

## BAB III

### LANDASAN TEORI

#### 3.1. Umum

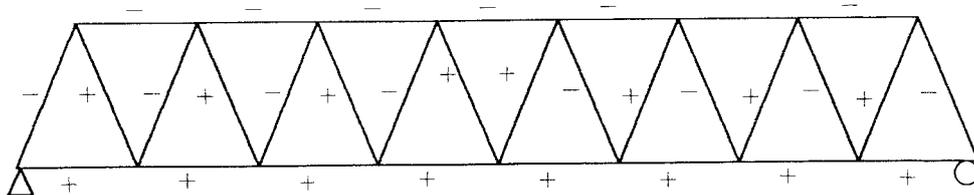
Struktur rangka merupakan gabungan elemen-elemen yang membentuk segitiga yang dihubungkan melalui titik simpul.

Terdapat beberapa jenis struktur rangka jembatan yang masing-masing mempunyai penempatan batang yang berbeda-beda. Di Indonesia jenis yang banyak digunakan adalah rangka Single Warren dan rangka Callender Hamilton, seperti diuraikan berikut ini.

##### a. Rangka Single Warren

Batang atas merupakan batang tekan, batang bawah merupakan batang tarik, batang diagonal sebagian batang tekan dan sebagian batang tarik.

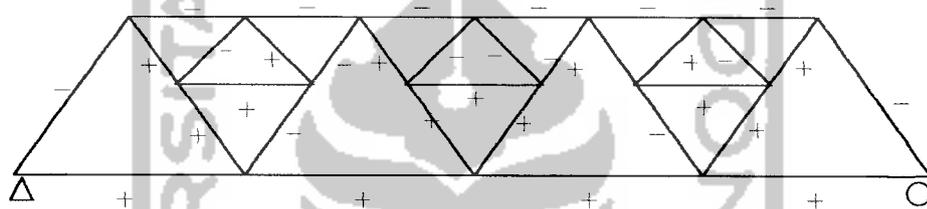
Seperti ditunjukkan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1. Gaya-gaya batang rangka Single Warren

b. Rangka Callender Hamilton

Pada rangka Callender Hamilton terdapat batang sekunder yang berfungsi untuk memperpendek panjang tekuk batang tekan. Batang atas merupakan batang tekan, batang bawah merupakan batang tarik, batang diagonal dan batang sekunder sebagian merupakan batang tekan dan sebagian merupakan batang tarik. Seperti ditunjukkan pada Gambar 3.2 berikut ini.

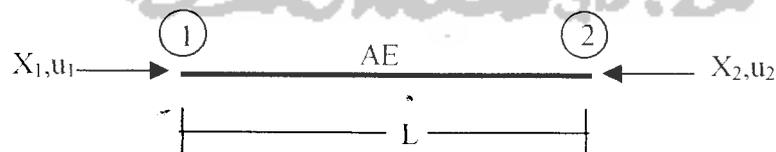


Gambar 3.2. Gaya-gaya batang rangka Callender Hamilton

### 3.2. Analisis Struktur

#### 3.2.1. Deformasi Pada Rangka Batang Bidang ( Truss element )

a. Persamaan dasar



Gambar 3.3 Deformasi pada rangka batang ( Truss )

Arah gaya deformasi yang tampak pada Gambar 3.3 adalah arah positif, maka :

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\{X\} = [k]\{u\} \quad (3.2)$$

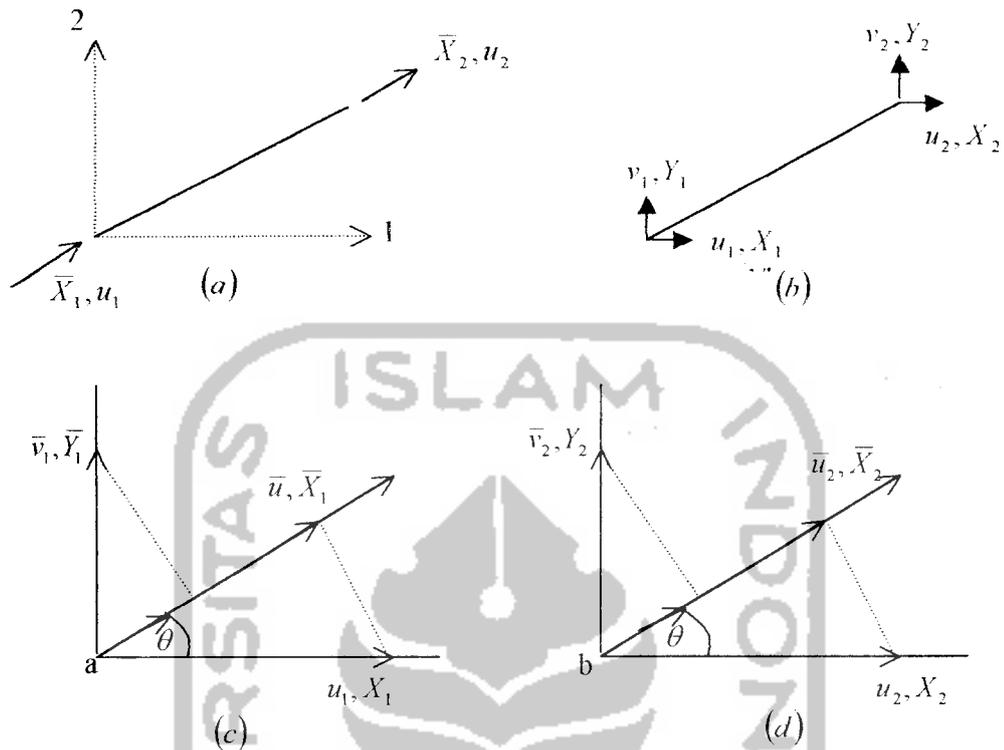
$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

dengan :  $\{X\}$  = vektor gaya,  $[k]$  = matrik kekakuan pada sistem koordinat lokal, dan  $\{u\}$  = vektor deformasi.

Pada rangka batang bidang kedudukan batang-batangya adalah sembarang, sehingga untuk menganalisis konstruksi ini diperlukan transformasi koordinat.

#### b. Matrik transformasi

Garis putus-putus pada Gambar 3.4 menunjukkan sistem koordinat global ( sistem koordinat struktur ). Pada umumnya sumbu 1 (sumbu x) diambil horizontal dan sumbu 2 (sumbu y) diambil vertikal. Sedang sistem koordinat lokal digambarkan dengan garis penuh, sumbu 1 (sumbu x) diambil horizontal sumbu batang dan sumbu 2 (sumbu y) diambil tegak lurus sumbu batang.



Gambar 3.4. (a) kondisi local, (b) kondisi global, (c) transformasi ujung a, (d) transformasi ujung b

Dari Gambar 3.4.c akan diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\bar{u}_1 = u_1 \cos \phi + v_1 \sin \phi \quad (3.4)$$

dalam bentuk matrik

$$\bar{u}_1 = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Dari Gambar 3.4.c analog dengan persamaan 3.5. dapat diperoleh

$$\bar{u}_2 = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

dengan :  $\bar{u}_1$  = deformasi lokal ujung a

$\bar{u}_2$  = deformasi lokal ujung b

$u_1, v_1$  = deformasi global ujung a

$u_2, v_2$  = deformasi global ujung b

Untuk memudahkan dalam penjelasan lebih lanjut ujung-ujung batang disebut dengan ujung a dan b seperti nampak pada gambar 3.4.a dengan demikian persamaan 3.5 dan 3.6 dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\bar{u}_a = \lambda \quad u_a = \mu \quad (3.7)$$

$$\bar{u}_b = \lambda \quad u_b = \mu \quad (3.8)$$

dengan:  $\lambda = \cos \phi$ ,  $\mu = \sin \phi$

jika diambil  $T = [\lambda, \mu]$  maka persamaan 3.7 dan 3.8 dapat dituliskan :

$$\begin{Bmatrix} \bar{u}_a \\ \bar{u}_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a \\ u_b \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

dengan :  $T$  = matrik transformasi

Untuk menyederhanakan penulisan dan penjabaran lebih lanjut Persamaan (3.9) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\{\bar{u}\} = [A]\{u\} \quad (3.10)$$

Analog dari Persamaan ( 3.9), akan dapat disusun persamaan berikut :

$$\begin{Bmatrix} \bar{X}_a \\ \bar{X}_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_a \\ X_b \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

