

**ANALISIS SISTEM ANTRIAN BESERTA OPTIMASI
PELAYANAN PADA APOTEK PUSKESMAS NGAGLIK I**

TUGAS AKHIR



Dianawati Khaerunnisa
16611055

**PROGRAM STUDI STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA
YOGYAKARTA
2020**

HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING

TUGAS AKHIR

Judul : Analisis Sistem Antrian beserta Optimasi Pelayanan
pada Apotek Puskesmas Ngaglik I

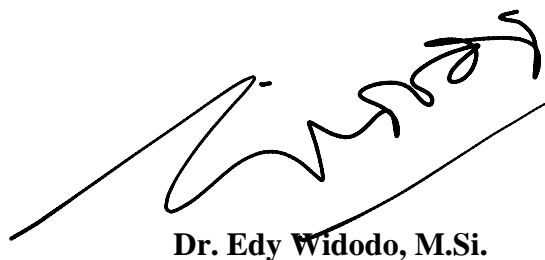
Nama Mahasiswa : Dianawati Khaerunnisa

NIM : 16611055

**TUGAS AKHIR INI TELAH DIPERIKSA DAN DISETUJUI UNTUK
DIUJIKAN**

Yogyakarta, 07 April 2020

Pembimbing



Dr. Edy Widodo, M.Si.

HALAMAN PENGESAHAN
TUGAS AKHIR

ANALISIS SISTEM ANTRIAN BESERTA OPTIMASI PELAYANAN
PADA APOTEK PUSKESMAS NGAGLIK I

Nama Mahasiswa : Dianawati Khaerunnisa
NIM : 16611055

TUGAS AKHIR INI TELAH DIUJIKAN
PADA TANGGAL: 07 April 2020

Nama Penguji:

Tanda Tangan

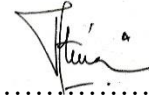
1. Muh. Hasan Sidiq Kurniawan, S.Si., M.Sc.

.....



2. Atina Ahdika, M. Si.

.....



3. Dr. Edy Widodo, M.Si.

.....



Mengetahui,
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Islam Indonesia



Prof. Riyanto, S.Pd. M.Si., Ph.D.

MOTTO

*“HIDUP ITU SEPERTI AIR, MENGALIR, APA YANG ADA DI DEPAN KITA
HADAPI DENGAN TERUS MENJADI MANUSIA LEBIH BAIK DAN
MENJADIKAN MASA LALU SEBAGAI PEMBELAJARAN”*

HALAMAN PERSEMBAHAN

Terimakasih kepada Allah SWT yang telah memberi kesehatan, kekuatan sehingga tugas akhir ini dapat diselesaikan.

Terimakasih kepada mamah saya tercinta, Ibu Kaswati.

Dia Perempuan Terkuat dan Terhebat di Dunia.

Yang telah melahirkan seorang putri ke dunia ini.

Yang telah mendidik, merawat dan membesarkan anak-anaknya.

Yang telah menjadi madrasah pertama bagi anak-anaknya.

Yang telah memberikan kasih sayang yang belum tentu didapatkan anak-anak lainnya.

Yang tidak pernah berhenti mengingatkan anak-anaknya untuk selalu menjadi manusia lebih baik.

Dia Teman Terbaik Sepanjang Masa.

Yang selalu mendengarkan keluh kesah putrinya tanpa mengeluh.

Yang selalu memberi solusi terbaik untuk setiap permasalahan yang dihadapi putrinya.

I Love You mamah.

Terimakasih kepada bapak saya tercinta, Bapak Caryo.

Dia Laki-laki Terhebat dan Paling Tangguh di Dunia.

Yang telah mendidik, merawat dan membesarkan anak-anaknya.

Yang telah menjadi madrasah pertama bagi anak-anaknya.

Dia Cinta Pertama dalam Hidup Saya.

Kata sayang dan cinta memang jarang terucap dari mulutmu, tapi saya paham cintamu pada anak-anak mu melebihi cinta mu terhadap dirimu sendiri.

Perhatian dan kasih sayang yang engkau berikan, engkau tunjukan dengan membuat anak-anakmu hidup nyaman dan aman tanpa kekurangan apapun.

Terimakasih telah menjadi ayah terhebat di dunia dan selalu ada untuk mengajarkan tentang kehidupan.

I Love You Bapak.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr.Wb

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah Yang maha Esa yang telah melimpahkan rahmat, hidayah dan kasih sayang-Nya kepada penulis, sehingga penulis diberi kesehatan, kekuatan, kesabaran serta kemudahan sehingga dapat menyusun dan menyelesaikan tugas akhir yang berjudul “**Analisis Sistem Antrian beserta Optimasi Pelayanan pada Apotek Puskesmas Ngaglik I**”. Tidak lupa sholawat serta salam semoga terlimpah curahkan kepada nabi besar Nabi Muhammad SAW.

Tugas akhir ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia. Bimbingan, bantuan serta doa dalam proses penyelesaian tugas akhir ini telah penulis dapatkan dari berbagai pihak. Untuk itu, dalam kesempatan ini penulis ingin menyampaikan ucapan terimakasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Riyanto, S.Pd., M.Si., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia.
2. Bapak Dr. Edy Widodo, M.Si. selaku Ketua Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia serta selaku Dosen Pembimbing Tugas Akhir yang telah sabar dalam memberikan bimbingan serta selalu memberikan masukan yang membangun sehingga dapat menyelesaikan tugas akhir ini.
3. Bapak Dr. RB. Fajriya Hakim, M.Si selaku Dosen Pembimbing Akademik yang selalu memberi arahan tentang masalah akademik.
4. Seluruh dosen dan karyawan Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia atas bantuan dan dukungannya selama ini.

5. Bapak Caryo, mamah Kaswati dan Adik saya Afif yang selalu memberikan doa serta *support* sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir.
6. Keluarga besar Suhatmo dan Sunardi yang selalu mendoakan dan memberi semangat kepada penulis.
7. *My support system*: teman-teman bukan *group* Anggit Novietasari, Hanum Salsabiella, Ella Anggraini, Salsabilla Novianingrum, Yesih Nurmalasari, Revika Dwi Merianti, Nadia Ihya Muthi. Terimakasih selalu ada dalam keadaan apapun, selalu memberikan semangat, serta dorongan agar tidak bermalas-malasan dalam menyelesaikan tugas akhir ini, yang bersedia mendengarkan segala keluh kesah dari penulis setiap harinya, *love you guys*.
8. Teman-teman KKN Mbah Prayit: Thoriq, Aisyah, Choerul, Aini, Bang Okto, Citra dan Bagus. Terimakasih atas satu bulan kebersamaannya, banyak sekali pelajaran yang diperoleh selama satu bulan.
9. Teman-teman Keluarga Cemara: Bang Rifqi, Bang All, Bang Angga, Bang Rafi, Mayang dan Ain. Terimakasih untuk kebersamaannya
10. Teman-teman Lembaga FMIPA KM UII: Bang Wildan, Mbak Meymun, Shelly dan Nilda. Terimakasih telah menerima penulis dengan segala kekurangan yang ada, selalu membimbing dan tidak pernah lelah memberi arahan dan masukan selama satu periode, *love you guys*.
11. Teman-teman satu bimbingan TA: Ainun, Yosi, Revata, Bayu, Bella, Nina, Salsabila dan Tyas yang sudah sama-sama berjuang, memberi semangat, memberi motivasi untuk menyelesaikan tugas akhir.
12. Teman-teman Statistika 2016 yang sedang sama-sama berjuang untuk mendapatkan gelar Sarjana Statistika.
13. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu namanya, terimakasih untuk semangat dan doanya.

Terima kasih kepada semua pihak yang telah mendukung, memberi semangat dan mendoakan sehingga tugas akhir ini dapat diselesaikan. Penulis menyadari bahwa penulisan tugas akhir ini jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Penulis memohon maaf yang sebesar-besarnya

jika terdapat banyak kesalahan pada penulisan tugas akhir ini, semoga laporan ini dapat bermanfaat bagi semua orang, khususnya bagi penulis dan umumnya bagi pembaca.

Wassalamualaikum Wr.Wb

Yogyakarta, 07 April 2020



Dianawati Khaerunnisa

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	i
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	7
1.3 Batasan Masalah	7
1.4 Tujuan Penelitian	8
1.5 Manfaat Penelitian	8
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	9
BAB 3 LANDASAN TEORI	14
3.1 Apotek	14
3.2 Apotek Puskesmas Ngaglik I.....	15
3.3 Pelayanan.....	15
3.4 Optimasi Pelayanan	15
3.5 Teori Probabilitas	16
3.5.1 Variabel Acak	17
3.5.2 Distribusi Peluang Diskrit.....	17
3.5.3 Distribusi Peluang Kontinu.....	18
3.5.4 Distribusi Poisson	19
3.5.5 Distribusi Eksponensial	22
3.6 Uji Kecocokan Distribusi	24
3.7 Proses Stokastik.....	26
3.8 Teori Antrian	26
3.8.1 Bentuk Kedatangan.....	28
3.8.2 Bentuk Pelayanan	29
3.8.3 Disiplin Antrian	29
3.8.4 Struktur Antrian	30
3.8.5 Simbol Model Sistem Antrian	32
3.8.6 Ukuran Steady State	33

3.8.7	Pengukuran Kinerja Sistem Antrian untuk Model Antrian $(M / M / 1):(GD / \infty / \infty)$	34
3.8.8	Pengukuran Kinerja Sistem Antrian untuk Model Antrian $(M / M / j):(GD / \infty / \infty)$	44
BAB 4	METODOLOGI PENELITIAN	58
4.1	Populasi Penelitian	58
4.2	Tempat dan Waktu Penelitian	58
4.3	Definisi Operasi Peubah (DOP)	58
4.4	Metode Analisis Data	58
4.5	Tahapan Penelitian	59
BAB 5	HASIL DAN PEMBAHASAN	61
5.1	Kedatangan Resep Obat.....	61
5.2	Menentukan Ukuran <i>Stady State</i>	62
5.3	Uji Kecocokan Distribusi	65
5.3.1	Pengujian Distribusi Kedatangan	65
5.3.2	Pengujian Distribusi Pelayanan	66
5.4	Model Antrian	66
5.5	Pengukuran Kinerja Sistem Antrian	67
BAB 6	PENUTUP	72
6.1	Kesimpulan.....	72
6.2	Saran	72

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1. Kasus-kasus Kesehatan pada Puskesmas Ngaglik I dan Puskesmas Ngaglik II.....	4
Tabel 2.1. Penelitian-penelitian Terdahulu	12
Tabel 3.1. Contoh Variabel Acak	17
Tabel 3.2. Contoh Peluang Acak Diskrit.....	18
Tabel 3.3. Kasus-kasus dalam Penguraian Model Antrian $(M / M / 1) : (GD / \infty / \infty)$	36
Tabel 4.1. Definisi Operasi Peubah (DOP)	58
Tabel 5.1. Menghitung Rata-rata Tingkat Kedatangan Resep Obat (λ)	62
Tabel 5.2. Menghitung Rata-rata Tingkat Pelayanan Resep Obat (μ)	63
Tabel 5.3. Menghitung Tingkat Kegunaan Fasilitas Pelayanan (ρ)	64
Tabel 5.4. Uji Distribusi Kedatangan	65
Tabel 5.5. Uji Distribusi Pelayanan.....	66
Tabel 5.6. Pengukuran Kinerja Sistem Antrian dengan 4 Fasilitas Pelayanan	68
Tabel 5.7. Pengukuran Kinerja Sistem Antrian dengan 1, 2, 3 dan 4 Fasilitas Pelayanan.....	69
Tabel 5.8. Pengukuran Waktu Menganggur.....	70

