

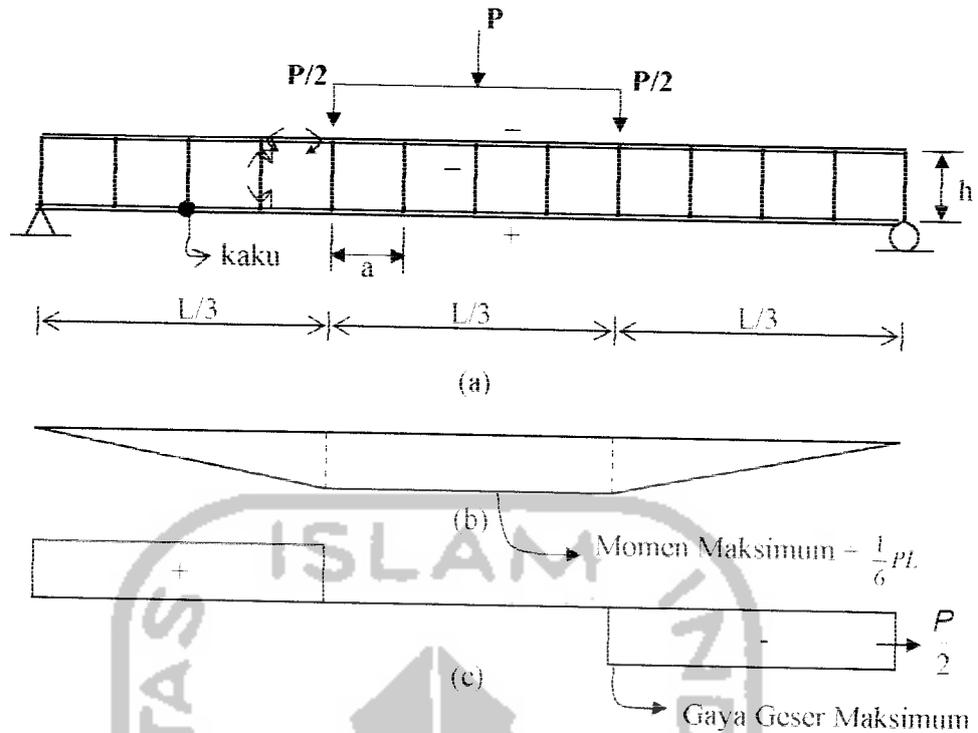
## BAB III

### LANDASAN TEORI

#### 3.1. Pendahuluan

Balok *vierendeel* tumpuan sederhana (sendi-rol) terdiri dari batang-batang tepi atas, batang tepi bawah dan batang transversal yang dihubungkan dengan joint kaku sehingga membentuk struktur dengan pola segi empat dapat dilihat pada Gambar 3.1 (a). Akibat beban eksternal batang-batang pada balok *vierendeel* memikul kombinasi gaya aksial dengan momen.

Jika balok *vierendeel* dianggap sebagai balok dari profil tunggal, maka akibat pembebanan eksternal terpusat ( $P$ ) yang dibagi pada dua titik pembebanan ( $P/2$ ) tegak lurus sumbu longitudinal (Gambar 3.1.a), pada struktur akan terjadi perlawanan internal berupa momen (Gambar 3.1.b) dan geser (Gambar 3.1.c). Pada sepertiga bagian tengah bentang yang tidak mengalami geser akan menerima lentur murni sedangkan pada bagian sepertiga bentang yang lain akan menerima gaya geser ( $V = \frac{1}{2} P$ ) dan momen lentur ( $M = \frac{1}{6} PL$ ). Instabilitas pada batang tepi atas dan batang transversal yang mengalami tekan dengan momen membatasi kapasitas sehingga perlu mendapat perhatian, sedangkan pada batang tepi bawah yang mengalami tarik, instabilitas tidak dominan.



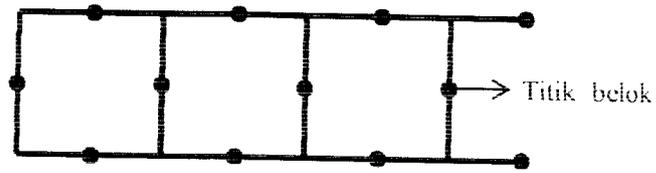
Gambar 3.1 (a) Balok *viereendeel* dengan dukungan sederhana  
 (b) Diagram Momen  
 (c) Diagram Geser

### 3.2 Analisis Statis Tertentu

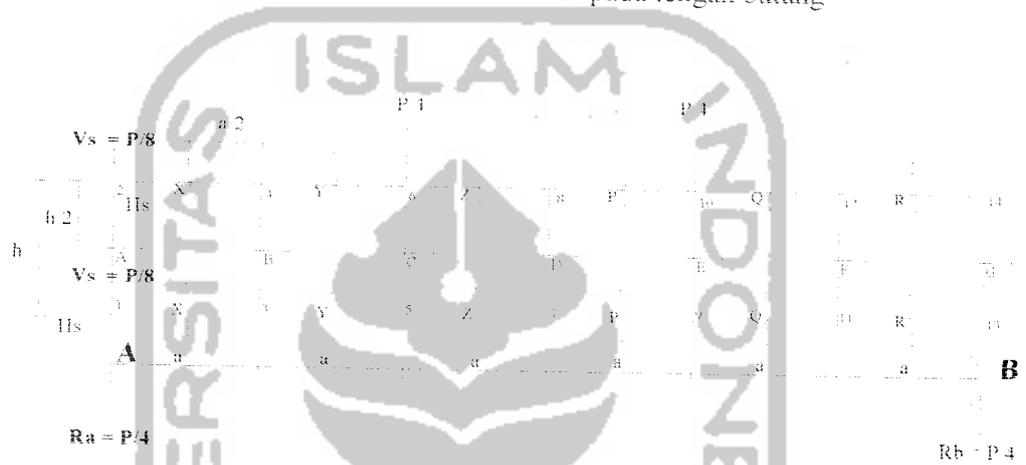
Balok *viereendeel* merupakan struktur statis tak tentu, tetapi dalam analisa strukturnya dapat disederhanakan menjadi statis tertentu (*Steel Designer Manual, 1991*). Analisis balok *viereendeel* dapat dilakukan dengan menggunakan metode pendekatan sebagaimana yang dikemukakan *Wolfgang Schueller, 1989*, dengan asumsi sebagai berikut :

1. Hubungan diantara batang vertikal dan horizontal adalah kaku sempurna.
2. Panjang batang tidak berubah akibat tegangan langsung dan deformasi batang akibat tegangan internal adalah nol.