Dari Persamaan (3.9) dan Persamaan ( 3.11) dapat diperoleh :

$$\begin{Bmatrix} u_a \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T^T & 0 \\ 0 & T^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_a \\ \bar{u}_b \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

atau :

$$\{u\} = [A]^T \{\bar{u}\} \quad (3.13)$$

dan

$$\begin{Bmatrix} X_a \\ X_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T^T & 0 \\ 0 & T^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X}_a \\ \bar{X}_b \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

atau :

$$\{X\} = [A]^T \{\bar{X}\} \quad (3.15)$$

Dari Persamaan ( 3.2 ) dan ( 3.15 ) akan diperoleh :

$$\{X\} = A^T k \bar{u} \quad (3.16)$$

Dari Persamaan (3.1) dan Persamaan (3.13), dapat diperoleh :

$$X = \Lambda^T k \Lambda u \quad (3.17)$$

Untuk tiap-tiap batang berlaku rumus  $\bar{X} = k \bar{u}$ , maka pada system struktur juga berlaku rumus :

$$X = k \cdot u \quad (3.18)$$

Dari Persamaan (3.17) dan Persamaan (3.18) dapat diperoleh :

$$k = \Lambda^T k \Lambda \quad (3.19)$$

sehingga

$$K = \begin{bmatrix} T^T & 0 \\ 0 & T^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ab} \\ k_{ba} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ab} \\ k_{ba} & k_{bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^T k_{aa} T & T^T k_{ab} T \\ T^T k_{ba} T & T^T k_{bb} T \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Dengan :  $K_{aa} = T^T k_{aa} T$  ;  $K_{ab} = T^T k_{ab} T$  ;  $K_{ba} = T^T k_{ba} T$  ; dan  $K_{bb} = T^T k_{bb} T$

$$T^T k_{aa} T = \left\{ \begin{matrix} \lambda \\ \mu \end{matrix} \right\} \frac{AE}{L} [1] \quad \left[ \begin{matrix} \lambda & \mu \end{matrix} \right] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \lambda^2 & \lambda\mu \\ \lambda\mu & \mu^2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

dengan cara yang sama akan didapat  $K_{aa}$ ,  $K_{ab}$ ,  $K_{ba}$ ,  $K_{bb}$  sehingga didapat kekakuan pada sistem koordinat global :

$$[K] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \lambda^2 & \lambda\mu & -\lambda^2 & -\lambda\mu \\ \lambda\mu & \mu^2 & -\lambda\mu & -\mu^2 \\ -\lambda^2 & -\lambda\mu & \mu^2 & \lambda\mu \\ -\lambda\mu & -\mu^2 & \lambda\mu & \mu \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

dengan :  $[K]$  = matrik kekakuan pada sistem koordinat global.

Dari penjelasan Analisis Struktur diatas dapat disimpulkan bahwa kekakuan elemen *Truss* dipengaruhi oleh panjang dari elemen tersebut. Semakin panjang elemen, kekakuannya semakin kecil.

### 3.3. Batang tarik

Batang tarik adalah batang yang mengalami tegangan tarik aksial akibat beban yang bekerja pada ujung-ujung batang. Desain batang tarik merupakan salah satu masalah teknik struktur yang paling sederhana dibandingkan desain struktur yang lain. Karena stabilitas bukan merupakan hal utama, perencanaan batang tarik pada hakekatnya menentukan luas penampang lintang batang yang cukup untuk menahan beban yang bekerja ( Salmon dan Johnson, 1990 ).

Secara umum kekuatan batas batang tarik ditunjukkan dengan Persamaan (3.24) dan ( 3.25 ) berikut ini.

$$T_u = A_e \cdot F_u \quad (3.24)$$

$$T_u = A_g \cdot F_y \quad (3.25)$$

dengan :  $T_u$  = beban tarik,  $A_e$  = luas efektif netto ,  $A_g$  = luas bruto,  $F_u$  = kekuatan tarik minimum, dan  $F_y$  = kuat leleh yang dispesifikasikan untuk baja tersebut.

Batang tarik yang terlalu panjang bisa melendut secara berlebihan akibat berat sendiri, untuk mencegah hal tersebut panjang batang perlu dibatasi. Kriteria penentuan panjang batang ini didasarkan pada angka kelangsingan batang ( $kl/r$ ) dengan  $l$  adalah panjang batang dan  $r$  adalah jari-jari girasi. Menurut AASHTO besar angka kelangsingan yang berlaku untuk batang tarik adalah  $kl/r \leq 200$ .

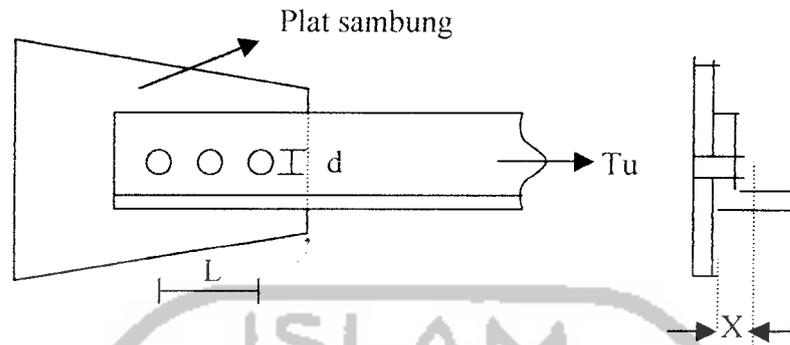
### 3.3.1. Luas efektif netto

Pada batang tarik dimana tidak semua penampang melintangnya dihubungkan dengan batang penumpunya sehingga beban runtuhnya akan lebih kecil. Fenomena seperti ini disebut *shear lag*. Profil siku yang dihubungkan dengan satu kaki seperti ditunjukkan pada Gambar 3.4, hal ini mengakibatkan terjadinya pemusatan tegangan disepanjang kaki itu, pada kaki lainnya tidak ada tegangan ( atau mungkin kecil sekali ). Sehingga tegangan yang terjadi harus direduksi ( Spiegel dan Limbrunner, 1991 ).

Luas efektif netto menurut LRFD dihitung dengan rumus :

$$A_e = U \cdot A_n \quad (3.26)$$

dengan :  $U$  = koefisien reduksi,  $A_n$  = luas netto



Gambar 3.5 luas efektif sambungan baut

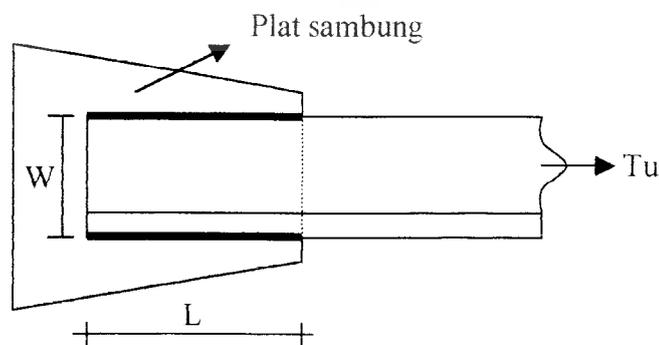
Persamaan (3.26) berlaku untuk jenis penyambung yang memiliki lubang, yaitu sambungan baut dan paku keling. Nilai koefisien reduksi dihitung dengan rumus :

$$U = 1 - \frac{(X - L)}{d} \quad (3.27)$$

dengan :  $x$  = jarak pusat berat profil ke tepi plat sambung,  $l$  = jarak baut

Untuk sambungan las luas bersihnya sama dengan luas bruto karena tidak mempunyai lubang, sehingga luas efektif netto untuk sambungan las dapat dihitung dengan rumus :

$$A_e = U \cdot A_g \quad (3.28)$$



Gambar 3.6 luas efektif sambungan las

Koefisien reduksi diambil dengan ketentuan :

$$L > 2W \quad U = 1$$

$$2W > L > 1,5W \quad U = 0,87$$

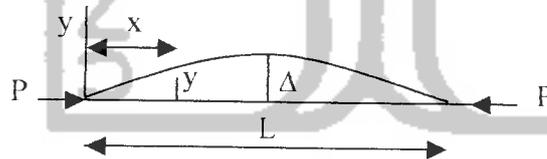
$$1,5W > L > W \quad U = 0,75$$

dengan :  $l$  = panjang las,  $w$  = lebar plat

### 3.4. Batang tekan

Batang tekan merupakan batang-batang lurus yang mengalami tekanan akibat kerja gaya-gaya aksial. Analisis kuat batang tekan pertama kali dikemukakan oleh Euler ( 1757 ), yang diuraikan sebagai berikut.

Akibat beban (  $P$  ) pada pelenturan (  $y$  ), pada penampang tersebut bekerja momen lentur. Seperti terlihat pada Gambar 3.7.



Gambar 3.7. Batang lurus dibebani gaya tekan aksial

$$M = -P \cdot y \quad (3.29)$$

karena  $M = EI \frac{d^2 y}{dx^2}$ , maka Persamaan (3.29) menjadi :

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -P \cdot y \quad (3.30)$$

dengan  $E$  = modulus elastis,  $P$  = gaya aksial,  $I$  = inersia, dan  $y$  = pelenturan

Penyelesaian Persamaan (3.30) menghasilkan beban kritis ( $P_{kr}$ ) sebagai berikut :

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 E I}{L^2} \quad (3.31)$$

Persamaan (3.31) menunjukkan beban kritis menurut Euler, jika masing-masing ruas dibagi dengan luas penampang ( $A$ ), akan memperoleh tegangan kritis ( $\sigma_{kr}$ ).

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E I}{A L^2} \quad (3.32)$$

karena  $\frac{A}{I} = 1/i^2$ , dan panjang ( $L$ ) diganti dengan panjang tekuk ( $Lk$ ) maka

Persamaan (3.31) dapat dinyatakan dengan Persamaan (3.32).

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\left[ \frac{Lk}{i} \right]^2} \quad (3.33)$$

dengan  $\left[ \frac{Lk}{i} \right]$  adalah kelangsingan ( $\lambda$ )

Tampak disini bahwa kuat tekan kolom dipengaruhi oleh kelangsingannya, semakin langsing kolom, kuat tekannya semakin kecil.

