolmogorof* pada variabel ke-i. W_F mengikuti sebaran Chi-kuadrat dengan derajat bebas *2k*.

Berdasarkan statistik W_F diatas, hipotesis nol untuk pengujian asumsi normal k variabel akan ditolak apabila W_F lebih besar dari $\chi^2_{(\alpha,2k)}$.

2.4.2.1. Normalitas Data Metode Kolmogorov-Smirnov

Pengujian tentang normalitas data ini dikembangkan oleh *Kolmogorov* untuk mengetahui distribusi sampel yang dipunyai, dengan fungsi distribusi kumulatifnya adalah F(x), berdistribusi tertentu dalam hal ini normal, dengan distribusi kumulatifnya adalah F*(x). Pengujian ini, dilakukan dengan membandingkan sebaran fungsi distribusi kumulatif data sampel dengan sebaran fungsi distribusi kumulatif anggapan dari sampel.

Pengujian mengenai normalitas data dengan metode *Kolmogorov*, akan mengikuti langkah-langkah sebagai berikut :

1. Hipotesis

   H_0 : F(x) = F*(x). (Data berdistribusi normal)

H_1 : F(x) $\neq$ F*(x). (Data tidak berdistribusi normal)

2. Menentukan tingkat signifikansi (α)
3. Mencari nilai *Kolmogorov* hitung

Tahapan dalam mencari nilai *Kolmogorov* hitung adalah sebagai berikut :

a. Mencari nilai Z (Z_i)

$$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S}$$

dimana, Z_i : nilai uji Z,

x_i : harga/nilai observasi ke-i,

$\bar{x}$: mean sampel,

S : standar deviasi sampel.

b. Menghitung Fungsi Distribusi Kumulatif Empirik Sampel (S(x))

S(x) = $\frac{1}{n} \neq x_i \leq x$, dimana n : banyaknya data sampel.

c. Menghitung Fungsi Distribusi Kumulatif Anggapan Sampel (F*(x)) F*(x_i) = F(Z_i)

d. Menghitung nilai selisih absolut (T)

T = $|F^*(x) - S(x)|$

e. Memilih harga maksimum dari T (supremum terhadap semua x) yang sekaligus merupakan nilai dari *Kolmogorov* hitung.

T = sup $|F^*(x) - S(x)|$

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Dalam penelitian ini data yang dikumpulkan merupakan data sekunder. Dari sudut pandang statistik, data dibagi menjadi dua, yang pertama adalah data kualitatif yaitu data yang dinyatakan dalam bentuk bukan angka, dan yang kedua adalah data kuantitatif yaitu data yang dinyatakan dalam bentuk angka. Menurut sumbernya data juga dibedakan menjadi dua, pertama adalah data primer yaitu data yang diperoleh langsung dari sumbernya, kedua adalah data sekunder yaitu data yang tidak diperoleh langsung dari sumbernya.

3.1. Obyek Penelitian

Dalam penelitian Allwar (2004), obyek penelitian adalah serbuk kayu jati yang merupakan adsorben dalam penyerapan logam berat. Metode Adsorpsi yang dibandingkan metode perendaman dan pengadukan (batch) dan metode pengaliran secara grafitasi (flow). Dan juga serbuk kayu jati tanpa diberi treatment dan yang diberi treatment NaOH. Pada penelitian ini peneliti akan mencatat data dari penyerapan serbuk kayu jati pada logam Cu dan Cr setelah dilakukan proses adsorpsi.

3.2. Pengumpulan Data

Pengumpulan data yang digunakan pada penelitian kali ini adalah metode dokumentasi, yaitu metode pengumpulan data yang menggunakan dokumen atau catatan tertulis dari pihak peneliti sebelumnya. Dalam skripsi ini data ditampilkan dalam lampiran 1.

3.3. Kajian Pustaka

Penelitian ini diambil dari hasil penelitian yang dituangkan dalam Laporan Penelitian Allwar *(2004)* dengan judul "Penentuan Kapasitas Adsorpsi Serbuk Kayu Jati Dengan Penambahan Dan Tanpa Penambahan Basa Kuat NaOH Terdapat Logam Khrom Dan Tembaga dengan Metode Batch Dan Flow". Tujuan penelitian yang dilakukan adalah upaya mencari analisis alternatif untuk menunjang pencarian bahan alternatif yang dapat menyerap logam berat beracun dalam air. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan sumbangan pemikiran dalam rangka menjaga kelestarian lingkungan dari pencemaran limbah industri.

Hasil penelitian menujukkan bahwa sebuk kayu jati mampu menyerap logam Cu dan Cr dalam larutan air dengan berbagai variasi konsentrasi NaOH, variasi konsentrasi logam dan variasi metoda flow dan batch. Hasil kapasitas serapan serbuk kayu jati terhadap logam Cu dan Cr dapat dilihat dalam lampiran 1. Didalam mengambil keputusan dari hasil penelitian Allwar (2004) dilakukan dengan menggunakan uji anava tiga/empat arah.

3.4. Teknik Analisis Data

Seringkali lebih dari dua populasi ingin dibandingkan. Sampel random masing-masing diambil dari *g* populasi ditulis sebagai berikut :

Populasi 1 : $\underline{X}_{11}, \underline{X}_{12}, .., \underline{X}_{1n_1}$

Populasi 2 : $\underline{X}_{21}, \underline{X}_{21}, .., \underline{X}_{2n_2}$

.

.

.

Populasi g : $\underline{X}_{g1}, \underline{X}_{g2}, ..., \underline{X}_{gn_g}$

Analisis Variansi Multivariat (MANOVA) digunakan untuk menyelidiki apakah vektor-vektor *mean* populasi sama. Bila tidak, komponen mana yang signifikan berbeda.

Untuk mempermudah pemahaman tentang MANOVA, sebelumnya peneliti akan menguraikan ringkasan tentang analisis variansi univariat.

3.4.1. Analisis Variansi Univariat

Analisis variansi bersendikan pada pemecahan variansi dari semua observasi menjadi bagian-bagian yang masing-masing mengukur variabilitas yang ditimbulkan oleh berbagai sumber penyebab, misalnya variasi interval dari beberapa populasi, variasi antar populasi dan sebagainya. Persoalan dasar dari analisis ini adalah perbandingan rata-rata (*mean*) beberapa populasi (Soejoeti, 1986). Dalam bentuk yang paling sederhana, analisis ini digunakan untuk menguji signifikansi dari perbedaan rata-rata dari sejumlah populasi yang berbeda.

