

BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1. Penelitian Terdahulu

Penelitian dengan mengambil topik *Queueing System* pernah dilakukan Charyenny Ardanie dengan judul “Analisis Teori Antrian Nasabah Pada Bank Rakyat Indonesia Kanca Sleman” pada tahun 2002.

Penelitian tersebut menitik beratkan pada bagaimana pengaruh tingkat antrian terhadap biaya langsung dan tidak langsung yang nantinya berimbas pada biaya total perusahaan. Serta pada analisis desain antrian yang diterapkan pada Bank Rakyat Indonesia Kanca Sleman sudah efektif, adapun desain yang digunakan pada sistem antrian Bank Rakyat Indonesia Kanca Sleman adalah *single channel – single phase* dengan uraian sebagai berikut

- Sumber Masukan = Nasabah
- Pola Kedatangan = Tingkat Kedatangan Poisson
- Kapasitas Sistem Antrian = Tak Terbatas
- Waktu Pelayanan = Eksponensial
- Klasifikasi = Sistem Pelayanan Komersil
- Model = M / M / I / 1 / 1

Dari penelitian tersebut didapat data-data sebagai berikut :

- Tingkat Kedatangan nasabah 9 orang / jam dengan waktu antar kedatangan 10,125 menit.
- Biaya pelayanan saat ini Rp 12.500 / jam

- Waktu Pelayanan Selama 13,74 menit yang menyebabkan terjadinya antrian dan biaya mengganggu komputer selama 9,74 menit, yang menyebabkan penambahan biaya – biaya sebagai berikut :
 1. Biaya penambahan fasilitas pelayanan sebesar 5.725 / jam
 2. Biaya Langsung (biaya mengganggu komputer) sebesar Rp 11.100 / jam yang seharusnya Rp 10.400 / jam
 3. Biaya tidak Langsung (biaya pelayanan Nasabah) Rp 1.563 / jam yang seharusnya 1.388 / jam

Dari data-data di atas maka dapat ditarik kesimpulan bahwa :

- Sistem antrian BRI Kanca Sleman yang menggunakan desain *single channel – single phase* tidak efisien dalam penggunaannya, dikarenakan tidak dapat meminimalkan biaya langsung dan tidak langsung dikarenakan tingkat antrian yang sangat tinggi yang dikarenakan saluran yang dipergunakan tunggal
- Adanya pengaruh yang signifikan akibat kepadatan antrian yang terjadi terhadap biaya total perusahaan

2. 2. Landasan Teori

2.2.1 Pengertian Jasa

Dalam era globalisasi dan zaman modernisasi sekarang ini, sektor perdagangan dan industri berkembang cepat. Terutama dalam penjualan barang dan jasa pada kebutuhan sehari-hari, dimana konsumen sudah tidak lagi mau menghabiskan waktunya untuk tawar-menawar harga untuk mendapatkan kebutuhannya. Disamping itu tuntutan keleluasaan konsumen dalam memilih barang-barang yang dibutuhkan, telah menjadi hal yang utama bagi konsumen

untuk mendapatkan barang yang diinginkan. Tuntutan jasa pelayanan yang baik menjadi hal yang mutlak untuk melengkapi penjualan barang-barang kebutuhan tersebut. Agar sektor perdagangan bisa beroperasi dengan baik, maka sudah suatu keharusan bagi penyedia barang atau pengusaha di bidang penjualan barang-barang kebutuhan untuk dapat meningkatkan kualitas jasa pelayanannya, antara lain seperti keramahan dan pelayanannya serta kecepatan dalam melayani pelanggannya. Karena di masa sekarang waktu sangatlah berarti dan menunggu berarti kehilangan satuan waktu yang sama artinya dengan kerugian yang sangat mungkin diukur dengan satuan biaya. Untuk memberikan pengertian jasa, berikut dikutip definisi jasa menurut para ahli :

Jasa adalah setiap kegiatan atau manfaat yang ditawarkan oleh suatu pihak lain dan pada dasarnya tidak berwujud serta tidak menghasilkan kepemilikan sesuatu. Proses produksinya mungkin dan mungkin juga tidak dikaitkan dengan suatu produk fisik.

(Kotler, 1988)

Jasa adalah barang tidak kentara (*intangible product*) yang dibeli dan dijual di pasar melalui suatu transaksi pertukaran yang saling memuaskan.

(Basu Swasta, 1990)

Jasa atau pelayanan adalah suatu yang diproduksi dan dikonsumsi secara bersamaan. Oleh karena itu jasa tidak pernah ada hasilnya yang dapat diamati setelah terjadinya kegiatan.

(Roger Schroeder, 1989)

Dari beberapa definisi diatas, maka dapat disimpulkan bahwa jasa itu mempunyai sifat tidak berwujud fisik (*intangible*) tetapi setelah proses jasa terjadi maka yang nampak dan yang dirasakan adalah hasilnya

2.2.2 Pengertian Antrian dalam sistem pelayanan

Dalam era globalisasi dan zaman modernisasi sekarang ini, sektor perdagangan berkembang dengan cepat. Terutama dalam penjualan barang kebutuhan sehari-hari, dimana konsumen sudah tidak lagi mau menghabiskan waktunya untuk tawar menawar harga untuk mendapatkan barang kebutuhannya. Disamping itu tuntutan keleluasaan konsumen dalam memilih barang-barang yang dibutuhkan, telah menjadi hal utama bagi konsumen untuk mendapatkan barang yang diinginkan terutama pada wilayah pasaran masyarakat kota. Tuntutan jasa pelayanan yang baik juga menjadi hal yang mutlak untuk melengkapi penjualan barang-barang kebutuhan. Agar sektor perdagangan barang ini bisa beroperasi dengan baik, maka sangat perlu bagi penyedia barang atau pengusaha di bidang penjualan barang-barang kebutuhan untuk dapat meningkatkan kualitas pelayanan jasanya, yang dapat berupa keramahan dan pelayanannya dan kecepatan dalam melayani pelanggannya.

Dalam mekanisme pelayanan tersebut ada tiga aspek yang harus diperhatikan, yaitu :

1. Tersedianya pelayanan, dimana mekanisme pelayanan tidak terlalu tersedia setiap saat karena ada waktu-waktu tertentu mekanisme pelayanan terhenti dan petugas pelayanan istirahat.