Kelangsingan batang merupakan rasio antara panjang tekuk ( $kl$ ) dengan jari-jari girasi ( $r$ ). Kuat tekan suatu batang akan menurun seiring dengan makin

besarnya nilai kelangsingan batang tersebut. Menurut AASHTO besarnya angka kelangsingan yang berlaku untuk batang tekan adalah  $kl / r \leq 120$ .

### 3.5. Batas Lebar / Tebal untuk Mencapai Tegangan Leleh tanpa Tekuk

#### Lokal Pelat

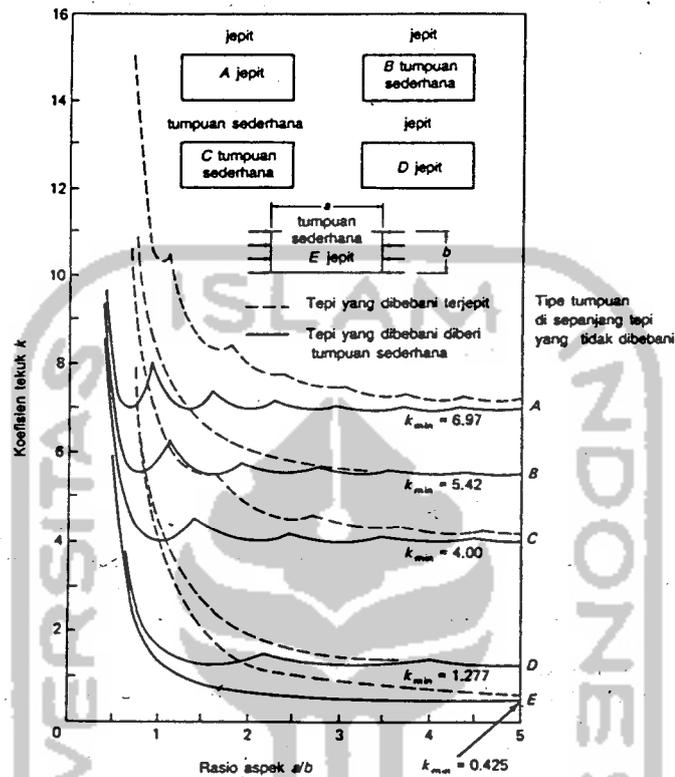
Kegagalan akibat tekuk setempat dapat terjadi apabila rasio lebar / tebal dari elemen suatu kolom terlalu tinggi. Untuk menghindari terjadinya tekuk setempat maka rasio lebar / tebal harus memenuhi batasan.

Menurut Salmon dan Johnson (1992), tegangan tekuk elastis teoritik atau tegangan kritik pelat yang tertekan dapat dinyatakan sebagai :

$$F'_{cr} = k \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \mu^2) \cdot (b/t)^2} \quad (3.34)$$

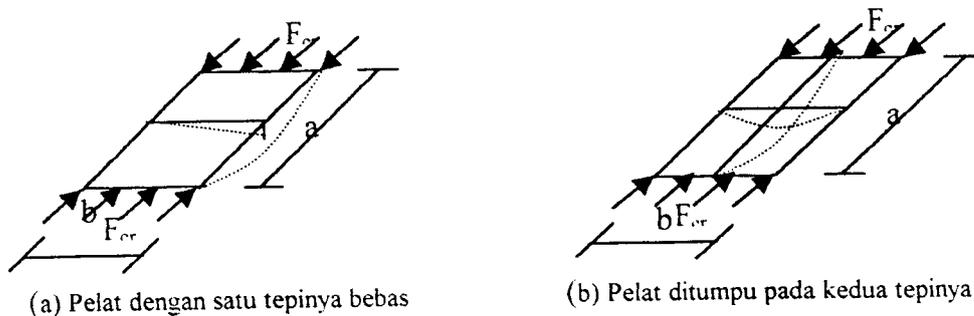
dengan : b = lebar pelat ; t = tebal pelat ;  $\mu = 0,3$  ( angka poisson untuk baja ); k = koefisien tekuk pelat ; E = modulus elastisitas baja ;  $F_y$  = tegangan leleh baja.

Koefisien tekuk pelat ( k ) merupakan sebuah konstanta yang tergantung pada tipe tegangan, kondisi tumpuan tepi, dan rasio panjang terhadap lebar ( a/ b ) dari pelat yang bersangkutan. Selanjutnya harga koefisien tekuk pelat dapat ditunjukkan pada Gambar 3.8.



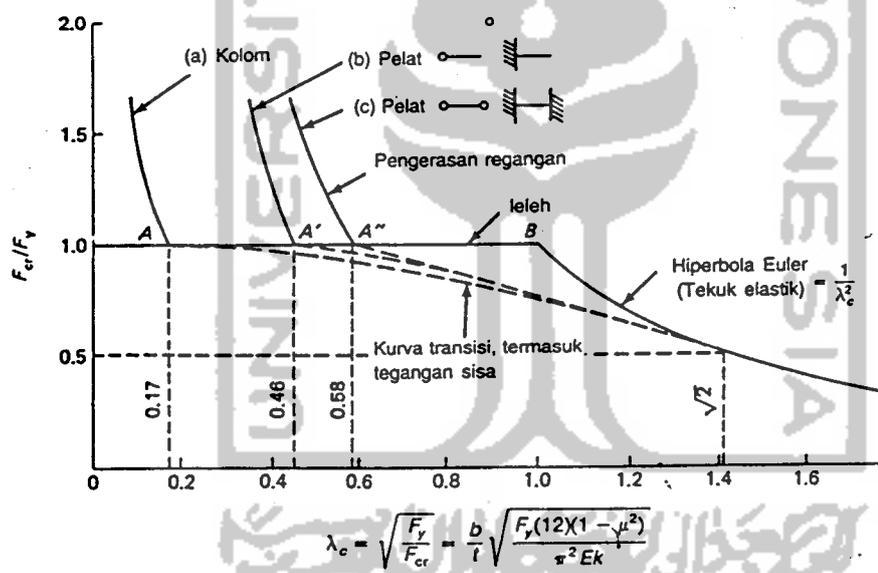
Gambar 3.8. Koefisien tekuk elastik untuk tekan pada pelat segiempat ( *Salmon dan Johnson, 1992* ).

Elemen tekan pelat dapat dibagi menjadi dua kategori, yaitu elemen yang diberi tumpuan disepanjang kedua tepi yang sejajar dengan arah tegangan tekan dan elemen yang diberi tumpuan pada salah satu tepi dan bebas ditepi lainnya yang searah tegangan tekan, seperti ditunjukkan pada Gambar 3.9.



Gambar 3.9. Defleksi tekuk pelat yang ditekan secara merata

Kekuatan pelat yang menerima tekanan tepi terdiri dari jumlah dua komponen, yaitu tegangan tekuk elastik atau tak-elastik dan kekuatan pasca tekuk. Kekuatan pasca tekuk akan menjadi lebih tinggi pada saat rasio lebar/tebal bertambah besar. Untuk harga  $b/t$  yang rendah, bukan hanya kekuatan pasca tekuk yang akan hilang, melainkan keseluruhan pelat pun mungkin telah meleleh dan mencapai kondisi pengerasan tegangan (*strain hardening*), seperti ditunjukkan pada Gambar 3.10.



Gambar 3.10. Perbandingan tekuk pelat dengan tekuk kolom  
( Salmon dan Johnson , 1992 )

Dari grafik untuk tekuk elastik ( hiperbola Euler ) pada Gambar 3.10. didapat persamaan kerampingan kolom :

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{F_y}{F_{cr}}} \quad (3.35)$$

Bila  $F_{cr} / F_y$  didefinisikan sebagai  $1 / \lambda_c^2$ , sehingga Persamaan (3.35) untuk pelat menjadi :

$$\lambda_c = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{F_y (12) (1 - \mu^2)}{\pi^2 E k}} \quad (3.36)$$

atau

$$\frac{b}{t} = \sqrt{\frac{\lambda_c^2 \pi^2 E}{F_y (12) (1 - \mu^2)}} k \quad (3.37)$$