Pada keadaan univariat, $X_{\ell 1}, X_{\ell 2}, ..., X_{\ell n_\ell}$ adalah random dari populasi normal N (μ, σ^2), ℓ = 1, 2, ..., g, dan sampel random adalah independen. Dapat dinyatakaan dalam bentuk

$$X_{\ell j} = \mu + \tau_\ell + e_{\ell j} \qquad ; \begin{array}{l} \ell = 1,2,...,g \\ j = 1,2,...,n_\ell \end{array} \qquad ....3.1.$$

Dimana

$X_{\ell j}$ = nilai pengamatan (respons tunggal) dari ulangan ke-j yang memperoleh perlakuan ke- ℓ

μ = nilai rata-rata sampel keseluruhan

τ_{ℓ} = pengaruh perlakuan ke- ℓ

$e_{\ell j}$ = pengaruh galat (error) yang muncul pada ulangan ke-j yang memperoleh perlakuan ke- ℓ.

Dimana e_{ij} adalah eror random dengan variabel independen N $(0, \sigma^2)$. Penjabaran dari persamaan diatas adalah :

$$X_{\ell j} = \bar{x} + (\bar{x}_{\ell} - \bar{x}) + (x_{\ell j} - \bar{x}_{\ell}) \qquad \text{.............3.2.}$$

Tabel dari analisis variansi univariat adalah sebagai berikut :

Tabel 3.1 Tabel Anova

Sumber Variasi	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas
Perlakuan	JKP	g – 1
Residual	JKR	$\sum_{\ell=1}^{g} n_{\ell} - g$
Total	JKT	$\sum_{\ell=1}^{g} n_{\ell} - 1$

Berikut adalah rumus-rumus mencari

$$\text{JKP} = \sum_{\ell=1}^{g} n_1 (\bar{x}_{\ell} - \bar{x})^2 \qquad \text{............3.3.}$$

$$\text{JKR} = \sum_{\ell=1}^{g} \sum_{j=1}^{n_{\ell}} (x_{\ell j} - \bar{x}_{\ell})^2 \qquad \text{............3.4.}$$

$$\text{JKT} = \sum_{\ell=1}^{g}\sum_{j=1}^{n_\ell}(x_{\ell j} - \bar{x})^2 \qquad \text{............3.5.}$$

Keterangan :

JKP = Jumlah Kuadrat Perlakuan

JKR = Jumlah Kuadrat Residual

JKT = Total kuadrat total

Untuk menguji hipotesisnya, Ho tidak terdapat pengaruh perlakuan, H_1 : terdapat pengaruh perlakuan

$$H_0 : \tau_i = \tau_2 = ... = \tau_g = 0$$

$$H_1 : \text{minimal salah satu } \tau_g \neq 0$$

Pada tingkat signifikansi α Ho akan ditolak jika

$$\text{F} = \frac{JKP/(g-1)}{JKR/(\sum n_{i-g})} > F_{g-1,\sum n_\ell - g}(\alpha) \qquad \text{............3.6.}$$

3.4.2. Analisis Variansi Multivariat

Pada dasarnya analisis variansi multivariat merupakan pengembangan lebih lanjut dari analisis variansi univariat atau yang lebih dikenal sebagai analisis variansi. Jika dalam analisis variansi univariat hanya dikaji pengaruh berbagai perlakuan yang dicobakan terhadap respon tunggal (satu buah variabel respon), maka dalam analisis variansi multivariat dikaji pengaruh dari perlakuan yang dicobakan terhadap respon lebih dari satu. Analisis variansi multivariat ini merupakan perluasan dari tehnik univariat untuk menaksir perbedaan di antara rata-rata sampel. Pada ANAVA Ho menguji tentang apakah rata-rata dari seluruh variabel independen adalah sama. Sedangkan pada MANOVA Ho menguji tentang apakah vektor rata-rata dari seluruh variabel dependen adalah sama.

Model MANOVA untuk membandingkan g vektor mean pulasi adalah

$$\underline{X}_{\ell jk} = \underline{\mu}_k + \underline{\tau}_{\ell k} + \underline{e}_{\ell jk} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 3.7.$$

Dimana

$\underline{X}_{\ell jk}$ = nilai pengamatan respons ke-k dari ulangan ke-j yang memperoleh perlakuan ke-ℓ

$\underline{\mu}_k$ = nilai rata-rata dari respons ke-k

$\underline{\tau}_{\ell k}$ = pengaruh perlakuan ke-ℓ terhadap respons ke-k

$\underline{e}_{\ell jk}$ = pengaruh galat (error) yang muncul pada pengukuran X $_{\ell jk}$, artinya yang timbul pada respon ke-k dari ulangan ke-j yang memperoleh perlakuan ke-ℓ.

Penjabaran dari persamaan diatas adalah

$$\underline{x}_{\ell jk} = \bar{\underline{x}}_k + (\bar{\underline{x}}_{\ell k} - \bar{\underline{x}}_k) + (\underline{x}_{\ell jk} - \bar{\underline{x}}_{\ell k}) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 3.8.$$

Tabel dari analisis variansi multivariat adalah

Tabel 2.2 Tabel Manova

Sumber Variasi	Matriks jumlah kuadrat dan hasil kali silang	Derajat Bebas
Perlakuan	$\underline{A}$	g – 1
Residual	$\underline{D}$	$\sum_{\ell=1}^{g} n_\ell - g$
Total	$\underline{T}$	$\sum_{\ell=1}^{g} n_\ell - 1$

Dari tabel diatas kita bisa mendapatkan nilai dari $\lambda*$ yang akan digunakan untuk menguji hipotesisnya

$$\lambda* = \frac{|\underline{D}|}{|\underline{A}+\underline{D}|} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 3.9.$$

Berikut adalah rumus-rumus untuk mencari

$$\underline{A} = \sum_{\ell=1}^{g} n_1 (\underline{\bar{x}}_\ell - \underline{\bar{x}})(\underline{\bar{x}}_\ell - \underline{\bar{x}})' \qquad \text{............3.10.}$$

$$\underline{D} = \sum_{\ell=1}^{g} \sum_{j=1}^{n_\ell} (\underline{x}_{\ell j} - \underline{\bar{x}}_\ell)(\underline{x}_{\ell j} - \underline{\bar{x}}_\ell)' \qquad \text{............3.11.}$$

$$\underline{T} = \sum_{\ell=1}^{g} \sum_{j=1}^{n_\ell} (\underline{x}_{\ell j} - \underline{\bar{x}})(\underline{x}_{\ell j} - \underline{\bar{x}})' \qquad \text{............3.12.}$$

Keterangan

$\underline{A}$ = matriks jumlah kuadrat antara perlakuan dan hasil kali silang

$\underline{D}$ = matriks jumlah kuadrat dalam perlakuan dan hasil kali silang

$\underline{T}$ = matriks jumlah kuadrat total terkoreksi dan hasil kali silang.

