

BAB III

LANDASAN TEORI

Landasan teori adalah teori-teori yang dipakai untuk pemecahan masalah dan merumuskan hipotesis pada suatu penelitian ilmiah. Bab ini berisi tentang, program MATLAB, program SAP'90, beban gempa rencana, analisis dinamis, persamaan gerak akibat beban gempa, loncatan bidang muka, dan perencanaan dinding geser.

3.1 MATLAB

Program MATLAB versi pertama ditulis oleh Universitas Meksiko dan Universitas Stanford pada akhir tahun 1970, yang tujuannya untuk penghitungan matrik, algoritma linier dan analisis numerik. MATLAB merupakan suatu program pengembangan dari program Fortran yang digunakan dalam perhitungan matriks. MATLAB mempunyai kemampuan yang tinggi dalam penghitungan teknik. Perhitungan dalam bidang teknik ini meliputi penghitungan integral, visualisasi dan program yang mudah digunakan dalam penyelesaian masalah matematika yang umum. Masalah matematika tersebut meliputi :

1. matematika dan perhitungan,
2. pengembangan algoritma,
3. model matematika, simulasi, prototipe,
4. analisis data, pengembangan, visualisasi,

5. pembuatan grafik, dan
6. pengembangan aplikasi termasuk grafik yang digunakan dalam perhitungan struktur.

3.2 SAP'90

SAP'90 (*Struktural Analysis Program*) adalah program aplikasi komputer yang digunakan untuk menganalisis suatu struktur terutama pada bidang teknik sipil. Program ini merupakan hasil riset suatu tim yang dipimpin oleh Prof. Edward L. Wilson dari Universitas California, Berkeley. Pada bidang teknik sipil, program SAP'90 ini membantu dalam menganalisis dan merancang struktur dengan tingkat kesukaran yang tinggi (struktur yang kompleks atau bertingkat banyak). Dari analisis program, dapat diketahui gaya geser, momen lentur, momen torsi dan simpangan. Program SAP'90 dapat digunakan untuk mendesain struktur dua dimensi maupun tiga dimensi (Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik UGM, 1996).

Program yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah program SAP'90 karena program tersebut mudah diaplikasikan serta dapat digunakan untuk menganalisis beban statis dan dinamis dengan ketepatan yang tinggi, sehingga dapat diketahui perilaku struktur yang dianalisis secara akurat. Kelebihan program ini dari program yang sejenis seperti MICROFEAP adalah program SAP'90 menyediakan fasilitas yang berupa *shell*, *combo* dan analisis dinamis. Sedangkan pada program MICROFEAP hal tersebut belum tersedia (Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik UGM, 1996).

Langkah awal dalam pemakaian SAP'90 adalah pemodelan struktur. Pemodelan struktur ini diusahakan mendekati kondisi struktur yang akan dianalisis

atau mewakili perilaku struktur yang sebenarnya, agar hasil perhitungan cukup mendekati dan dapat dikerjakan. Adapun pemodelan suatu struktur meliputi:

1. penentuan koordinat *joint* sebagai batas elemen,
2. penentuan orientasi elemen dalam koordinat struktur, dan
3. penentuan sifat penampang elemen dan elastisitas.

3.3 Beban gempa rencana

Gempa menggoncangkan gedung pada arah tiga dimensi yaitu dua arah horisontal dan satu arah vertikal. Gaya vertikal kadang-kadang sampai dua pertiga gaya horisontalnya walaupun demikian gaya vertikal itu dianggap tidak ada karena pemberian angka keamanan pada beban mati ditambah beban hidup yang pembesaran gaya batang akibat beban arah vertikal tidak berpengaruh karena sudah cukup besar yaitu :

- a. untuk beban mati dan beban hidup

$$U_1 = 1,2U_D + 1,6U_L$$

- b. Jika diberi beban gempa

$$U_2 = 1,05 (U_D + U_{LR} + U_E)$$

dengan:

$$U_D = \text{beban mati,}$$

$$U_L = \text{beban hidup,}$$

$$U_{LR} = \text{beban hidup tereduksi dan}$$

$$U_E = \text{beban gempa.}$$

3.4 Analisis Dinamis

Problem struktur dinamis berbeda secara mendasar dengan statis. Perbedaan tersebut terjadi karena perbedaan sifat bebannya. Dalam hal ini, beban statis tidak akan mengalami perubahan intensitas, maka penyelesaian problem statis merupakan penyelesaian tunggal, artinya penyelesaian cukup dilakukan sekali saja.

Beban dinamis merupakan fungsi berubah menurut waktu. Oleh karena itu penyelesaian problem ini merupakan fungsi dari waktu yang mana solusi selengkapnya dapat dikerjakan secara berulang-ulang bergantung pada fungsi waktu yang ditinjau.

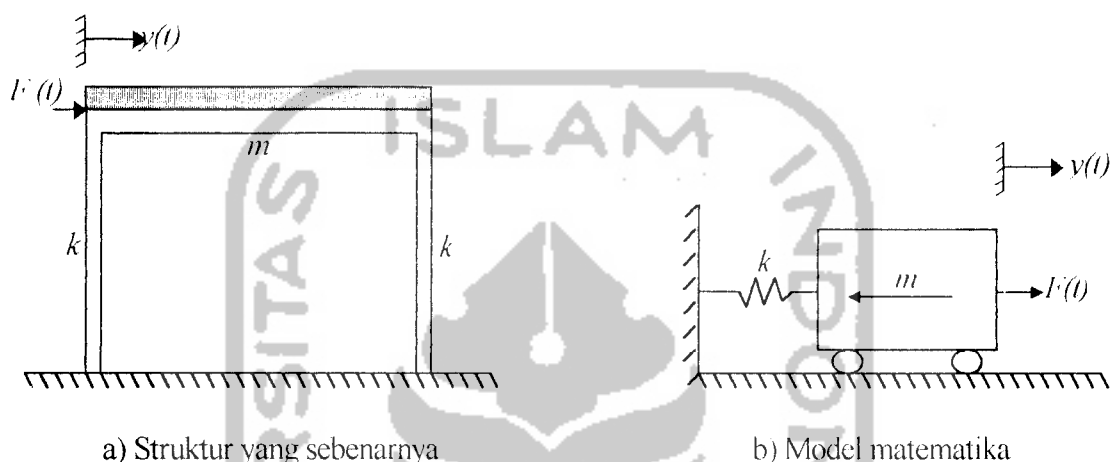
Analisis dinamis menentukan gaya geser tingkat akibat gerakan tanah oleh gempa dan dapat dilakukan dengan cara analisis spektrum respon (*spectral response analysis*) dan analisis respon riwayat waktu (*time history response analysis*). Bagian gaya geser tingkat tersebut adalah untuk menggantikan pembagian yang didapat dari analisis statis ekuivalen untuk gedung-gedung yang tidak memerlukan analisis dinamis.

Dalam Pedoman Perencanaan Ketahanan Gempa untuk Rumah dan Gedung pasal 2.5 disebutkan bahwa analisis dinamis harus dilakukan untuk struktur sebagai berikut:

1. gedung-gedung yang strukturnya sangat tidak beraturan (titik berat berjauhan dengan pusat kekakuan),
2. gedung-gedung dengan loncatan bidang muka yang besar (bagian atas gedung ada dimensinya yang mengecil),
3. gedung-gedung dengan tingkat kekakuan yang tidak seragam akibat dari (2) atau dimensi kolom yang bervariasi tiap tingkat.