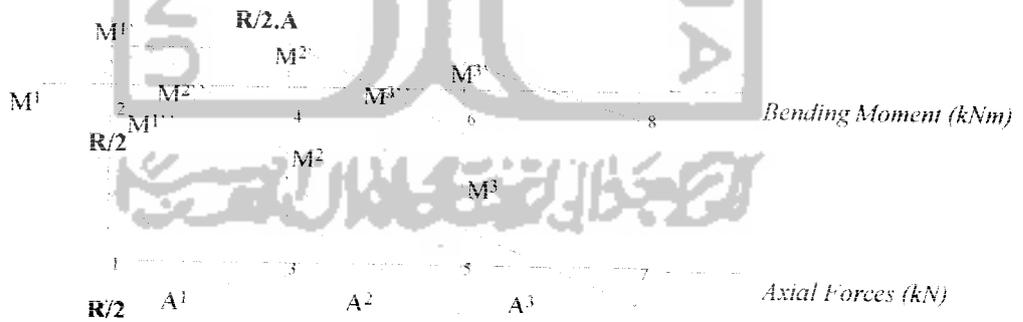
3. Titik belok (*point of contraflexure*) terjadi pada pertengahan batang transversal dan batang tepi.



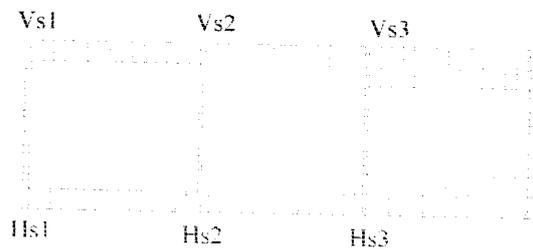
Gambar 3.2 Asumsi sendi pada tengah batang



Gambar 3.3. Analisis balok *vierendeel* dengan metode analisis statis

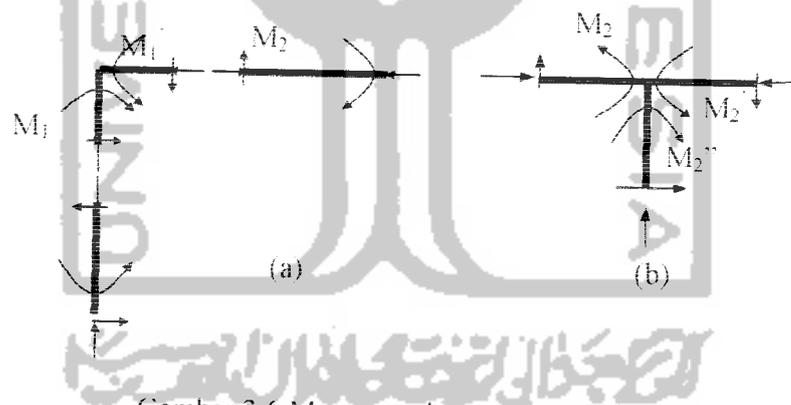


R  
Gambar 3.4. Diagram momen lentur balok *vierendeel*



Gambar 3.5. Diagram gaya geser balok *vierendeel*

Mengacu pada Gambar 3.3 dengan menggunakan persamaan kesetimbangan  $\Sigma V = 0$  didapatkan reaksi tumpuan  $R_A = R_B = P/4$ . Gaya sebesar  $R_A$  dibagi rata diterima batang tepi atas dan batang tepi bawah yaitu sebesar  $R_A/2 = P/8$ . Kemudian dicari nilai gaya geser ( $V$ ), gaya aksial ( $P$ ), dan momen ( $M$ ). Momen yang bekerja pada ujung batang horizontal adalah perkalian gaya geser dengan setengah panjang batang tersebut, yaitu :



Gambar 3.6 Momen pada perpotongan batang

$$M_1' = M_2 = V_s \times \frac{a}{2} = \frac{P}{4} \times \frac{a}{2} = \frac{Pa}{8} \quad (3.1)$$

Karena persamaan kesetimbangan mengharuskan jumlah momen pada satu joint sama dengan nol, maka :

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M_1 + M_1' = 0 \text{ atau } M_1 = -M_1' \quad (3.2)$$

$$M_2' = M_3 = V_s \times \frac{a}{2} = \frac{P}{4} \times \frac{a}{2} = \frac{Pa}{8} \quad (3.3)$$

$$M_2'' = M_2 + M_2' = \frac{Pa}{8} + \frac{Pa}{8} = \frac{Pa}{4} \quad (3.4)$$

Dengan memperhatikan balok *vierendeel* (Gambar 3.3), menggunakan persamaan kesetimbangan  $\Sigma V = 0$  didapat nilai reaksi  $R_A = P/4$  dan  $R_B = P/4$ . Besarnya gaya geser vertikal ( $V_s$ ) pada joint  $s_1$  dan  $s_2$  adalah  $V_{s1} = P/4$ . Gaya geser horisontal ( $H_s$ ) didapat dengan membagi momen vertikal pada joint dengan setengah tingginya yaitu  $h/2$ . Pada setiap elemen batang dianggap ada sendi dengan jarak  $a/2$  pada batang tepi dan  $h/2$  pada batang transversal.