2. Kapasitas pelayanan, dimana kapasitas dari mekanisme pelayanan diukur berdasarkan jumlah pelanggan (satuan) yang dapat dilayani secara bersamaan. Kapasitas pelayanan tidak selalu sama untuk setiap saat, karena itu kapasitas pelayanan dapat memiliki satu atau lebih saluran, yang disebut saluran tunggal atau saluran ganda.
3. Lamanya pelayanan, yaitu waktu yang digunakan untuk melayani individu-individu. Waktu ini mungkin konstan tetapi mungkin juga acak.

(P. Siagian, 1987).

Keterbatasan fasilitas pelayanan yang dimiliki oleh suatu badan usaha, sering kali menimbulkan masalah yaitu menumpuknya unit input di depan fasilitas pelayanan. Hal ini biasa kita temui di kehidupan kita sehari-hari maupun dalam suatu proses produksi di perusahaan manufaktur. Adanya tumpukan unit-unit input di depan fasilitas pelayanan tersebut menyebabkan setiap unit input harus menunggu giliran dalam mendapatkan pelayanan misalnya adanya orang-orang yang menunggu dalam mendapatkan pelayanan bank, kendaraan harus menunggu giliran untuk diservice pada suatu bengkel motor dan sebagainya. Adanya orang-orang, barang-barang komponen yang harus menunggu giliran untuk mendapatkan pelayanan ini sering kali disebut antrian.

Ketika pelanggan atau konsumen menunggu untuk mendapatkan jasa pelayanan, maka keberadaan sistem antrian sangat diperlukan. Beberapa contoh berikut ini menunjukkan bahwa penggunaan sistem antrian sangat membantu dalam melancarkan pelayanan kepada para pelanggan atau konsumen seperti pelanggan menunggu pelayanan di depan kasir, para penumpang kereta api menunggu pelayanan

di loket penjualan karcis, para pengendara kendaraan bermotor menunggu untuk mendapatkan pelayanan pengisian bahan bakar di stasiun pengisian bahan bakar, konsumen menunggu pelayanan di restoran Fast Food, pesawat terbang menunggu pelayanan menara pengawas untuk melakukan *landing* maupun *take off* dan lain sebagainya, dari keseluruhan contoh tersebut, sesungguhnya dapat didesain dengan menggunakan teori antrian. Antrian terjadi karena pelanggan-pelanggan tidak datang pada waktu yang konstan, bahkan terus-menerus, tidak juga dilayani pada waktu yang sama. Pelanggan datang pada waktu yang *random* (acak) dan waktu yang dibutuhkan untuk melayani mereka juga tidak sama. Panjang antrian dari waktu ke waktu berbeda, dapat bertambah atau berkurang (bahkan nol).

Teori Antrian atau sering disebut sebagai *waiting line theory* atau *queuing theory* diciptakan oleh A.K Erlang. Ia adalah seorang ahli matematika yang berasal dari negara Denmark. Teori tersebut diciptakan pada tahun 1909. A.K Erlang mengadakan penelitian dalam lalu lintas telepon. Beliau mengembangkan model antrian untuk menentukan jumlah optimal dari fasilitas pelayanan yang digunakan untuk melayani permintaan yang ada. Penggunaan model ini makin meluas tepatnya mulai sejak akhir Perang Dunia ke-II. Pembahasan teori antrian dalam dimulai dengan menguraikan tujuan dan struktur sistem antrian sebelum mengembangkan model – model matematisnya.

Pada umumnya, sistem antrian dapat diklassifikasikan menjadi sistem yang berbeda – beda dimana teori antrian dan simulasi sering diterapkan secara luas. Klasifikasi menurut Hillier dan Lieberman (Pangestu Subagyo, Marwan Asri, T. Hani Handoko : 1999) adalah sebagai berikut:

- (1) Sistem pelayanan komersial.
- (2) Sistem pelayanan bisnis-industri
- (3) Sistem pelayanan transportasi
- (4) Sistem pelayanan social

Sistem – sistem pelayanan social merupakan sistem – sistem pelayanan yang dikelola oleh kantor – kantor dan jawatan – jawatan local maupun nasional, seperti kantor tenga kerja, kantor registrasi SIM dan STNK, dan sebagainya, serta kantor pos, rumah sakit, puskesmas, dan lainnya.

Sistem pelayanan komersial merupakan aplikasi yang sangat luas dari model – model antrian, seperti restoran, cafeteria, toko – toko, salon, boutique, supermarket, dan sebagainya. Sedangkan sistem pelayanan bisnis-industri mencakup lini produksi, sistem material-handling, sistem penggudangan, dan sistem informasi komputer.

Aplikasi penggunaan lainnya dari teori antrian ini dibagi di tiga sektor utama, yaitu:

1. Arus lalu lintas (*traffic flow*)

- Antrian di jalan raya
- Antrian pada persimpangan jalan untuk kendaraan bermotor
- Antrian pada jam padat kendaraan

2. Penjadwalan (*schedulling*)

- Penjadwalan komputer

3. Desain fasilitas (*facility design*) dan manajemen karyawan (*employee management*)

- Penyortiran surat-surat di kantor pos
- Antrian pada bank

Contoh penggunaan lain:

- Antrian pada printer
- Bus scheduling
- Hospital appointment bookings
- Minimizing page faults in computing
- Sistem jaringan telekomunikasi

Dalam tabel 2.1 terdapat beberapa daftar sistem antrian yang lain, sekaligus identifikasi dari item dalam antrian dan fasilitas pelayanan yang diperlukan. Contoh lain yang tidak termasuk dalam daftar tersebut adalah para pelayan mendatangi konsumen, seperti unit pemadam kebakaran yang mendatangi konsumen untuk memberikan pelayanan pemadam kebakaran (Zulian Yamit, 1999)

Tabel 2.1

Contoh Sistem Antrian

Sistem	Garis Tunggu atau Antrian	Fasilitas Pelayanan
1. Lapangan Terbang	Pesawat menunggu di landasan	Landasan Pacu
2. Bank	Nasabah (orang)	Kasir
3. Pencucian Mobil	Mobil	Tempat Pencucian mobil
4. Bongkar muat barang	Kapal dan truk	Fasilitas bongkar muat
5. Sistem komputer	Program komputer	CPU, printer dan lain-lain
6. Bantuan pengobatan darurat	Orang	Ambulance
7. Perpustakaan	Anggota perpustakaan mahasiswa	Pegawai Perpustakaan
8. Registrasi mahasiswa	Mahasiswa	Pusat registrasi
9. Skedul pengadilan sidang	Kasus yang disidangkan	Pengadilan

Secara umum prosedur dalam mengerjakan teknik antrian adalah sebagai berikut : (Zulian Yamit, 1999)

1. Tentukan sistem antrian apa yang harus dipelajari.
2. Tentukan model antrian yang cocok dalam menggambarkan sistem
3. Gunakan formula matematik atau model simulasi untuk menganalisa model antrian.