Untuk menguji hipotesisnya, Ho tidak terdapat pengaruh perlakuan, H_1 terdapat pengaruh perlakuan

$H_0 : \underline{\tau}_1 = \underline{\tau}_2 = ... = \underline{\tau}_g = 0$

H_1 : minimal salah satu $\underline{\tau}_g \neq 0$

Distribusi dari $\lambda^* = \dfrac{|\underline{D}|}{|\underline{A} + \underline{D}|}$ adalah

Tabel 3.3 Distribusi λ^*

Jumlah variabel	jumlah group	distribusi sampling data multivariat
p = 1	g ≥ 2	$\left(\frac{\sum n_\ell - g}{g-1}\right)\left(\frac{1-\lambda^*}{\lambda^*}\right) \approx F_{g-1,\sum n_\ell - g}(\alpha)$
p = 2	g ≥ 2	$\left(\frac{\sum n_\ell - g - 1}{g-1}\right)\left(\frac{1-\sqrt{\lambda^*}}{\sqrt{\lambda^*}}\right) \approx F_{2(g-1),2(\sum n_\ell - g-1)}(\alpha)$
p ≥ 1	g = 2	$\left(\frac{\sum n_\ell - p - 1}{p-1}\right)\left(\frac{1-\lambda^*}{\lambda^*}\right) \approx F_{p,\sum n_\ell - p-1}(\alpha)$
p ≥ 1	g = 3	$\left(\frac{\sum n_\ell - p - 2}{p}\right)\left(\frac{1-\sqrt{\lambda^*}}{\sqrt{\lambda^*}}\right) \approx F_{2p,2(\sum n_\ell - p-2)}(\alpha)$

Pada pendekatan Bartlett, bila Ho benar dan $\sum n_\ell = n$ besar,

$$-\left(\frac{n-1-(p+g)}{2}\right)\ln \lambda^* = -\left(\frac{n-1-(p+g)}{2}\right)\ln \frac{|\underline{D}|}{|\underline{A}+\underline{D}|} \qquad \text{.............3.13}$$

jadi untuk $\sum n_\ell = n$ besar, maka Ho akan ditolak pada tingkat signifikansi α bila :

$$-\left(\frac{n-1-(p+g)}{2}\right)\ln \frac{|\underline{D}|}{|\underline{A}+\underline{D}|} > \chi^2_{p(g-1)}(\alpha) \qquad \text{............3.14}$$

dimana $\chi^2_{p(g-1)}(\alpha)$ adalah persentil atas dari distribusi Chi-Kuadrat dengan p (g-1) adalah derajat bebas.

3.4.3. Analisis Variansi Multivariat Dua Arah

Analisis variansi multivariat dua arah merupakan pengembangan dari Analisis variansi dua arah, bedanya pada k buah respons lebih dari satu.

Model umum dari analisis variansi multivariat dua arah, adalah :

$$\underline{X}_{\ell kr} = \underline{\mu} + \underline{\tau}_\ell + \underline{\beta}_k + \underline{\gamma}_{\ell k} + \underline{e}_{\ell kr} \qquad \text{............3.15.}$$

ℓ = 1, 2,..., g, k = 1, 2,..., b, r = 1, 2,..., n dimana :

$\sum_{\ell=1}^{g} \underline{\tau}_{\ell} = \sum_{k=1}^{b} \underline{\beta}_{k} = \sum_{\ell}^{g} \underline{\gamma}_{\ell k} = \sum_{k=1}^{b} \underline{\gamma}_{\ell k} = 0$. Semua vektor berordo p x 1 dan $\underline{e}_{\ell kr}$ adalah vektor random yaitu $N_p(0, \underline{\Sigma})$.

Observasi dari vektor $\underline{x}_{\ell kr}$, dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\underline{x}_{\ell kr} = \bar{\underline{x}} + (\bar{\underline{x}}_{\ell} - \bar{\underline{x}}) + (\bar{\underline{x}}_{k} - \bar{\underline{x}}) + (\bar{\underline{x}}_{\ell k} - \bar{\underline{x}}_{\ell} - \bar{\underline{x}}_{k} + \bar{\underline{x}}) + (\underline{x}_{\ell kr} - \bar{\underline{x}}_{lk}) \quad \text{........3.16.}$$

dimana $\bar{\underline{x}}$ adalah vektor rata-rata dari seluruh observasi, $\bar{\underline{x}}_{\ell}$ adalah vektor rata-rata observasi dari faktor 1, $\bar{\underline{x}}_{k}$ adalah vektor rata-rata observasi dari faktor 2 dan $\bar{\underline{x}}_{\ell k}$ adalah vektor rata-rata observasi dari faktor 1 dan faktor 2.

Tabel dari analisis variansi multivariat dua arah adalah

Tabel 3.1 Tabel Manova Dua Arah

Sumber variasi	jumlah kuadrat matriks dan persilangan produk (SSP)	derajat bebas
Faktor 1	$\underline{SSP}_{fak1}$	g-1
Faktor 2	$\underline{SSP}_{fak2}$	b-1
Interaksi	$\underline{SSP}_{int}$	(g-1)(b-1)
Eror	$\underline{SSP}_{res}$	gb (n-1)
Total	$\underline{SSP}_{tot}$	gbn-1

Berikut adalah rumus-rumus untuk mencari

$$\underline{SSP}_{fak1} = \sum_{\ell=1}^{g} bn(\bar{\underline{x}}_{\ell} - \bar{\underline{x}})(\bar{\underline{x}}_{\ell} - \bar{\underline{x}})' \quad \text{.............3.17.}$$

$$\underline{SSP}_{fak2} = \sum_{k=1}^{b} gn(\bar{\underline{x}}_{k} - \bar{\underline{x}})(\bar{\underline{x}}_{k} - \bar{\underline{x}})' \quad \text{.............3.18.}$$

$$\underline{SSP}_{int} = \sum_{\ell=1}^{g}\sum_{k=1}^{b} n(\bar{\underline{x}}_{\ell k} - \bar{\underline{x}}_{\ell} - \bar{\underline{x}}_{k} + \bar{\underline{x}})(\bar{\underline{x}}_{\ell k} - \bar{\underline{x}}_{\ell} - \bar{\underline{x}}_{k} + \bar{\underline{x}})' \quad \text{............3.19.}$$

$$\underline{SSP}_{res} = \sum_{\ell=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(\underline{x}_{\ell kr} - \bar{\underline{x}}_{\ell k})(\underline{x}_{\ell kr} - \bar{\underline{x}}_{\ell k})' \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 3.20.$$

$$\underline{SSP}_{tot} = \sum_{\ell=1}^{g}\sum_{k=1}^{b}\sum_{r=1}^{n}(\underline{x}_{\ell kr} - \bar{\underline{x}})(\underline{x}_{\ell kr} - \bar{\underline{x}})' \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 3.21.$$