Gaya aksial pada balok *vierendeel* dapat dihitung dengan menjumlahkan gaya geser horisontal (Gambar 3.5).

$$A_1 = H_{s1} \quad A_2 = H_{s1} + H_{s2} \quad A_3 = H_{s1} + H_{s2} + H_{s3}$$

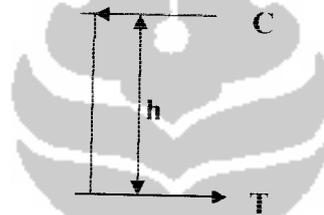
Dari analisa di atas dapat dikatakan bahwa semakin panjang batang tepi ( $a$ ) dan batang transversal ( $h$ ), maka momen yang terjadi akan semakin besar.

### 3.3. Batang Tekan Pada Balok *Vierendeel*

Batang tekan (*compression member*) adalah elemen struktur yang mendukung gaya tekan aksial (Padosbajayo, 1992). Pada balok *vierendeel* dari Gambar 3.1.(a) batang tekan adalah batang tepi atas dan batang transversal.

Semakin panjang batang tepi maka akan semakin menguntungkan karena jumlah batang transversal yang digunakan akan semakin sedikit, tetapi dimensi batang tepi akan menjadi besar. Jika batang transversal dibuat tinggi, batang tepi akan menjadi pendek, tetapi batang transversal menjadi langsing, sehingga diperlukan rasio yang ideal antara jarak batang transversal terhadap tinggi batang transversal.

Agar perencanaan menjadi sederhana, momen yang terjadi pada balok *viereendeel* dapat diganti dengan suatu kopel yang gaya-gayanya bekerja pada titik berat batang tepi atas dan batang tepi bawah (Gambar. 3.7). Jadi, gaya ini dianggap menimbulkan keadaan tegangan langsung. (C.G. Salmon dan J.E. Johnson, 1991).



Gambar 3.7 Momen Kopel Gaya

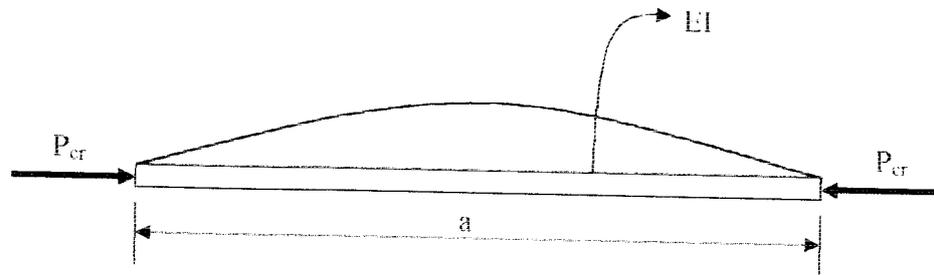
Mengacu pada Gambar (3.7) gaya tekan pada balok *viereendeel* dapat didekati dengan :

$$T = C = \frac{M}{h} \dots \dots \dots (3.5)$$

dari Persamaan 3.5 dapat kita simpulkan bahwa semakin tinggi batang transversal (*h*) maka nilai *C* akan semakin kecil

Batang tekan yang panjang seperti yang telah dikemukakan di awal, akan mengalami kegagalan karena tekuk pada batang, sedangkan batang tekan yang gemuk pendek dapat dibebani sampai materialnya leleh atau bahkan mungkin

hingga mencapai daerah pengerasan regangan (*strain hardening*) (C.G. Salmon dan J.E. Johnson, 1996).



Gambar 3.8 Batang yang mengalami gaya tekan

Mengacu pada Persamaan Euler untuk batang tekan langsing dengan asumsi ujung-ujung perletakan adalah sendi Persamaan 3.5 dapat disajikan menjadi :

$$P_{cr} = C = \frac{\pi^2 EI}{k \cdot (a)^2} \dots \dots \dots (3.6)$$

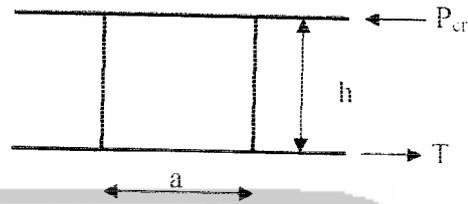
Dari persamaan 3.6 di atas, tampak bahwa apabila batang semakin panjang, maka beban kritis yang dapat dipikul akan semakin kecil.

Batang langsing yang mengalami gaya tekan akan mengalami tekuk elastis, sedangkan pada batang pendek yang mengalami gaya tekan akan mengalami tekuk inelastis.

Untuk kondisi pada kolom langsing ( $KL/r = C_c$ ), tegangan kritis yang berlaku masih sesuai dengan Persamaan Euler, yaitu :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \dots \dots \dots (3.7)$$

Apabila balok *viereendeel* dianggap hanya menerima gaya aksial tekan murni sebesar  $P_{cr}$  dan sesuai dengan kopel gaya (Gambar 3.7) maka pengaruhnya dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 3.9 Pengaruh gaya aksial tekan pada balok *viereendeel*

mengacu pada Persamaan 3.7 dan pengaruh gaya aksial tekan pada balok *viereendeel*, maka momen kapasitas yang terjadi pada perpotongan batangnya menjadi :

$$M_{kap} = A \cdot F_{cr} \cdot h$$

$$= A \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} \cdot h$$

dengan menganggap besarnya nilai  $K = 1$  dan  $L = a$  (Gambar 3.9) sehingga momen kapasitas yang terjadi pada kolom langsing yang mengalami tekuk elastis adalah :

$$M_{kap} = A \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{a}{r}\right)^2} \cdot h$$

$$= A \cdot \left[ \frac{\pi^2 \cdot E \cdot r^2}{a^2} \right] \cdot h \dots\dots\dots (3.8)$$