Dan Untuk dapat menganalisis keadaan persoalan dalam model antrian paling tidak ada tiga jenis data yang diperlukan. Menurut T. Hani Handoko ketiga jenis data tersebut adalah :

- a. Tingkat kedatangan rata-rata para pelanggan untuk mendapatkan pelayanan.
- b. Tingkat kedatangan rata-rata
- c. Jumlah fasilitas.

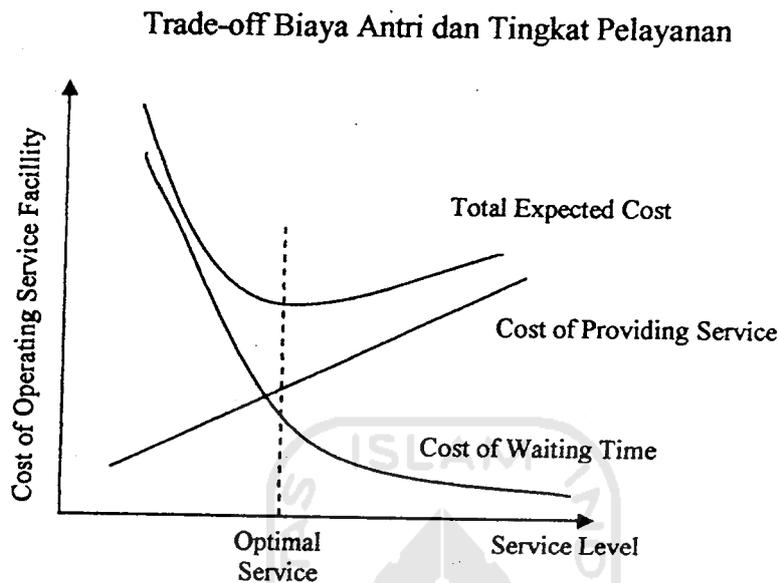
Selain itu informasi lainya yang juga diperlukan. Variabilitas pola, laju kedatangan dan tingkat pelayanan biasanya tidak diperlukan karena rumus dasar antrian mencakup asumsi bahwa pola tersebut mengikuti distribusi Poisson (T. Hani Handoko 1991 : 415).

Tingkat kedatangan rata-rata adalah merupakan data jumlah pelanggan yang memasuki fasilitas pelayanan kasir yang telah dirata-ratakan. Tingkat pelayanan rata-rata merupakan data yang menunjukkan berapa lama kasir dalam melayani seorang pelanggan. Sedangkan jumlah fasilitas adalah merupakan data yang menunjukkan berapa fasilitas pelayanan atau dalam hal ini merupakan jumlah kasir yang melayani pelanggan.

Dari penjelasan di atas Manajer diharapkan bisa menyadari akan adanya *trade-off* antara biaya untuk menyediakan pelayanan yang baik (*cost of providing good service*)

dengan waktu tunggu pelanggan (*cost of customer waiting time*), yang dapat digambarkan dalam grafik berikut:

gambar 2.1



2.2.3 Struktur Dasar dan Komponen dalam Sistem Antrian

Setiap pelanggan atau konsumen yang datang untuk mendapatkan jasa pelayanan biasanya datang dengan tingkat kecepatan yang tetap atau tidak tetap. Dengan keterbatasan fasilitas pelayanan, maka setiap pelanggan menunggu giliran untuk memasuki fasilitas pelayanan dengan asumsi bahwa setiap pelanggan yang datang lebih awal akan dilayani terlebih dahulu. Selanjutnya pelanggan akan menerima pelayanan dengan tingkat kecepatan yang tetap atau tidak tetap.

Persoalan-persoalan yang dapat diselesaikan dengan *waiting line theory* adalah meliputi bagaimana perusahaan dapat menentukan waktu dan fasilitas yang sebaik-baiknya agar dapat melayani langganannya dengan efisien. Di dalam

permasalahan ini sudah barang tentu diperhitungkan antara ekstra biaya yang dikeluarkan perusahaan untuk menambah fasilitas service yang baru dengan kerugian-kerugian konsumen karena konsumen harus menunggu apabila tidak diadakan penambahan fasilitas service yang baru.

Teknik yang digunakan dalam model queuing adalah bentuk probabilitas, bukan teknik deterministik. Oleh karena itu, hasil dari analisis dengan model ini berupa probabilistik. Hasil dari analisis dengan model ini dikenal dengan nama operating characteristics, di mana karakteristik ini harus dipenuhi oleh seorang manajer dalam mengambil keputusan. Operating characteristics adalah nilai rata-rata untuk karakteristik yang mendeskripsikan kinerja dari sistem antrian. (Taylor, Bernard W. 2001)

Adapun yang menjadi komponen-komponen dari suatu sistem antrian terbagi atas 2 (dua) komponen yaitu : (Pangestu Subagio 1991 : 225)

- 1 Antrian yang memuat langganan atau satuan-satuan yang memerlukan pelayanan (pembeli, orang sakit, mahasiswa, pengendara, kapal, kertas kerja)
- 2 Fasilitas pelayanan yang memuat pelayanan dan saluran pelayanan (pompa minyak, dan pelayan, loket bioskop dan petugas penjual karcis, dan lain-lain).

Menurut P. Siagian, jenis sistem antrian dapat dibedakan sesuai dengan tingkah lakunya : (P. Siagian 1990 : 410)

- a. Sumber input, yaitu kumpulan dari unit-unit (orang atau barang) baik terbatas atau tidak terbatas yang memerlukan pelayanan dari waktu ke waktu. Asumsi yang dispesifikasikan mengenai kelakuan unit-unit yang memerlukan pelayanan

adalah “balking” yaitu bahwa unit-unit menolak memasuki sistem antrian jika antrian itu terlalu panjang.