4. gedung-gedung yang lebih tinggi dari 40 meter, dan
5. gedung-gedung yang bentuk, ukuran, dan penggunaannya tidak umum.

Hubungan antara struktur yang sesungguhnya dengan representasi secara matematik disebut model matematika, sebagai contoh seperti Gambar 3.1.

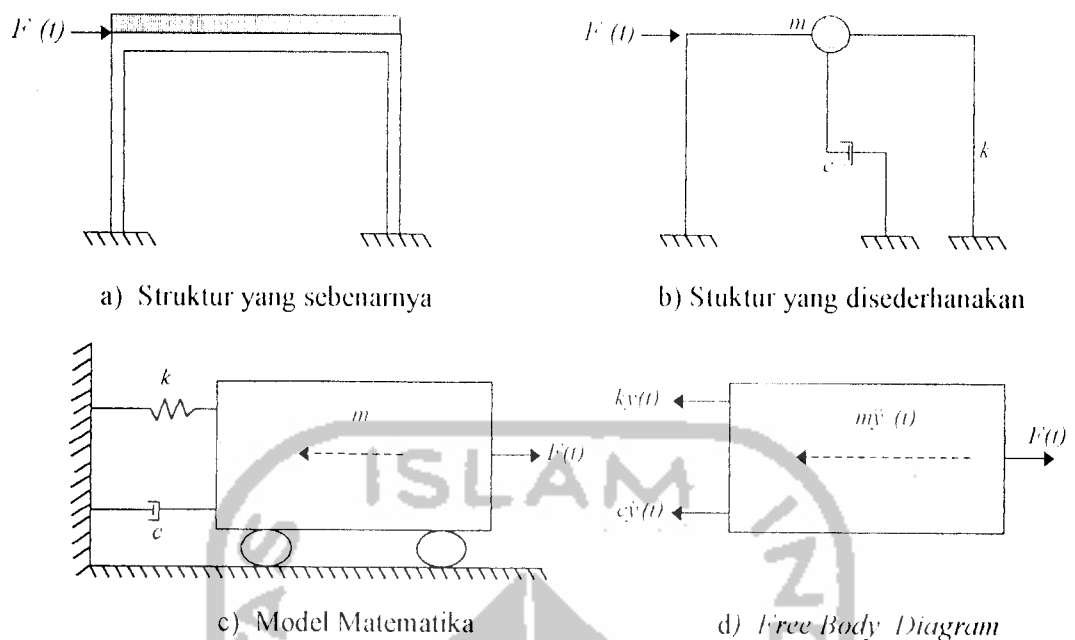


Gambar 3.1 Struktur yang disederhanakan

3.4.1 Struktur Derajat Kebebasan Tunggal (SDOF)

Struktur dengan derajat kebebasan tunggal (SDOF) berarti hanya ada satu koordinat yang diperlukan untuk menyatakan posisi suatu massa pada saat tertentu. Jumlah derajat kebebasan biasanya dapat dikaitkan dengan jumlah massa, artinya suatu struktur lima tingkat akan mempunyai lima massa dan mempunyai lima derajat kebebasan dengan anggapan bahwa struktur berperilaku seperti *shear building*.

Struktur dengan derajat kebebasan tunggal atau *single degree of freedom* (SDOF) berarti hanya akan mempunyai satu massa. Salah satu contoh yang dapat dipakai adalah seperti Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Struktur SDOF

$F(t)$ pada gambar a) adalah beban dinamis yang merupakan fungsi dari waktu, sedangkan gambar b) adalah penyederhanaan struktur atau struktur yang diidealkan agar dapat ditelaah secara matematika. Simbol-simbol m , c dan k seperti yang tampak pada gambar di atas sebagaimana penjelasan berikut ini.

m = massa struktur yang diidealkan menggumpal pada satu tempat (*lump mass*) termasuk berat kolom dan bagian-bagian struktur yang lain.

c = sistem peredam (*damper*) yaitu suatu sistem yang mampu menyerap/melepaskan sejumlah energi pada saat terjadi getaran.

k = kekakuan struktur yang dimanifestasikan oleh kekakuan kolom apabila struktur tersebut mendapat pembebanan horisontal dan

$F(t)$ = beban dinamis.

Berdasarkan keseimbangan dinamis menurut *free body diagram* pada Gambar 3.2 di atas maka

$$F_M(t) + F_D(t) + F_S(t) = F(t), \text{ dan} \quad (3.1)$$

$$F_M(t) = m\ddot{y}(t), \quad F_D(t) = c\dot{y}(t), \text{ dan } F_S(t) = ky(t). \quad (3.2)$$

Yang mana $F_M(t)$ adalah gaya inersia, $F_D(t)$ adalah gaya redam, $F_S(t)$ adalah gaya tarik/desak pegas yang merepresentasikan kekakuan kolom, $F(t)$ adalah beban dinamis, $\ddot{y}(t)$, $\dot{y}(t)$ dan $y(t)$ masing-masing adalah percepatan, kecepatan serta simpangan massa dan m , c dan k masing-masing adalah massa, redaman dan kekakuan kolom.

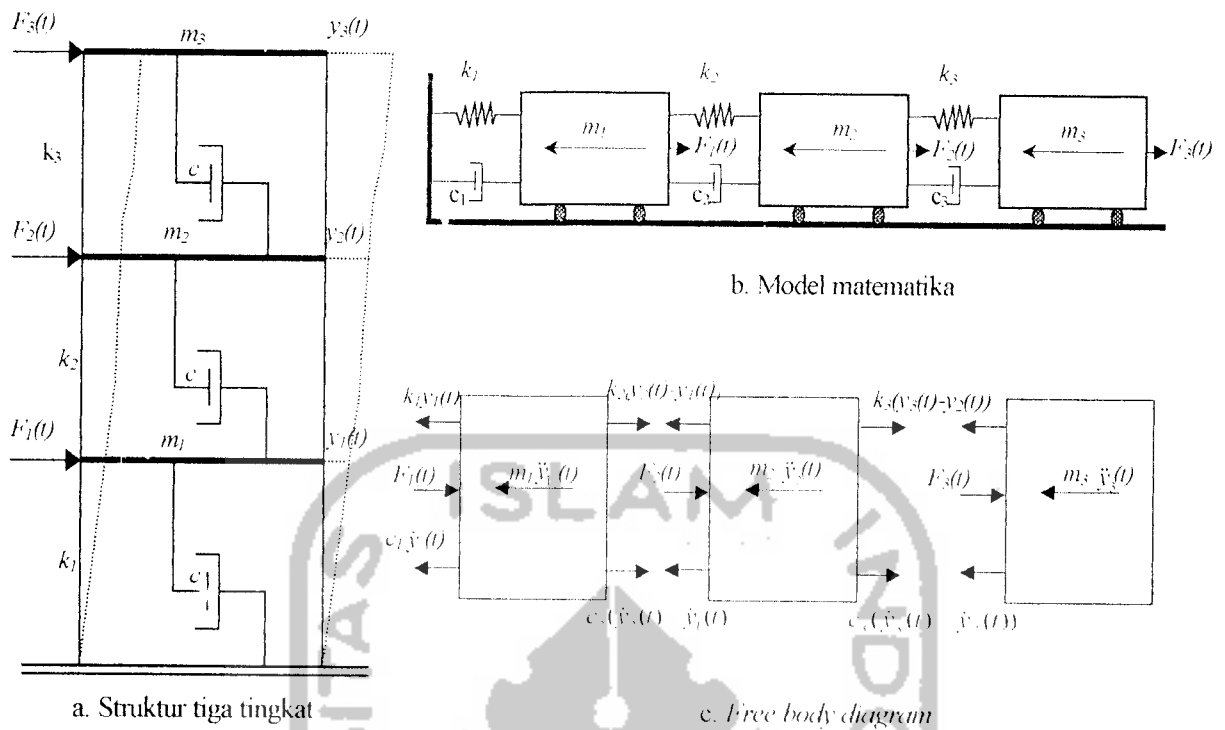
Persamaan (3.2) dapat ditulis menjadi

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = F(t) \quad (3.3)$$

Persamaan (3.3) disebut persamaan diferensial gerakan (*differential equation of motion*) pada struktur dengan derajat kebebasan tunggal.