Sedangkan untuk kolom pendek atau mengalami tekuk inelastik ( $KL/r < C_c$ ), tegangan kritis menurut AISC adalah :

$$F_{cr} = F_y \left[ 1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2} \right] \dots \dots \dots (3.9)$$

Sehingga momen kapasitas yang terjadi pada kolom pendek adalah :

$$M_{kap} = A \cdot F_{cr} \cdot h$$

$$= A \cdot F_y \left[ 1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2} \right] \cdot h \dots \dots \dots (3.10)$$

dengan menganggap besarnya nilai  $K = 1$  dan  $L = a$  (Gambar 3.9) maka momen kapasitas yang terjadi pada kolom pendek yang mengalami tekuk inelastis adalah :

$$M_{kap} = A \cdot F_y \left[ 1 - \frac{(a/r)^2}{2C_c^2} \right] \cdot h$$

$$= A \cdot F_y \left[ 1 - \frac{a^2}{2C_c^2 \cdot r^2} \right] \cdot h$$

$$= A \cdot F_y \cdot \left[ a - \frac{a^3}{2C_c^2 \cdot r^2} \right] \frac{h}{a} \dots \dots \dots (3.11)$$

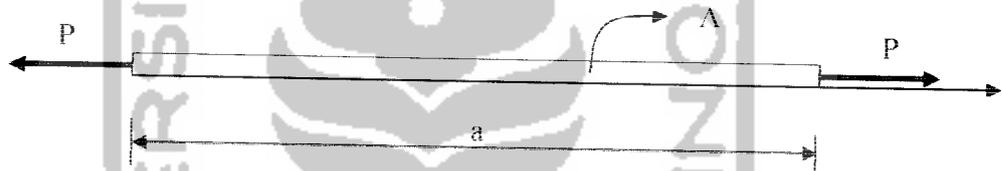
Persamaan tersebut berlaku pada batang yang tidak terjadi momen pada ujung batang. Apabila terjadi momen pada ujung-ujung batang tekan maka batang tersebut mengalami kombinasi gaya aksial tekan dan momen disebut juga balok kolom (*beam column*).

Dari Persamaan 3.10 dan 3.11, jika nilai  $A$ ,  $C_c$ ,  $h$ ,  $F_y$ , dan  $r$  konstan. Tampak bahwa semakin besar nilai ( $a$ ), maka momen yang dapat dipikul batang

semakin kecil, sebaliknya semakin kecil nilai ( $a$ ), maka momen yang dapat dipikul batang semakin besar.

### 3.4. Batang Tarik Pada Balok *Vierendeel*

Batang tarik pada Gambar 3.1(a) adalah batang tepi bawah. Kestabilan batang ini sangat baik sehingga tidak perlu ditinjau lagi dalam perencanaan. Bahkan tegangan tarik batas dapat dicapai dengan mudah bila sambungan ujung direncanakan lebih kuat daripada kekuatan batangnya sehingga baik *local buckling* maupun *lateral torsional buckling* mungkin tidak terjadi pada batang tarik.



Gambar 3.10 Batang yang mengalami gaya tarik

Dari Gambar (3.10) tegangan yang terjadi pada batang tarik adalah :

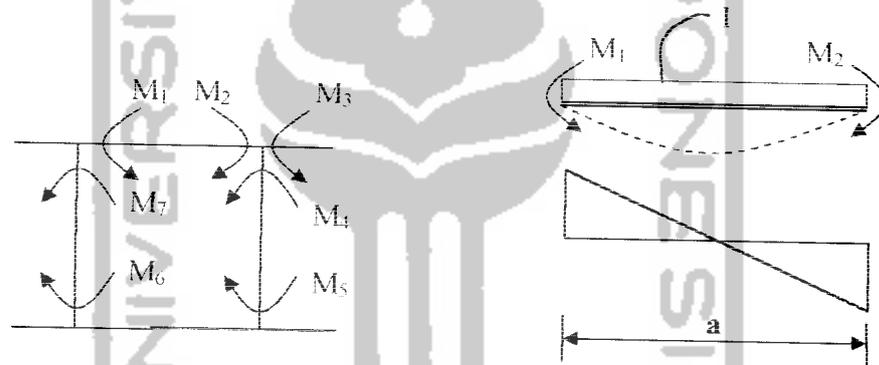
$$f = \frac{P}{A} \dots \dots \dots (3.12)$$

Dari Persamaan 3.12, dapat dilihat bahwa semakin luas penampang batang, maka tegangan tarik yang terjadi semakin kecil. Hal ini berarti bahwa panjang batang semakin panjang, maka semakin kecil tegangan tarik yang terjadi.

### 3.5. Batang Lentur Pada Balok *Vierendeel*

Balok atau batang lentur merupakan salah satu diantara elemen-elemen struktur yang paling banyak dijumpai pada setiap struktur. Untuk memvisualisasikan balok (juga elemen struktur lain) dalam melakukan analisa atau desain, akan lebih mudah bila elemen struktur tersebut dipandang pada kondisi ideal. Bentuk ideal itu harus mempresentasikan sedekat mungkin elemen struktur aktualnya, tetapi bentuk ideal juga harus dapat memberikan keuntungan secara matematis.

Pada Gambar 3.11 adalah batang lentur pada potongan balok *vierendeel* yang ditumpu secara sederhana dengan sendi di ujung kiri dan rol di ujung kanan.