- b. Pola kedatangan / proses masukan, yaitu cara unit-unit/ individu-individu dari populasi memasuki sistem. Dimana individu-individu mungkin datang dengan tingkat kedatangan konstan ataupun acak/random. Distribusi probabilitas poisson adalah pola kedatangan yang paling umum bila kedatangan didistribusikan secara random, dan waktu kedatangan mengikuti distribusi eksponensial.

Komponen-komponen yang terdapat pada single-server waiting line system (sistem antrian dengan sebuah server) adalah sebagai berikut:

1. *The queue discipline* (disiplin antrian)

Disiplin antrian menunjukkan pedoman keputusan yang digunakan untuk menyeleksi individu – individu yang memasuki antrian untuk dilayani terlebih dahulu. Disiplin antrian yang paling umum adalah pedoman first come, first served, yang pertama datang yang pertama kali dilayani. Tetapi bagaimanapun juga ada beberapa tipe disiplin antrian lainnya yang dapat termasuk dalam model – model matematis antrian antara lain :

- a. FCFS (*First come, first served*)

Disiplin FCFS menggambarkan bahwa orang atau barang dengan urutan pertama pada antrian sistem akan dilayani lebih dahulu dari pada urutan kedua, ketiga, dan seterusnya pada antrian, contohnya antrian pembeli pada kasir supermarket.

- b. LIFO (*Last come-first served*)

Disiplin LIFO menggambarkan bahwa orang atau barang pada tumpukan atau antrian terakhir akan dilayani terlebih dahulu. Contohnya, operator mesin menyusun komponen-komponen mesin dalam tumpukan sehingga komponen paling atas atau komponen terakhir yang akan diambil pertama jika ingin diproses

c. *Service in random order*

Disiplin random menggambarkan bahwa orang atau barang pada antrian akan dipilih secara acak (random) untuk mendapatkan pelayanan lebih dahulu. Contohnya, operator mesin meletakkan komponen-komponen mesin pada sebuah kotak sehingga komponen mesin akan diambil secara acak jika ingin diproses.

d. *Priority service,*

Artinya prioritas pelayanan diberikan kepada mereka yang mempunyai prioritas lebih tinggi dibandingkan dengan mereka yang mempunyai prioritas lebih rendah. (P. Siagian 1987 : 401)

2. *The nature of calling population (asal dari mana pelanggan datang)*

Calling population adalah sumber / asal orang atau barang dalam antrian, bisa *finite* (terhingga) atau *infinite* (tidak terhingga).

3. *The arrival rate* (seberapa sering pelanggan datang di antrian)

Arrival rate adalah frekuensi datangnya orang atau barang ke dalam antrian, yang sering dideskripsikan dengan distribusi *Poisson*.

4. *The service rate* (tingkat kecepatan pelayanan *server* kepada pelanggan)

Service rate adalah jumlah rata-rata orang atau barang yang dapat dilayani oleh *server* selama waktu atau periode tertentu. *Service rate* mirip dengan *arrival rate* karena sama-sama variabel yang tidak tentu (*random*).

Pada *multiple-server models*, dua atau lebih *server* yang *independent* melayani sebuah antrian secara paralel. Komponen-komponen yang terdapat *multiple-server waiting line system* (sistem antrian dengan banyak *server*) sama dengan komponen-komponen pada *single-server waiting line system*, namun dengan formula / rumus yang berbeda.

2.2.4 Model Struktur Antrian

Model Antrian didasarkan pada asumsi-asumsi peluang tentang bagaimana, berapa banyak, dan kapan para pelanggan akan tiba untuk dilayani pada fasilitas pelayanan. Model ini dirancang untuk mengukur berapa lama para pelanggan menunggu dalam antrian, panjang antrian, bagaimana kesibukan petugas pelayanan dan apa yang terjadi apabila waktu pelayanan atau pola permintaan berubah.

Dalam memenuhi kebutuhan daripada pelanggan dalam suatu perusahaan guna memperoleh pelayanan digunakan suatu mekanisme pelayanan. Mekanisme pelayanan ini terdiri dari salah satu atau lebih fasilitas pelayanan, yang mana masing-masing fasilitas mempunyai saluran atau channel dan phase yang akan membentuk suatu struktur antrian yang berbeda.

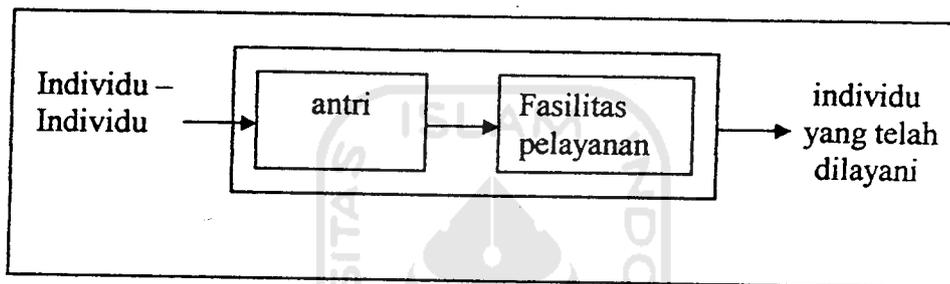
Ada 4 (empat) model struktur antrian dasar umum yang terjadi dalam seluruh sistem antrian, yaitu :

a. Single Channel – Single Phase

Single channel berarti bahwa hanya ada satu jalur untuk memasuki sistem pelayanan. Single Phase menunjukkan bahwa hanya ada satu station pelayanan atau sekumpulan tunggal operasi yang dilaksanakan. Setelah menerima pelayanan, individu keluar dari sistem.

gambar 2.2

Konfigurasi Sistem Antrian dengan Sebuah Server dan Sebuah Fase



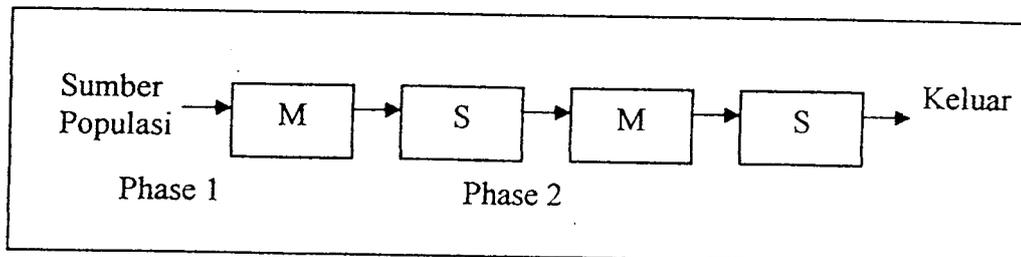
b. Single Channel – Multiphase

Multiphase berarti menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan (dalam phase – phase). Sebagai contoh lini produksi massa, pencucian mobil, tukang cat mobil, dan sebagainya.