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1. Jumlah Penduduk DI Yogyakarta, Sumber: BPS (2019).....	1
Gambar 1.2. Jumlah Penduduk DI Yogyakarta Menurut Kabupaten Tahun 2019	3
Gambar 1.3. Jumlah Penduduk Kabupaten Sleman Menurut Kecamatan Tahun 2018	3
Gambar 1.4. Jumlah Penduduk Kecamatan Ngaglik Tahun 2016-2018	3
Gambar 1.5. Jumlah Penduduk per Puskesmas Kecamatan Ngaglik Tahun 2018	4
Gambar 1.6. Sistem Antrian pada Apotek Puskesmas Ngaglik I.....	5
Gambar 3.1. Sistem Antrian	28
Gambar 3.2. Struktur Antrian <i>Single Channel – Single Phase</i>	30
Gambar 3.3. Struktur Antrian <i>Multi Channel – Single Phase</i>	31
Gambar 3.4. Struktur Antrian <i>Multi Channel – Multi Phase</i>	31
Gambar 3.5. Struktur Antrian <i>Single Channel – Multi Phase</i>	32
Gambar 3.6. Penggambaran $\lambda, \mu, L_a, L_{sa}, W_a$ dan W_{sa} dalam sistem Antrian....	57
Gambar 4.1. <i>Flowchart</i> Penelitian.....	59
Gambar 4.2. <i>Flowchart</i> Penelitian Lanjutan	60
Gambar 5.1. Grafik Rata-rata Jumlah Kedatangan Resep Obat pada Interval Waktu Satu Jam pada Minggu ke-1 sampai Minggu ke-3.....	61
Gambar 5.2. Grafik Rata-rata Jumlah Kedatangan Resep Obat pada Interval Waktu Satu Jam	62
Gambar 5.3. Plot Perbandingan Nilai λ dan μ	64
Gambar 5.4. Sistem Antrian pada Apotek Puskesmas Ngaglik I pada Bagian Pengambilan dan Peracikan Obat	67

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Hasil Observasi	78
Lampiran 2 Data Penelitian Hasil Observasi	98
Lampiran 3 Data Pengamatan Untuk Analisis Secara Umum	99
Lampiran 3 Menghitung Rata-rata Tingkat Kedatangan Resep Obat (λ).....	100
Lampiran 4 Menghitung Rata-rata Tingkat Pelayanan Resep Obat (μ).....	101
Lampiran 5 Menghitung Tingkat Kegunaan Fasilitas Pelayanan (ρ)	102
Lampiran 6 Pengujian Distribusi Kedatangan.....	103
Lampiran 7 Pengujian Distribusi Waktu Pelayanan.....	105
Lampiran 8 Tabel <i>Kolmogorov-Smirnov</i>	107

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang sebelumnya pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 07 April 2020



Dianawati Khaerunnisa

ABSTRAK

ANALISIS SISTEM ANTRIAN PADA APOTEK BESERTA OPTIMASI PELAYANAN

(Studi Kasus: Puskesmas Ngaglik I)

Dianawati Khaerunnisa

Program Studi Statistika, Fakultas MIPA

Universitas Islam Indonesia

Kondisi menunggu untuk mendapatkan jasa yang diinginkan atau yang sedang dibutuhkan bisa disebut dengan istilah mengantri atau antrian. Fenomena antrian juga dapat terjadi di puskesmas salah satunya yaitu antrian pada apotek farmasi. Hal yang menjadi masalah dalam setiap sistem antrian yaitu antrian yang panjang dan harus menunggu lama sampai mendapatkan giliran pelayanan atau bahkan jumlah fasilitas yang tersedia sangat banyak sehingga bekerja kurang optimal. Oleh karena itu, dilakukan penelitian secara matematis untuk menganalisis sistem antrian yang ada pada apotek Puskesmas Ngaglik I untuk mengetahui kinerja dari sistem antrian yang ada dan untuk mengetahui jumlah fasilitas pelayanan yang optimal pada kondisi ramai. Model Antrian apotek Puskesmas Ngaglik I untuk hari Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat maupun Sabtu yaitu $(M/M/j):(FCFS/\infty/\infty)$. Berdasarkan hasil observasi, kondisi ramai jika dilihat pada jam pelayanan yaitu pukul 09:01-12:00 WIB, maka dilakukan analisis sistem antrian pada pukul 09:01-12:00 WIB. Hasil analisis menunjukkan bahwa sistem antrian yang ada yaitu dengan 4 fasilitas pelayanan kurang efektif atau kurang optimal karena fasilitas pelayanan bekerja sangat longgar hal tersebut ditunjukkan dengan nilai tingkat kegunaan fasilitas yang masih di bawah 30%. Sedangkan jumlah fasilitas pelayanan yang optimal pada kondisi ramai yaitu sebanyak 2 fasilitas pelayanan.

Kata Kunci: Teori Antrian, Sistem Antrian, Antrian, Apotek, Puskesmas, *Multi Channel Single Phase*.

ABSTRACT

ANALYSIS OF QUEUE SYSTEMS IN PHARMACIES AND SERVICE OPTIMIZATION

Dianawati Khaerunnisa

Program Studi Statistika, Fakultas MIPA

Universitas Islam Indonesia

Conditions waiting to get the services you want or are needed can be referred to as queuing. The problem in every waiting line system is that the queues are long and have to wait a long time to get a turn of service or even the number of available facilities is very much so that it works less than optimal. Therefore, a mathematical research was conducted to analyze the existing waiting line system at the Ngaglik I Puskesmas pharmacy to determine the performance of the existing waiting line system and to find out the optimal number of service facilities in crowded conditions. The waiting model of the Ngaglik I Puskesmas pharmacy for Monday, Tuesday, Wednesday, Thursday, Friday or Saturday is $(M / M / j): (FCFS / \infty / \infty)$. Based on the results of observations, the crowded conditions when viewed at the service hours are at 09: 01-12:00 WIB, then the queuing system analysis is conducted at 09:01-12:00 WIB. The analysis shows that the existing waiting system with 4 service facilities is less effective or less optimal because the service facilities work very loosely, it is shown by the high utility value of the facility which is still below 30%. While the optimal number of service facilities in crowded conditions is 2 service facilities.

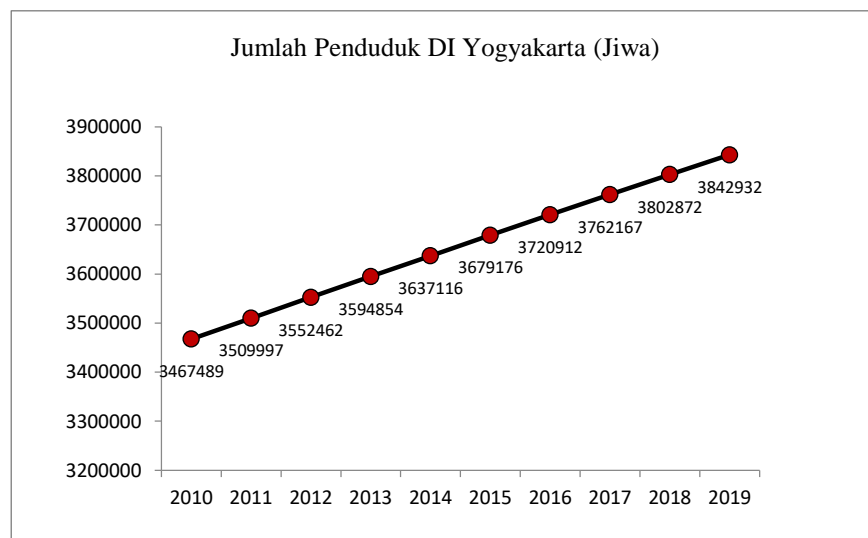
Keywords: Waiting Line Theory, Waiting Line Sistem, Waiting Line, Pharmacy, Puskesmas, Multi Channel Single Phase.

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY) merupakan salah satu provinsi di Indonesia yang terus mengalami kenaikan jumlah penduduk tiap tahunnya, **Gambar 1.1** menunjukkan jumlah penduduk DIY pada tahun 2010 sampai tahun 2019 terus mengalami kenaikan. Selain itu, DIY menjadi lebih padat karena menjadi salah satu tujuan bagi para pelajar maupun mahasiswa untuk melanjutkan pendidikannya (Turang, 2017). Manusia merupakan makhluk sosial yang tidak bisa terlepas dari peran serta orang lain, kemudian didukung dengan jumlah manusia itu sendiri yang terus mengalami kenaikan tiap tahunnya khususnya di DIY, mengakibatkan banyak industri atau perusahaan dalam berbagai bidang terutama dalam bidang jasa didirikan untuk membantu memenuhi kebutuhan hidup manusia itu sendiri.



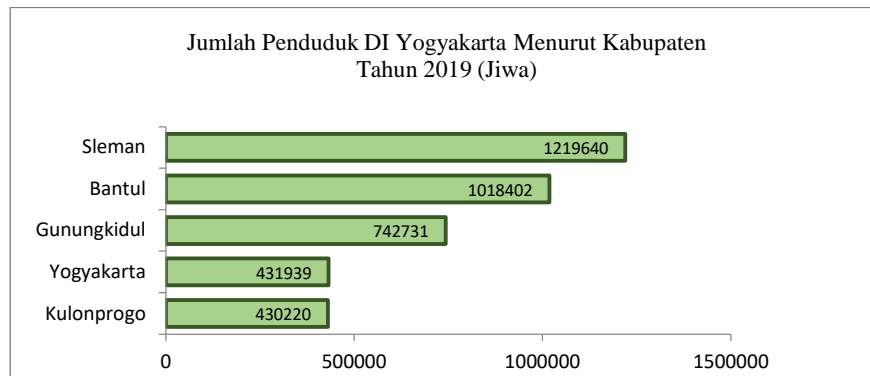
Gambar 1.1. Jumlah Penduduk DI Yogyakarta, Sumber: BPS (2019)

Manusia ketika ingin memperoleh jasa yang diinginkan atau yang sedang dibutuhkan terkadang diharuskan menunggu untuk memperoleh jasa tersebut, karena akan ada saat dimana terdapat orang-orang yang membutuhkan jasa yang sama diwaktu yang sama juga. Kondisi menunggu tersebut bisa disebut dengan istilah mengantri atau antrian. Dalam jurnalnya Sari dkk (2016) menyebutkan

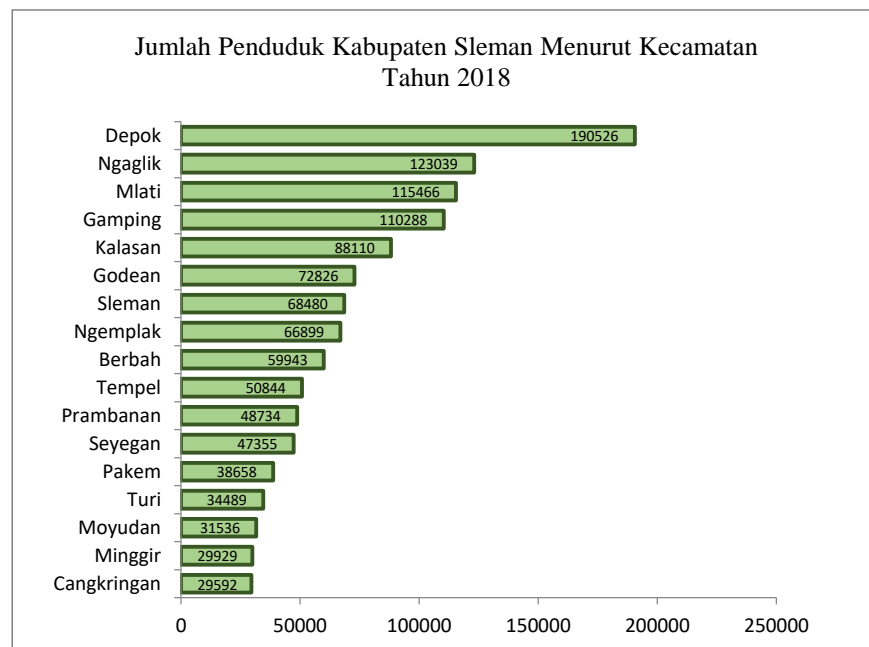
bahwa antrian terjadi karena jumlah orang yang memerlukan jasa melebihi jumlah fasilitas yang disediakan, sehingga orang yang datang tidak dapat langsung dilayani karena keterbatasan fasilitas pelayanan. Proses dari mulai menunggu atau mengantri untuk mendapatkan pelayanan, kemudian mendapatkan pelayanan dan jika telah mendapatkan pelayanan maka pelanggan meninggalkan tempat penyediaan jasa disebut dengan sistem antrian. Sistem antrian menurut Sari dkk (2016) merupakan himpunan pelanggan yang mengantri, himpunan pelayanan dan proses pelayanan beserta dengan semua aturan yang mengatur mulai dari kedatangan pelanggan sampai pelanggan mendapatkan pelayanan.