Gambar 3.11. Batang lentur pada balok *vierendeel* tumpuan sederhana

Besar tegangan lentur ( $f_y$ ) pada suatu titik tergantung pada momen eksternal ( $M$ ) pada penampang tersebut. Besar tegangan lentur juga harus sebanding dengan jarak ( $y$ ) pada lokasi titik yang ditinjau ke sumbu netral balok. Tegangan lentur ( $f_y$ ) berbanding lurus dengan momen ( $M$ ), berbanding lurus dengan jarak titik yang ditinjau ke sumbu netral ( $y$ ) dan berbanding terbalik

dengan besaran penampang ( $I$ ). Maka tegangan lentur dapat ditulis sebagai berikut :

$$f_y = \frac{M \cdot y}{I} \dots\dots\dots (3.13)$$

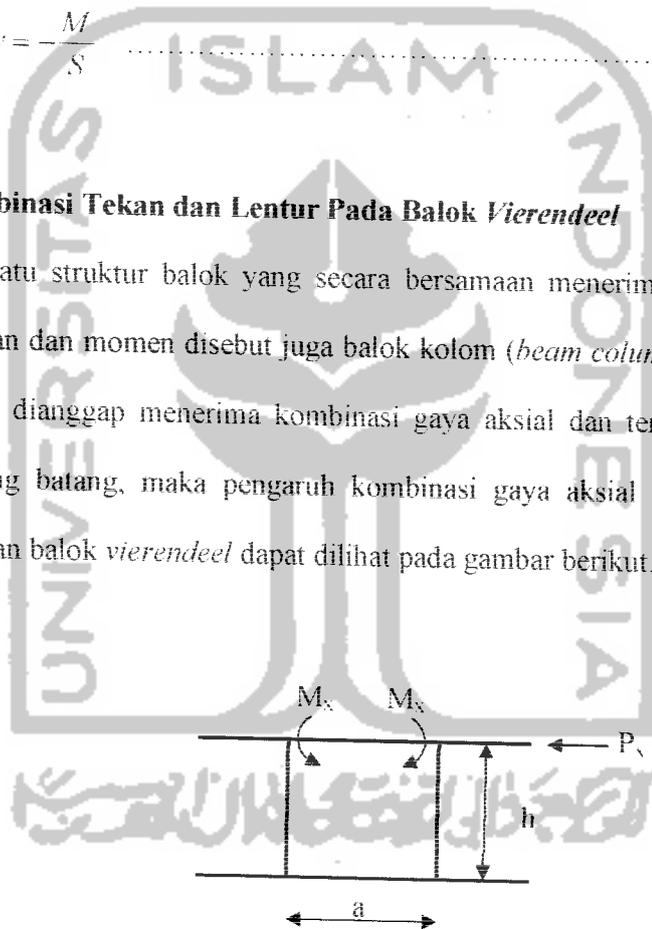
$$\text{karena } \frac{I}{y} = S \dots\dots\dots (3.14)$$

Maka persamaan di atas menjadi :

$$f_y = -\frac{M}{S} \dots\dots\dots (3.15)$$

### 3.6. Kombinasi Tekan dan Lentur Pada Balok *Vierendeel*

Suatu struktur balok yang secara bersamaan menerima kombinasi gaya aksial tekan dan momen disebut juga balok kolom (*beam column*). Apabila balok *vierendeel* dianggap menerima kombinasi gaya aksial dan terjadi momen pada ujung-ujung batang, maka pengaruh kombinasi gaya aksial dan momen pada perpotongan balok *vierendeel* dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 3.12 Kombinasi tekan dan lentur

Pada Gambar 3.12,  $M_x$  adalah momen akibat pengaruh  $P_x$  yang besarnya tidak sama dengan momen kapasitas maupun momen eksternal, besarnya nilai  $M_x$  adalah  $\frac{V_x a}{2}$  dengan  $V = P/4$ .

Menurut (*Salmon dan Johnson, 1991*) untuk penampang yang mengalami momen lentur akibat gaya aksial (balok-kolom) maka momen lentur yang timbul dapat dikonversi secara pendekatan menjadi beban tekan aksial ekuivalen yang sesuai dengan persamaan interaksi stabilitas:

$$\frac{P}{A} + \frac{M}{F_b S} \left( \frac{C_m}{1 - f_a / F_e} \right) = 1,0 \quad \dots \quad (3.16)$$

kemudian Persamaan 3.16 dikalikan dengan  $M/f_a$

$$P + M \left( \frac{A}{S} \right) \left( \frac{F_a}{F_a} \right) \left( \frac{C_m}{1 - f_a / F_e} \right) = F_a A = P_{EQ} \quad \dots \quad (3.17)$$

dengan memasukkan nilai pembesaran momen  $F_e = \frac{1027000}{(KL/r)^2} \text{ MPa}$

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{1 - f_a / F_e} \right) &= \frac{F_e}{F_e - f_a} = \frac{1027000 \cdot r^2}{(KL)^2 \left( \frac{1027000 \cdot r^2}{(KL)^2} - \frac{P}{A} \right)} \\ &= \frac{1027000 \cdot Ar^2}{1027000 \cdot Ar^2 - P(KL)^2} \end{aligned}$$

maka beban aksial ekuivalen untuk lentur uniaksial adalah :

$$P_{EQ} = P + MB \left( \frac{F'_a}{F'_b} \right) \left( \frac{C_m \cdot n}{n - P(KL)^2} \right) \quad \dots \quad (3.18)$$

dimana  $B$  = faktor lentur =  $A/S$

$$n = 1.027.000 Ar^2$$

dengan mengacu pada Gambar 3.12 dan menganggap nilai  $K = 1$  serta nilai  $l = a$ , maka besarnya beban aksial  $P_x$  yang terjadi adalah :

$$P_x = P_{EQ} - MB \left( \frac{F_u}{F_b} \right) \left( \frac{C_m \cdot n}{n - P(KL)^2} \right) \dots \dots \dots (3.19)$$

karena momen adalah perkalian antara gaya dengan jarak maka  $M_{in}$  berdasarkan Persamaan 3.19 adalah :