gambar 2.3

Konfigurasi Sistem Antrian dengan Sebuah Server dan Banyak Fase

Sistem antrian

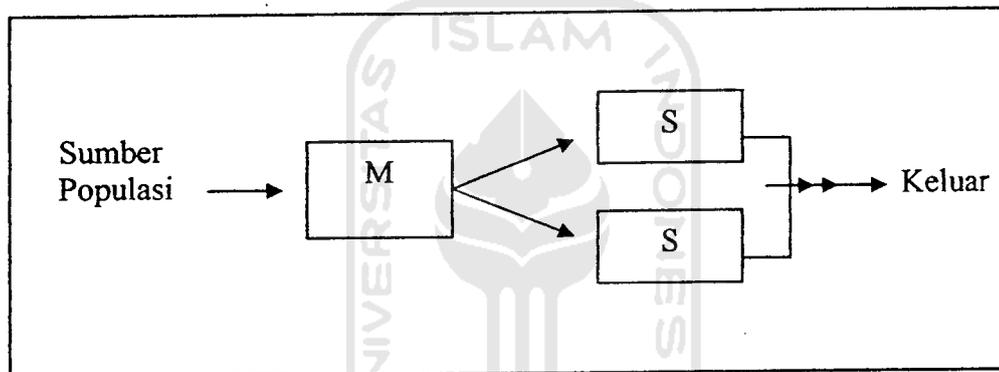


c. Multichannel – Single Phase

Sistem multichannel – single phase terjadi (ada) kapan saja dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal, seperti yang ditunjukkan dalam gambar. Sebagai contoh model in adalah pembelian tiket yang dilayani oleh lebih dari satu loket pelayanan potong rambut oleh beberapa tukang potong, dan sebagainya.

gambar 2.4

Konfigurasi Sistem Antrian dengan Banyak *Server* dan Sebuah Fase

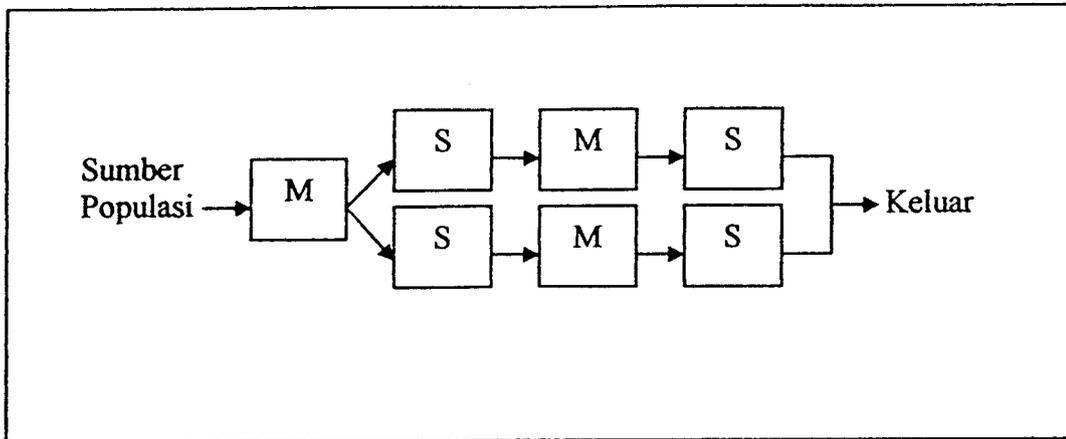


d. Multichannel – Multiphase

Sistem ini dapat terjadi pada antrian mahasiswa yang mendaftar ulang di universitas, pelayanan kepada pasien di rumah sakit dari pendaftaran, diagnosa, penyembuhan sampai pembayaran. Setiap sistem – sistem ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahap, sehingga lebih dari satu individu dapat dilayani pada suatu waktu.

gambar 2.5

Konfigurasi Sistem Antrian dengan Banyak *Server* dan Banyak Fase



2.2.5 Keluar (*exit*)

Apabila seseorang atau suatu kelompok sudah selesai di dalam menerima pelayanan atau service tersebut dapat dikategorikan menjadi dua macam, yaitu :

- Kelompok tersebut akan kembali lagi menjadi populasi dan akan meminta pelayanan atau *service* kembali. Atau dengan kata lain kemungkinan untuk *re-service* adalah besar.
- Kelompok tersebut mempunyai kemungkinan yang sangat kecil untuk *re-service* kembali.

2.2.6 Model – model Antrian

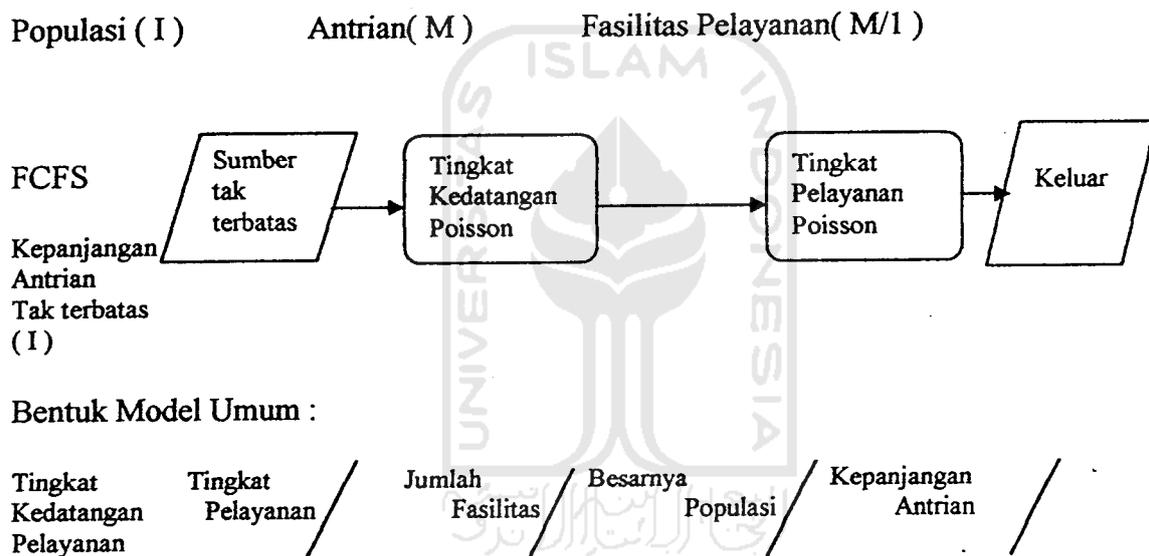
2.2.6.1 Pengelompokkan Model – model Antrian