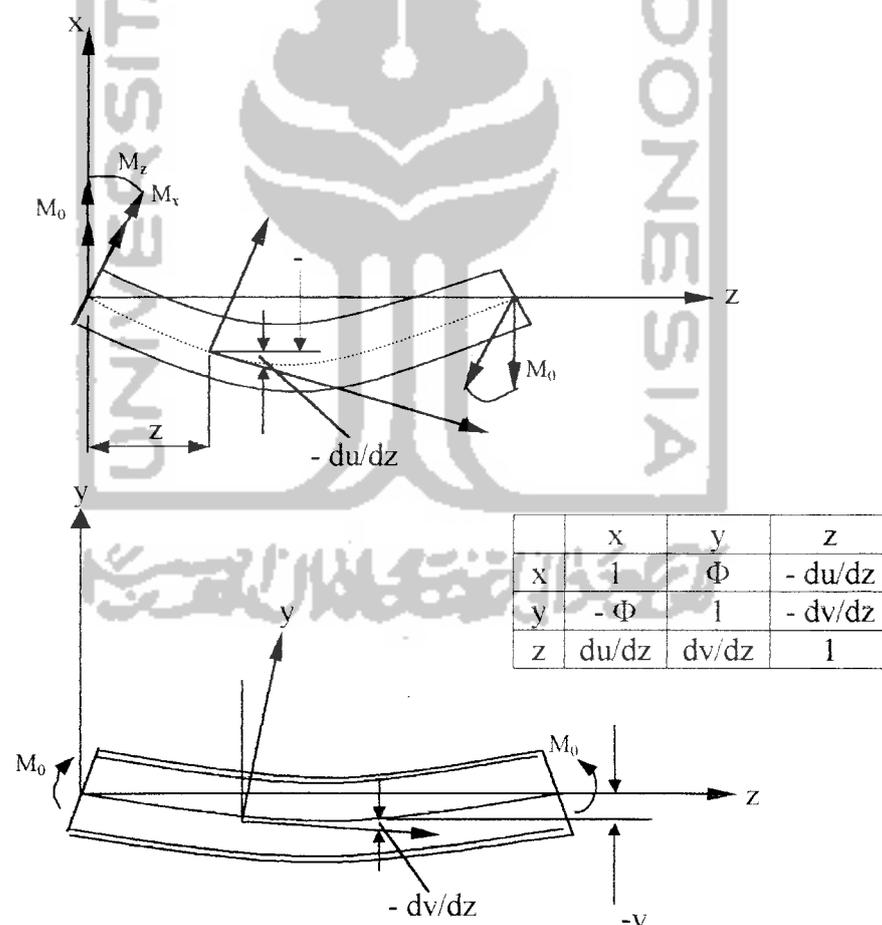
Pada Gambar 3.10 didapatkan harga  $\lambda_c = 0,46$  untuk pelat ditumpu pada salah satu sisinya dan bebas untuk sisi yang lain ( elemen tanpa pengaku ). Dengan memasukkan harga  $\lambda_c = 0,46$ ;  $k = 0,76$  ( dari Gambar 3. untuk pelat dengan tepi yang dibebani terjepit );  $\mu = 0,3$  untuk baja dan  $E = 2.10^5$  Mpa kedalam Persamaan (3.36) atau (3.37) didapatkan batasan lebar/tebal LRFD untuk elemen tekan tanpa pengaku seperti ditunjukkan pada Persamaan (3.38).

$$\frac{b}{t} = \frac{171}{\sqrt{F_y, Mpa}} \quad (3.38)$$

### 3.6. Tekuk Puntir

Tekuk puntir terjadi akibat beban aksial yang bekerja pada bidang profil yang tidak melalui pusat geser atau terjadinya momen dalam pembebanan ( Salmon dan Johnson, 1996 ).

Karena desain struktur menuntut pemahaman atas stabilitas secara menyeluruh, panjang tak berpenopang lateral yang panjang akan menunjukkan kekuatan momen  $M_{cr}$  yang dikontrol tekuk puntir lateral elastis. Dengan mengacu pada Gambar 3.11, yang memperlihatkan balok I dalam keadaan posisi tertekuk, Momen  $M_0$  bekerja pada bidang  $yz$  akan meningkatkan komponen momen  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ . Batang mengalami lentur pada bidang  $X^1 z^1$  dan  $Y^1 z^1$  dan lengkungan torsi pada sumbu  $X^1$  (akibat  $M^1 z$ ).



3.11. Tekuk puntir lateral balok

Dengan asumsi deformasi kecil, lenturan pada bidang  $Y^1Z^1$  ( dengan memperhitungkan kosinus arahnya adalah satu antara sumbu-sumbu  $Y^1$  dan  $Y$ , dan  $z^1$  dan  $z$  ) dapat ditulis:

$$I_x \frac{d^2 y}{dz^2} = M' x = M_0 \quad (3.39)$$

di mana  $v$  = perpindahan lokasi titik berat arah  $Y$

jadi lenturan pada bidang  $x^1z^1$ :

$$EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} = M_{y^1} = M_0 \phi \quad (3.40)$$

Dari persamaan momen torsi total diketahui :

$$M_z = GJ \frac{d\phi}{dz} - EC_w \frac{d^3 \phi}{dz^3} \quad (3.41)$$

Komponen torsi dari  $M_0$  saat batang tertekuk sebanding dengan kemiringan batang pada bidang  $XZ$  :

$$M'_z = -\frac{du}{dx} M_0 \quad (3.42)$$

dari Persamaan 3.41 dan 3.42 diperoleh :

$$-\frac{du}{dz} M_0 = GJ \frac{d\phi}{dz} - EC_w \frac{d^3 \phi}{dz^3} \quad (3.43)$$

$$-\frac{d^2 u}{dz^2} M_0 = GJ \frac{d^2 \phi}{dz^2} - EC_w \frac{d^4 \phi}{dz^4} \quad (3.44)$$

dari Persamaan 3.40 disubsitusikan kedalam Persamaan 3.44 memberikan:

$$EC_w \frac{d^4 \phi}{dz^4} - GJ \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \frac{M_0^2}{EI_y} \phi = 0 \quad (3.45)$$

Persamaan 3.45 dibagi dengan  $EC_w$ , dan misalkan:

$$2\alpha = \frac{GJ}{EC_w} \text{ dan } \beta = \frac{Mo^2}{E^2 C_w I_y}$$

maka Persamaan 3.45 menjadi:

$$\frac{d^4 \phi}{dz^4} - 2\alpha \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \beta \phi = 0 \quad (3.46)$$

misalkan

$$\phi = Ae^{nz}$$

$$\frac{d\phi}{dz} = mAe^{nz}$$

$$\frac{d^2 \phi}{dz^2} = m^2 Ae^{nz}$$

$$\frac{d^4 \phi}{dz^4} = m^4 Ae^{nz}$$

$$\rightarrow Am^4 - 2Am^2 - A = 0$$

$$\text{Diperoleh : } m = \pm \sqrt{\alpha \pm \sqrt{\beta + \alpha^2}} \quad (3.47)$$

Misalkan :

$$n^2 = \alpha + \sqrt{\beta + \alpha^2} \quad \left. \vphantom{n^2} \right\} \quad (3.48)$$

$$q^2 = -\alpha + \sqrt{\beta + \alpha^2}$$

$$\phi = A_1 e^{nz} + A_2 e^{-nz} + A_3 e^{iqz} + A_4 e^{-iqz} \quad (3.49)$$

$$e^{iqz} = \cos qz + i \sin qz \quad (3.50)$$

$$e^{-iqz} = \cos qz - i \sin qz \quad (3.51)$$

$$\phi = A_1 e^{nz} + A_2 e^{-nz} + A_3 \cos qz + A_4 \sin qz \quad (3.52)$$

Konstanta  $A_1$  dan  $A_4$  ditentukan oleh kondisi tumpuan ujung. Untuk kasus tumpuan sederhana puntir, yakni ujung-ujung balok mungkin tidak terpinil tetapi bebas melengkung lateral (*warping*), kondisi-kondisinya adalah:

$$\phi = 0 \quad \frac{d^2\phi}{dz^2} = 0 \quad \text{pada } z=0 \text{ dan } z=L$$

Untuk  $\phi = 0$  dan  $z=0$  Persamaan 3.52 memberikan:

$$\phi = A_1(e^{nz} - e^{-nz}) + A_4 \sin qz \quad (3.53)$$

atau dapat ditulis sebagai:

$$\phi = 2A_1 \sinh nL + A_4 \sin qz \quad (3.54)$$

Pada  $z=L$ ,  $\phi = 0$

$$\phi = A_4 \sin qL = 0 \quad (3.55)$$

$$q = \frac{N\pi}{L} \quad (3.56)$$

Untuk tekuk dasar  $N=1$

$$q = \sqrt{-\alpha + \sqrt{\beta + \alpha^2}} = \frac{\pi}{L} \quad (3.57)$$

$$-\frac{GJ}{2EC_w} + \sqrt{\frac{Mo^2}{E^2C_wI_y} + \left(\frac{GJ}{2EC_w}\right)^2} = \frac{\pi^2}{L^2} \quad (3.58)$$

Untuk  $Mo = M_{cr}$  memberikan:

$$M_{cr}^2 = E^2C_wI_y \left[ \left( \frac{\pi^2}{L^2} + \frac{GJ}{2EC_w} \right)^2 - \left( \frac{GJ}{2EC_w} \right)^2 \right] \quad (3.59)$$

$$M_{cr} = \sqrt{\frac{\pi^4 E^2 C_w I_y}{L^4} + \frac{\pi^2 E I_y G J}{L^2}} \quad (3.60)$$

Pemfaktoran  $\pi/L$  dari dalam tanda akar memberikan kekuatan tekuk puntir lateral elastis sebagai berikut:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{\left(\frac{\pi E I_y}{L}\right)^2 C_w + EI_y GJ} \quad (3.61)$$

dimana :  $M_{cr}$  = kekuatan tekuk puntir lateral;  $L$  = panjang tak berpenopang;  $E$  = modulus elastisitas;  $C_w$  = konstanta warping puntir;  $J$  = konstanta puntir;  $I_y$  = momen inertiya terhadap sumbu  $y$ .