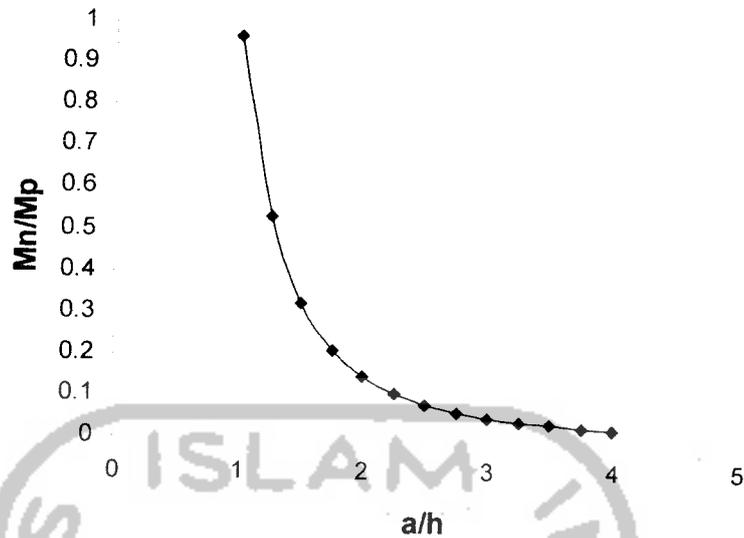
$$M_{in} = \left[ P_{EQ} - MB \left( \frac{F_u}{F_b} \right) \left( \frac{C_m \cdot n}{n - P(KL)^2} \right) \right] h \dots \dots \dots (3.20)$$

dengan mengasumsikan besarnya  $P_{EQ} = P_{cr}$  dan  $M = \frac{V \cdot a}{2}$  maka Persamaan 3.20 dapat dirubah menjadi :

$$M_{in} = \left[ \frac{\pi^2 EI}{a^2} - \frac{V \cdot a}{2} B \left( \frac{F_u}{F_b} \right) \left( \frac{C_m \cdot n}{n - P(KL)^2} \right) \right] h \dots \dots \dots (3.21)$$

sehingga akan diperoleh Persamaan akhir momen internal balok ( $M_{in}$ ) sebesar :

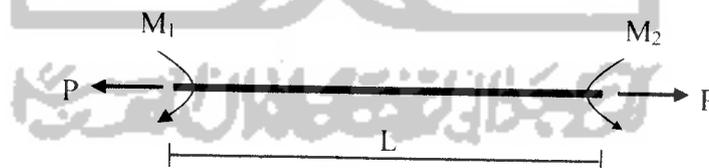
$$M_{in} = \left[ \frac{\pi^2 EI}{a} - \frac{V \cdot a^2}{2} B \left( \frac{F_u}{F_b} \right) \left( \frac{C_m \cdot n}{n - P(KL)^2} \right) \right] \frac{h}{a} \dots \dots \dots (3.22)$$



Gambar 3.13 Grafik hubungan  $M_n/M_p$  dengan  $a/h$

Dari Persamaan 3.22 dan Gambar 3.13 dengan menganggap besarnya nilai  $E$ ,  $I$ ,  $A$ ,  $S$ ,  $F_b$ ,  $F_a$  pada suatu penampang adalah tertentu atau konstan, maka semakin besar nilai  $a$ , maka momen yang dapat dipikul oleh balok semakin kecil.

### 3.7. Kombinasi Tarik dan Lentur Pada Balok *Vierendeel*



Gambar 3.14 Kombinasi tarik dan lentur pada perpotongan batang

Batang yang mendukung tegangan tarik aksial yang diakibatkan oleh bekerjanya gaya tarik aksial pada ujung-ujung batang dan memikul beban transversal secara bersamaan disebut sebagai batang yang mengalami kombinasi

tarik-lentur. Pada balok *viereendeel* dapat dijumpai pada batang tepi bawah Gambar 3.1.(a). Batang tarik merupakan batang yang bersifat efisien karena tidak menyebabkan tekuk dan tegangannya bersifat merata. Untuk menghindari bahaya yang timbul akibat batang yang terlalu langsing maka batang harus didesain cukup kaku, dengan memperhatikan ketentuan mengenai kelangsingan batang, maka rasio kerampingannya :

$$\frac{L}{r} \leq 300 \quad (3.23)$$

dimana : L = panjang batang

r = radius girasi terkecil ( $r = \sqrt{I/A}$ )

Persamaan yang digunakan untuk menghitung tegangan lentur (Persamaan 3.13) pada balok :

$$f_y = \pm \frac{M \cdot y}{I}$$

Dimana ( $I/y$ ) disebut juga sebagai modulus potongan (S), sehingga persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk (Persamaan 3.15) :

$$f_b = \pm \frac{M}{S}$$

Persamaan untuk menghitung tegangan pada batang yang mengalami tarik aksial adalah (Persamaan 3.12) :

$$f = \frac{P}{A}$$

Sehingga persamaan akhir batang yang mengalami kombinasi tarik aksial dan lentur adalah :

$$f = \frac{P}{A} - \frac{M}{S} \dots\dots\dots (3.24)$$

Dimana :

P = beban eksternal pada balok

A = luas netto

M = momen eksternal

S = modulus potongan

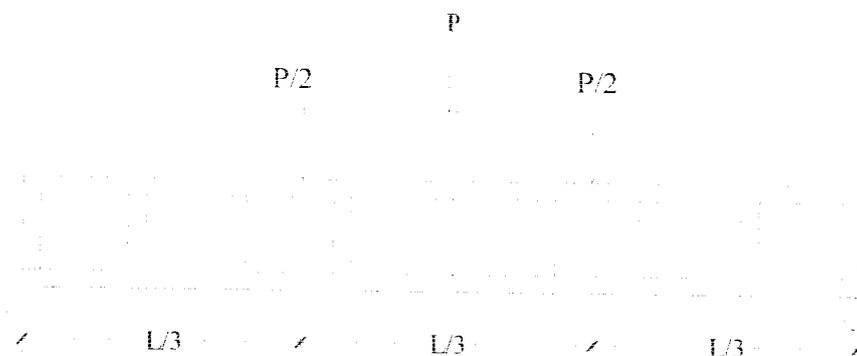
Rumus di atas (Persamaan 3.24) akan menghasilkan kombinasi tegangan tarik dan lentur yang kecil apabila modulus potongan pada batang kecil.