3.4.2 Struktur Derajat Kebebasan Banyak (MDOF)

Pada struktur bangunan gedung bertingkat banyak, umumnya massa struktur dapat dikumpulkan pada setiap lantai (*lump mass*), sehingga struktur yang semula berderajat kebebasan tak terhingga dapat disederhanakan menjadi struktur dengan derajat kebebasan terbatas. Model struktur yang dipakai seperti tampak pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Struktur MDOF

Pada struktur bangunan gedung tingkat tiga, struktur mempunyai tiga derajat kebebasan. Dengan demikian struktur yang mempunyai n-tingkat berarti struktur mempunyai n-derajat kebebasan dan n-modes. Selanjutnya didapat persamaan-persamaan gerak bangunan berlantai tiga yang berasal dari masing-masing *free body diagram*. Dengan menyamakan jumlah gaya-gaya yang bekerja pada setiap massa sama dengan nol, maka:

$$m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \dot{y}_1(t) + k_1 y_1(t) - k_2 (y_2(t) - y_1(t)) - c_2 (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_1(t)) - F_1(t) = 0 \quad (3.4a)$$

$$m_2 \ddot{y}_2(t) + c_2 (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_1(t)) + k_2 (y_2(t) - y_1(t)) - k_3 (y_3(t) - y_2(t)) - c_3 (\dot{y}_3(t) - \dot{y}_2(t)) - F_2(t) = 0 \quad (3.4b)$$

$$m_3 \ddot{y}_3(t) + c_3 (\dot{y}_3(t) - \dot{y}_2(t)) + k_3 (y_3(t) - y_2(t)) - F_3(t) = 0 \quad (3.4c)$$

Dengan menyusun persamaan di atas menurut parameter yang sama (percepatan, kecepatan dan simpangan), maka persamaan (3.4) dapat ditulis

$$m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \dot{y}_1(t) + k_1 y_1(t) - k_2 (y_2(t) - y_1(t)) - c_2 (y_2(t) - y_1(t)) = F_1(t) \quad (3.5a)$$

$$m_2 \ddot{y}_2(t) + c_2 (y_2(t) - y_1(t)) + k_2 (y_2(t) - y_1(t)) - k_3 (y_3(t) - y_2(t)) - c_3 (y_3(t) - y_2(t)) - F_2(t) \quad (3.5b)$$

$$m_3 \ddot{y}_3(t) + c_3 (y_3(t) - y_2(t)) + k_3 (y_3(t) - y_2(t)) = F_3(t) \quad (3.5c)$$

Selanjutnya persamaan (3.5) dapat ditulis menjadi matriks:

$$[M]\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} = \{F(t)\} \quad (3.6)$$

Yang mana $[M]$, $[C]$ dan $[K]$ berturut-turut adalah matriks massa, matriks redaman dan matriks kekakuan. Untuk massa tiap lantai dihitung dengan rumus:

$$m_i = \frac{W_{t_i}}{g} \quad (3.7)$$

dengan, m_i = massa lantai (kg.det²/m),

W_{t_i} = berat total lantai i (kg), dan

g = percepatan gravitasi 9,81 m/det².

untuk perhitungan kekakuan dapat dilihat sebagai berikut ini.

$$k_i = \frac{12.E.I}{h_i^3} \quad (3.8)$$

dengan, k_i = kekakuan tingkat i (kg/m)

E = modulus elastisitas (kg/cm²)

I = momen inersia (cm⁴)

h_i = tinggi tingkat i (m)

Selanjutnya matriks massa, matriks redaman, dan matriks kekakuan dapat ditulis menjadi:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$$

Sedangkan $\{\ddot{y}(t)\}$, $\{\dot{y}(t)\}$, $\{y(t)\}$ dan $\{F(t)\}$ masing-masing adalah vektor percepatan, vektor kecepatan, vektor simpangan, dan vektor beban.

3.4.3 Nilai Karakteristik (*Eigen Problem*)

Suatu struktur umumnya akan bergoyang akibat adanya pembebanan dari luar, misalnya gerakan akibat beban angin, gerakan akibat putaran mesin, ataupun akibat gerakan tanah. Gerakan tersebut dikelompokkan sebagai getaran dipaksa (*forced vibration system*).

Gerakan atau goyangan suatu struktur yang disebabkan oleh adanya kondisi awal (*initial values*) baik berupa simpangan awal maupun kecepatan awal disebut getaran bebas (*free vibration system*). Pada kenyataannya getaran bebas (*free vibration system*) jarang terjadi pada struktur MDOF, tetapi membahas jenis getaran ini akan diperoleh suatu besaran atau karakteristik dari struktur yang selanjutnya akan sangat berguna untuk pembahasan-pembahasan respon struktur berikutnya. Besaran-besaran tersebut adalah frekuensi sudut dan *normal modes*.

Pada getaran bebas untuk struktur dengan derajat kebebasan banyak, maka persamaan diferensial geraknya adalah seperti pada persamaan (3.6) dengan nilai $\{I'_{(0)}\}$ sama dengan nol, yaitu:

$$[M]\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} = 0. \quad (3.9)$$

Frekuensi sudut pada struktur dengan redaman (*damped frekuensi*) nilainya hampir sama dengan frekuensi pada struktur tanpa redaman, bila nilai rasio redaman cukup kecil dan diadopsi untuk struktur dengan derajat kebebasan banyak. Untuk nilai $[C] = 0$, persamaan (3.9) menjadi :

$$[M]\{\ddot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} = 0. \quad (3.10)$$

Persamaan (3.10) adalah persamaan diferensial pada struktur MDOF yang dianggap tidak mempunyai redaman, maka penyelesaian persamaan tersebut diharapkan dalam fungsi harmonik. Penyelesaian persamaan (3.10) dalam fungsi harmonik dapat ditulis menurut bentuk:

$$y(t) = \{\phi\}_j \sin(\omega t), \quad (3.11a)$$

$$\dot{y}(t) = \omega \{\phi\}_j \cos(\omega t), \text{ dan} \quad (3.11b)$$

$$\ddot{y}(t) = -\omega^2 \{\phi\}_j \sin(\omega t). \quad (3.11c)$$

Dengan $\{\phi\}_j$ adalah suatu ordinat massa pada mode ke- j . Persamaan (3.11) disubstitusikan kedalam persamaan (3.10), sehingga akan diperoleh:

$$-\omega^2 [M] \{\phi\}_j \sin(\omega t) + [K] \{\phi\}_j \sin(\omega t) = 0, \text{ atau}$$

$$([K] - \omega^2 [M]) \{\phi\}_j = 0. \quad (3.12)$$

Persamaan (3.12) adalah persamaan *eigen problem*.