Untuk momen  $M_{cr}$  dalam rentang tak-elastis, suku yang melibatkan regiditas puntir  $GJ$  dapat diabaikan, karena pada umumnya tumpuan lateral akan diberikan pada lokasi-lokasi di mana momen plastis diharapkan terjadi. Maka Persamaan (3.61) dengan mengabaikan suku kedua, akan menjadi:

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 E}{L^2} \sqrt{C_w I_y} \quad (3.62)$$

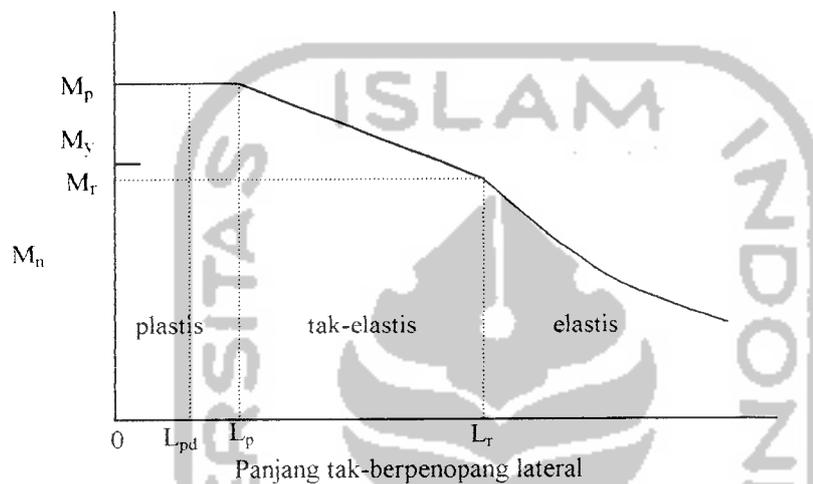
Karena  $M_{cr}$  harus mencapai  $M_p$ , substitusikan  $M_p = Z_x F_y$  untuk  $M_{cr}$ . Perhitungan dengan menggunakan profil-I, maka  $C_w = I_y h^2/4$ ,  $I_y = Ar^2$ , dan  $L$  = untuk panjang yang tidak berpenopang.

### 3.6.1. Persyaratan Topangan Lateral tanpa Tekuk Puntir - LRFD

Persyaratan kekuatan menurut LRFD dapat dinyatakan sebagai :

$$\phi_b M_n \geq M_u \quad (3.63)$$

di mana  $\phi_b$  = faktor reduksi kekuatan untuk lentur = 0,9,  $M_n$  = kekuatan momen nominal,  $M_u$  = momen beban layan terfaktor.



Gambar 3.12. Kekuatan Nominal  $M_n$  dari penampang “kompak” yang dipengaruhi oleh tekuk puntir lateral

Kekuatan tekuk lateral akibat pengaruh panjang tak-berpenopang lateral (Gambar 3.12) terdapat beberapa kasus, sebagai berikut :

1. Momen plastis dicapai ( $M_n = M_p$ ) bersama dengan kapasitas rotasi plastis yang besar.

$$L_{pd} = \frac{24.800 + 15.200 M_1 / M_p}{F_y, Mpa} \quad (3.64)$$

panjang tak berpenopang lateral ( $L$ ) tidak boleh melampaui  $L_{pd}$ , dimana :

$$M_p = F_y Z_x \quad (3.65)$$

$M_1$  = momen pada ujung-ujung segmen yang tidak berpenopang lateral

2. Momen plastis dicapai ( $M_n = M_p$ ) tetapi dengan kapasitas rotasi yang relatif kecil.

$$L_p = \frac{131}{\sqrt{F_y M_p u}} r_y \quad (3.66)$$

dimana :  $r_y$  = jari-jari girasi terhadap sumbu y

panjang tak berpenopang ( $L$ ) tidak boleh melampaui  $L_p$ .

3. Tekuk puntir lateral yang terjadi dalam daerah tak-elastis ( $M_p > M_n \geq M_r$ )

Kekuatan momen elastis maksimum ( $M_r$ ) apat dihitung dengan rumus :

$$M_r = (F_y - F_r) S_x \quad (3.67)$$

dimana :  $F_y$  = tegangan leleh minimum ;  $F_r$  = sisa tekan dalam flens = 10 Ksi  
 untuk penampang giling ;  $S_x$  = modulus elastis =  $I_x / (d/2)$  ;  $I_x$  = momen inertiya  
 terhadap sunbu x ; d = tinggi keseluruhan penampang.

Panjang tak berpenopang ( $L_r$ ) diperoleh dengan menyamakan kekuatan momen elastis maksimum  $M_r$  dengan kekuatan tekuk puntir lateral elastis  $M_{cr}$  (Persamaan 3.61), sehingga didapat harga  $L_r$  seperti ditunjukkan Persamaan (3.68) sebagai berikut :

$$L_r = \frac{r_y X_1}{(F_y - F_r)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 (F_y - F_r)^2}} \quad (3.68)$$

dimana :

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{E.G.J.A}{2}} \quad (3.69)$$

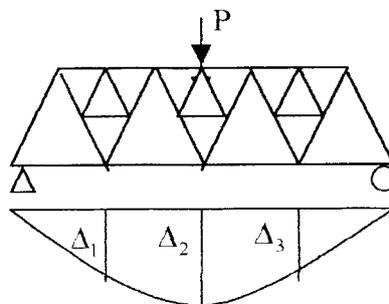
$$X_2 = 4 \cdot \frac{C_w}{I_y} \left( \frac{S_x}{G.J} \right)^2 \quad (3.70)$$

### 3.7. Hubungan Beban dan Lendutan

Kekakuan suatu struktur (k) menurut Gere dan Timoshenko (1987) didefinisikan sebagai rasio beban dan lendutan, yang dinyatakan dengan :

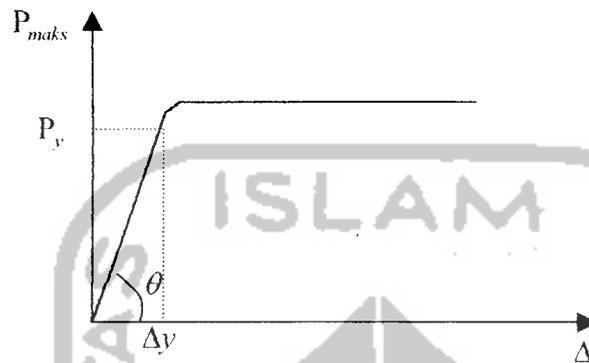
$$k = P / \Delta \quad (3.71)$$

Tampak bahwa kekakuan berbanding terbalik dengan lendutan. Apabila suatu struktur diberi beban aksial ( P ), maka akan diketahui lendutan (  $\Delta$  ) yang terjadi, sehingga kekakuan ( k ) dapat dicari.



Gambar 3.13. Rangka jembatan yang diberi beban aksial (P)  
Akan terjadi lendutan (  $\Delta$  )

Hubungan beban dan lendutan untuk berbagai macam struktur ditunjukkan oleh Gambar 3.14.

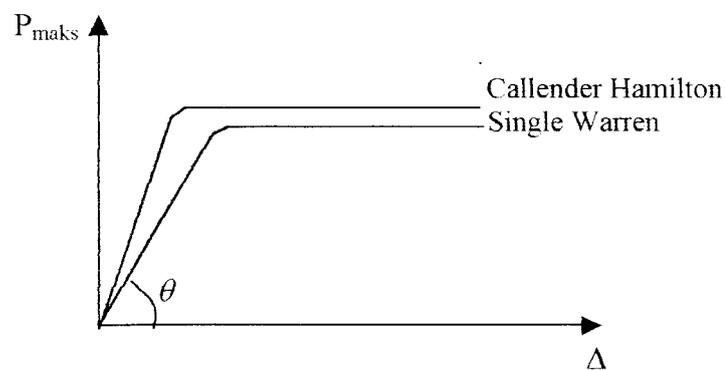


Gambar 3.14. Grafik hubungan beban ( $P$ ) dan lendutan ( $\Delta$ )

Pada Gambar 3.14. terlihat bahwa kekakuan struktur nampak linier sampai pada beban batas ( $P_y$ ). Selanjutnya struktur hanya mampu menahan beban konstan sedangkan lendutan yang terjadi terus bertambah sampai struktur tersebut hancur.

Dari grafik beban dan lendutan akan membentuk sudut sebesar  $\theta$ , dimana :

$$\text{tg } \theta = P / \Delta \quad (3.72)$$



Gambar 3.15 Grafik hubungan beban dan lendutan Rangka Single Warren dan Callender Hamilton

Untuk membandingkan kekakuan struktur dapat dilihat dari besarnya  $\theta$ , seperti terlihat pada Gambar 3.15, bahwa pada struktur rangka Callender Hamilton mempunyai kekakuan yang lebih besar di bandingkan dengan struktur Single Warren.