### 3.8. Hubungan Beban–Lendutan

Pada balok yang melentur akibat menahan beban akan terjadi lendutan, besarnya lendutan yang terjadi dapat dihitung dengan menggunakan beberapa metode salah satunya adalah metode integrasi ganda, sebagaimana yang dikemukakan *F.L. Singer dan A. Pytel, 1985*.

$$EIy = \iint M dx dx + c_1 x + c_2 \dots\dots\dots (3.25)$$

Dengan demikian untuk pembebanan seperti pada Gambar 3.15 di bawah ini lendutan yang terjadi dapat dihitung dengan menggunakan persamaan 3.26.

Gambar 3.15 Balok *vierendeel*

Untuk menghitung besarnya lendutan yang terjadi pada balok *vierendeel* rumus umum yang digunakan sebagai dasar perhitungan seperti yang dikemukakan **Daniel L. Schodek, Ferdinand L. Singer dan Andrew Pytel**, adalah:

$$EIy = \frac{Px}{12} \left( \frac{3}{4} L^2 - x^2 \right) \dots \dots \dots (3.26)$$

untuk  $x = 1/3 L$ , maka :

$$EIy = \frac{P}{12} \cdot \frac{1}{3} L \left( \frac{3}{4} L^2 - \left( \frac{1}{3} L \right)^2 \right)$$

$$EIy = \frac{PL}{36} \left( \frac{3}{4} L^2 - \frac{1}{9} L^2 \right)$$

$$EIy = \frac{PL}{36} \left( \frac{23}{36} L^2 \right) = \Delta_1 = \frac{23PL^3}{1296EI}$$

Demikian pula untuk menghitung lendutan yang terjadi di tengah bentang,

$$EIy = \frac{Px}{12} \left( \frac{3}{4} L^2 - x^2 \right) \text{ untuk } x = 1/2 L, \text{ sehingga :}$$

$$EIy = \frac{P}{12} \frac{1}{2} L \left( \frac{3}{4} L^2 - \frac{1}{2} L^2 \right)$$

$$EIy = \frac{PL}{24} \left( \frac{3}{4} L^2 - \frac{1}{4} L^2 \right)$$

$$EIy = \frac{PL}{24} \left( \frac{1}{2} L^2 \right) = \Delta_2 = \frac{PL^3}{48EI}$$

Dengan demikian :

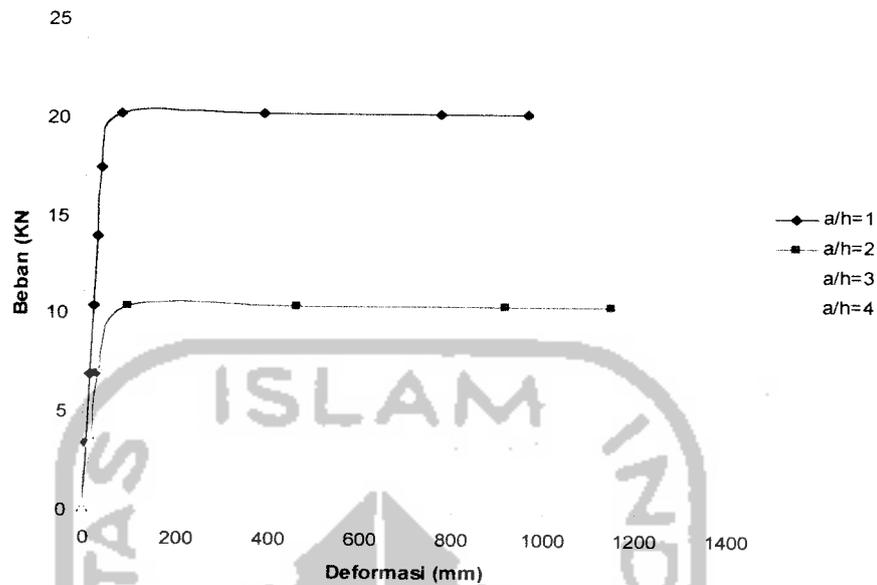
$$\text{Untuk lendutan pada } 1/3 \text{ bentang : } \Delta_1 = \frac{23PL^3}{1296EI} \dots\dots\dots (3.27)$$

$$\text{Untuk lendutan pada } 1/2 \text{ bentang : } \Delta_2 = \frac{PL^3}{48EI} \dots\dots\dots (3.28)$$

$$\text{Untuk lendutan pada } 2/3 \text{ bentang : } \Delta_3 = \frac{23PL^3}{1296EI} \dots\dots\dots (3.29)$$

Dari hitungan SAP pada benda uji dengan panjang bentang 4,8 meter dan variasi jarak batang transversal ( $a = 0,4 ; 0,8 ; 1,2$  dan  $1,6$  m), diperoleh grafik hubungan beban–deformasi seperti pada Gambar 3.16 di bawah ini :