Persamaan simultan yang homogen maupun tidak homogen dapat diselesaikan dengan memakai dalil atau hukum *Cramer* (1704-1752). Dalil tersebut menyatakan bahwa penyelesaian persamaan simultan yang homogen akan ada

nilainya apabila determinan dari matriks yang merupakan koefisien dari vektor $\{\phi\}$ adalah nol sehingga:

$$| [K] - \omega^2 [M] | = 0 \quad (3.13)$$

Jumlah mode pada struktur dengan derajat kebebasan banyak biasanya dapat dihubungkan dengan jumlah massa. Mode itu sendiri adalah ragam goyangan suatu struktur bangunan. Apabila jumlah derajat kebebasan n , maka persamaan (3.13) akan menghasilkan suatu polinomial pangkat n yang frekuensi sudut (ω_j) disubstitusikan kedalam persamaan (3.12) sehingga diperoleh nilai-nilai $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_n$.

3.4.4 Frekuensi Sudut dan Normal Mode

Struktur yang dikenai beban dinamis akan mengalami goyangan. Struktur yang mempunyai derajat kebebasan banyak akan mempunyai banyak ragam goyangan. Normal mode adalah suatu istilah yang sering dipakai pada problem dinamis struktur, kata tersebut diterjemahkan sebagai ragam goyangan. Suatu persamaan differensial gerakan dapat diperoleh dengan memperhatikan diagram gaya (*free body diagram*). Untuk menghitung sekaligus menggambarkan normal mode, maka diambil sebuah model struktur 3 DOF dengan mengabaikan nilai redaman (C), sehingga persamaan menjadi:

$$m_1 \ddot{y}_1(t) + k_1 y_1(t) - k_2 (y_2(t) - y_1(t)) = 0, \quad (3.14a)$$

$$m_2 \ddot{y}_2(t) + k_2 (y_2(t) - y_1(t)) - k_3 (y_3(t) - y_2(t)) = 0, \text{ dan} \quad (3.14b)$$

$$m_3 \ddot{y}_3(t) + k_3 (y_3(t) - y_2(t)) = 0 \quad (3.14c)$$

Persamaan (3.14) dapat ditulis dalam bentuk sederhana, yaitu:

$$m_1 \ddot{y}_1(t) + (k_1 + k_2) y_1(t) - k_2 y_2(t) = 0, \quad (3.15a)$$

$$m_2 \ddot{y}_2(t) - k_2 y_1(t) + (k_2 + k_3) y_2(t) - k_3 y_3(t) = 0, \text{ dan} \quad (3.15b)$$

$$m_3 \ddot{y}_3(t) - k_3 y_2(t) + k_3 y_3(t) = 0. \quad (3.15c)$$

Persamaan (3.15) juga dapat ditulis dalam bentuk matriks, yaitu :

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

Selanjutnya persamaan *eigen problem* dapat ditulis menjadi,

$$\begin{bmatrix} (k_1 + k_2) - \omega^2 m_1 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) - \omega^2 m_2 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 - \omega^2 m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

dengan ϕ adalah nilai atau ordinat yang berhubungan dengan massa ke- i pada pola goyangan ke- j . Persamaan (3.17) akan ada penyelesaiannya apabila dipenuhi nilai determinannya, yaitu :

$$\begin{vmatrix} (k_1 + k_2) - \omega^2 m_1 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) - \omega^2 m_2 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 - \omega^2 m_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (3.18)$$

Apabila persamaan (3.18) tersebut diteruskan, maka nilai determinannya adalah :

$$\begin{aligned} & (k_3(k_2 + k_3)) \{ (k_1 + k_2) - \omega^2 \} - (k_1 + k_2) \{ k_3 m_2 \omega^2 - (m_2 m_3 \omega^4) + k_3^2 \} - \\ & \omega^4 \{ (k_3 m_1 m_2) - ((k_2 + k_3) m_1 m_3) + (m_1 m_2 m_3 \omega^2) \} + k_2^2 (k_3 - \omega^2 m_3) \\ & + m_1 \omega^2 k_3^2 = 0. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Determinan persamaan (3.19) akan menghasilkan persamaan polinomial dengan derajat - n yang menghasilkan nilai ω , maka dengan mensubstitusikan ke dalam persamaan (3.17) akan menghasilkan nilai vektor "mode shapes" $\{\phi\}$. Nilai-nilai "mode shapes" umumnya ditulis dalam bentuk baku yaitu ϕ_j . Indeks- i menunjukkan massa dan indeks- j menunjukkan nomor pola goyangan, dengan

demikian ϕ_j adalah suatu koordinat yang berhubungan dengan massa ke- i pada pola goyangan ke- j . Substitusi ω_1 kedalam persamaan (3.17) akan diperoleh nilai-nilai koordinat untuk pola goyangan ke-1, substitusi ω_2 akan diperoleh nilai-nilai koordinat untuk pola goyangan ke-2, dan substitusi ω_3 akan diperoleh nilai-nilai koordinat untuk pola goyangan ke-3. Nilai ϕ_j dapat ditulis dalam bentuk matriks yang umum disebut modal matriks, yaitu :

$$\phi_j = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Dengan diperoleh nilai-nilai frekuensi sudut untuk setiap mode, maka akan diperoleh nilai periode getar (T) dan nilai frekuensi struktur (f) dengan,

$$T = 2\pi / \omega \text{ dan } f = 1/T \quad (3.21)$$

Nilai-nilai *mode shapes* ϕ_j tidak tergantung pada beban luar, melainkan tergantung dari properti fisik struktur, misalnya massa m_j dan kekakuan tingkat k_j . Selain itu nilai-nilai *mode shapes* tidak dipengaruhi oleh waktu, artinya nilai tersebut akan tetap asal nilai massa dan nilai kekakuan tingkatnya tidak berubah, nilai *mode shapes* juga tidak dipengaruhi oleh frekuensi beban. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa nilai *mode shapes* adalah bebas dari pengaruh redaman, waktu, frekuensi beban dan hanya untuk struktur yang elastis.

3.4.5 Modal amplitudo

Pembahasan modal amplitudo dimulai dari simpangan horisontal tingkat struktur SDOF yang dapat dicari dengan Duhamel's Integral yaitu,

$$y(t) = \frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{y}_i e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau. \quad (3.23)$$

dengan ω_d adalah *damped frequency*

Terdapat istilah istilah partisipasi mode yang dinyatakan dalam persamaan,

$$\Gamma = \frac{p_j^*}{M_j^*} = \frac{\{\phi\}_j^T [M] \{U\}}{\{\phi\}_j^T [M] \{\phi\}_j} \quad (3.24)$$

Partisipasi setiap mode j berhubungan dengan simpangan atas kontribusi suatu mode g_j dengan modal amplitudo Z_j . Dengan demikian modal amplitudo Z_j adalah

$$Z_j = \Gamma_j g_j. \quad (3.25)$$

Simpangan kontribusi suatu mode ke- j , g_j pada persamaan (3.25) sama atau senada dengan simpangan horisontal suatu massa. Dengan demikian modal amplitudo Z_j dapat diperoleh dengan mengikutkan partisipasi setiap *mode* pada persamaan (3.25), sehingga diperoleh hubungan

$$Z_j = \frac{p_j^*}{M_j^* \omega_d} \int_0^t \ddot{y}_i e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau. \quad (3.26)$$