Dalam mengelompokkan model – model antrian yang berbeda – beda akan digunakan suatu notasi yang disebut Kendall's Notation. Notasi ini sering

dipergunakan karena berbagai alasan. Yang pertama, karena notasi tersebut merupakan alat yang efisien untuk mengidentifikasi tidak hanya model – model antrian, tetapi juga asumsi – asumsi yang harus dipenuhi. Kedua, hampir semua buku (literature) yang membahas teori antrian menggunakan notasi in.

Contoh penggunaan dari notasi Kendall adalah seperti gambar berikut, dan model yang digunakan adalah model M/M/1/I/I.

Gambar 2.6
Notasi – notasi yang Digunakan dalam Penyajian Model M/M/1/I/I



Notasi – notasi yang digunakan Dari model antrian diatas adalah :

Singkatan	Penjelasan
M	Tingkat kedatangan dan pelayanan Poisson.
D	Tingkat kedatangan atau pelayanan deterministic
K	Distribusi Erlang waktu antar kedatangan atau pelayanan

S	Jumlah fasilitas pelayanan
I	Sumber populasi atau kepanjangan antrian tak-terbatas(infinite)
F	Sumber populasi atau kepanjangan antrian terbatas (finite)

Dari penyajian model diatas maka dapat dijabarkan bahwa tanda pertama notasi selalu menunjukkan distribusi tingkat kedatangan. Dalam hal in, M menunjukkan tingkat kedatangan mengikuti suatu distribusi probabilitas Poisson. Tanda M kedua menunjukkan distribusi tingkat pelayanan. Dan juga menunjukkan bahwa tingkat pelayanan mengikuti distribusi probabilitas Poisson. Tanda ketiga menunjukkan jumlah fasilitas pelayanan (channels) dalam sistem. Model diatas adalah yang mempunyai fasilitas pelayanan tunggal. Tanda keempat dan kelima akan menunjukkan apakah sumber populasi dan kepanjangan antrian adalah tak-terbatas (I) atau terbatas (F). Dan model diatas, baik sumber populasi dan kepanjangan antrian adalah tak terbatas.

Dari tanda – tanda notasi tersebut, ada empat model yang berbeda yang akan diterapkan, yaitu :

(a) Model 1 : M/M/1/I/I

(b) Model 2 : M/M/S/I/I

(c) Model 3 : M/M/1/I/F

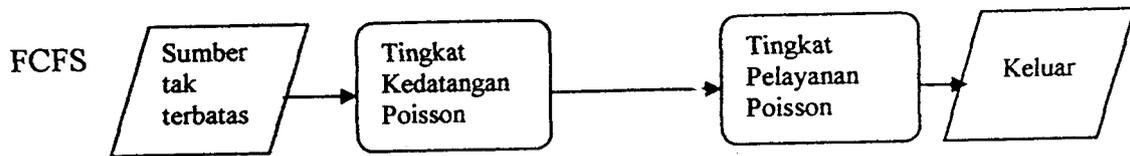
(d) Model 4 : M/M/S/F/I

(a) Model 1 : M/M/1/I/I

Model ini merupakan model antrian yang paling sederhana, tetapi mengandung banyak asumsi – asumsi yang harus ditepati. Sebagai contoh, rumusan model ini akan dipakai untuk memecahkan persoalan dibawah.

Model 1 : M/M/1/I/I

Populasi (I) Antrian (M) Fasilitas pelayanan (M/1)



Kepanjangan Antrian Tak terbatas (I)

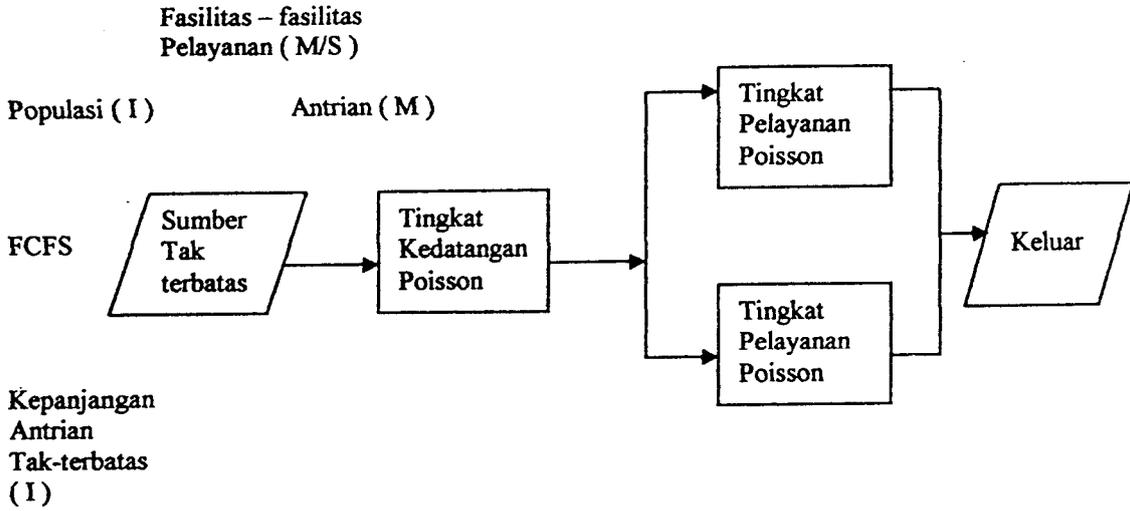
$$\bar{n}_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \quad \bar{t}_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad P_n = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu} \right) \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n$$

$$\bar{n}_i = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad \bar{t}_i = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad p = \frac{\lambda}{\mu}$$

(b) Model 2 : M/M/S/I/I

Model 2 ini adalah sistemnya multichannel – phase yang mempunyai antrian tunggal dengan melalui beberapa fasilitas pelayanan. Model ini identik dengan model 1 dengan perbedaan bahwa dua atau lebih individu dapat dilayani pada waktu bersamaan oleh fasilitas – fasilitas pelayanan yang berlainan.