Keterangan

$\underline{SSP}_{fak1}$ = jumlah kuadrat matriks dan persilangan produk faktor 1

$\underline{SSP}_{fak2}$ = jumlah kuadrat matriks dan persilangan produk faktor 2

$\underline{SSP}_{int}$ = jumlah kuadrat matriks dan persilangan produk interaksi faktor 1 dan faktor 2

$\underline{SSP}_{res}$ = jumlah kuadrat matriks dan persilangan produk residual

$\underline{SSP}_{tot}$ = jumlah kuadrat matriks persilangann produk total

Dan pengujian hiopotesisnya adalah

- Pengujian pengaruh utama faktor 1

  $H_0 : \underline{\tau}_1 = \underline{\tau}_2 = \ldots = \underline{\tau}_g = 0$

  (tidak ada pengaruh faktor 1)

  H_1 : minimal salah satu $\underline{\tau}_g \neq 0$

  (terdapat pengaruh faktor 1)

  bila sampel besar, maka dengan menggunakan pendekatan Bartlett's Ho akan ditolak pada tingkat signifikansi α jika

$$-\left[gb(n-1) - \frac{p+1-(g-1)(b-1)}{2}\right]\ln \lambda^* > \chi^2_{(g-1)p}(\alpha) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 3.22.$$

  (g – 1) p adalah derajat bebas dari distribusi Chi-kuadrat untuk pengujian pengaruh utama faktor 1, dan nilai Wilk's lamda diberikan pada persamaan berikut:

$$\lambda^* = \frac{|\underline{SSP}_{res}|}{|\underline{SSP}_{fak1} + \underline{SSP}_{res}|} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 3.23.$$

- Pengujian pengaruh faktor utama faktor 2

  $H_0 : \underline{\beta}_1 = \underline{\beta}_2 = \ldots = \underline{\beta}_b = 0$

  (tidak ada pengaruh faktor 2)

  H_1 : minimal salah satu $\underline{\beta}_b \neq 0$

  (terdapat pengaruh faktor 2)

  bila sampel besar, maka dengan menggunakan pendekatan Bartlett's Ho akan ditolak pada signifikansi α jika

$$-\left[gb(n-1) - \frac{p+1-(g-1)(b-1)}{2}\right]\ln \lambda^* > \chi^2_{(b-1)p}(\alpha) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 3.24.$$

  (b – 1) p adalah derajat bebas dari distribusi Chi-kuadrat untuk pengujian pengaruh utama faktor 2, dan nilai Wilk's lamda diberikan pada persamaan berikut:

$$\lambda^* = \frac{|\underline{SSP}_{res}|}{|\underline{SSP}_{fak2} + \underline{SSP}_{res}|} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 3.25.$$

- Pengujian untuk faktor interaksi

  $H_0 : \underline{\gamma}_{11} = \underline{\gamma}_{12} = \ldots = \underline{\gamma}_{gb} = 0$

  (tidak ada interaksi antara faktor 1 dan faktor 2)

  H_1 : minimal salah satu $\underline{\gamma}_{gb} \neq 0$

  (ada interaksi antara faktor 1 dan faktor 2)

  bila sampel besar, maka dengan menggunakan pendekatan Bartlett's Ho akan ditolak pada tingkat signifikansi α jika

$$-\left[gb(n-1)-\frac{p+1-(g-1)(b-1)}{2}\right]\ln\lambda^{*} > \chi^{2}_{(g-1)(b-1)p}(\alpha) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 3.26.$$

(g − 1) (b − 1) p **adalah derajat bebas dari distribusi Chi-kuadrat untuk** pengujian faktor interaksi, dan nilai Wilk's lamda diberikan pada persamaan berikut:

$$\lambda^{*} = \frac{\left|\underline{SSP}_{res}\right|}{\left|\underline{SSP}_{\text{int}} + \underline{SSP}_{res}\right|} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 3.27.$$

3.4.4. Pengujian Asumsi Homogenitas

Seperti halnya pada uji normalitas maka pada pembahasan selanjutnya akan diadakan pengujian tentang homogenitas varian. Akan diuji suatu hipotesis dimana hipotesis nol dan hipotesis alternatifnya adalah :

H_0 : semua matriks kovarians dari kombinasi perlakuan adalah homogen

H_1 : tidak semua matriks kovarians dari kombinasi perlakuan homogen.

Berdasarkan sampel acak yang masing-masing diambil dari setiap populasi dan selanjutnya dari sampel-sampel tersebut akan dilakukan pengujian. Untuk uji homogenitas digunakan *uji Box's M* sebagai generalisasi dari *uji Bartlet*.

- Hipotesis :

  Ho : $\underline{\Sigma}_1 = \underline{\Sigma}_2 = \ldots = \underline{\Sigma}_k$

  $\underline{S}_i$ merupakan penduga tak bias $\underline{\Sigma}_i$

  Bila Ho benar, yaitu : $\underline{\Sigma}_1 = \underline{\Sigma}_2 = \ldots = \underline{\Sigma}_k = \underline{\Sigma}$

  $$\underline{S} = \frac{1}{\Sigma(n_i - 1)} \sum (n_i - 1) S_i$$

- Statistik penguji (Box's M)

  $$\mathrm{M} = \sum (n_i - 1) \ln\left|\underline{S}\right| - \sum (n_i 1) \ln\left|\underline{S_i}\right|$$

MC^{-1} dimana

$$C^{-1} = 1 - \frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)(k+1)}$$

Mendekati distrubusi Chi-Quadrat dengan derajad bebas ½(k-1)p(p+1)

- Aturan keputusan

  - Terima Ho bila P-value $\geq \alpha_{0.01}$

  - Tolak Ho bila P-value $< \alpha_{0.01}$

BAB IV

APLIKASI

4.1. Pengujian Asumsi-asumsi Analisis Variansi Multivariat

4.1.1 Uji Homogenitas

Dalam pengujian asumsi homogenitas dilakukan dengan bantuan SPSS.10. yang hasilnya sebagai berikut:

Tabel 4.1 Pengujian Asumsi Homogenitas

Teori Box's M	70,900
F	1,516
df1	27
df2	1.066
Sig.	0,045

Sumber : lampiran 3

Dari tabel diatas dapat dilihat bahwa nilai signifikansi atau nilai probabilitasnya adalah 0,045 lebih besar dari $\alpha = 0{,}01$, maka dapat disimpulkan bahwa data tersebut mempunyai matriks varians-kovarians yang sama. Dengan demikian asumsi homogenitas terpenuhi untuk $\alpha = 0{,}01$.