Nilai integral persamaan (3.26) akan menghasilkan suatu kecepatan yang merupakan fungsi dari waktu $y(t)$. Dengan memakai sorting maka akan diperoleh kecepatan maksimum untuk mode ke- j , $\dot{y}_{j,maks}$. Dengan demikian persamaan (3.26) menjadi

$$Z_j = \frac{p_j^*}{M_j^* \omega_d} \dot{y}_{j,maks}. \quad (3.27)$$

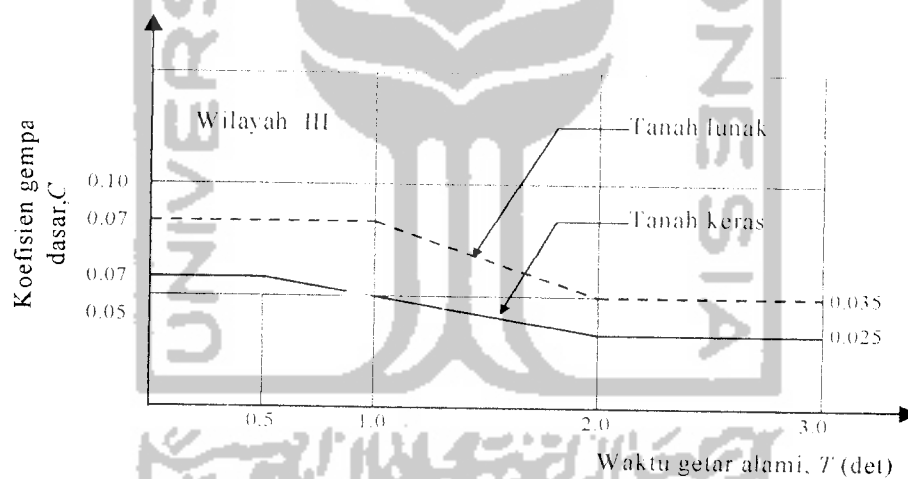
Pada respon spektrum diperoleh hubungan bahwa $PSA = \omega PSV$, atau

$$\ddot{y}_{maks} = \omega \dot{y}_{maks} \quad \text{maka} \quad \dot{y}_{maks} = \frac{\ddot{y}_{maks}}{\omega} \quad (3.28)$$

Nilai-nilai kecepatan maupun percepatan maksimum pada persamaan (3.28) sebenarnya adalah sama dengan nilai-nilai kecepatan dan percepatan pada respon spektrum. Dengan menganggap bahwa ω_d nilainya sama dengan ω , maka modal amplitudo Z_j pada persamaan (3.27) menjadi

$$Z_j = \frac{P_j * SA}{M_j * \omega_j^2}. \quad (3.29)$$

Analisis respon spektrum digunakan untuk mencari respon elastis berderajat kebebasan banyak. Sebagai respon spektrum percepatan, dapat dilihat grafik respon spektrum gempa rencana yang akan dipakai sebagai dasar perhitungan, dengan cara memplotkan nilai-nilai waktu getar alami (*natural period of vibration*) yang terjadi. Grafik respon spektrum untuk daerah III pada Gambar 3.4.



Gambar 3.4 Koefisien gempa dasar wilayah III

Desain respon spektrum yang disajikan dalam PPKGRG 1987 adalah plot antara koefisien gempa dasar C dengan periode getar T . koefisien C tersebut adalah suatu koefisien yang dapat dihubungkan dengan SA , sehingga $C.g = SA$, dengan demikian persamaan (3.29) menjadi,

$$Z_j = \frac{P_j^* Cg}{M_j^* \omega_j^2}. \quad (3.30)$$

3.4.6 Gaya Horizontal Tingkat

Pada persamaan (3.28) diperoleh simpangan massa sebagai kontribusi mode ke- j menjadi

$$\ddot{y} = y_j \omega_j^2. \quad (3.31)$$

$$\ddot{y}_j = \phi_j \frac{P_j^*}{M_j^*} SA. \quad (3.32)$$

Dengan demikian gaya geser tingkat atau gaya geser yang bekerja pada suatu massa akibat kontribusi *mode* ke- j adalah,

$$F_j = M \ddot{y}_j \quad (3.33)$$

$$F_j = M \phi_j \frac{P_j^*}{M_j^*} SA \quad (3.34)$$

Percepatan SA dapat dihubungkan dengan desain respon spektra seperti yang tercantum dalam PPKGRG 1987, dengan $SA=Cg$, sehingga persamaan (3.34) akan menjadi

$$F_j = M \phi_j \frac{P_j^*}{M_j^*} Cg \quad (3.35)$$

Persamaan (3.35) adalah gaya horisontal tingkat atau gaya horisontal maksimum yang bekerja pada suatu massa sebagai kontribusi dari mode ke- j . Gaya horisontal tingkat pada persamaan (3.35) dapat dicari dari prinsip hubungan antara gaya, simpangan dan kekakuan seperti berikut ini.

$$F_j = Ky_j \quad (3.36)$$

$$F_j = M\phi_j \frac{P_j^*}{M_j^*} SA \quad (3.37)$$

Pada pembahasan *eigenproblem* diperoleh suatu hubungan bahwa

$$K\phi = \omega^2 M\phi \quad (3.38)$$

Dengan hubungan seperti pada persamaan (3.38), persamaan itu dapat ditulis menjadi

$$F_j = M\phi_j \frac{P_j^*}{M_j^*} SA, \text{ atau} \quad (3.38)$$

$$F_j = M\phi_j \frac{P_j^*}{M_j^*} Cg$$

3.5 Persamaan Gerak akibat Beban Gempa

Beban gempa adalah beban yang merupakan fungsi dari waktu. Beban yang bekerja pada struktur umumnya dalam satuan gaya, tetapi beban gempa berupa percepatan tanah. Beban lain biasanya statis dan tidak berubah pada periode waktu yang pendek, tetapi beban gempa adalah beban dinamis yang berubah dengan sangat cepat dalam periode waktu yang pendek dan dapat dikatakan beban gempa dapat berubah setiap detik. Beban lain biasanya bekerja pada arah vertikal, tetapi beban gempa bekerja secara simultan pada arah vertikal maupun arah horisontal bahkan beban gempa dapat berupa putaran (Hu, Liu dan Dong, 1996).