Mengantri merupakan salah satu kegiatan yang membosankan bagi sebagian besar masyarakat, apalagi harus menunggu atau mengantri hingga berjam-jam sampai mendapatkan pelayanan. Hal ini dijelaskan dalam jurnalnya Aditama & Wardhani (2013) bahwa sebagian orang tidak mau atau enggan mengantri dan pada akhirnya orang-orang tersebut memilih keluar dari antrian sebelum mendapatkan pelayanan. Manusia tentunya mengharapkan untuk memperoleh jasa tanpa harus menunggu terlalu lama. Sehingga, diperlukan pelayanan yang prima dan pada akhirnya dapat memenuhi kebutuhan dan keinginan pelanggan serta memberikan kepuasan kepada pelanggan dalam memperoleh jasa tersebut.

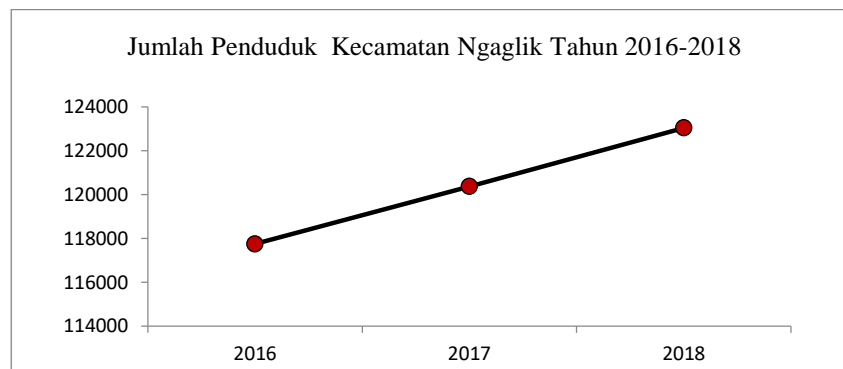
Fenomena antrian juga salah satunya dapat terjadi di puskesmas. Tugas dari puskesmas itu sendiri menurut Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia Nomor 75 Tahun 2014 Bab 2 pasal 4 yaitu “melaksanakan kebijakan kesehatan untuk mencapai tujuan pembangunan kesehatan di wilayah kerjanya dalam rangka mendukung terwujudnya kecamatan sehat”. Puskesmas merupakan salah satu fasilitas umum dibidang pelayanan jasa kesehatan yang didirikan oleh pemerintahan Indonesia di tingkat kecamatan sebagai salah satu usaha preventif (pencegahan) dan operatif (penanggulangan) terhadap kesehatan masyarakat itu sendiri terutama di daerah-daerah kecamatan (Syukron & Hasan, 2015), maka perlu dilakukan penelitian untuk menganalisis sistem antrian yang ada sehingga dapat memberikan pelayanan yang baik dan memuaskan pasiennya.



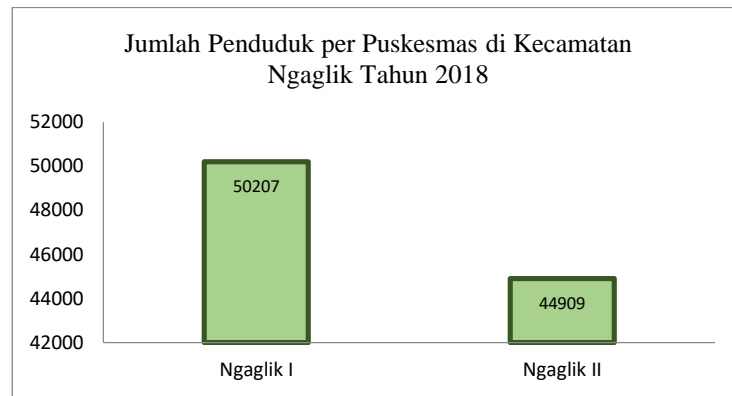
Gambar 1.2. Jumlah Penduduk DI Yogyakarta Menurut Kabupaten Tahun 2019, Sumber: BPS (2019)



Gambar 1.3. Jumlah Penduduk Kabupaten Sleman Menurut Kecamatan Tahun 2018, Sumber: BPS (2019)



Gambar 1.4. Jumlah Penduduk Kecamatan Ngaglik Tahun 2016-2018, Sumber: BPS (2019)



Gambar 1.5. Jumlah Penduduk per Puskesmas Kecamatan Ngaglik Tahun 2018,
Sumber: (dinkes.slemankab, 2018)

Masalah antrian juga terjadi salah satunya di Puskesmas Ngaglik I yang merupakan salah satu puskesmas di Kecamatan Ngaglik Kabupaten Sleman. Kabupaten Sleman menurut data BPS (2019) merupakan kabupaten dengan jumlah penduduk tertinggi di DIY pada tahun 2019, **Gambar 1.2** menunjukkan bahwa jumlah penduduk di Kabupaten Sleman mencapai 1,219,640 jiwa pada tahun 2019. Kecamatan Ngaglik merupakan kecamatan dengan jumlah penduduk yang terus mengalami kenaikan tiap tahunnya, selain itu Kecamatan Ngaglik juga merupakan kecamatan dengan jumlah penduduk tertinggi setelah kecamatan Depok dengan jumlah penduduk mencapai 123,039 jiwa pada tahun 2018, hal tersebut dapat dilihat pada **Gambar 1.3** dan **Gambar 1.4**. Kecamatan Ngaglik itu sendiri memiliki dua Puskesmas yaitu Puskesmas Ngaglik I yang beralamat di Jalan Kaliurang KM. 10 dan Puskesmas Ngaglik II yang beralamat di Jalan Palagan Tentara Pelajar. Hasil publikasi dinkes.slemankab (2018) seperti pada **Gambar 1.5** menunjukkan bahwa jumlah penduduk per Puskesmas di Puskesmas Ngaglik I lebih tinggi jika dibandingkan dengan jumlah penduduk di Puskesmas Ngaglik II. Puskesmas Ngaglik I juga merupakan salah satu puskesmas terdekat dari Universitas Islam Indonesia. Selain itu, Puskesmas Ngaglik I memiliki jumlah kasus kesehatan sebanyak 3937 pasien lebih banyak dari Puskesmas Ngaglik II seperti yang ditampilkan pada **Tabel 1.1** berikut ini:

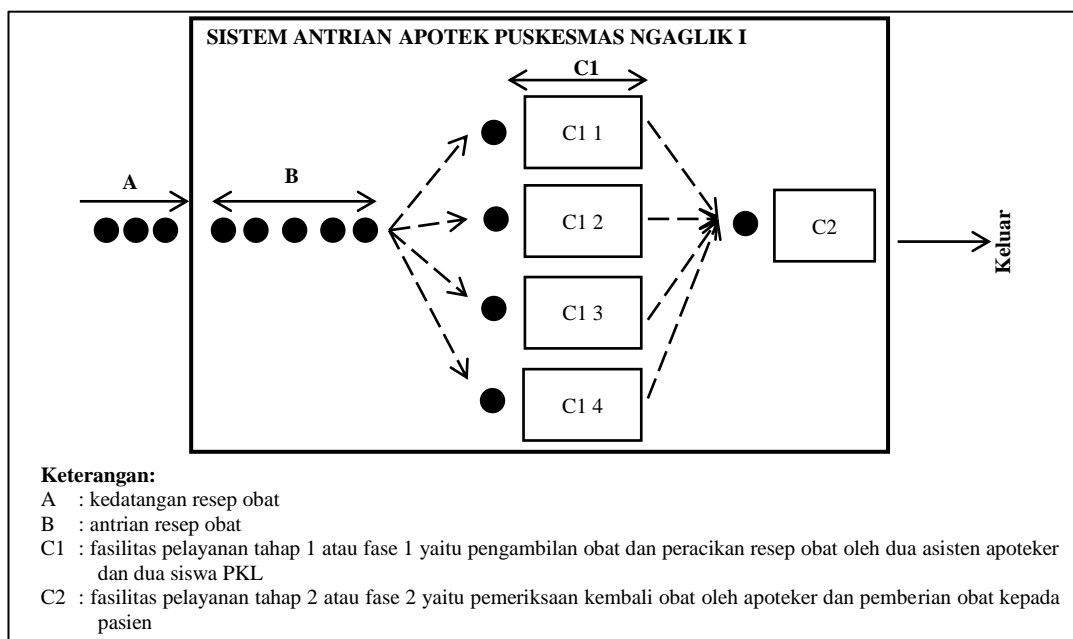
Tabel 1.1. Kasus-kasus Kesehatan pada Puskesmas Ngaglik I dan Puskesmas Ngaglik II

Kasus	Puskesmas Ngaglik I	Puskesmas Ngaglik II
Kasus Baru TB BTA+	9	8

Kasus	Puskesmas Ngaglik I	Puskesmas Ngaglik II
Jumlah Seluruh	19	14
Kasus TB		
Pneumonia Pada Balita	53	59
Difteri	0	1
Campak	7	30
Hepatitis B	18	4
Demam Berdarah Dengue (DBD)	16	7
Obesitas	23	37
Hipertensi/Tekanan Darah Tinggi	3254	1252
Kasus Diare Ditangani	538	247
Total	3937	1659

Sumber: dinkes.slemankab (2018)

Puskesmas Ngaglik I menyediakan beberapa pelayanan diantaranya pelayanan kesehatan gigi, pelayanan laboratorium, pelayanan fisioterapi, pelayanan kesehatan umum, pelayanan gii, pelayanan kefarmasian, pelayanan kesehatan KIA-KB, pelayanan konseling sanitasi, pelayanan penyakit kronis (prolanis), pelayanan imunisasi serta pelayanan psikologi (pkmngaglik1, 2019). Antrian di puskesmas yang menjadi sorotan salah satunya yaitu antrian pada apotek farmasi. Apotek menurut Dominica dkk (2016) merupakan salah satu pelayanan kefarmasian yang dilakukan oleh apoteker, sedangkan apoteker merupakan sarjana farmasi yang telah lulus dan mengucapkan sumpah apoteker.



Gambar 1.6. Sistem Antrian pada Apotek Puskesmas Ngaglik I

Puskesmas Ngaglik I hanya mempunyai satu apotek farmasi dengan 5 petugas pelayanan diantaranya dua asisten apoteker dan dua siswa PKL yang bertugas menerima resep obat, mencari obat serta meracik obat yang selanjutnya akan diberikan kepada apoteker yang berjumlah satu orang yang bertugas memeriksa obat yang diterima dari asisten apoteker yang selanjutnya diberikan kepada pasien serta menjelaskan obat tersebut kepada pasien, untuk lebih jelas dapat dilihat pada **Gambar 1.6**.

Puskesmas Ngaglik I menyediakan banyak pelayanan, dari pelayanan tersebut minimal pasien akan mendapatkan satu resep obat, apotek farmasi yang tersedia hanya ada satu maka akan menyebabkan sistem antrian padat dan mengakibatkan pasien harus mengantri cukup lama untuk mendapatkan obat sesuai resep yang diberikan. Berdasarkan latar belakang tersebut, maka dipilih apotek Puskesmas Ngaglik I untuk dilakukan penelitian secara matematis untuk menganalisis sistem antrian yang ada sehingga optimasi pelayanan dapat dilakukan oleh pihak puskesmas itu sendiri.