4.2. Pengujian Normalitas Data

Prosedur uji ini menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov, melalui operasi komputer dengan Software SPSS.10, dapat diperoleh hasil dari output sebagai berikut :

Tabel 4.2 Uji Normalitas

Kolmogorov-Smirnov		$\text{Ln}\, p_i$
Residual	Sig. (k variabel)	
Cu	0,227	-1,483
Cr	0,548	-0,615
	W_F	4,169
	$\chi^2_{(o.05,4)}$	9,9477

Sumber: Lampiran 3

Hipotesis :

H_0 : Data dua variabel (Cu dan Cr) berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

H_1 : Data dua variabel (Cu dan Cr) tidak berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

Dari pengujian *Kolmogorov-Smirnov* diatas, berdasarkan statistik hitung W_F diperoleh 4,169 yang lebih kecil dari statistik tabel $\chi^2_{(o.05,4)}$ yakni 9,947. Jadi dapat disimpulkan bahwa Ho diterima atau data dua variabel (Cu dan Cr) berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Apabila dipakai uji signifikansinya, didapat $\alpha = 0,595$, yang berarti juga signifikan.

4.2. Pembahasan

Dari data yang diperoleh ada dua variabel independent yaintu metode adsorpsi dan konsentrasi NaOH dan dua variabel dependen yaitu logam berat Cu dan Cr. Akan dibahas pengaruh dari metode adsorpsi dan konsentrasi NaOH terhadap penyerapan serbuk kayu jati pada logam Cu dan Cr.

Pada output yang dihasilkan oleh software SPSS 10.0 nilai λ^* dari metode, NaOH, dan interaksi antara metode-NaOH telah diketahui.

Tabel 4.3 Hasil Pengujian Manova

Sumber variasi	λ^*	Db
metode	0,372	1
NaOH	0,468	4
Int. metode-NaOH	0,562	4

Sumber : Lampiran 4

Dengan melihat tabel diatas, maka kita dapat menganalisis pengaruh dari faktor metode, NaOH dan interaksi metode-NaOH.

Untuk faktor metode, Ho adalah tidak ada pengaruh faktor metode, H_1 adalah terdapat pengaruh faktor metode adsorpsi

$H_0 : \underline{\tau}_1 = \underline{\tau}_2 = ... = \underline{\tau}_g = 0$

H_1 : minimal salah satu $\underline{\tau}_g \neq 0$

daerah penolakan untuk Ho adalah

$-\left[gb(n-1) - \frac{p+1-(g-1)}{2}\right]\ln \lambda^* > \chi^2_{(g-1)p}(\alpha)$ pada tingkat signifikansi $\alpha = 0{,}05$, didapatkan nilai dari

$-\left[gb(n-1) - \frac{p+1-(g-1)}{2}\right]\ln \lambda^* = -\left[2.5(2) - \frac{3-1}{2}\right]\ln 0{,}340$ =-(19)(-1,09889) =18,7883. Pada tabel kita dapat mengetahui nilai $\chi^2_2(0{,}05)$ = 5,9915 karena 18,7883>5,9915 maka Ho ditolak yang berarti ada pengaruh pada faktor metode adsorpsi. Dari T-Test (lampiran 6) signifikan untuk logam Cu dan Cr lebih kecil dari

0,05, berarti bahwa kapasitas serap kayu jati terhadap logam Cu dan Cr memang berbeda dan metode flow yang lebih baik untuk penyerapan logam Cu dan Cr.

Untuk faktor NaOH, Ho adalah tidak ada pengaruh faktor konsentasi NaOH, H_1 adalah terdapat pengaruh faktor konsentrasi NaOH

$H_0 : \underline{\beta}_1 = \underline{\beta}_2 = \ldots = \underline{\beta}_b = 0$

H_1 : minimal salah satu $\underline{\beta}_b \neq 0$

daerah penolakan untuk Ho adalah

$-\left[gb(n-1) - \frac{p+1-(b-1)}{2}\right]\ln \lambda^* > \chi^2_{(b-1)p}(\alpha)$ pada tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$, didapatkan nilai dari

$-\left[gb(n-1) - \frac{p+1-(b-1)}{2}\right]\ln \lambda^* = -\left[2.5(2) - \frac{3-4}{2}\right]\ln 0,468$ =-(20,5)(-0,7592) = 15,5073. Pada tabel kita dapat mengetahui nilai $\chi^2_8(0,05)$ = 15,5073, karena 15,564>15,5073 maka Ho ditolak yang berarti ada pengaruh faktor konsentrasi NaOH, meskipun pengaruhnya kecil. Ini bisa bandingkan dengan output komputer (lampiran 4) dari signifikansi keempat analisis, hanya Pillai's Trace yang mengatakan ada pengaruh pada faktor NaOH. Dan dari uji perbandingan ganda bisa disimpulkan bahwa pada konsentrasi 0% atau tanpa penambahan konsentrasi NaOH paling baik menyerap logam Cu dan Cr.

Untuk interaksi, Ho adalah tidak ada pengaruh interaksi antara faktor metode adsorpsi dan faktor konsentrasi NaOH, H_1 adalah ada pengaruh interaksi antara faktor metode adsorpsi dan konsentrasi NaOH.

$H_0 : \underline{\gamma}_{11} = \underline{\gamma}_{12} = \ldots = \underline{\gamma}_{gb} = 0$

H_1 : minimal salah satu $\underline{\gamma}_{gb} \neq 0$

daerah penolakan untuk Ho adalah

$-\left[gb(n-1)-\frac{p+1-(g-1)(b-1)}{2}\right]\ln \lambda^* > \chi^2_{(g-1)(b-1)p}(\alpha)$ pada tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$, didapatkan nilai dari

$$-\left[gb(n-1)-\frac{p+1-(g-1)(b-1)}{2}\right]\ln \lambda^* = -\left[2.5(2)-\frac{3-(1)(4)}{2}\right]\ln 0{,}562$$

=-(19,5)-(0,576) = 11,237. Pada tabel kita dapat mengetahui nilai $\chi^2_8(0{,}05) = 15{,}507$, karena 11,237<15,507 maka Ho diterima yang berarti tidak ada interaksi antara faktor metode adsorpsi dan faktor konsentrasi NaOH.