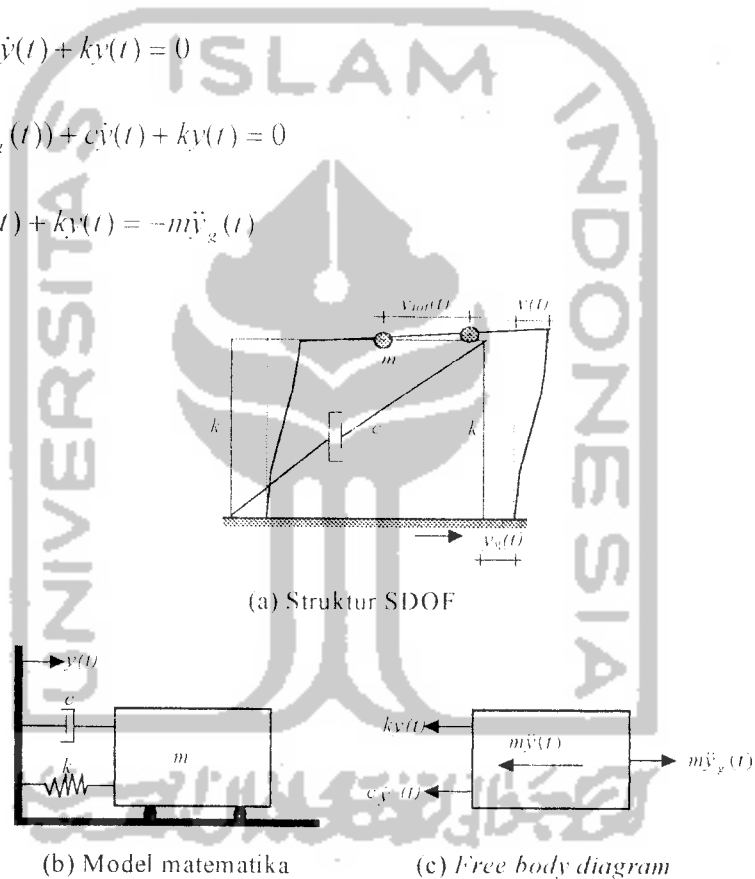
Pada daerah rawan gempa, masalah prinsip yang perlu diperhatikan adalah perilaku struktur bagian bawah yang terkena beban gempa. Perpindahan tanah dinotasikan dengan $y_g(t)$, sedangkan perpindahan antara massa dengan tanah dinotasikan dengan $y(t)$, sehingga perpindahan total yang terjadi adalah:

$$y_{tot}(t) = y(t) + y_g(t) \quad (3.39)$$

Persamaan gerak struktur yang dikenai beban gempa, dapat diturunkan melalui suatu pendekatan yang sama seperti pada persamaan gerak struktur berderajat kebebasan tunggal pada Gambar 3.5a, sedangkan model matematikanya pada Gambar 3.5b.

Dengan menggunakan konsep kesetimbangan dinamis dari diagram *free body* pada Gambar 3.5c didapat suatu persamaan, yaitu :

$$\begin{aligned}
 m\ddot{y}_{tot}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) &= 0 \\
 m(\ddot{y}(t) + \ddot{y}_g(t)) + c\dot{y}(t) + ky(t) &= 0 \\
 m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) &= -m\ddot{y}_g(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.40}$$



Gambar 3.5 Sistem derajat kebebasan tunggal dengan beban gempa

3.6 Jenis-jenis Simpangan dan Efeknya Terhadap Kerusakan Struktur

Jenis-jenis simpangan yang terjadi pada struktur umumnya ada 3 macam yaitu simpangan relatif, simpangan antar tingkat, dan simpangan absolut. Jenis-jenis

simpangan tersebut dapat dilihat pada Gambar 3.6 dan akan diuraikan sebagai berikut ini.

i. Simpangan relatif

Simpangan relatif tiap lantai menurut persamaan diferensial independen (*uncoupling*) adalah simpangan suatu massa yang diperoleh dengan menjumlahkan pengaruh atau kontribusi tiap-tiap mode.

$$y_i(t) = \sum \phi_{ij} \cdot Z_j \quad (3.41)$$

Dengan : $y_i(t)$ = simpangan relatif lantai ke- i ,

ϕ_{ij} = mode shapes, dan

Z_j = modal amplitudo.

2. Simpangan antar tingkat (*inter-story drift*)

Simpangan antar tingkat adalah simpangan yang terjadi pada tiap lantai, simpangan ini dihitung dengan cara simpangan relatif lantai atas dikurangi simpangan relatif lantai di bawahnya. *Inter-story drift* sangat mungkin terjadi pada tingkat yang lemah. Terjadinya distribusi kekakuan struktur secara vertikal yang tidak merata akan menyebabkan adanya suatu tingkat yang lemah tersebut. *Inter-story drift* dapat dihitung dengan rumus :

$$\Delta y_i(t) = y_i(t) - y_{i-1}(t) \quad (3.42)$$

Dengan : $\Delta y_i(t)$ = simpangan absolut

$y_i(t)$ = simpangan relatif lantai ke- i , dan

$y_{i-1}(t)$ = simpangan relatif lantai ke- $(i - 1)$.

3. Simpangan absolut

Simpangan absolut adalah merupakan penjumlahan antara simpangan relatif tiap lantai dengan simpangan akibat tanah. Simpangan absolut dihitung dengan rumus:

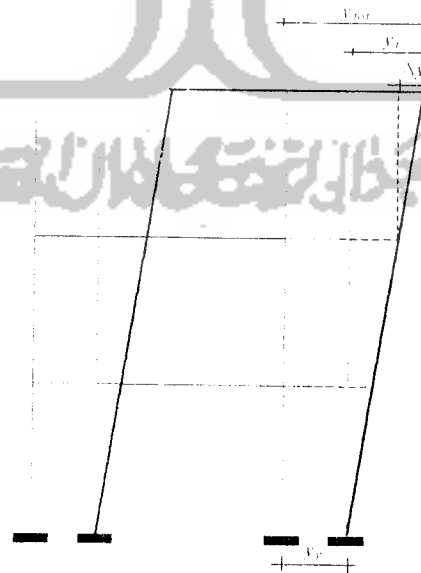
$$y_{tot}(t) = y(t) + y_g(t) \quad (3.43)$$

Dengan : $y_{tot}(t)$ = simpangan absolut

$y(t)$ = simpangan relatif lantai ke- i , dan

$y_g(t)$ = simpangan akibat tanah.

Simpangan absolut mempunyai pengaruh terhadap kemungkinan terjadinya benturan antar bangunan yang berdekatan (*structural pounding*). Masalah *structural pounding* ini biasanya terjadi pada bangunan yang berdekatan untuk memaksimalkan penggunaan lahan, hal ini dapat menyebabkan kerusakan yang fatal pada bangunan bahkan dapat menyebabkan kerusakan total. Hal ini dapat diatasi dengan memperhitungkan jarak antara dua bangunan yang berdekatan. Jarak tersebut dapat dihitung dengan menghitung simpangan absolut pada setiap lantai.

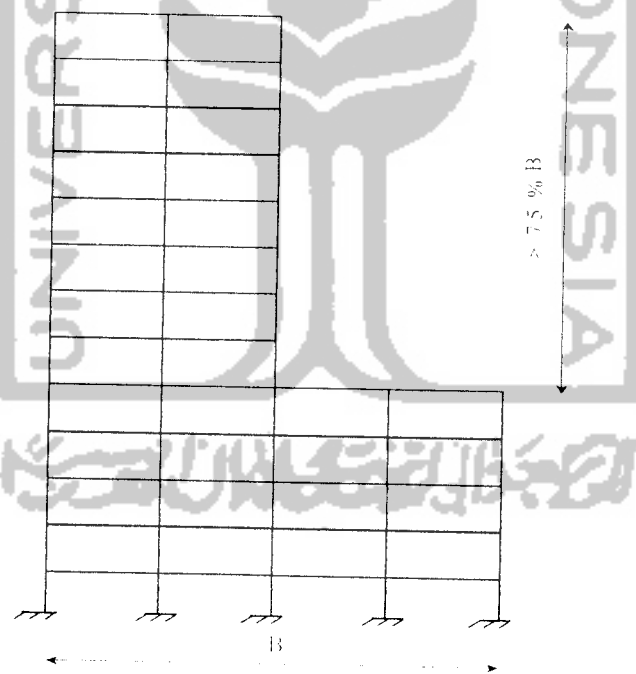


Gambar 3.6 Model struktur dengan jenis-jenis simpangannya

3.7 Loncatan bidang muka (*set back*)

Untuk gedung-gedung yang mempunyai loncatan-loncatan bidang muka, untuk ukuran denah dari bagian yang menjulang dalam masing-masing arah adalah paling sedikit 75% dari ukuran terbesar denah yang bersangkutan untuk bagian sebelah bawahnya, maka pengaruh gempa rencana dapat ditentukan dengan cara beban statis ekuivalen.