Optimasi adalah suatu proses mengoptimalkan suatu sistem yang sudah ada ataupun membuat dan merancang suatu sistem secara optimal. Menurut Sugiko (2013) optimasi merupakan salah satu disiplin ilmu matematik yang fokus untuk mendapatkan nilai terbaik (minimum atau maksimum) secara sistematis dari suatu fungsi, peluang maupun pencarian nilai lainnya dalam berbagai kasus. Optimasi sangat berguna dalam rangka mencapai target yang ingin dicapai secara efektif dan efisien. Salah satu bentuk optimasi pelayanan yang dapat dilakukan yaitu mengurangi atau mencegah terjadinya antrian yang panjang pada sistem antrian apotek dengan cara menambah jumlah fasilitas pelayanan sehingga pasien akan merasa lebih nyaman. Namun, ada saat dimana jumlah fasilitas pelayanan terlalu banyak sehingga kinerja dari sistem antrian terlalu longgar sehingga perlu adanya pengurangan jumlah fasilitas pelayanan tersebut. Pelayanan yang prima dan optimal sangat penting, karena menyangkut dengan kepuasan pasien sehingga dapat kembali menggunakan jasa Puskesmas Ngaglik I kembali namun tentunya tanpa menimbulkan kerugian bagi Puskesmas Ngaglik itu sendiri. Oleh karena itu,

diperlukan suatu metode yang akan menganalisis banyaknya pelayan yang ideal dalam sistem sehingga optimasi pelayanan dapat terpenuhi.

Penelitian terdahulu yang dilakukan oleh Irawan dkk (2018) serta Mulyati dkk (2019) bertujuan untuk meningkatkan pelayanan sehingga dapat meminimalkan waktu tunggu pengambilan obat pada apotek Puskesmas Ingin Jaya. Penelitian untuk mengetahui waktu tunggu serta jumlah petugas yang ideal saat kondisi mencapai waktu sibuk pada antrian pelayanan obat non racikan di Instalasi Farmasi Rawat Jalan dilakukan oleh Sujoko & Chalidyanto (2015).

Analisis teori antrian akan digunakan pada penelitian kali ini untuk menganalisis sistem antrian pada apotek Puskesmas Ngaglik I, dengan mempelajari teori antrian, maka puskesmas dapat mengusahakan sehingga pelayanan yang baik dapat diberikan kepada pasien (Kakiay, 2004) serta dapat memberikan kenyamanan pelayanan bagi pasien namun tentunya tidak merugikan pihak Puskesmas Ngaglik I dalam pengambilan kebijakannya.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, berikut ini merupakan rumusan yang dapat diidentifikasi:

1. Bagaimana kinerja sistem antrian yang terjadi pada bagian apotek Puskesmas Ngaglik I pada kondisi ramai ?
2. Berapakah jumlah fasilitas pelayanan yang optimal atau ideal pada bagian apotek Puskesmas Ngaglik I pada kondisi ramai?

1.3 Batasan Masalah

Berikut ini merupakan batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini:

1. Data yang digunakan yaitu jumlah kedatangan resep obat dalam rentang waktu satu jam serta waktu kedatangan resep obat, waktu resep obat mulai dilayani dan waktu resep obat selesai dilayani pada bagian apotek Puskesmas Ngaglik I.
2. Penelitian ini hanya difokuskan pada apotek Puskesmas Ngaglik I Kecamatan Ngaglik Kabupaten Sleman DIY.

3. Jenis resep obat yang diberikan diasumsikan sama.
4. Disiplin antrian yang digunakan yaitu *multi channel single phase* dan model antrian yang digunakan yaitu *first come first serve* (FCFS).
5. Jumlah fasilitas yang tersedia yaitu 4 fasilitas pelayanan yang terdiri dari dua asisten apoteker dan dua siswa PKL.
6. Penelitian dilakukan pada saat resep obat masuk antrian untuk diambil dan/atau diracik sampai resep obat selesai diambil dan/atau diracik oleh fasilitas pelayanan.
7. Optimasi pelayanan pada penelitian ini hanya melalui perhitungan matematis.

1.4 Tujuan Penelitian

Berikut ini merupakan tujuan dari penelitian yang akan dilakukan:

1. Mengetahui kinerja sistem antrian yang terjadi pada bagian apotek Puskesmas Ngaglik I pada kondisi ramai.
2. Mengetahui jumlah fasilitas pelayanan yang optimal atau ideal pada bagian apotek Puskesmas Ngaglik I pada kondisi ramai.

1.5 Manfaat Penelitian

Berikut ini merupakan manfaat yang bisa diambil dari penelitian ini:

1. Penelitian ini dapat digunakan sebagai informasi yang dapat membantu dalam pengambilan keputusan atau kebijakan bagi pihak Puskesmas Ngaglik I khususnya pada bagian apotek dalam peningkatan efektifitas pelayanan, sehingga pasien merasa lebih nyaman dan lebih puas namun tidak merugikan pihak Puskesmas Ngaglik I.
2. Penelitian ini dapat dijadikan sebagai salah satu referensi untuk penelitian lebih lanjut mengenai teori antrian serta menjadi salah satu referensi ketika ada kasus-kasus antrian dengan tipe yang sama.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

Penelitian yang telah ada sebelumnya sangat penting untuk digunakan sebagai acuan atau pendukung dalam melakukan penelitian. Selain itu, penelitian terdahulu penting untuk ditinjau karena dapat dilihat perbedaan antara penelitian-penelitian sebelumnya sehingga tidak terjadi plagiasi. Berikut ini merupakan beberapa penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan penelitian yang akan digunakan oleh peneliti.

Penelitian terdahulu yang dilakukan oleh Irawan dkk (2018) serta Mulyati dkk (2019) bertujuan untuk meningkatkan pelayanan sehingga dapat meminimalkan waktu tunggu pengambilan obat. Metode analisis yang digunakan yaitu analisis teori antrian menggunakan model antrian *single channel single phase* atau *M/M/1* yang diterapkan pada apotek Puskesmas Ingin Jaya. Berdasarkan hasil penelitian tersebut, diperoleh hasil bahwa pada keadaan bukan jam sibuk jumlah fasilitas dengan satu jalur sudah baik. Namun, pada keadaan jam sibuk jumlah jalur fasilitas dengan satu jalur tidak baik, hal tersebut ditunjukkan dengan rata-rata antrian pasien yang paling panjang sebanyak 11 orang dan rata-rata antrian pasien paling pendek sebanyak 9 orang.

Penelitian terhadap kinerja sistem antrian untuk mengoptimalkan pelayanan pasien rawat jalan di RSUD Haji Makasar dilakukan oleh Syarifah dkk (2018). Hasil penelitian menunjukkan bahwa model antrian yang belum baik pada bagian registrasi rawat jalan yaitu pada loket pendaftaran dengan model antrian model jalur tunggal atau *M/M/1*. Analisis menggunakan model antrian jalur tunggal menunjukkan bahwa waktu yang dibutuhkan oleh pasien lama berada dalam antrian selama 57,27 menit dengan rata-rata jumlah pasien sebanyak 21 orang dalam periode waktu jam 09:00-10:00 sampai 10:00-11:00. Alternatif yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah pada loket pendaftaran yaitu dengan menambahkan jumlah server sehingga diperoleh hasil rata-rata waktu menunggu

pasien dalam antrian menjadi 0.8 menit serta rata-rata jumlah pasien dalam antrian menjadi 1.24 pasien.

Penelitian untuk mengetahui waktu tunggu serta jumlah petugas yang ideal saat kondisi mencapai waktu sibuk dilakukan oleh Sujoko & Chalidyanto (2015), hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa proses penyiapan obat memiliki tingkat utilitas paling tinggi yaitu sebesar 256%. Hal tersebut menjadi salah satu penyebab terjadinya penumpukan resep pada tahap penyiapan obat karena ketidakmampuan petugas dalam melayani resep masuk. Maka, dilakukan simulasi dengan peningkatan *service rate* sebesar 81% dan tingkat utilitas menjadi 73% (tidak melebihi beban kerja) dengan jumlah petugas penyediaan obat yang ideal sebanyak 3 petugas, 2 petugas untuk penyiapan obat dan satu petugas untuk proses penyerahan obat.

Penelitian selanjutnya yaitu dilakukan oleh Nadeak dkk (2016) yang membahas tentang teori antrian untuk menentukan model antrian serta menganalisis ukuran-ukuran kinerja sistem pada instalasi rawat jalan RSUD Cengkareng. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model antrian pada bagian BPJS adalah $(M/M/6):(GD/\infty/\infty)$ dan model antrian pada bagian pendaftaran pasien non BPJS yaitu $(M/M/2):(GD/\infty/\infty)$ sedangkan pada poliklinik mata, gigi, onkologi, THT, kulit, bedah umum, neurologi, jantung, paru-paru, urologi, anak, laboratorium, dan radiologi model antrian yang digunakan yaitu $(M/M/2):(GD/\infty/\infty)$.

Penelitian terhadap sistem antrian pada Bank Mandiri Cabang Ambon dilakukan oleh Aulele (2014), bertujuan untuk menentukan jumlah *teller* yang optimal pada bank Mandiri Cabang Ambon menggunakan model tingkat aspirasi. Hasil penelitian yang telah dilakukan menggunakan model antrian $(M/M/j):(GD/\infty/\infty)$ menunjukkan bahwa jumlah *teller* yang optimal untuk melakukan pelayanan berjumlah 4 *teller*.

Penelitian yang dilakukan oleh peneliti bertempat di Apotek Puskesmas Ngaglik I. Jumlah kasus kesehatan Puskesmas Ngaglik I lebih tinggi jika

dibandingkan dengan jumlah kasus kesehatan di Puskesmas Ngaglik II. Puskesmas Ngaglik I menyediakan beberapa pelayanan, dari pelayanan tersebut minimal pasien akan mendapatkan satu resep obat, apotek farmasi yang tersedia hanya ada satu maka akan menyebabkan sistem antrian padat dan mengakibatkan pasien harus mengantri cukup lama untuk mendapatkan obat sesuai resep yang diberikan. Maka, dilakukan penelitian di Apotek Puskesmas Ngaglik I yang berfokus pada satu fase yaitu ketika resep obat masuk antrian sampai resep obat selesai dilayani dan siap untuk diberikan kepada pasien. Model antrian yang digunakan yaitu $(M / M / j): (GD / \infty / \infty)$.

Tabel 2.1. Penelitian-penelitian Terdahulu

No	Nama peneliti	Tahun	Metode	Objek Penelitian	Keterangan
1	Dewi Mulyati, Ahmad Qasir, Oloan Alsyaah, Syaifuddin Yana dan Dedi Satria	2019	Teori Antrian	Apotek Puskesmas Ingin Jaya Aceh Besar	Penelitian ini menggunakan model antrian <i>single chanel single phase</i> atau M/M/1. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui jumlah sistem fasilitas pelayanan yang ada pada Apotek Puskesmas Ingin Jaya Aceh Besar sudah maksimum atau tidak dalam melayani pasien secara optimal.
2	Heri Tri Irawan, Iing Pamungkas, Muzakir	2019	Teori Antrian	Apotek Puskesmas Ingin Jaya Aceh Besar	Penelitian ini menggunakan model antrian <i>single chanel single phase</i> atau M/M/1. Tujuan dari penelitian ini yaitu untuk meningkatkan pelayanan agar dapat meminimalkan waktu menunggu rata-rata pengambilan obat saat menunggu dalam antrian dan sistem antrian pelayanan agar tidak terjadi antrian yang terlalu lama.
3	Syarifah Wihdaniah, Maat Pono, Musran Munizu	2018	Teori Antrian	RSUD Haji Makasar	Pada penelitian ini model antrian yang digunakan adalah sistem antrian model jalur tunggal atau <i>single channel query system</i> (M/M/1). Tujuan dari penelitian ini untuk mengetahui kinerja sistem antrian yang saat ini digunakan oleh RSUD Haji Makasar.
4	Risa Wati	2017	Teori Antrian	Puskesmas Kelurahan Setiabudi Jakarta Selatan	Penelitian ini digunakan model antrian <i>multi channel phase</i> atau M/M/j. Tujuan dari penelitian ini yaitu untuk mengoptimalkan sistem antrian Puskesmas Kelurahan Setiabudi Jakarta Selatan.
5	Sanitoria Nadeak, Sugito, Suparti	2016	Teori Antrian	Instalasi rawat jalan Poliklinik lantai 1 dan 2 RSUD Cengkareng, Jakarta	Penelitian ini menggunakan model antrian (M/M/ j): (GD/ ∞ / ∞). Tujuan dari penelitian ini yaitu untuk menentukan model antrian pada Instalasi Rawat Jalan RSUD Cengkareng, serta melihat pelayanan Instalasi Rawat Jalan RSUD Cengkareng dengan menentukan ukuran-ukuran kinerja sistem.
6	Salmon Notje Aulele	2014	Teori Antrian	Bank Mandiri Cabang	Penelitian ini menggunakan model antrian (M/M/ j):