Pada penelitian terdahulu dengan menggunakan Anava 3 arah dan 4 arah, Allwar menyimpulkan bahwa :

1. Terdapat pengaruh kapasitas serap kayu jati pada metode flow dan batch terhadap logam Cu dan Cr secara signifikan.
2. Terdapat pengaruh kapasitas serap kayu jati pada konsentrasi NaOH terhadap logam Cu dan Cr secara signifikan.
3. Dengan metode flow dan batch untuk menyerap logam Cu dan Cr dengan penambahan konsentrasi NaOH pada serbuk kayu jati terdapat perbedaan yang signifikan dimana semakin kecil konsentrasi NaOH maka mempunyai kapasitas serap lebih besar.

Pada penelitian ini, dengan menggunakan metode Manova dua arah dapat disimpulkan bahwa:

1. Terdapat pengaruh kapasitas serap kayu jati pada metode flow dan batch terhadap penyerapan logam campuran Cu dan Cr secara signifikan. Dari T-Test

didapat bahwa kapasitas serap kayu jati terhadap logam Cu dan Cr memang berbeda dan metode flow yang lebih baik untuk penyerapan logam Cu dan Cr.

2. Terdapat pengaruh kapasitas serap kayu jati pada konsentrasi NaOH terhadap logam campuran Cu dan Cr secara signifikan. Dan dari uji perbandingan ganda bisa disimpulkan bahwa pada konsentrasi 0% atau tanpa penambahan konsentrasi NaOH paling baik menyerap logam Cu dan Cr.
3. Interaksi kedua perlakuan terhadap campuran Cu dan Cr secara bersama-sama dapat disimpulkan bahwa interaksi antara metode dan konsentrasi NaOH pada serbuk kayu jati tidak mempengaruhi penyerapan campuran logam Cu dan Cr.

Dari kedua analisis ini ada perbedaan pada interaksi perlakuan metode dan konsentrasi NaOH pada serbuk kayu jati terhadap penyerapan campuran Cu dan Cr. Pada penelitian terdahulu respon dianalisis secara terpisah yakni Cu dan Cr sebagai variabel independen. Dari kasus ini lebih akurat menggunakan Manova, karena respon dianalisis bersama-sama, yakni larutan campuran Cu dan Cr.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Dari hasil pembahasan dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Pada proses adsorpsi serbuk kayu jati, variabel metode adsorpsi mempengaruhi penyerapan logam berat. Pada perbandingan metode, metode flow lebih baik dalam penyerapan logam berat.
2. Pada proses adsorpsi serbuk kayu jati, variabel konsentrasi NaOH mempengaruhi penyerapan logam berat. Dan pada konsentrasi 0% atau tanpa penambahan konsentrasi NaOH paling baik menyerap logam Cu dan Cr.
3. Pada proses adsorpsi serbuk kayu jati, interaksi antara metode dan NaOH tidak mempengaruhi penyerapan logam berat

5.2. Saran

1. Dari penelitian terdahulu

1. Pada penelitian dengan terdahulu mengunakan Anava 3 dan 4 arah respon dianalisis secara terpisah yakni, Cu dan Cr sebagai variabel independen. Dari kasus ini lebih akurat menggunakan Manova, karena respon dianalisis bersama-sama, yakni larutan campuran Cu dan Cr.
2. Bagi peneliti selanjutnya, sebaiknya penelitian yang dilakukan tidak hanya pada logam Cu dan Cr saja.
3. Bagi peneliti selanjutnya, bisa mencari alternatif selain NaOH untuk memaksimalkan penyerapan kayu jati terhadap logam berat.

Daftar Pustaka

Allwar, 2004, *Penentuan Kapasitas Adsorpsi Serbuk Kayu Jati Dengan Penambahan Dan Tanpa Penambahan Basa Kuat NaOH Terdapat Logam Khrom Dan Tembaga dengan Metode Batch Dan Flow*, Kimia FMIPA UII, Jogjakarta

Gaspersz, Vincent, 1992, *Tehnik Analisis Dalam Penelitian Percobaan*, Tarsito, Bandung

Haryatmi, S, K., 1988, *Metode Statistika Multivariat*, Karunika, Universitas Terbuka, Jakarta

Haryatmi, S, K., 1986, *Analisis Data Statistika*, Karunika, Universitas Terbuka, Jakarta

Mudholkar, G, S., McDermou, M., and Srivasta, D, K., 1992, A Test of p-variate Normality. *Biomerika* 79 (4). Pp. 850-854

Mudholkar, G, S., Srivastava, D, K., and Lin, C, T., 1992, Some p-variate Adaptions of The Shapiro-Wilk Test of Normality, *Comunication in Statistic, Theory and Methods* 24 (4), pp. 953-985

Santosa, Singgih, 2002, *Buku Latihan SPSS Statistik Multivariat*, PT. Elek Media Komputindo Kelompok Gramedia, Jakarta

Santosa, Singgih, 2001, *SPSS For Windows*, PT. Elek Media Komputindo Kelompok Gramedia, Jakarta

Soeyoeti, Zanzawi, 1986, *Metode Statistika I*, Karunika, Universitas Terbuka, Jakarta.

Walpole, R, E., 1993, *Pengantar Statistika Edisi Ke-3*, PT Gramedia Pustaka Utama, Jakarta

Widodo, E., 2003, *Diktat Metodologi Penelitian*, Statistika FMIPA UII, Jogjakarta

LAMPIRAN

Lampiran 1

Data dari penelitian "Penentuan Kapasitas Adsorpsi Serbuk Kayu Jati Dengan Penambahan Dan Tanpa Penambahan Basa Kuat NaOH Terdapat Logam Khrom Dan Tembaga dengan Metode Batch Dan Flow"

Konsentrasi NaOH	Metode Adsorpsi			
	Flow		Batch	
	Cu (ppm)	Cr (ppm)	Cu (ppm)	Cr (ppm)
0%	.9912	.9390	.7260	.8364
	.9943	.9801	.8442	.8487
	.9989	.9635	.8095	.8547
5%	.6424	.8350	.4944	.7778
	.8530	.9196	.8487	.8832
	.9570	.9750	.8257	.9107
10%	.5382	.7864	.3568	.6752
	.7082	.8483	.7170	.8234
	.8645	.9250	.7626	.8481
15%	.4990	.7722	.3246	.5782
	.8726	.9914	.6027	.7335
	.8817	.9107	.6648	.7848
20%	.5666	.8050	.3338	.6354
	.8144	.9039	.7204	.8298
	.9439	.9549	.7811	.8551