Untuk gedung-gedung dengan loncatan-loncatan bidang muka yang tidak memenuhi pembatasan ini, maka pembagian gaya-gaya geser tingkat sepanjang tinggi gedung harus ditentukan dengan cara analisis dinamis. Salah satu contoh gedung yang mempunyai loncatan bidang muka dapat dilihat pada Gambar 3.7.



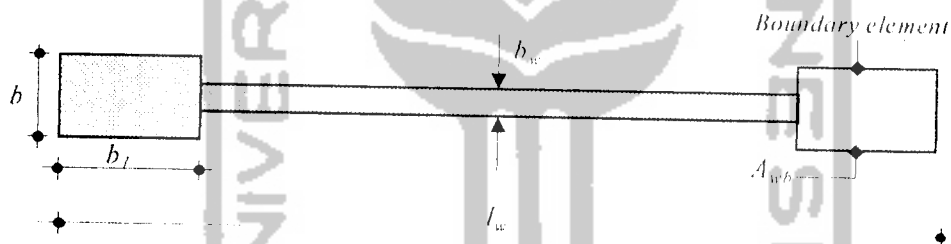
Gambar 3.7 Loncatan bidang muka

3.8 Perencanaan dinding geser (*Shear wall*)

Peristiwa tekuk pada dinding geser dapat dihindari dengan memakai elemen pembatas (*boundary element*) yang berfungsi untuk mengakukan dinding geser. Elemen pembatas diperlukan bila pada dinding geser terjadi tegangan akibat gaya terfaktor termasuk pengaruh gempa pada serat terluar mencapai nilai maksimum dan melampaui nilai $0,2f'_c$ (Yayasan LPMB, 1991).

Komponen struktur pembatas dalam dinding struktur harus diproporsikan untuk memikul beban gravitasi terfaktor yang bekerja pada dinding termasuk berat sendiri dan gaya vertikal yang diperlukan untuk menahan momen guling yang dihitung dari gaya berfaktor yang berhubungan dengan pengaruh gempa.

1. Perencanaan dinding geser



Gambar 3.8 Dinding geser

Untuk menghindari terjadinya tekuk pada dinding geser, maka tebal dinding geser diambil

$$h_w = h_f + 20 \text{ - } 150 \text{ mm.} \quad (3.44)$$

2. Perencanaan panjang total dinding geser diambil sebesar

$$h_w/l_w \leq 9. \quad (3.45)$$

3. Perencanaan dimensi *boundary elements*

$$b \geq b_w \qquad b_l \geq b_c \cdot l_w / 10 \cdot b \qquad (3.46)$$

$$b \geq b_c \qquad b_l \geq b_c^2 \cdot b \qquad (3.47)$$

$$b \geq h_l / 16 \qquad b_l \geq h_l / 16 \qquad (3.48)$$

dengan nilai b_c sebesar:

$$b_c = 0,017 \cdot l_w \sqrt{\mu \phi} \quad \text{jika digunakan 2 lapis tulangan} \qquad (3.49)$$

$$b_c = 0,022 \cdot l_w \sqrt{\mu \phi} \quad \text{jika digunakan 1 lapis tulangan} \qquad (3.50)$$

dengan:

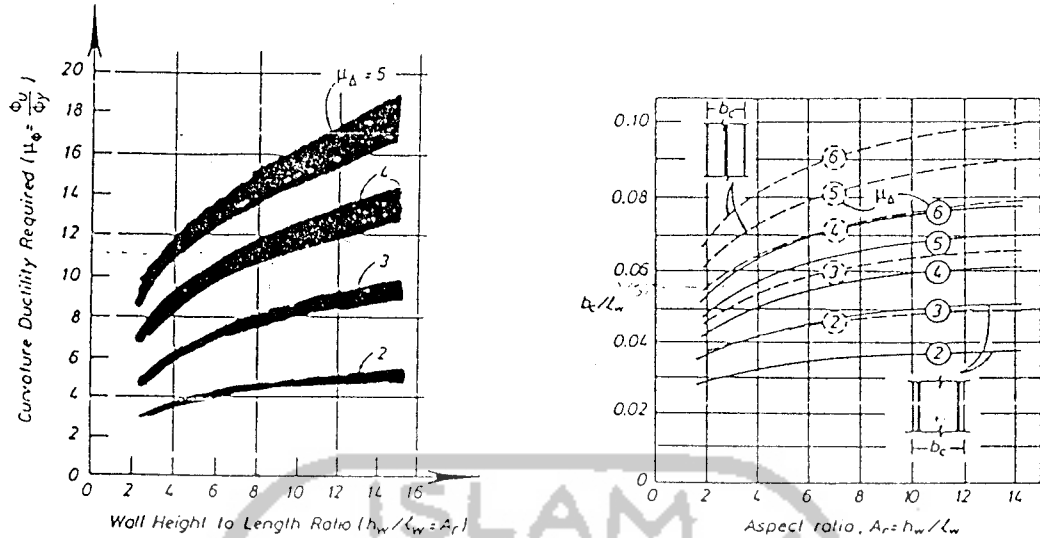
h_s = tinggi bangunan total,

h_l = tinggi lantai pertama,

b_c = ketebalan dinding geser kritis,

$\mu \phi$ = perbandingan rasio daktilitas.

Perbandingan antara tinggi total bangunan dan lebar dinding geser dapat diambil 8 ($h_w/l_w = 8$) dari Gambar 3.9a. Dari hubungan daktilitas dengan ketebalan kritis dinding diperoleh rasio daktilita (Paulay dan Priestly, 1992), seperti yang di tunjukkan pada Gambar 3.9b.



Gambar 3.9a Rasio daktalitas

Gambar 3.9b Hubungan daktalitas dengan ketebalan kritis dinding

Dari persamaan (3-46), (3-47), (3-48) diambil nilai b dan b_f yang terbesar.