No	Nama peneliti	Tahun	Metode	Objek Penelitian	Keterangan	
				Ambon	($GD/ \infty / \infty$). Tujuan dari penelitian ini yaitu untuk menentukan jumlah <i>teller</i> yang optimal pada Bank Mandiri Cabang Ambon dengan menggunakan model tingkat aspirasi.	
7	Kuncoro Nurhajati, Wahono	Raharjo, Budi	2018	Teori Antrian	Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) Soekarno Hatta Malang	Penelitian ini menggunakan model antrian <i>multi channel phase</i> atau M/M/j. Tujuan dari penelitian ini yaitu untuk mengetahui kinerja sistem antrian dan jumlah server yang optimal pada saat sibuk.
8	Daswa, Riyadi	Mohamad	2018	Teori Antrian	Bank BNI 46 Cabang Universitas Kuningan	Penelitian ini menggunakan model antrian <i>single chanel single phase</i> atau M/M/1. Tujuan dari penelitian ini yaitu melihat jumlah fasilitas pelayanan yang optimal dalam melayani pelanggan.
9	Kartika Jacky S B Sumarauw, Merlyn M Karuntu	Botutihe,	2018	Teori Antrian	PT. Bank Negara Indonesia (BNI) 46 Cabang Unit Kampus Manado	Penelitian ini menggunakan model antrian <i>multi channel phase</i> atau M/M/j. Tujuan dari penelitian ini yaitu untuk melihat sistem antrian dan optimalisasi pelayanan <i>teller</i> di BNI 46 Cabang Unit Kampus Manado.
10	Yumniati Aminudin	Agustina,	2018	Teori Antrian	Polsek Pamulang Kota Tangerang Selatan	Penelitian ini menggunakan model antrian <i>multi channel phase</i> atau M/M/j. Tujuan dari penelitian ini yaitu menganalisis efektivitas kinerja dan menentukan jumlah pelayanan loket yang optimal.
11	Aris Sujiko, Chalidyanto	Djazuly	2015	Teori Antrian	Instalasi Farmasi Rawat Jalan	Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui waktu tunggu serta jumlah petugas yang idela saat kondisi mencapai waktu sibuk.

BAB 3

LANDASAN TEORI

3.1 Apotek

Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) menjelaskan bahwa apotek merupakan “toko tempat meramu dan menjual obat berdasarkan resep dokter serta memperdagangkan barang medis” (kemendikbud, 2019). Penjelasan lain tentang apotek tercantum dalam Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia Nomor 9 Tahun 2017 tentang Apotek Bab I Pasal 1 Ayat 1 yaitu “Apotek adalah sarana pelayanan kefarmasian tempat dilakukan praktek kefarmasian oleh Apoteker.” (kemenkes, 2017). Farmasi menurut KBBI merupakan “cara dan teknologi pembuatan obat serta cara penyimpanan, penyediaan, dan penyalurannya” (kemendikbud, 2019). Maka, dapat disimpulkan bahwa apotek merupakan suatu tempat yang memberikan pelayanan kefarmasian yang dilakukan oleh apoteker baik itu obat berdasarkan resep dokter atau obat racikan dari apotek itu sendiri yang telah mendapatkan izin edar.

Fasilitas kefarmasian dan tenaga kefarmasian harus ada ketika ingin mendirikan apotek. Fasilitas kefarmasian merupakan semua sarana yang digunakan dan diperlukan untuk melakukan pekerjaan kefarmasian, sedangkan tenaga kefarmasian yaitu apoteker dan tenaga teknis kefarmasian yang melakukan pekerjaan kefarmasian. Apoteker menurut Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia Nomor 9 Tahun 2017 tentang Apotek pada Bab I pasal 1 Ayat 4 merupakan “sarjana farmasi yang telah lulus sebagai Apoteker dan telah mengucapkan sumpah jabatan Apoteker”, dan tenaga teknis kefarmasian merupakan “tenaga yang membantu Apoteker dalam menjalankan pekerjaan kefarmasian, yang terdiri atas Sarjana Farmasi, Ahli Madya Farmasi dan Analis Farmasi” (kemenkes, 2017).

3.2 Apotek Puskesmas Ngaglik I

Apotek Puskesmas Ngaglik I merupakan salah satu pelayanan di bidang kefarmasian yang melayani langsung dan bertanggungjawab kepada pasien yang berkaitan dengan sediaan farmasi (pkmngaglik1, 2019). Apotek Puskesmas Ngaglik I memiliki 5 petugas pelayanan dimana 4 petugas terdiri dari dua asisten apoteker dan dua siswa yang sedang PKL yang bertugas melakukan pelayanan terhadap resep obat yang masuk seperti mengambil obat dan/atau meracik obat sesuai yang diresepkan oleh dokter. Selain asisten apoteker, terdapat satu apoteker yang bertugas melakukan pengecekan kembali terhadap obat yang telah selesai, kemudian memberikan serta menjelaskan obat yang telah diresepkan oleh dokter kepada pasien.

3.3 Pelayanan

Pelayanan dijelaskan sebagai suatu kegiatan untuk memenuhi harapan pengguna jasa yang dilakukan oleh seseorang atau kelompok orang, dimana tingkat kepuasannya hanya dapat dirasakan oleh orang yang melayani atau orang yang dilayani tergantung kemampuan penyedia jasa dalam melayani pengguna jasa (Agustina & Aminudin, 2018). Menurut Raharjo dkk (2018) dalam jurnalnya menjelaskan bahwa pelayanan merupakan suatu kegiatan atau suatu manfaat yang diberikan dari satu pihak kepada pihak lainnya berupa jasa yang berwujud maupun tidak. Sedangkan menurut Prayogo dkk (2017) pelayanan bisa juga diartikan sebagai jasa yaitu suatu tindakan atau suatu kinerja yang ditawarkan oleh satu pihak terhadap pihak lainnya.

Secara umum dapat ditarik kesimpulan bahwa pelayanan merupakan suatu jasa atau suatu kegiatan yang ditawarkan dari suatu pihak dalam upaya pemenuhan kebutuhan hidup pihak lainnya.

3.4 Optimasi Pelayanan

Optimasi merupakan suatu proses penyelesaian suatu masalah sehingga dapat menemukan kondisi terbaik yang mampu memberikan nilai maksimum atau minimum (Sagita & Sari, 2018). Menurut Sugiko (2013) optimasi merupakan salah satu disiplin ilmu matematik yang fokus untuk mendapatkan nilai terbaik (minimum atau maksimum) secara sistematis dari suatu fungsi, peluang maupun pencarian nilai

lainnya dalam berbagai kasus. Optimasi sangat berguna dalam rangka mencapai target yang ingin dicapai secara efektif dan efisien. Maka dapat dikatakan bahwa optimasi adalah suatu proses mengoptimalkan suatu sistem yang sudah ada ataupun membuat dan merancang suatu sistem secara optimal.

Optimasi pelayanan artinya proses mengoptimalkan suatu sistem pelayanan yang sudah ada ataupun membuat dan merancang suatu sistem sehingga mampu memberikan kondisi terbaik bagi fasilitas pelayanan maupun bagi pengguna fasilitas pelayanan. Salah satu optimasi pelayanan yang dapat dilakukan di apotek yaitu mengurangi atau mencegah terjadinya antrian yang panjang pada sistem antrian apotek sehingga pasien akan merasa lebih nyaman.

3.5 Teori Probabilitas

Probabilitas adalah suatu peluang yang menunjukkan seberapa besar kemungkinan suatu kejadian akan terjadi dalam bentuk angka (Soetoeti, 1986). Menurut Seputra (2012) berdasarkan pendekatan klasik, probabilitas terjadinya kejadian A dapat diartikan sebagai hasil bagi dari banyaknya kejadian A dengan jumlah keseluruhan peristiwa.

$$P(A) = \frac{n}{N} \quad (3.1)$$

dengan:

$P(A)$: probabilitas atau peluang terjadinya kejadian A

n : jumlah kejadian A

N : jumlah kejadian secara keseluruhan

Contoh 3.1

Dalam sebuah kotak terdapat bola berwarna kuning, merah dan biru dengan jumlah masing-masing sebanyak 3, 5 dan 2. Semua bola memiliki peluang yang sama untuk terpilih, maka:

$$P(\text{kuning}) = \frac{3}{3+5+2} = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$P(\text{merah}) = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$P(\text{biru}) = \frac{2}{10} = 0.2$$

Peluang terpilih bola kuning sebesar 0.3, peluang terpilih bola merah sebesar 0.5 dan peluang terpilih bola biru sebesar 0.2.

3.5.1 Variabel Acak

Variabel acak menurut Walpole & Myers (1995) merupakan “suatu fungsi yang mengaitkan suatu bilangan real pada setiap unsur dalam ruang sampel”. Variabel random dinyatakan dalam huruf kapital misalnya X , sedangkan nilainya dinyatakan dalam huruf kecil yaitu x .

Contoh 3.2

Kotak berisi 4 bola merah dan 3 bola hitam, dari kotak tersebut harus diambil 2 bola dan diambil satu persatu tanpa adanya pengembalian. Bila Y menyatakan bola merah yang diambil maka nilai y yang mungkin dari variabel acak Y adalah (Walpole & Myers, 1995):

Tabel 3.1. Contoh Variabel Acak

Ruang Sampel	y
MM	2
MH	1
HM	1
HH	0

Variabel acak dikatakan variabel acak diskrit apabila himpunan kemungkinan terjadinya suatu kejadian hasilnya terhitung. Sedangkan variabel acak yang dapat memperoleh nilai pada skala kontinu disebut variabel acak kontinu. Pada **Contoh 3.2** merupakan contoh dari variabel acak diskrit, sedangkan **Contoh 3.3** merupakan contoh untuk variabel acak kontinu.

Contoh 3.3

- Kemungkinan tinggi badan seseorang
- Kemungkinan suhu udara dalam suatu ruangan
- Kemungkinan jarak yang dapat ditempuh

3.5.2 Distribusi Peluang Diskrit

Distribusi peluang diskrit merupakan distribusi peluang dengan variabel acak yang dapat dihitung. Menurut Walpole & Myers (1995), misalkan X adalah variabel

random diskrit, suatu fungsi $f(x)$ dikatakan fungsi peluang diskrit dari X jika memenuhi syarat berikut ini:

$$1. f(x) \geq 0 \quad (3.2)$$

$$2. \sum_x f(x) = 1, \text{ untuk setiap nilai } x \text{ yang mungkin.} \quad (3.3)$$

$$3. P(X = x) = f(x) \quad (3.4)$$

Contoh 3.4

Dari **Contoh 3.2** diperoleh variabel acak seperti pada **Tabel 3.1**, dari tabel tersebut akan ditentukan fungsi peluang dari variabel random Y .

Tabel 3.2. Contoh Peluang Acak Diskrit

Ruang Sampel	y	n
MM	0	1
MH	1	2
HM	1	2
HH	2	1

Nilai fungsi peluang $f(y)$ untuk $y = 0, 1, 2$ adalah

$$f(0) = \frac{1}{4}, f(1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, f(2) = \frac{1}{4}$$

3.5.3 Distribusi Peluang Kontinu

Distribusi peluang diskrit merupakan distribusi peluang dengan variabel acak yang dapat memperoleh semua nilai pada skala kontinu. Menurut Walpole & Myers (1995) fungsi $f(x)$ dikatakan fungsi peluang kontinu variabel random kontinu X jika:

$$1. f(x) \geq 0, x \in R \quad (3.5)$$

$$2. \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (3.6)$$

$$3. P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx \quad (3.7)$$

Contoh 3.5

Pada percobaan laboratorium yang dikontrol merupakan peubah acak X yang mempunyai fungsi peluang kontinu (Walpole & Myers, 1995)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3}, & -1 < x < 2 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

Maka, nilai $P(0 < x \leq 1)$ adalah:

$$P(0 < x \leq 1) = \int_0^1 \frac{x^2}{3} dx = \left. \frac{x^{2+1}}{(3)(3)} \right|_0^1 = \frac{1}{9} (1^3 - 0^3) = \frac{1}{9}$$

3.5.4 Distribusi *Poisson*

Distribusi *Poisson* merupakan salah satu distribusi probabilitas diskrit yang menyatakan peluang jumlah peristiwa yang terjadi pada periode waktu/luasan tertentu atau banyaknya sukses dalam rentang waktu/luasan waktu tertentu (Walpole & Myers, 1995). Fungsi peluang diskrit dari distribusi *Poisson* adalah sebagai berikut (Kakiay, 2004):

$$f(x, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}, x = 0, 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.8)$$

Distribusi *Poisson* merupakan distribusi yang sering digunakan untuk mengasumsikan kedatangan pelanggan karena bersifat bebas dan tidak terpengaruhi oleh kedatangan sebelum atau sesudahnya.