Gambar 2.7
Model 2 : M/M/S/1/1



$$\bar{n}_q = \frac{\lambda \mu (\lambda / \mu)^s}{(s-1)(S\mu - \lambda)^2} P_0$$

$$\bar{n}_t = \bar{n}_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{s-1} \left[\frac{\lambda / \mu^n}{n!} \right] + \frac{(\lambda / \mu)^s}{S!(1 - \lambda / S\mu)}}$$

$$\bar{t}_q = \frac{P_0}{\mu S (S!) [1 - (\lambda / S\mu)]^2} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^s$$

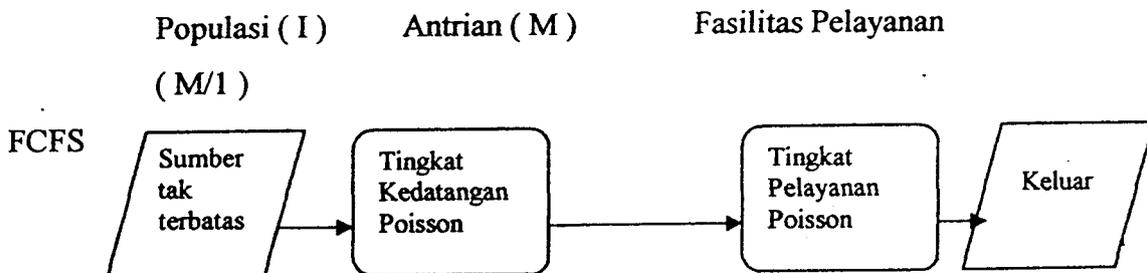
$$\bar{t}_t = \bar{t}_q + \frac{1}{\lambda}$$

$$P_w = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^s \frac{P_0}{S! [1 - (\lambda / S\mu)]}$$

(c) Model 3 : M/M/1/I/F

Model antrian ini identik dengan model 1, dengan perbedaan terletak pada kepanjangan antrian adalah terbatas.

Gambar 2.8
Model 3 : M/M/1/F



FCFS
Antrian
Terbatas (F)

$$\bar{n}_q = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \left[\frac{1 - Q(\lambda/\mu)^{Q-1} + (Q-1)(\lambda/\mu)^Q}{(1 - \lambda/\mu)[1 - (\lambda/\mu)^Q]} \right]$$

$$\bar{n}_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \left[\frac{1 - (Q+1)(\lambda/\mu)^Q + Q(\lambda/\mu)^{Q+1}}{[1 - (\lambda/\mu)][1 - (\lambda/\mu)^{Q+1}]} \right]$$

$$P_n = \left[\frac{1 - (\lambda/\mu)}{1 - (\lambda/\mu)^{Q+1}} \right] \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

(d) Model 4 : M/M/S/F/1

Model 4 ini sama dengan model 2 dan perbedaannya terletak pada sumber populasi yang terbatas di model 4 ini. Karena formula antrian dengan populasi terbatas sulit dipecahkan, tabel – tabel antrian terbatas (finite queuing tables) telah di generalisasikan untuk beberapa model – model yang berbeda. Apendiks Tabel 1 menyajikan tabel antrian terbatas untuk populasi 5, 10, dan 20 individu. Beberapa variabel yang harus diketahui dalam tabel tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut :

U = Waktu rata – rata antarkedatangan per unit.

T = Waktu rata – rata pelayanan per unit.

H = Jumlah rata – rata yang sedang dilayani.

J = Jumlah rata – rata unit yang sedang beroperasi.

N = Jumlah unit dalam populasi.

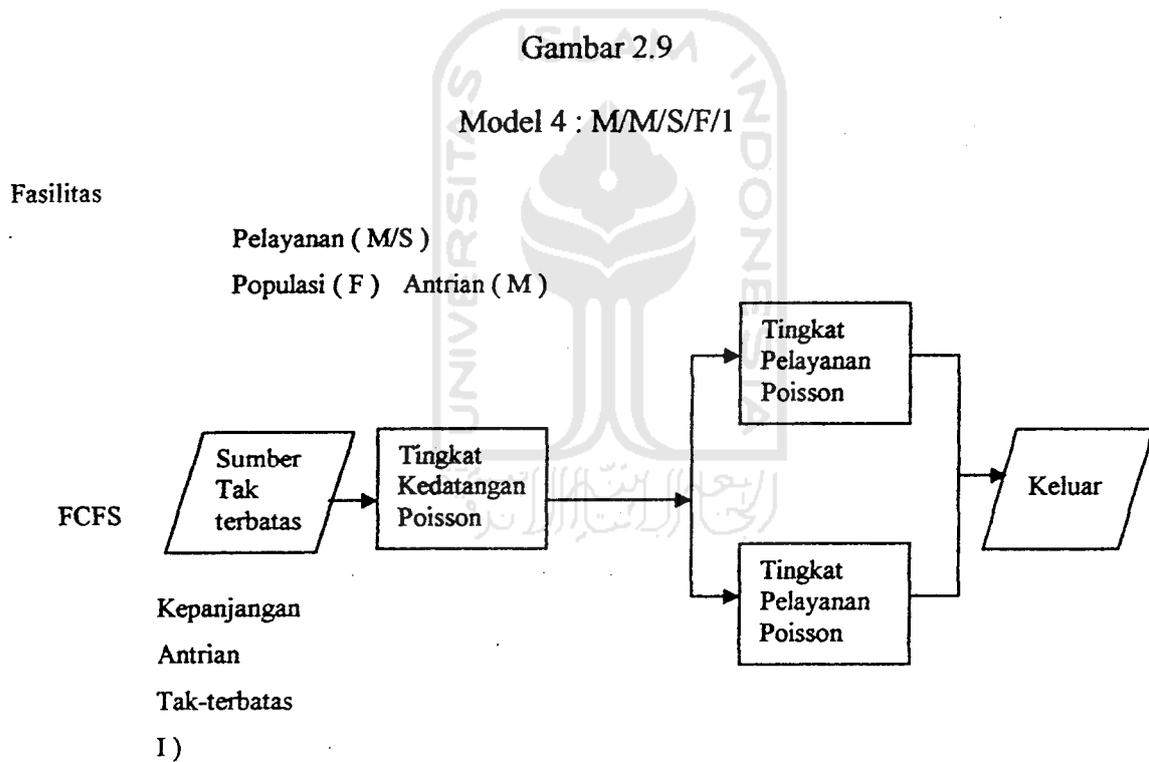
M = Jumlah channel pelayanan.