### 3.8. Hubungan Momen Dan Kelengkungan

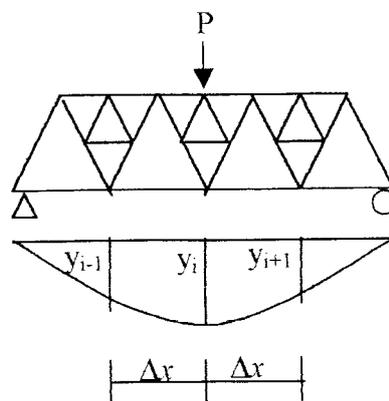
Kelengkungan adalah angka yang menunjukkan berubahnya arah suatu garis lengkung. Kelengkungan berbanding terbalik dengan jari-jari kelengkungan ( Gere dan Timoshenko, 1987 )

Kelengkungan dapat dicari dengan rumus :

$$\Phi = 1/\rho = \frac{\frac{dy}{dx}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.73)$$

dengan :  $\Phi$  = kelengkungan,  $\rho$  = jari-jari kelengkungan

Pemberian beban aksial terpusat (P) pada struktur rangka jembatan akan di dapatkan perpindahan yang diukur pada tiga titik yang berurutan seperti yang terlihat pada Gambar 3.16.



Gambar 3.16. Penurunan yang terjadi akibat beban (P)

Dengan :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x} \quad (3.74)$$

Karena  $\frac{dy}{dx}$  kecil, maka dengan pendekatan *central difference*  $\frac{dy}{dx}$  didekati dengan

nol.

Sehingga didapat kelengkungan :

$$\Phi = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (3.75)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta x) \frac{d}{dx} (y_{i+1} - y_{i-1}) - (y_{i+1} - y_{i-1}) \frac{d}{dx} (2\Delta x)}{(2\Delta x)^2} \quad (3.76)$$

karena  $(2\Delta x)$  adalah konstanta maka :

$$\frac{d}{dx} (2\Delta x) = 0 \quad (3.77)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta x) \left( \frac{y_{i+2} - y_i}{2\Delta x} - \frac{y_i - y_{i-2}}{2\Delta x} \right)}{(2\Delta x)^2} \quad (3.78)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+2} - 2y_i + y_{i-2}}{(2\Delta x)^2} \quad (3.79)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta x)^2} \quad (3.80)$$

Jadi kelengkungan :

$$\Phi = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta x)^2} \quad (3.81)$$

Hubungan antara momen dan kelengkungan dapat ditunjukkan dengan

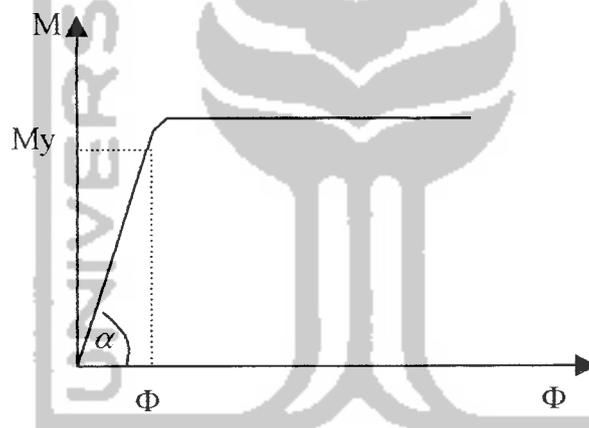
Persamaan (3.82).

$$\Phi = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (3.82)$$

dengan :  $\Phi$  = kelengkungan,  $M$  = momen lenturan, dan  $EI$  = faktor kekakuan.

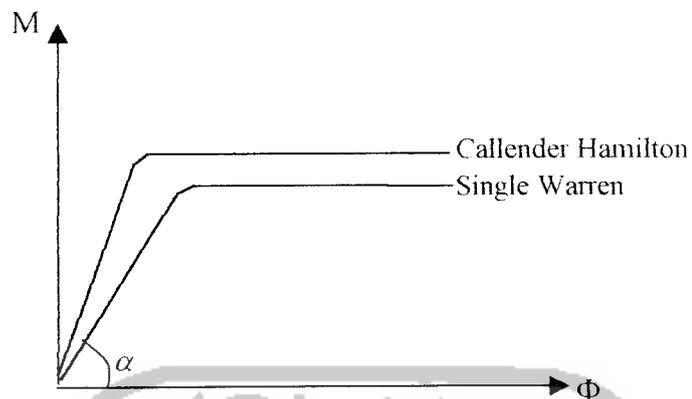
Tampak bahwa faktor kekakuan berbanding terbalik dengan kelengkungan, sehingga semakin besar kelengkungan semakin kecil kekakuan suatu struktur.

Setelah momen ( $M$ ) dan kelengkungan ( $\Phi$ ) diketahui, maka faktor kekakuan ( $EI$ ) dapat dicari. Grafik hubungan momen dan kelengkungan ditunjukkan pada Gambar 3.16 berikut ini.



Gambar 3.17. Grafik hubungan momen dan kelengkungan

Gambar 3.17. menunjukkan hubungan momen dan kelengkungan. Tampak bahwa pada grafik hubungan momen dan kelengkungan akan membentuk sudut ( $\alpha$ ), dimana  $\text{tg } \alpha = M/\Phi$



Gambar 3.18. Grafik hubungan momen dan kelengkungan Rangka Single Warren dan Callender Hamilton

Untuk membandingkan kekakuan struktur dapat dilihat besarnya  $\alpha$ . Seperti terlihat pada Gambar 3.18, maka struktur rangka Callender Hamilton mempunyai kekakuan yang lebih besar dibandingkan dengan struktur rangka Single Warren.

### 3.9. Hipotesis

Berdasarkan analisis dari landasan teori, dengan pemberian beban yang sama, struktur rangka Callender Hamilton mempunyai kekakuan yang lebih besar dibandingkan dengan struktur rangka Single Warren, hal ini disebabkan rangka Callender Hamilton mempunyai panjang elemen batang tekan lebih pendek dan mempunyai joint lebih banyak.

## **BAB IV**

### **METODOLOGI PENELITIAN**

#### **4.1. Metode Penelitian**

Metode penelitian adalah urutan pelaksanaan penelitian dalam rangka mencari jawaban atas permasalahan penelitian yang diajukan dalam penulisan tugas akhir.

#### **4.2. Bahan dan Alat yang digunakan**

Untuk kelancaran penelitian diperlukan beberapa peralatan dan bahan yang akan digunakan sebagai sarana mencapai maksud dan tujuan penelitian. Adapun bahan dan alat yang digunakan adalah sebagai berikut:

##### **4.2.1. Bahan**

a. Baja Profil

Baja profil yang digunakan adalah baja profil 2L 50x50x5, 2L 40x40x4, dan 2L 30x30x3.

b. Baut

Sambungan menggunakan baut hitam dengan diameter  $\frac{1}{2}$  Inchi dan  $\frac{3}{8}$  Inchi.

c. Pelat Sambung

Masing-masing sambungan menggunakan pelat sambung dengan tebal 5 mm

#### 4.2.2. Peralatan Penelitian

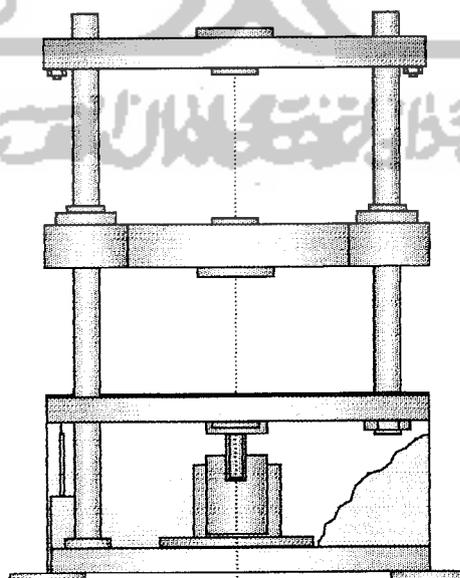
Peralatan-peralatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

a. Alat Pengukur

Alat ukur yang digunakan untuk mengukur dimensi dinding rangka jembatan benda uji.

b. Mesin Uji Kuat Tarik

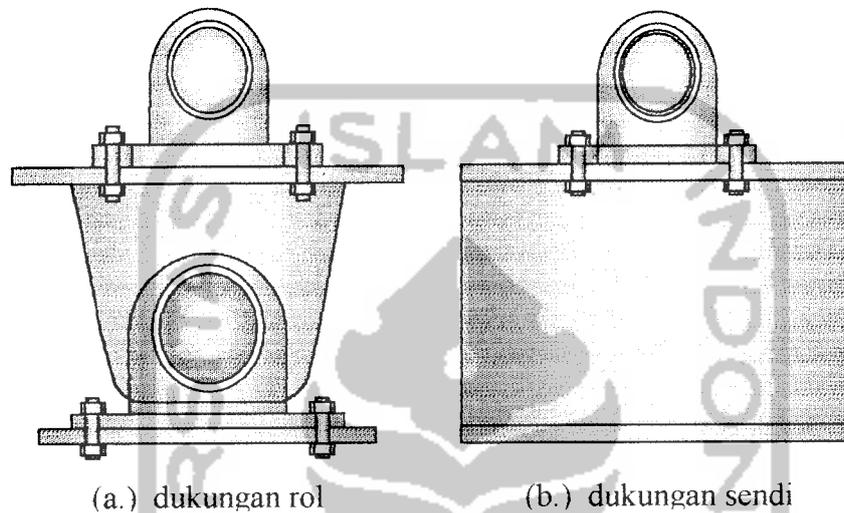
Digunakan untuk mengetahui kuat tarik baja. Pada penelitian ini digunakan UNIVERSAL TESTING MATERIAL (UTM) merk SHIMATSU type UMH 30, kapasitas 30 ton, seperti pada gambar 4.1.