Sumber : Allwar, 2004

Lampiran 2

Output Uji Homogenitas

Box's Test of Equality of Covariance Matrices[a]

Box's M	70.900
F	1.516
df1	27
df2	1066
Sig.	.045

Tests the null hypothesis that the observed covariance matrices of the dependent variables are equal across groups.

a. Design: Intercept+METODA+NAOH+METODA * NAOH

Lampiran 4

Multivariate Tests[c]

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
Intercept	Pillai's Trace	.999	9039.674[a]	2.000	19.000	.000
	Wilks' Lambda	.001	9039.674[a]	2.000	19.000	.000
	Hotelling's Trace	951.545	9039.674[a]	2.000	19.000	.000
	Roy's Largest Root	951.545	9039.674[a]	2.000	19.000	.000
METODA	Pillai's Trace	.628	16.046[a]	2.000	19.000	.000
	Wilks' Lambda	.372	16.046[a]	2.000	19.000	.000
	Hotelling's Trace	1.689	16.046[a]	2.000	19.000	.000
	Roy's Largest Root	1.689	16.046[a]	2.000	19.000	.000
NAOH	Pillai's Trace	.628	2.289	8.000	40.000	.040
	Wilks' Lambda	.468	2.190[a]	8.000	38.000	.050
	Hotelling's Trace	.929	2.090	8.000	36.000	.063
	Roy's Largest Root	.563	2.813[b]	4.000	20.000	.053
METODA * NAOH	Pillai's Trace	.446	1.434	8.000	40.000	.213
	Wilks' Lambda	.562	1.588[a]	8.000	38.000	.161
	Hotelling's Trace	.768	1.727	8.000	36.000	.126
	Roy's Largest Root	.750	3.752[b]	4.000	20.000	.020

a. Exact statistic

b. The statistic is an upper bound on F that yields a lower bound on the significance level.

c. Design: Intercept+METODA+NAOH+METODA * NAOH

Lampiran 2

Output Uji Homogenitas

Box's Test of Equality of Covariance Matrices[a]

Box's M	70.900
F	1.516
df1	27
df2	1066
Sig.	.045

Tests the null hypothesis that the observed covariance matrices of the dependent variables are equal across groups.

a. Design: Intercept+METODA+NAOH+METODA * NAOH

Lampiran 3

Output Pengujian Normalitas Data

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Residual for CU	Residual for CR
N		30	30
Normal Parameters[a,b]	Mean	4.055E-10	-1.09E-10
	Std. Deviation	.14876108	6.838E-02
Most Extreme Differences	Absolute	.190	.146
	Positive	.134	.102
	Negative	-.190	-.146
Kolmogorov-Smirnov Z		1.043	.797
Asymp. Sig. (2-tailed)		.227	.548

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Lampiran 4

Multivariate Tests[c]

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
Intercept	Pillai's Trace	.999	9039.674[a]	2.000	19.000	.000
	Wilks' Lambda	.001	9039.674[a]	2.000	19.000	.000
	Hotelling's Trace	951.545	9039.674[a]	2.000	19.000	.000
	Roy's Largest Root	951.545	9039.674[a]	2.000	19.000	.000
METODA	Pillai's Trace	.628	16.046[a]	2.000	19.000	.000
	Wilks' Lambda	.372	16.046[a]	2.000	19.000	.000
	Hotelling's Trace	1.689	16.046[a]	2.000	19.000	.000
	Roy's Largest Root	1.689	16.046[a]	2.000	19.000	.000
NAOH	Pillai's Trace	.628	2.289	8.000	40.000	.040
	Wilks' Lambda	.468	2.190[a]	8.000	38.000	.050
	Hotelling's Trace	.929	2.090	8.000	36.000	.063
	Roy's Largest Root	.563	2.813[b]	4.000	20.000	.053
METODA * NAOH	Pillai's Trace	.446	1.434	8.000	40.000	.213
	Wilks' Lambda	.562	1.588[a]	8.000	38.000	.161
	Hotelling's Trace	.768	1.727	8.000	36.000	.126
	Roy's Largest Root	.750	3.752[b]	4.000	20.000	.020

a. Exact statistic

b. The statistic is an upper bound on F that yields a lower bound on the significance level.

c. Design: Intercept+METODA+NAOH+METODA * NAOH

Lampiran 5

Program yang digunakan pada pemeriksaan data normal multivariat

—————— **12/19/2004 4:37:18 PM** ——————————————————

```
Welcome to Minitab, press F1 for help.

MTB > let k1 = 2              # k1 menyatakan banyaknya variabel
MTB > count c1 k2             # k2 menyatakan jumlah data
```

Number of Rows in Cu

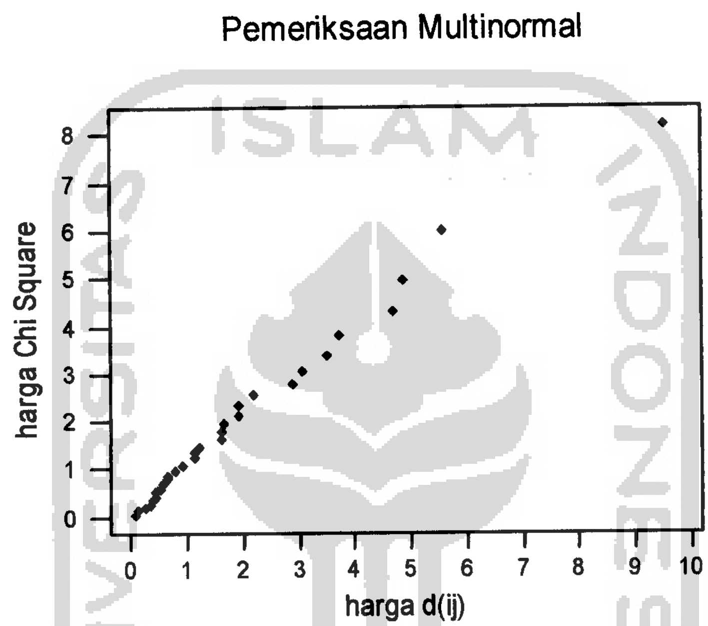
```
   Total number of observations in Cu = 30
MTB > let k3 = k1+2           # k3 : koefisien kolom untuk matrik satuan
MTB > set ck3
DATA> k2(1)
DATA> end
MTB > copy c1- ck1 m1         # copy data dalam bentuk matrik (n*p)
MTB > copy ck3 m2             # copy data satuan dalam matrik (n*1)
MTB > trans m2 m3             # transpose matrik satuan (n*1)
MTB > multy m3 m1 m4          # perkalian matrik satuan dan matrik data (1*p)
MTB > print m4
```