X = Faktor pelayanan (proporsi waktu pelayanan yang diperlukan)

D = Probabilitas bahwa suatu kedatangan harus menunggu.

F = Faktor efisiensi menunggu dalam garis (antrian).

Untuk dapat menggunakan tabel antrian terbatas, harus diketahui nilai – nilai N dan M, dan menghitung nilai X.



$$X = \frac{T}{T+U}$$

$$\bar{n}_q = N(1-F)$$

$$\bar{t}_q = \frac{\bar{n}_q(T+U)}{N-\bar{n}_q}$$

$$\bar{n}_t = N - J = \bar{n}_q + H$$

$$H = FNX$$

$$\bar{t}_i = \frac{\bar{n}_q(T + U)}{N - n_q} + T$$

$$J = NF(1 - X)$$

Tabel 2.2
Klasifikasi Notasi Kendall

Notasi Kendall	Keterangan	Contoh	Jumlah Server	Jumlah Phase	Arrival Rate Pattern	Service Time Pattern	Jumlah Populasi	Queue Discipline
M/M/1	Simple System	Counter informasi pada mall	Single	Single	Poisson	Eksponensial	Tak terbatas	FIFO
M/M/s	Multiple-Server	Counter tiket pesawat	Multiple	Single	Poisson	Eksponensial	Tak terbatas	FIFO
M/D/1	Constant Service	Cuci mobil otomatis	Single	Single	Poisson	Konstan	Tak terbatas	FIFO
M/G/1	General Service	Auto repair shop	Single	Single	Poisson	General	Tak terbatas	FIFO
M/M/S/~N	Limited Population	Toko dengan beberapa mesin yang dapat rusak	Multiple	Single	Poisson	Eksponensial	Terbatas	FIFO

2.2.6.2 Tujuan Model Antrian

Pada model – model antrian, akan didefinisikan parameter – parameter dan variable – variable menggunakan notasi yang ada. Parameter – parameter dan variable – variable ini penting sebagai penentuan biaya dan keuntungan. Penentuan suatu bentuk sistem biaya minimum atau keuntungan maksimum memerlukan suatu pencarian kombinasi parameter dan variable – variable tersebut yang menghasilkan tercapainya sasaran – sasaran optimum. Kadang – kadang bentuk – bentuk optimum mudah didapat, tetapi sangat sering maksud utama dalam perumusan dan pemecahan

model – model antrian adalah untuk menganalisa atau memperbaiki performance variable – variable sistem (yaitu : \bar{n}_q , \bar{n}_t , \bar{t}_q , \bar{t}_t , P, P_n , P_o , P_w). Tujuan penting lainnya adalah kegunaannya dalam penentuan sensitivitas performance variable – variable dalam menghadapi perubahan – perubahan desain sistem (yaitu: λ , μ , S, Q)

Tabel 2.3
Notasi – notasi untuk Model – model Antrian Tak Terbatas

Notasi	Penjelasan	Ukuran
λ	Tingkat kedatangan rata – rata	unit /jam
$1 / \lambda$	Waktu antar kedatangan rata – rata	jam /unit
μ	Tingkat pelayanan rata – rata	unit /jam
$1 / \mu$	Waktu pelayanan rata – rata	jam /unit
σ	Deviasi standar tingkat pelayanan	unit /jam
n	Jumlah individu dalam sistem pada suatu waktu	unit
\bar{n}_q	Jumlah individu rata – rata dalam antrian	unit
\bar{n}_t	Jumlah individu dalam sistem total (antrian dan fasilitas pelayanan)	unit
\bar{t}_q	Waktu rata – rata dalam antrian	jam
	Waktu rata – rata dalam sistem total	jam

\bar{t}_i		
S	Jumlah fasilitas pelayanan (channels)	unit pelayanan
P	Tingkat kegunaan fasilitas pelayanan	Ratio
Q	Kepanjangan maksimum sistem(antrian plus ruang pelayanan)	Unit
P_n	Probabilitas jumlah n individu dalam sistem	frekuensi relatif
P_o	Probabilitas tidak ada individu dalam sistem	frekuensi relatif
P_w	Probabilitas menunggu dalam antrian	frekuensi relatif
c_s	Biaya pelayanan per satuan waktu per fasilitas pelayanan	Rp/jam/ server
C_w	Biaya untuk menunggu per satuan waktu per individu	Rp/jam/ unit
c_t	Biaya total = $S c_s + \bar{n}_i c_w$	Rp/ jam

2.2.6.3 Minimasi Biaya

Apabila memungkinkan untuk menentukan biaya tidak langsung (indirect cost) pada individu – individu yang menunggu dan biaya langsung (direct cost) untuk penyediaan pelayanan, tujuan dasar antrian adalah minimisasi kedua

biaya tersebut. Ada dua komponen dari biaya tersebut yaitu biaya menunggu (waiting cost) dan biaya pelayanan.

Biaya menunggu ini mencakup biaya menganggurnya para karyawan, kehilangan penjualan, kehilangan langganan, tingkat persediaan yang berlebihan, kehilangan kontrak, kemacetan sistem, atau kehilangan kepercayaan dalam manajemen. Semuanya ini terjadi bila suatu sistem mempunyai sumber daya pelayanan yang tidak mencukupi.

Sedangkan biaya pelayanan mencakup biaya tetap investasi awal dalam peralatan atau fasilitas, biaya pemasangan dan latihan bagi karyawan, dan biaya – biaya variable seperti gaji karyawan dan pengeluaran tambahan untuk pemeliharaan. Walaupun biaya menunggu mungkin dapat dikurangi dengan menambah fasilitas pelayanan, tetapi hal ini akan menaikkan biaya penyediaan pelayanan.