Nilai mean ($E(x)$) dan variansi ($\text{var}(x)$) dari distribusi *Poisson* dapat diperoleh seperti berikut ini:

$$E(x) = \sum \frac{x \cdot e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$$

$$E(x) = \sum \frac{x \cdot e^{-\lambda} \cdot \lambda \cdot \lambda^{x-1}}{x \cdot (x-1)!} = \sum \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda \cdot \lambda^{x-1}}{(x-1)!} = \lambda \sum \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^{x-1}}{(x-1)!} = \lambda \cdot 1$$

$$E(x) = \lambda \quad (3.9)$$

$$\text{var}(x) = E(x^2) - [E(x)]^2 \quad (3.10)$$

Variansi dapat diperoleh menggunakan **persamaan 3.10**, nilai $E(x)$ telah diperoleh sebelumnya yaitu pada **persamaan 3.9**, maka langkah selanjutnya yaitu mencari nilai $E(x^2)$ menggunakan **persamaan 3.11**.

$$E(x^2) = E[x(x-1)] + E(x) \quad (3.11)$$

Langkah pertama untuk mencari nilai $E(x^2)$, yaitu mencari nilai $E[x(x-1)]$ menggunakan **persamaan 3.12** seperti berikut ini:

$$E[x(x-1)] = \sum x(x-1) \cdot f(x) \quad (3.12)$$

$$E[x(x-1)] = \sum x(x-1) \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$$

$$E[x(x-1)] = \sum x(x-1) \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^2 \cdot \lambda^{x-2}}{x \cdot (x-1) \cdot (x-2)!} = \lambda^2 \sum \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^{x-2}}{(x-2)!} = \lambda^2 \cdot 1$$

$$E[x(x-1)] = \lambda^2 \quad (3.13)$$

Nilai $E[x(x-1)]$ telah diketahui, maka dapat diperoleh nilai $E(x^2)$ menggunakan **persamaan 3.11**.

$$E(x^2) = E[x(x-1)] + E(x)$$

$$E(x^2) = \lambda^2 + \lambda \quad (3.14)$$

Variansi dapat diperoleh dengan mensubstitusikan **persamaan 3.9** dan **persamaan 3.14** ke dalam **persamaan 3.10**.

$$\text{var}(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$\text{var}(x) = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2$$

$$\text{var}(x) = \lambda \quad (3.15)$$

Estimasi parameter perlu dilakukan untuk memperkirakan atau menduga nilai karakteristik dari populasi atau parameter populasi ketika data yang dimiliki merupakan data sampel. Estimasi parameter dapat digunakan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), seperti berikut ini:

1. Membuat fungsi *likelihood* untuk distribusi *Poisson*.

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^n f(x) \quad (3.16)$$

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^n \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-n\lambda} \cdot \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i}}{\prod_{i=1}^n x!} \quad (3.17)$$

2. Membuat transformasi fungsi *likelihood* kedalam bentuk *ln*.

$$\begin{aligned}
 \ln L(\lambda) &= \ln \left(\frac{e^{-n\lambda} \cdot \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i}}{\prod_{i=1}^n x!} \right) \\
 &= \ln(e^{-n\lambda}) + \ln \left(\lambda^{\sum_{i=1}^n x_i} \right) - \ln \left(\prod_{i=1}^n x! \right) \\
 &= -n\lambda \ln e + \sum_{i=1}^n x_i \ln \lambda - \ln \left(\prod_{i=1}^n x! \right), \text{ maka:} \\
 \ln L(\lambda) &= -n\lambda + \sum_{i=1}^n x_i \ln \lambda - \ln \left(\prod_{i=1}^n x! \right) \tag{3.18}
 \end{aligned}$$

3. Membuat turunan fungsi terhadap parameter λ .

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \ln L(\lambda)}{\partial \lambda} &= \frac{\partial \left(-n\lambda + \sum_{i=1}^n x_i \ln \lambda - \ln \left(\prod_{i=1}^n x! \right) \right)}{\partial \lambda}, \text{ maka:} \\
 \frac{\partial \ln L(\lambda)}{\partial \lambda} &= -n + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i \tag{3.19}
 \end{aligned}$$

4. Menyamakan hasil turunannya dengan nol.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \ln L(\hat{\lambda})}{\partial \hat{\lambda}} &= 0 \\
 -n + \frac{1}{\hat{\lambda}} \sum_{i=1}^n x_i &= 0 \tag{3.20}
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\hat{\lambda}} \sum_{i=1}^n x_i = n, \text{ maka:}$$

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \tag{3.21}$$

Rumus pada **persamaan 3.21** dapat digunakan untuk mengestimasi nilai rata-rata kedatangan pelanggan dalam rentang waktu tertentu secara umum ketika data yang dimiliki berupa sampel.

3.5.5 Distribusi Eksponensial

Distribusi *Eksponensial* merupakan salah satu distribusi probabilitas kontinu yang digunakan untuk memodelkan kasus selang waktu antara dua kejadian dari suatu peristiwa (waktu antar kedatangan) (Walpole & Myers, 1995). Fungsi peluang kontinu dari distribusi *Eksponensial* adalah sebagai berikut (Kakiay, 2004):

$$f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} \cdot e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad 0 < x < \infty \quad (3.22)$$

$$f(x, \lambda) = \lambda \cdot e^{-x\lambda}, \quad 0 < x < \infty \quad (3.23)$$

Distribusi *Eksponensial* digunakan untuk menggambarkan distribusi waktu pada fasilitas jasa, dimana waktu pelayanan diasumsikan acak yaitu waktu pelayanan tidak bergantung pada lama waktu yang telah dihabiskan untuk melayani sebelumnya serta tidak bergantung pada jumlah pelanggan yang menunggu untuk dilayani.

Nilai mean ($E(x)$) dari distribusi *Eksponensial* dapat diperoleh seperti berikut ini:

$$E(x) = \int_0^{\infty} x \cdot \lambda \cdot e^{-x\lambda} dx = \lambda \cdot \int_0^{\infty} x \cdot e^{-x\lambda} dx$$

Misal: $x = \frac{1}{\lambda} y$ maka $dx = \frac{1}{\lambda} dy$

$$E(x) = \lambda \int_0^{\infty} \frac{1}{\lambda} y \cdot e^{-\frac{1}{\lambda} y \cdot \lambda} \frac{1}{\lambda} dy$$

$$E(x) = \lambda \int_0^{\infty} \frac{1}{\lambda^2} y \cdot e^{-y} dy = \frac{\lambda}{\lambda^2} \int_0^{\infty} y \cdot e^{-y} dy = \frac{1}{\lambda} \cdot \Gamma(2) = \frac{1}{\lambda} \cdot (2-1)!$$

$$E(x) = \frac{1}{\lambda} \quad (3.24)$$

Nilai variansi dari distribusi *Eksponensial*, dapat diperoleh menggunakan **persamaan 3.10**. Langkah pertama yang harus dilakukan yaitu menentukan nilai $E(x^2)$ menggunakan **persamaan 3.18**.

$$E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx \quad (3.25)$$

$$E(x^2) = \int_0^{\infty} x^2 \cdot \lambda \cdot e^{-x\lambda} dx = \lambda \cdot \int_0^{\infty} x^2 \cdot e^{-x\lambda} dx$$

Misal: $x = \frac{1}{\lambda} y$ maka $dx = \frac{1}{\lambda} dy$

$$E(x^2) = \lambda \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\lambda} y\right)^2 \cdot e^{-\frac{1}{\lambda} y \cdot \lambda} \frac{1}{\lambda} dy$$

$$E(x^2) = \lambda \int_0^{\infty} \frac{1}{\lambda^2} y^2 \cdot e^{-\frac{1}{\lambda} y \cdot \lambda} \frac{1}{\lambda} dy = \frac{\lambda}{\lambda^3} \int_0^{\infty} y^2 \cdot e^{-y} dy = \frac{1}{\lambda^2} \cdot \Gamma(3) = \frac{1}{\lambda^2} \cdot (3-1)!$$

$$E(x^2) = 2 \frac{1}{\lambda^2} \tag{3.26}$$

Nilai $E(x^2)$ telah diketahui, langkah selanjutnya yaitu menentukan nilai variansi dengan mensubstitusikan **persamaan 3.17** dan **persamaan 3.19** kedalam **persamaan 3.10**.

$$\text{var}(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$\text{var}(x) = 2 \frac{1}{\lambda^2} - \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2$$

$$\text{var}(x) = \frac{1}{\lambda^2} \tag{3.27}$$

Estimasi parameter perlu dilakukan untuk memperkirakan atau menduga nilai karakteristik dari populasi atau parameter populasi ketika data yang dimiliki merupakan data sampel. Estimasi parameter dapat digunakan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), seperti berikut ini:

1. Membuat fungsi *likelihood* untuk distribusi *Ekspensial*.

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^n \lambda \cdot e^{-x\lambda}$$

$$L(\lambda) = \lambda^n \cdot e^{-\lambda \sum_{i=1}^n x_i} \tag{3.28}$$

2. Membuat transformasi fungsi *likelihood* kedalam bentuk *ln*.

$$\ln L(\lambda) = \ln \left(\lambda^n \cdot e^{-\lambda \sum_{i=1}^n x_i} \right)$$

$$\ln L(\lambda) = \ln(\lambda^n) + \ln \left(e^{-\lambda \sum_{i=1}^n x_i} \right)$$

$\ln L(\lambda) = n \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^n x_i \ln e$, maka:

$$\ln L(\lambda) = n \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.29)$$

3. Membuat turunan fungsi terhadap parameter λ .

$$\frac{\partial \ln L(\lambda)}{\partial \lambda} = \frac{\partial \left(n \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^n x_i \right)}{\partial \lambda}, \text{ maka:}$$

$$\frac{\partial \ln L(\lambda)}{\partial \lambda} = \frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.30)$$

4. Menyamakan hasil turunannya dengan nol.

$$\frac{\partial \ln L(\hat{\lambda})}{\partial \hat{\lambda}} = 0$$

$$\frac{n}{\hat{\lambda}} - \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$\frac{n}{\hat{\lambda}} = \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\frac{1}{\hat{\lambda}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.31)$$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{\hat{\lambda}}, \text{ maka:}$$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.32)$$

Rumus pada **persamaan 3.32** dapat digunakan untuk mengestimasi nilai rata-rata pelanggan yang dapat dilayani pada rentang waktu tertentu secara umum ketika data yang dimiliki berupa sampel.

3.6 Uji Kecocokan Distribusi

Uji kecocokan distribusi digunakan untuk melakukan pemeriksaan apakah kedatangan dan pelayanan pelanggan mengikuti distribusi tertentu. Distribusi yang biasanya digunakan untuk menggambarkan distribusi kedatangan dan pelayanan

pelanggan yaitu distribusi *Poisson* dan distribusi *Eksponensial* (Sari dkk, 2016). Uji yang umum digunakan untuk melakukan pengujian kecocokan distribusi salah satunya yaitu uji *Kolmogorov-Smirnov*.