Gambar 4.1. Universal Testing Material Shimatzu UMH30

### c. Dukungan Sendi dan Rol

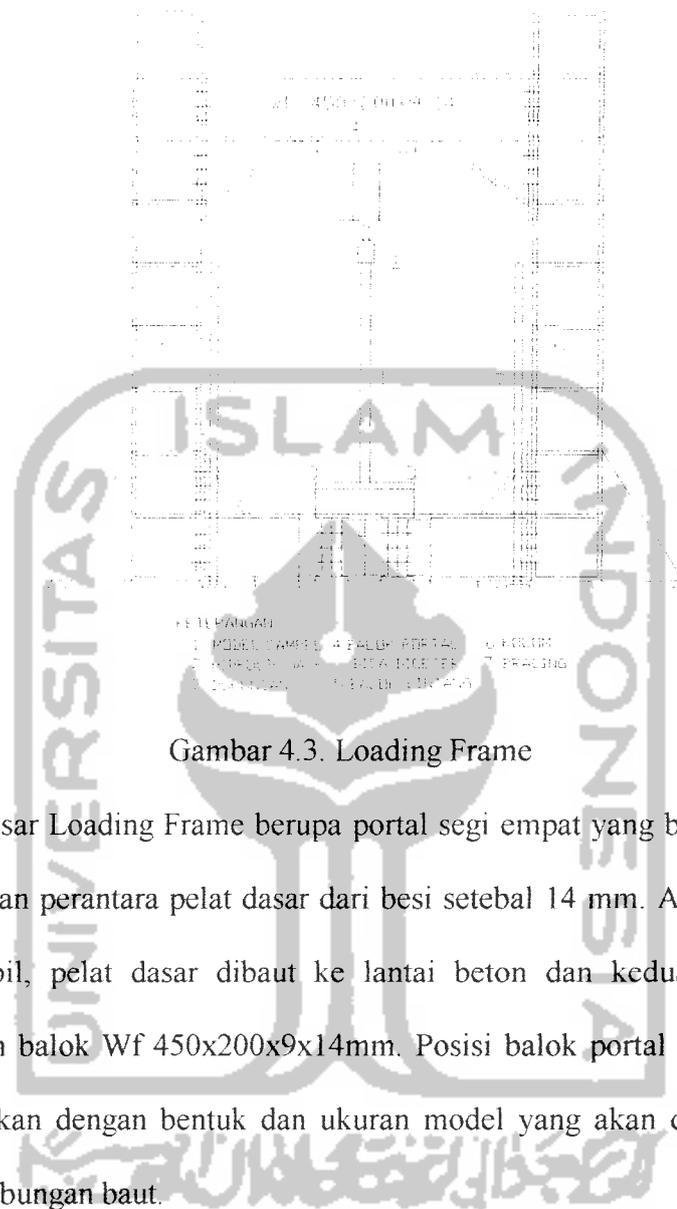
Untuk membuat model rangka jembatan sesuai dengan lapangan, maka pada dukungan dipasang dukungan sendi dan rol, seperti pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2. Dukungan rol dan sendi

### d. Loading Frame

Untuk menempatkan benda uji, pada penelitian ini digunakan Loading frame dari bahan baja profil WF 450x200x9x14. Seperti pada Gambar 4.3.



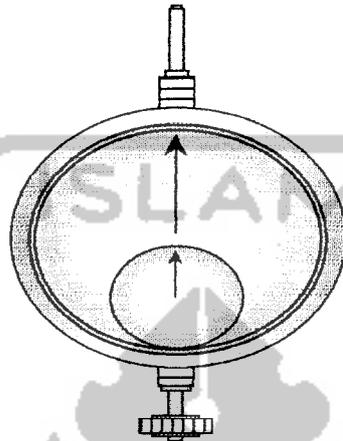
Gambar 4.3. Loading Frame

Bentuk dasar Loading Frame berupa portal segi empat yang berdiri diatas lantai beton dengan perantara pelat dasar dari besi setebal 14 mm. Agar Loading Frame tetap stabil, pelat dasar dibaut ke lantai beton dan kedua kolomnya dihubungkan oleh balok Wf 450x200x9x14mm. Posisi balok portal dapat diatur untuk menyesuaikan dengan bentuk dan ukuran model yang akan diuji dengan cara melepas sambungan baut.

#### e. Dial Gauge

Alat ini digunakan untuk mengukur besar lendutan yang terjadi. Untuk penelitian skala penuh digunakan *dial gauge* dengan kapasitas lendutan maksimum 50 mm dan ketelitian 0,01 mm. Pada pengujian balok kecil dipakai *dial gauge* dengan kapasitas lendutan maksimum 20 mm dan ketelitian 0,01 mm.

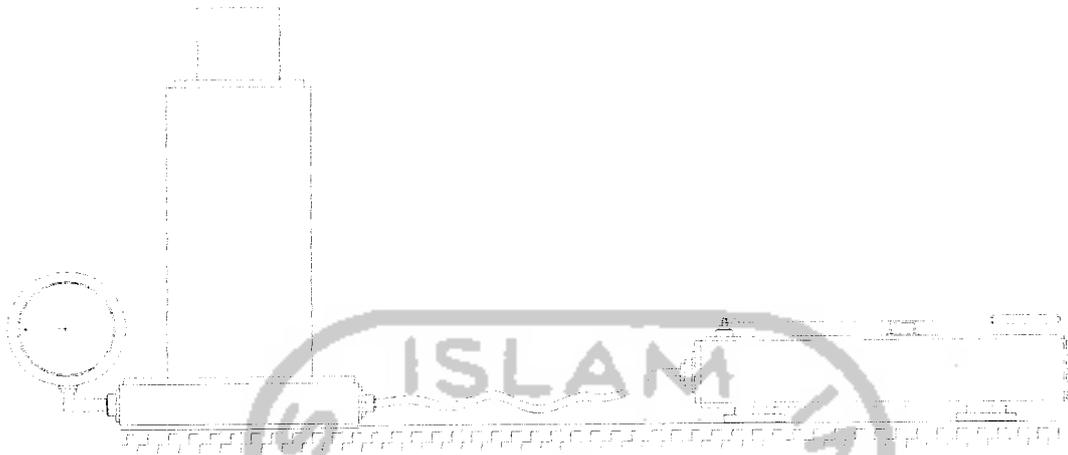
Pada penelitian tugas akhir ini, digunakan *dial gauge* sebanyak 3 buah, seperti ditunjukkan pada Gambar 4.4.



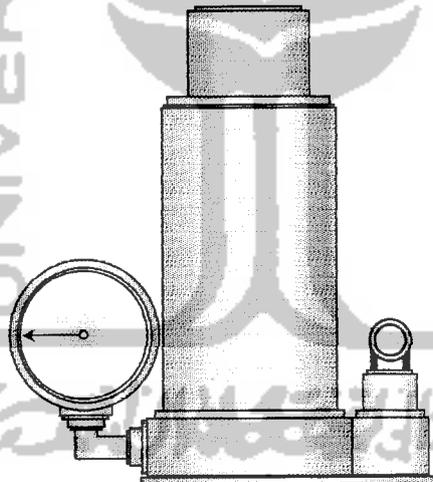
Gambar 4.4 Dial Gauge

**f. Hidraulic Jack**

Alat ini dipakai untuk memberikan pembebanan pada pengujian lentur rangka jembatan skala penuh, Dalam penelitian ini digunakan *hidraulic jack* dengan kapasitas maksimum yang dimiliki adalah 30 ton dan ketelitian pembacaan sebesar 0,25 ton. Bentuk fisik dari *hydraulic jack* dapat dilihat pada Gambar 4.5 dan 4.6.



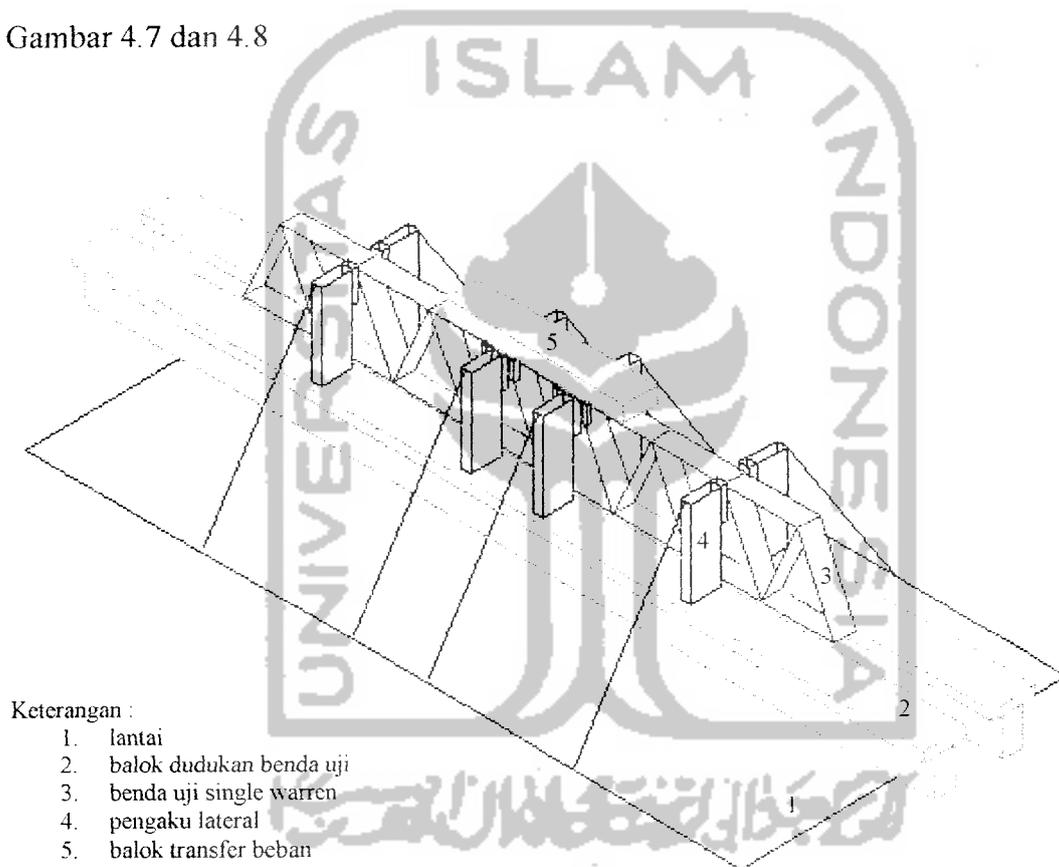
Gambar 4.5. Tampak samping Hydraulic jack