Data Display

```
 Matrix M4

  25.3993   27.5458

MTB > let k4 = 1/k2           # k4 : harga 1/n
MTB > multy k4 m4 m5          # m5 matrik rata-rata (1*p)
MTB > trans m5 m6             # transpose matrik rata-rata (p*1)
MTB > multy m2 m5 m7          # perkalian matrik satuan dengan rerata (n*p)
MTB > subtr m7 m1 m8          # m8 : rerata dikurangkan terhadap data (n*p)
MTB > trans m8 m9
MTB > cova c1- ck1 m10        # matrik varians kovarians data

MTB > invert m10 m11          # invers matrik varians kovarians
MTB > multy m8 m11 m12
MTB > multy m12 m9 m13
MTB > let k5 = k3+1
MTB > let k6 = k3+3
MTB > let k7 = k3+4
MTB > let k8 = k3+5
MTB > let k9 = k3+6
MTB > let k10 = k3+7
MTB > diago m13 ck5           # mengambil elemen diagonal utama : d(ij)
MTB > sort ck5 ck6            # mengurutkan data d(ij)
MTB > set ck7                 # membuat data urut dari 1 sampai n
DATA> 1:k2
DATA> subtr 0.5 ck7 ck8
MTB > multy k4 ck8 ck9
MTB > invCDF ck9 ck10;
SUBC> ChiSquare k1.
MTB > name ck10 ='harga Chi Square'
```

```
MTB > name ck6 = 'harga d(ij)'
MTB > plot ck10*ck6;
SUBC> Symbol;
SUBC> Title "Pemeriksaan Multinormal";
SUBC> ScFrame;
SUBC> ScAnnotation.
```

Plot harga Chi Square * harga d(ij)



Lampiran 6

T-Test

Group Statistics

	Metode Adsorpsi	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Cu	flow	15	.808393	.174064	4.49E-02
	batch	15	.654153	.188383	4.86E-02
Cr	flow	15	.900667	7.33169E-02	1.89E-02
	batch	15	.791440	9.58705E-02	2.48E-02

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Cu	Equal variances assumed	.076	.785	2.329	28	.027	.154240	6.623E-02	1.86E-02	.289896
	Equal variances not assumed			2.329	27.827	.027	.154240	6.623E-02	1.85E-02	.289934
Cr	Equal variances assumed	.731	.400	3.505	28	.002	.109227	3.116E-02	4.54E-02	.173060
	Equal variances not assumed			3.505	26.202	.002	.109227	3.116E-02	4.52E-02	.173258

Lampiran 7. Uji Perbandingan Ganda.

Homogeneous Subsets

Cu

Tukey HSD[a,b]

Konsentrasi	N	Subset 1
15%	6	.640900
10%	6	.657883
20%	6	.693367
5%	6	.770200
0%	6	.894017
Sig.		.143

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.
Based on Type III Sum of Squares
The error term is Mean Square(Error) = 3.209E-02.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 6.000.

b. Alpha = .05.

Cr

Tukey HSD[a,b]

Konsentrasi	N	Subset 1
15%	6	.794567
10%	6	.817733
20%	6	.830683
5%	6	.883550
0%	6	.903733
Sig.		.187

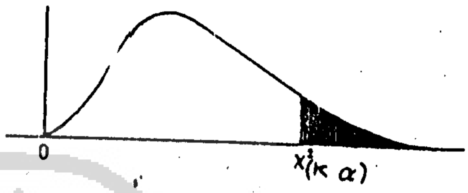
Means for groups in homogeneous subsets are displayed.
Based on Type III Sum of Squares
The error term is Mean Square(Error) = 6.781E-03.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 6.000.

b. Alpha = .05.

TABEL V. Distribusi Chi - Kuadrat

Memberikan harga $P\left[\chi^2 > \chi^2_{(k;\alpha)}\right] = \alpha$



K \ P	0.995	0.990	0.975	0.950	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.0000393	0.0001571	0.0009821	0.0039321	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	0.0100251	0.0201007	0.0506356	0.102587	5.99147	7.37776	9.21034	10.5966
3	0.0717212	0.114832	0.215795	0.351846	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381
4	0.206990	0.297110	0.484419	0.710721	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602
5	0.411740	0.554300	0.831211	1.145476	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	0.675727	0.872085	1.237347	1.63539	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
7	0.989265	1.239043	1.68987	2.16735	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	1.344419	1.646482	2.17973	2.73264	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550
9	1.734926	2.087912	2.70039	3.32511	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
10	2.15585	2.55821	3.24697	3.94030	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882
11	2.60321	3.05347	3.81575	4.57481	19.6751	21.9200	24.7250	26.7569
12	3.07382	3.57056	4.40379	5.22603	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995
13	3.56503	4.10691	5.00874	5.89186	22.3621	24.7356	27.6883	29.8194
14	4.07468	4.66043	5.62872	6.57063	23.6848	26.1190	29.1413	31.3193
15	4.60094	5.22935	6.26214	7.26094	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
16	5.14224	5.81221	6.90766	7.96164	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672
17	5.69724	6.40776	7.56418	8.67176	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185
18	6.26481	7.01491	8.23075	9.39046	28.8693	31.5264	34.8053	37.1564
19	6.84398	7.63273	8.90655	10.1170	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822
20	7.43386	8.26040	9.59083	10.8508	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
21	8.03366	8.89720	10.28293	11.5913	32.6705	35.4789	38.9321	41.4010
22	8.64272	9.54249	10.9823	12.3380	33.9244	36.7807	40.2894	42.7956
23	9.26042	10.19567	11.6885	13.0905	35.1725	38.0757	41.6384	44.1813
24	9.88623	10.8564	12.4011	13.8484	36.4151	39.3641	42.9798	45.5585
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	37.6525	40.6465	44.3141	46.9278
26	11.1603	12.1981	13.8439	15.3791	38.8852	41.9232	45.6417	48.2899
27	11.8076	12.8786	14.5733	16.1513	40.1133	43.1944	46.9630	49.6449
28	12.4613	13.5648	15.3079	16.9279	41.3372	44.4607	48.2782	50.9933
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7083	42.5569	45.7222	49.5879	52.3356
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4926	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720
40	20.7065	22.1643	24.4331	26.5093	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7642	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
60	35.5346	37.4848	40.4817	43.1879	79.0819	83.2976	88.3794	91.9517
70	43.2752	45.4418	48.7576	51.7393	90.5312	95.0231	100.425	104.215
80	51.1720	53.5400	57.1532	60.3915	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	124.342	129.561	135.807	140.169