Kolmogorov-Smirnov merupakan salah satu uji perbandingan dalam statistika non-parametrik (Kakiay, 2004). Pengujian *Kolmogorov-Smirnov* bertujuan untuk melihat tingkat kesesuaian antara fungsi distribusi hasil observasi dengan fungsi distribusi teoritis tertentu, dengan menentukan suatu titik yang menggambarkan perbedaan maksimum keduanya (Pratama, 2014). Uji *Kolmogorov-Smirnov* merupakan uji yang umum digunakan dalam uji kecocokan distribusi, karena dapat digunakan pada sampel yang kecil dan tidak menghilangkan informasi meski sampel digabungkan dalam beberapa kategori.

Berikut ini langkah-langkah atau tahapan dalam melakukan pengujian distribusi kedatangan dan pelayanan pelanggan:

1. Hipotesis

H_0 : Data yang diamati mengikuti distribusi yang ditetapkan.

H_1 : Data yang diamati tidak mengikuti distribusi yang ditetapkan.

2. Taraf Signifikansi

Taraf signifikan yang digunakan adalah $\alpha = 0.05$

3. Daerah Kritis

Tolak H_0 jika $D > D^*(\alpha)$

4. Statistik Uji

$$D = \max |S(x) - F_0(x)| \tag{3.33}$$

$$S(x) = \frac{f_{kum}(x)}{N} \tag{3.34}$$

dengan:

$S(x)$: fungsi distribusi kumulatif dari sampel

$f_{kum}(x)$: frekuensi kumulatif

N : jumlah keseluruhan pengamatan

$F_0(x)$: fungsi distribusi kumulatif dari distribusi yang dihipotesiskan

3.7 Proses Stokastik

Variabel acak yang didefinisikan dalam ruang probabilitas didefinisikan sebagai proses stokastik (Hernanda, 2014). Dalam kehidupan nyata terjadi banyak sekali peristiwa-peristiwa, dimana peristiwa tersebut mengandung unsur kejadian acak. Peristiwa yang terjadi mungkin saja bisa terulang kembali, seperti kejadian siklik dan periodik. Maka dibuatlah suatu model yang dapat menyerupai seperti model sebenarnya, sehingga diharapkan dapat memprediksi kejadian atau peristiwa yang akan datang. Dalam ilmu statistik probabilitas, ketika terdapat suatu fenomena atau peristiwa dimana peristiwa tersebut mengandung unsur ketidakpastian serta mengandung unsur peluang, maka peristiwa tersebut merupakan peristiwa proses stokastik (Abdullah dkk, 2020).

Parameter pada proses stokastik menurut Sugito dkk (2017) yaitu parameter ruang *state* dan parameter waktu. Maka, proses stokastik digolongkan menjadi 4 macam yaitu proses stokastik dengan waktu diskrit dan ruang *state* diskrit, yaitu proses stokastik dengan waktu diskrit dan ruang *state* kontinu, yaitu proses stokastik dengan waktu kontinu dan ruang *state* kontinu serta yaitu proses stokastik dengan waktu kontinu dan ruang *state* diskrit. Salah satu proses stokastik dengan ruang *state* diskrit dan waktu kontinu yaitu proses *Poisson*. Salah satu proses stokastik *Poisson* yaitu antrian, dimana kedatangan berdistribusi *Poisson* dan waktu pelayanan berdistribusi *Ekspensial*. Proses stokastik non *Poisson* artinya kedatangan tidak berdistribusi *Poisson* dan waktu pelayanan tidak berdistribusi *Ekspensial*.

3.8 Teori Antrian

Penerapan teori antrian di kehidupan sehari-hari lebih difokuskan pada penguraian waktu tunggu pada suatu antrian. Antrian merupakan suatu kegiatan menunggu karena jumlah orang yang memerlukan jasa melebihi jumlah fasilitas yang disediakan, sehingga orang yang datang tidak dapat langsung dilayani karena keterbatasan fasilitas pelayanan (Sari dkk, 2016). Hal tersebut juga dijelaskan oleh Syarifah dkk (2018) yang mengatakan bahwa antrian terjadi karena kebutuhan seseorang terhadap suatu pelayanan lebih banyak dibandingkan dengan jumlah

pelayanannya itu sendiri. Berikut ini merupakan contoh dari antrian di kehidupan sehari-hari:

Contoh 3.6

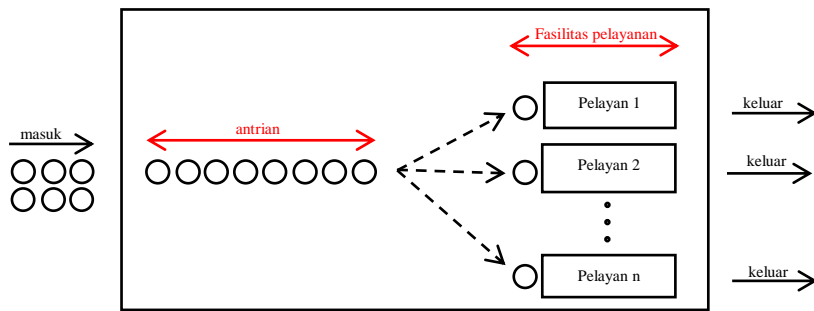
- Tumpukan surat yang menunggu untuk diketik oleh sekretaris,
- Sepeda motor yang menunggu untuk mendapat pelayanan *service*,
- Kendaraan yang menunggu di SPBU untuk mengisi bahan bakar, dan masih banyak lagi.

Pelanggan yang memerlukan jasa akan datang ke tempat penyedia jasa dengan waktu yang acak, tidak teratur dan tidak dapat segera mendapatkan pelayanan sehingga harus menunggu cukup lama. Maka, dengan mempelajari teori antrian akan membantu penyedia jasa dalam memberikan pelayanan kepada pengguna jasa dengan lebih baik dan tentunya tanpa harus menunggu cukup lama. Jadi, tujuan utama dari teori antrian adalah untuk meneliti kegiatan dari penyedia jasa dalam rangkaian kondisi random dari suatu sistem antrian yang terjadi. Pada teori antrian pengukuran yang logis akan ditinjau dari dua bagian yaitu:

1. Lama menunggu dari para pengguna jasa, yang dapat dilihat dari rata-rata waktu yang dibutuhkan pengguna jasa untuk menunggu sampai mendapatkan pelayanan.
2. Kondisi menganggur dari fasilitas pelayanan.

Pelanggan membutuhkan waktu untuk menunggu yang cukup lama, maka akan diperoleh angka persentase menaggur yang kecil dari fasilitas pelayanan, artinya fasilitas pelayanan bekerja sangat padat sehingga tidak ada waktu menganggur bagi fasilitas pelayanan. Pengukuran pada kedua angka ini dalam sistem antrian menunjukkan keseimbangan dan harus selalu diusahakan agar tetap dalam kondisi memadai.

Himpunan dari pelanggan yang memerlukan pelayanan, himpunan pelayanan pada fasilitas pelayanan dan semua aturan yang ada yang mengatur pelayanan kepada pelanggan seperti yang digambarkan pada **Gambar 3.1** disebut dengan sistem antrian (Kakiay, 2004).



Gambar 3.1. Sistem Antrian, Sumber: Wati (2017)

Populasi dalam sistem antrian dibedakan menjadi dua, yaitu populasi terbatas (*finite*) dan populasi tidak terbatas (*infinite*) (Kakiay, 2004). Contoh populasi terbatas yaitu pada perusahaan yang mempunyai sejumlah mesin yang memerlukan perawatan atau perbaikan pada periode tertentu. Sedangkan populasi tidak terbatas dapat dijumpai pada pelayanan *teller* bank, dimana jumlah nasabah yang datang tiap harinya untuk mendapatkan pelayanan pada *teller* bank tidak dapat ditentukan dengan pasti jumlahnya.

Lima komponen dasar yang perlu diperhatikan dalam sistem antrian diantaranya:

1. Bentuk kedatangan
2. Bentuk Pelayanan
3. Jumlah pelayan atau banyaknya tempat *service*.
4. Kapasitas sistem

Kapasitas sistem merupakan jumlah maksimum pelanggan yang dapat ditampung oleh fasilitas pelayanan pada saat yang sama, baik itu pelanggan yang sedang dalam antrian maupun yang sedang dilayani.

5. Disiplin antrian

3.8.1 Bentuk Kedatangan

Bentuk kedatangan para pelanggan yang dijelaskan oleh (Kakiay, 2004) biasanya diperhitungkan melalui waktu antar kedatangan. Waktu antar kedatangan yang dimaksud yaitu waktu kedatangan diantara dua pelanggan yang datang secara berurutan pada suatu fasilitas pelayanan.

Asumsi pada bentuk kedatangan menurut Kakiay (2004) yaitu kedatangan pelanggan mengikuti suatu proses dengan distribusi probabilitas tertentu. Distribusi probabilitas yang biasanya digunakan yaitu distribusi *Poisson*, dimana kedatangan pelanggan sifatnya bebas artinya kedatangan tidak dipengaruhi oleh kedatangan sebelum atau sesudahnya serta memiliki rata-rata kedatangan sebesar λ (λ) yaitu jumlah kedatangan pelanggan dalam satuan waktu tertentu.

3.8.2 Bentuk Pelayanan

Bentuk pelayanan menurut Kakiay (2004) ditentukan oleh waktu pelayanan, dimana waktu pelayanan yang dimaksud adalah waktu yang dibutuhkan oleh fasilitas pelayanan untuk memberikan pelayanan kepada pelanggan.

Bentuk pelayanan yang terjadi dapat konstan dari waktu ke waktu. Rata-rata pelayanan atau *mean server rate* yang diberi simbol μ (μ) merupakan rata-rata jumlah pelanggan yang dapat dilayani oleh fasilitas pelayanan dalam satuan waktu tertentu.

3.8.3 Disiplin Antrian

Disiplin antrian merupakan suatu aturan untuk pelanggan berupa urutan pelayanan yang akan diterima oleh para pelanggan. Menurut Aulele (2014), aturan pelayanan yang akan diterima oleh pelanggan dapat didasarkan pada:

1. *First in First Out* (FIFO)

FIFO merupakan suatu aturan pelayanan dimana pelanggan akan dilayani terlebih dahulu jika pelanggan tersebut datang lebih dahulu. Menurut Ferianto dkk (2016) FIFO juga sering disebut dengan FCFS (*First Come first Served*).

Contoh 3.7

- Antrian pada kasir supermarket
- Antrian pada *teller* bank
- Antrian pada pengisian bahan bakar di SPBU

2. *Last in First Out* (LIFO)

LIFO (*Last in First Out*) merupakan suatu aturan pelayanan dimana pelanggan yang akan dilayani adalah pelanggan yang datang paling terakhir. Menurut

Ferianto dkk (2016) LIFO sering disebut dengan LCFS (*Last Come First Served*).

Contoh 3.8

- Barang yang dimuat kedalam truk, dimana barang yang di masukan kedalam truk terakhir maka akan dikeluarkan terlebih dahulu.
- Bagian kendaraan yang dibongkar terakhir, maka akan dirakit kembali paling awal.

3. *Service In Random Order (SIRO)*

SIRO merupakan suatu aturan pelayanan dimana pelanggan akan dilayani secara acak atau random, tidak melihat pelanggan tersebut datang lebih dahulu atau datang paling akhir. Menurut Ferianto dkk (2016) SIRO sering disebut dengan RSS (*Random Selection For Service*).

Contoh 3.9

- Pemenang arisan didasarkan pada undian (random).
- Pemenang *giveaway* dipilih secara acak (random).

4. Pelayanan Berdasarkan Preoritas (PRI)

PRI merupakan suatu aturan pelayanan dimana pelanggan dengan prioritas khusus akan dilayani terlebih dahulu.

Contoh 3.10

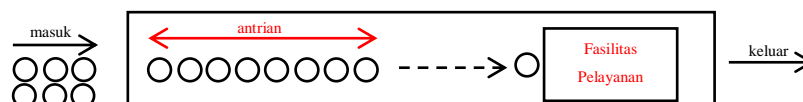
- Tamu-tamu VIP dalam suatu pesta akan dilayani terlebih dahulu.

3.8.4 Struktur Antrian

Struktur antrian dasar yang umum terjadi dalam kehidupan sehari-hari menurut Mulyati dkk (2019) ada empat model:

1. *Single Channel – Single Phase*

Single channel – single phase artinya hanya terdapat satu tahapan pelayanan atau satu fase pelayanan dan satu fasilitas pelayanan.