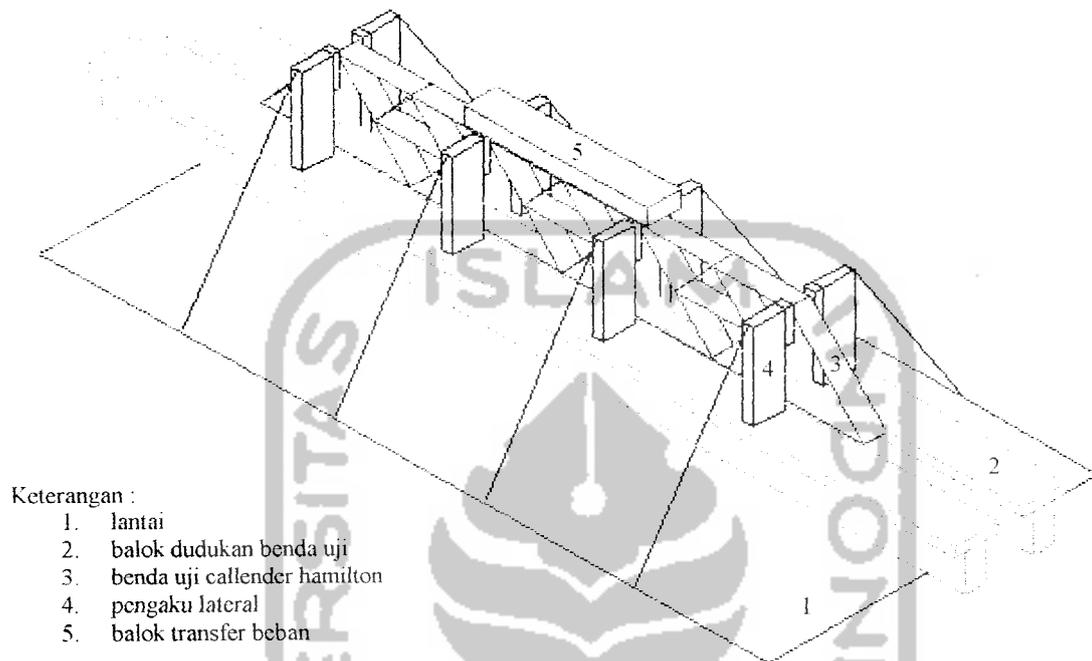
Gambar 4.6. Hidraulic Jack

### g. Penahan Lateral Buckling

Alat yang digunakan untuk menahan terjadinya lateral buckling pada sample benda uji. Alat ini dibuat sebanyak empat buah, dengan menempatkannya pada join bagian atas benda uji dan diikat dengan baut. Penahan lateral buckling untuk rangka Single Warren dan rangka Callender Hamilton ditunjukkan pada Gambar 4.7 dan 4.8



Gambar 4.7. Penahan Lateral Buckling Rangka Single Warren



Gambar 4.8. Penahan Lateral Buckling Rangka Callender Hamilton

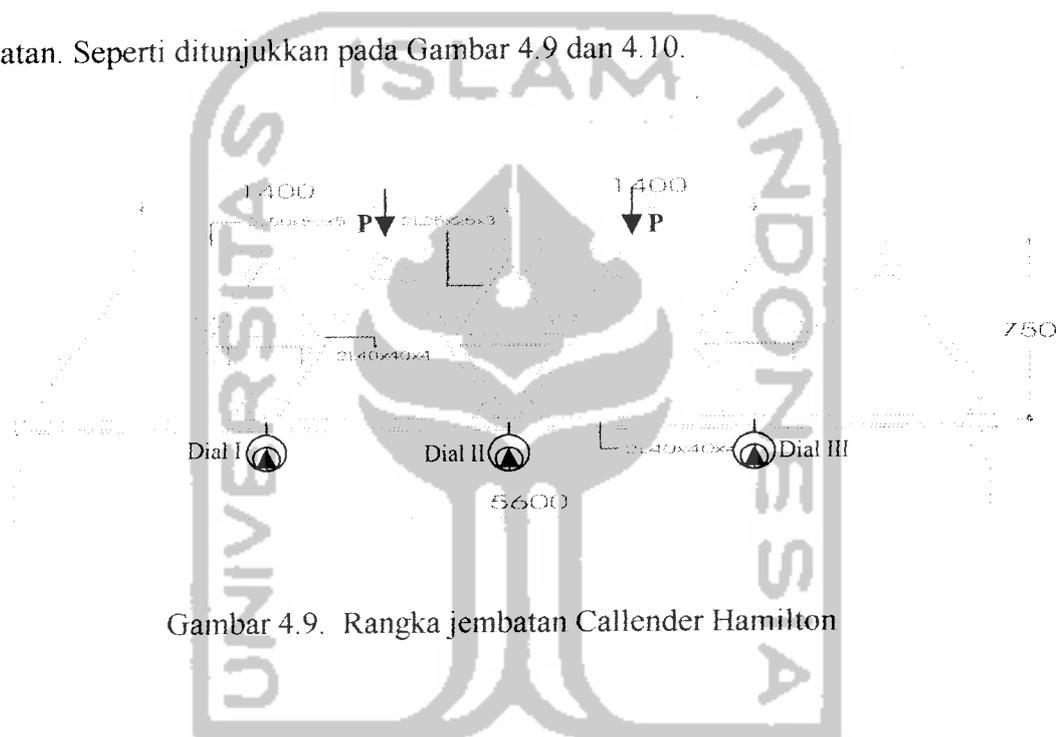
#### 4.3. Pembuatan Sampel

Pembuatan sampel tersebut meliputi:

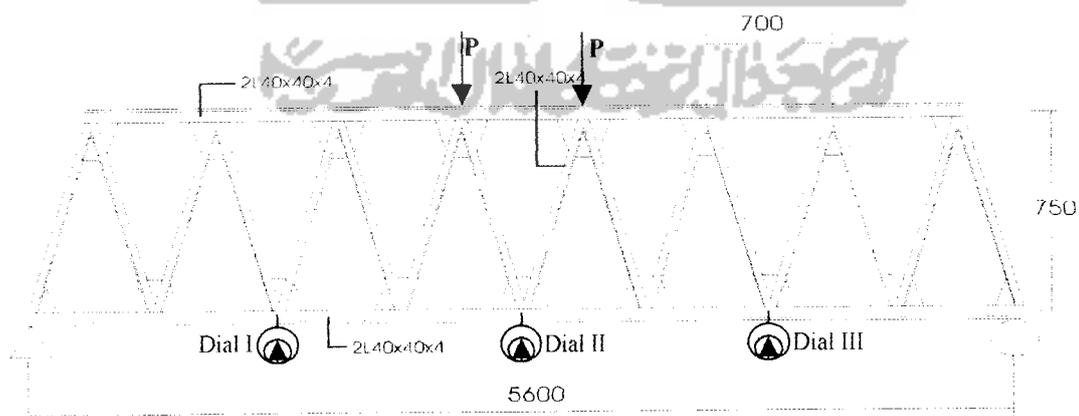
- a. Dua buah sample uji tarik baja dan dua buah sample uji geser baut,
- b. Satu buah sample rangka single warren,
- c. Satu buah sampel rangka callender hamilton.

#### 4.4. Pengujian Sampel

Pengujian pendahuluan berupa uji tarik baja dan uji geser baut untuk mengetahui kuat tarik baja dan kuat geser baut. Setelah pembuatan sample benda uji selesai kemudian langsung dilakukan pengujian sampel rangka jembatan dengan beban terpusat untuk mengetahui defleksi yang terjadi pada rangka jembatan. Seperti ditunjukkan pada Gambar 4.9 dan 4.10.



Gambar 4.9. Rangka jembatan Callender Hamilton



Gambar 4.10. Rangka jembatan Single Warren