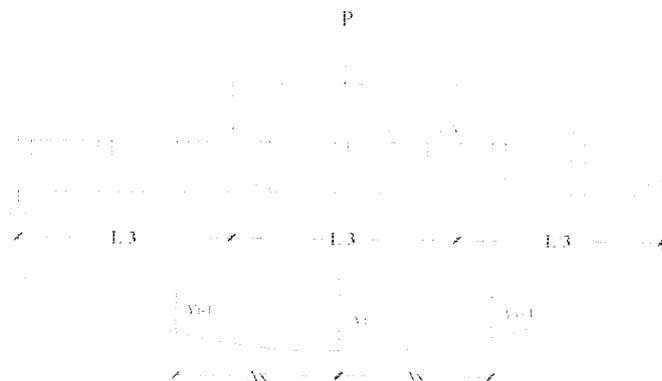


Gambar 3.16 Grafik Beban – Deformasi Teoritis

Garis lengkung pada grafik beban–deformasi diperoleh dengan cara menurunkan nilai Modulus Elastisitas ( $E$ ) pada saat pembebanan mencapai beban maksimum. Nilai Modulus Elastisitas ( $E$ ) diturunkan secara bertahap mulai dari  $\frac{1}{2} E$ ,  $\frac{1}{10} E$ ,  $\frac{1}{20} E$  dan  $\frac{1}{25} E$ . (Chen dan Atsuta, 1973)

### 3.9. Hubungan Momen–Kelengkungan

Apabila balok *viereendeel* dengan tumpuan sederhana seperti terlihat pada Gambar 3.14 mengalami dua beban transversal terpusat simetris, balok itu akan melentur atau mengalami defleksi. Momen lentur akan timbul sebagai reaksi perlawanan terhadap pembebanan pada balok, secara visual defleksi yang terjadi dapat dilihat pada Gambar 3.17.



Gambar 3.17 Defleksi pada balok *vierendeel*

Menggunakan pendekatan kemiringan metode *central difference* besarnya nilai  $dy/dx$  dapat didekati dengan persamaan :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x} \dots \dots \dots (3.30)$$

turunan kedua dari Persamaan 3.30 adalah :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta_x) \frac{d}{dx} (y_{i+1} - y_{i-1}) - (y_{i+1} - y_{i-1}) \frac{d}{dx} (2\Delta_x)}{(2\Delta_x)^2} \dots \dots \dots (3.31)$$

karena  $(2\Delta_x)$  adalah konstanta maka

$$\frac{d}{dx} (2\Delta_x) = 0$$

sehingga Persamaan 3.31 menjadi :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta_x) \frac{d}{dx} (y_{i+1} - y_{i-1})}{(2\Delta_x)^2} \dots \dots \dots (3.32)$$

Persamaan 3.32 dapat disederhanakan menjadi :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta_x)^2} \dots\dots\dots (3.33)$$

Persamaan diferensial untuk balok elastis adalah

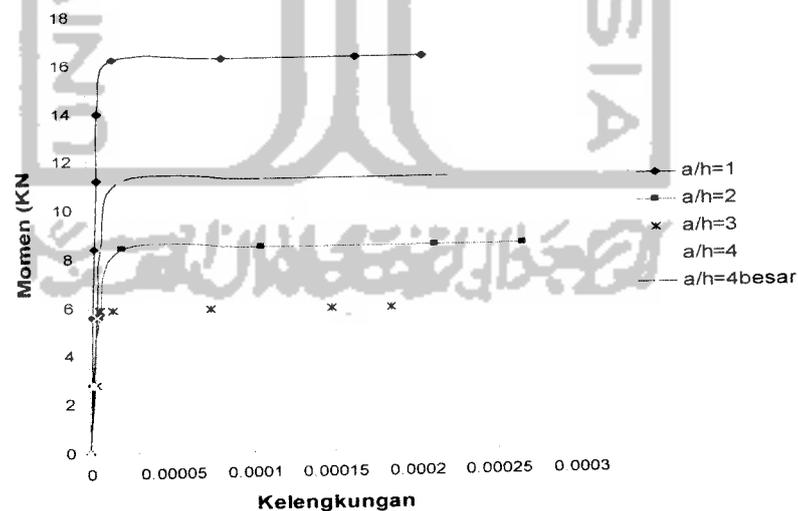
$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \phi = \frac{M}{EI} \dots\dots\dots (3.34)$$

$$M = EI \cdot \phi \dots\dots\dots (3.35)$$

maka Persamaan 3.35 dapat ditulis menjadi :

$$M = EI \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} \dots\dots\dots (3.36)$$

Dari hitungan SAP pada benda uji dengan variasi jarak batang transversal ( $a = 0,4 ; 0,8 ; 1,2$  dan  $1,6$  m), diperoleh grafik hubungan momen ( $M$ ) dan kelengkungan ( $\phi$ ) seperti pada Gambar 3.18 di bawah ini :



Gambar 3.18 Grafik Momen – Kelengkungan teoritis

### 3.10. Hipotesis

Memperhatikan landasan teori tampak bahwa suatu balok *vierendeel* dukungan sederhana (sendi-rol) apabila diberi beban ( $P$ ) akan terjadi lendutan. Besarnya lendutan pada balok *vierendeel* dipengaruhi oleh besar beban ( $P$ ), modulus elastisitas ( $E$ ), dan rasio jarak batang transversal ( $a$ ) terhadap tinggi batang transversal ( $h$ ).

Kapasitas lentur maksimum pada balok *vierendeel* akan tercapai apabila diperoleh rasio yang proporsional antara jarak batang transversal ( $a$ ) terhadap tinggi batang transversal ( $h$ ), dari grafik hubungan antara momen dan kelengkungan pada balok *vierendeel* dengan panjang bentang ( $L$ ) = 4,8 meter dan tinggi batang transversal ( $h$ ) = 0,4 meter, kapasitas lentur maksimum dapat tercapai apabila jarak antar batang transversal  $a/h = 1$ .