4. Luas *boundary elements* yang terjadi (A_{wb})

$$b_c^2 \leq A_{wb} \leq b_c \cdot l_w / 10 \quad (3.51)$$

5. Persyaratan kuat lentur dinding geser

Kuat lentur perlu bagi dinding geser yang dinyatakan oleh momen lentur perlu $M_{u,d}$, harus memenuhi persyaratan kuat lentur untuk kondisi pembebanan tanpa beban gempa maupun dengan beban gempa sebagai berikut ini

$$M_{u,d} = 1,2 M_{D,d} + 1,6 M_{L,d} \quad (3.52)$$

$$M_{u,d} = 1,05 (M_{D,d} + M_{L,d} + M_{E,d}) \quad (3.53)$$

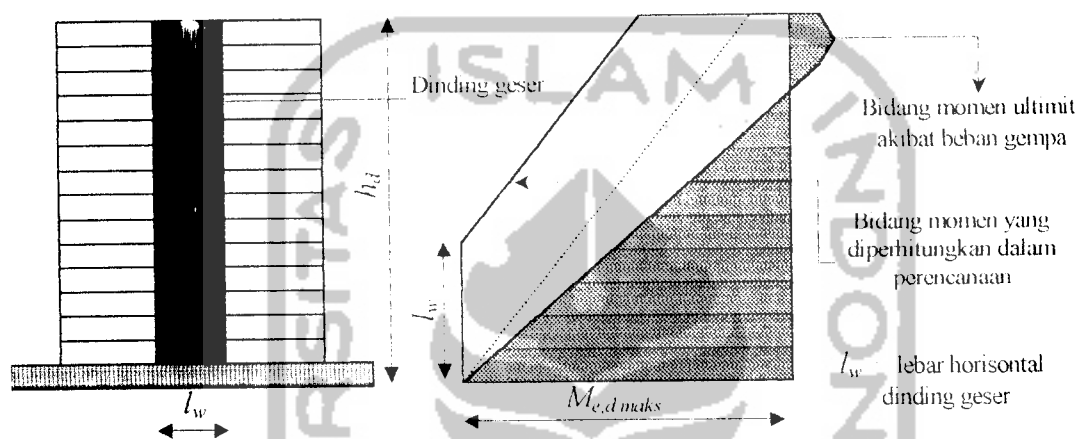
dengan:

$M_{D,d}$ = momen lentur dinding geser akibat beban mati,

$M_{L,d}$ = momen lentur dinding geser akibat beban hidup dengan memperhitungkan reduksinya sehubungan dengan peluang terjadinya pada masing-masing lantai tingkat dan

$M_{E,d}$ = momen lentur dinding geser akibat beban gempa.

Untuk menjamin agar saat terjadinya gempa kuat dinding geser tetap berperilaku elastis kecuali pada penampang dasar, dimana sendi plastis dapat terbentuk, maka bidang momen akibat beban gempa harus digeser keatas sejauh lebar horisontal dinding geser, seperti ditunjukkan Gambar 3.10. Bidang momen yang telah dimodifikasi ini selanjutnya dipakai untuk menghitung kuat lentur perlu menurut persamaan (3.53).



Gambar 3.10 Bidang momen dinding geser akibat beban gempa yang diperhitungkan dalam perencanaan

6. Perencanaan geser

Adanya pembesaran dinamis sewaktu struktur berespons inelastis terhadap gempa kuat, maka kuat geser perlu bagi dinding geser pada penampang dasar dapat dihitung dengan persamaan di bawah ini,

$$V_u = V_{wall} = \omega_v \phi_{o,w} V_E \quad (3.54)$$

Dengan:

$$\omega_v = 0,9 + n/10 ; \text{ untuk gedung } \leq 6 \text{ lantai} \quad (3.55)$$

$$\omega_v = 1,3 + n/30 ; \text{ untuk gedung } > 6 \text{ lantai} \quad (3.56)$$

$$\phi_{o,w} = \frac{M_{o,w}}{M_E} \quad (3.57)$$

Dengan :

V_{wall} = gaya geser rencana dinding geser,

V_E = gaya geser maksimum dinding geser akibat beban gempa tak berfaktor pada penampang dasar,

ω_v = faktor pembesaran dinamis,

$M_{o,w}$ = momen kapasitas dinding geser pada penampang yang dihitung berdasarkan luas baja tulangan yang terpasang dengan tegangan tarik baja tulangan

M_E = momen lentur maksimal dinding geser akibat beban tak terfaktor pada penampang dasar.

a. Tegangan geser ideal yang terjadi (v_i) adalah sebagai berikut ini,

$$v_i = \frac{V_{wall}}{bw.d} \quad (3.58)$$

dengan $d = 0,8 l_w$

b. Nilai v_i tidak boleh lebih besar dari $v_{i,max}$ yang nilainya sebesar :

$$v_{i,max} \leq \left[\frac{0,22\phi}{\mu} + 0,03 \right] f'_c \leq 0,16 f'_c \quad (3.59)$$

μ = daktilitas yang digunakan , atau

$$v_{i,max} \leq 0,16 f'_c \leq 6 \text{ MPa} \quad (3.60)$$

b. Kontribusi beton di dalam dinding geser (v_c) itu sendiri sebesar :

$$v_c = 0,6 \cdot \sqrt{\frac{P_n}{A_g}} \text{ (MPa)} \quad (3.61)$$

Dengan:

P_n = beban aksial minimum pada dinding geser dan

A_g = luas total dari dinding geser.

c. Cek kebutuhan tulangan geser

$$\frac{A_v}{s} \geq \frac{(v_i - v_c) b_w}{f_y} \quad (3.62)$$

dengan:

A_v = luas tulangan geser,

v_i = tegangan geser ideal,

v_c = tegangan akibat kontribusi beton,

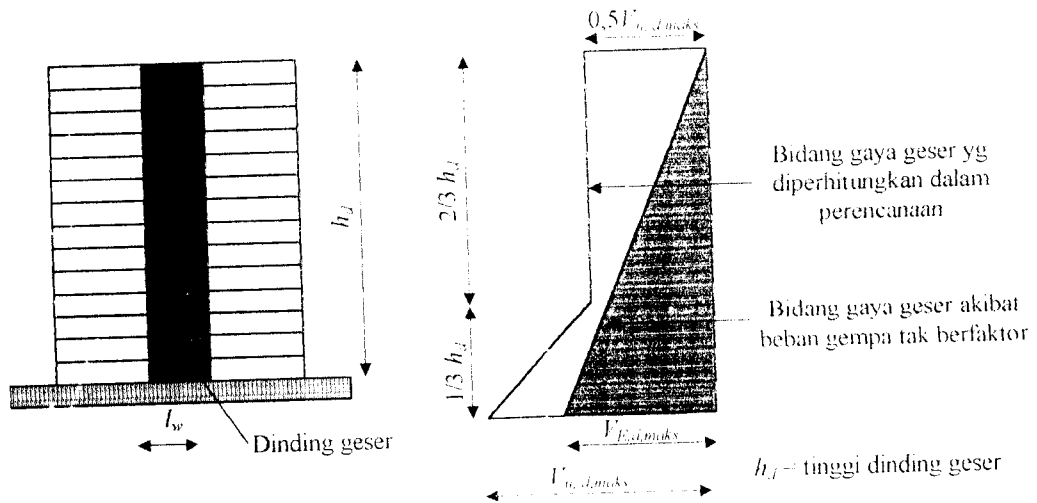
b_w = tebal dinding geser, dan

s = jarak tulangan geser.

d. Cek jarak tulangan geser

$$\begin{aligned} s &\leq 2,5 \cdot b_w \quad (\text{mm}) \\ &\leq 450 \quad (\text{mm}) \end{aligned} \quad (3.63)$$

Untuk menjamin agar dinding geser memiliki kuat geser yang cukup sepanjang tinggi dinding, maka bidang gaya geser perlu akibat beban gempa sepanjang tinggi dinding harus dimodifikasi, sehingga berjalan linier dari $V_{u,d,maks}$ pada dasar sampai 1/3 tinggi dinding geser. Untuk 1/3 tinggi dinding geser keatas sampai puncak dinding geser sebesar $0,5V_{u,d,maks}$, seperti ditunjukkan pada Gambar 11.



Gambar 3.11 Bidang gaya geser perlu pada dinding geser akibat beban gempa yang diperhitungkan dalam perancangan