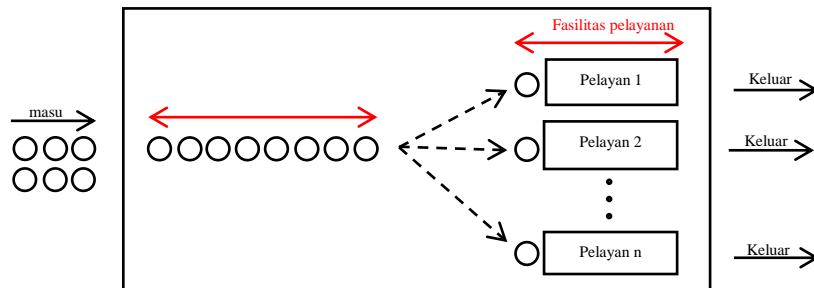
Gambar 3.2. Struktur Antrian *Single Channel – Single Phase*, Sumber: Kakiay (2004)

Contoh 3.11

- Pembelian tiket kereta api dengan satu loket.
- Pelayanan nasabah bank dengan dengan satu *teller*.

2. Multi Channel – Single Phase

Multi channel – single phase artinya terdapat satu tahapan atau satu fase pelayanan dengan dua atau lebih fasilitas pelayanan.



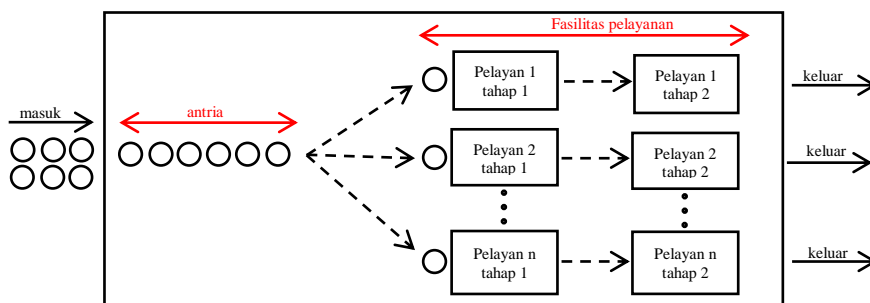
Gambar 3.3. Struktur Antrian *Multi Channel – Single Phase*, Sumber: Kakiay (2004)

Contoh 3.12

- Pelayanan nasabah bank dengan jumlah *teller* dua atau lebih.
- Pembelian tiket film di bioskop dengan dua atau lebih pelayanan.

3. Multi Channel – Multi Phase

Multi channel – multi phase artinya sistem antrian dengan dua atau lebih tahapan atau fase pelayanan dengan dua atau lebih fasilitas pelayanan.



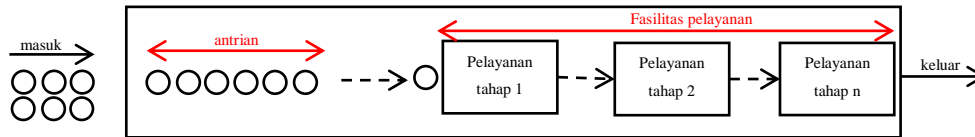
Gambar 3.4. Struktur Antrian *Multi Channel – Multi Phase*, Sumber: Kakiay (2004)

Contoh 3.13

- Pelayanan kepada pasien di rumah sakit, beberapa perawat akan menghampiri setiap pasien dan memberikan pelayanan mulai dari pendaftaran, pemeriksaan, penebusan obat di apotek dan pembayaran.

4. *Single Channel – Multi Phase*

Single channel – multi phase artinya terdapat satu fasilitas pelayanan dengan dua atau lebih tahap atau fase pelayanan tidak bisa di lewatkan.



Gambar 3.5. Struktur Antrian *Single Channel – Multi Phase*, Sumber: Kakiay (2004)

Contoh 3.14

- Pelayanan pada pencucian mobil dengan satu fasilitas pelayanan.
- Pembuatan suatu produk pada pabrik.

3.8.5 Simbol Model Sistem Antrian

Simbol yang merupakan unsur-unsur dasar dari model baris antrian yang dikenal sebagai standar universal seperti pada **persamaan 3.1** merupakan bentuk kombinasi proses kedatangan dan pelayanan (Sari dkk, 2016).

$$(a/b/c):(d/e/f) \tag{3.35}$$

dimana:

- a : distribusi kedatangan
- b : distribusi waktu pelayanan
- c : jumlah pelayanan paralel
- d : disiplin antrian/ disiplin pelayanan
- e : jumlah maksimum yang diizinkan dalam sistem
- f : jumlah pelanggan yang ingin memasuki sistem sebagai sumber

Notasi standar seperti pada **persamaan 3.27** menurut Kakiay (2004) dapat diganti menggunakan kode-kode seperti berikut ini:

- M : Distribusi kedatangan dari distribusi *Poisson*. Dapat juga distribusi
- D : waktu pelayanan dari distribusi *Eksponensial*
- j : Distribusi sembarang untuk waktu pelayanan
- N : Jumlah pelayanan dalam bentuk paralel atau seri
- E_d : Jumlah maksimum pelanggan dalam sistem

Erlang atau *Gamma* distribusi untuk waktu antar kedatangan atau waktu

- G : pelayanan dengan parameter = d
- GI : Distribusi umum dari *service time* atau keberangkatan
- GD : Distribusi umum yang independen dari proses kedatangan
- NPD : Disiplin Antrian (FCFS, LCFS, SIRO)
- PRD : *Non-Preemptive Discipline*
Preemptive Discipline

Contoh 3.15

- $(M/M/j):(GD/\infty/\infty)$

artinya:

- M : Distribusi *Poisson* atau *Eksponensial* untuk distribusi kedatangan
- M : Distribusi yang sama untuk waktu pelayanan
- j : Jumlah *server*
- GD : Disiplin Antrian
- ∞ : Jumlah maksimum yang diizinkan dalam sistem dan jumlah pelanggan dalam sistem tidak terbatas

- $(M/D/10):(GD/N/\infty)$

artinya:

- M : Distribusi *Poisson* atau *Eksponensial* untuk distribusi kedatangan
- D : Distribusi sembarang untuk waktu pelayanan
- 10 : Jumlah *server* sebanyak 10 unit
- GD : Disiplin Antrian
- N : Jumlah maksimum yang diizinkan dalam sistem terbatas sebanyak N
- ∞ : Jumlah pelanggan dalam sistem tidak terbatas

3.8.6 Ukuran *Steady State*

Steady state merupakan suatu keadaan dimana tingkat kegunaan atau utilitas fasilitas pelayanan $(\rho) < 1$ (Anisah dkk, 2015). Sebelum menentukan model antrian

dan ukuran kinerja sistem antrian, perlu diketahui terlebih dahulu apakah kondisi *steady state* sudah terpenuhi atau tidak. Menurut Sari dkk (2016) tingkat kegunaan fasilitas pelayanan (ρ) dapat dicari menggunakan **persamaan 3.28** berikut ini:

$$\rho = \frac{\lambda}{j \cdot \mu} \quad (3.36)$$

dengan:

ρ : tingkat kegunaan atau utilitas fasilitas pelayanan

j : banyaknya fasilitas pelayanan

λ : rata-rata jumlah kedatangan pelanggan dalam satuan waktu tertentu

μ : rata-rata jumlah pelanggan yang dapat dilayani dalam satuan waktu tertentu

Contoh 3.16

Suatu perusahaan yang bergerak di bidang jasa memiliki jumlah fasilitas pelayanan sebanyak 3 server dengan rata-rata jumlah kedatangan sebanyak 15 pelanggan setiap satu jam dan rata-rata pelanggan yang dapat dilayani sebanyak 7 pelanggan dalam satu jam.

Diketahui : $\lambda = 15$ orang/jam, $\mu = 7$ orang/jam, $j = 3$ server

$$\rho = \frac{15}{(3)(7)} = \frac{15}{21} = 0.7143$$

$\rho = 0.7143 < 1$, maka kondisi *steady state* terpenuhi.

3.8.7 Pengukuran Kinerja Sistem Antrian untuk Model Antrian

$$(M/M/1):(GD/\infty/\infty)$$

Model antrian ini merupakan jenis model antrian dimana distribusi kedatangan mengikuti distribusi *Poisson* dan distribusi waktu pelayanan mengikuti distribusi *Eksponensial* dengan jumlah fasilitas pelayanan sebanyak satu, disiplin antrian yaitu FCFS, kapasitas sistem serta jumlah populasi yang tidak terbatas. Model antrian $(M/M/1):(GD/\infty/\infty)$, M pertama menyatakan distribusi *Poisson* dan M yang kedua menyatakan distribusi *Eksponensial/Poisson*, 1 menunjukkan jumlah fasilitas

pelayanan sebanyak satu, *GD (General Discipline)* menyatakan disiplin antrian yang digunakan yaitu FCFS dan ∞ menyatakan antrian tak terhingga (Kakiy, 2004).

Notasi-notasi parameter yang digunakan dalam membentuk rumus-rumus dalam model antrian ini antara lain:

- λ : rata-rata jumlah kedatangan pelanggan dalam periode waktu tertentu.
- μ : rata-rata jumlah pelanggan yang dapat dilayani dalam periode waktu tertentu.
- ρ : sistem pelayanan, *busy system*.
- Probabilitas dari sistem pelayanan (P_{sp}) yaitu:

$$P_{sp} = \rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (3.37)$$

Model antrian ini mengasumsikan bahwa proses kedatangan dengan pelaksanaan pelayanan adalah independen, artinya rata-rata kedatangan dalam waktu tertentu tidak akan bervariasi atau berubah-ubah dan tidak akan mempengaruhi jumlah satuan dalam antrian pertama dalam penguraian pelayanan. Maka, probabilitas dari suatu kedatangan selama periode waktu $\Delta t = h$ bersifat konstan dan $\Delta t \lambda = h \lambda$ untuk satu kedatangan. Selanjutnya, $\mu \Delta t = \mu h$ pelanggan yang masuk dilayani merupakan *conditional probability* (probabilitas bersyarat) untuk melengkapi *service* pelayanan. Asumsi terakhir yaitu harus dapat dianalisis dari periode waktu Δt yang sangat kecil yang akan mencapai $(\Delta t)^2 = h^2 \rightarrow 0$ artinya $h^2 = 0$ yang berarti tidak memenuhi syarat maka tidak akan digunakan. Berdasarkan penguraian di atas diperoleh nilai probabilitas dari suatu kedatangan dan pelayanan.

$$P_k = \lambda h \quad (3.38)$$

$$P_p = \mu h \quad (3.39)$$

dengan:

P_k : probabilitas dari kedatangan

P_p : probabilitas dari pelayanan

Penguraian kinerja sistem pada model antrian ini dapat diperoleh menggunakan langkah berikut ini:

1. n jumlah unit/satuan dalam sistem
2. $P_n(t)$ merupakan probabilitas dari n unit dalam sistem pada periode waktu t .

Tabel 3.3. Kasus-kasus dalam Penguraian Model Antrian $(M / M / 1): (GD / \infty / \infty)$

Kasus	Jumlah dari unit pada waktu t	Jumlah dari Kedatangan (<i>Arrival</i>)	Jumlah dari Pelayanan (<i>Service</i>)	Jumlah unit pada waktu $(t+h)$
1	n	0	0	n
2	$n+1$	0	1	n
3	$n-1$	1	0	n

Menghitung probabilitas n unit dalam waktu $(t+h)$ dapat diperoleh dengan menjumlahkan nilai probabilitas dari kasus 1, kasus 2 dan kasus 3 pada **Tabel 3.3**.

Kasus 1 : terdapat n unit pada waktu t , tidak terdapat kedatangan dan pelayanan, terdapat n unit pada waktu $(t+h)$.

$$\begin{aligned}
 P_{Kasus1} &= [P_n(t)](1 - \lambda h)(1 - \mu h) \\
 &= P_n(t)(1 - \mu h - \lambda h + \lambda \mu (h)^2) \\
 &= P_n(t)(1 - \mu h - \lambda h)
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

Kasus 2 : terdapat $n+1$ unit pada waktu t , tidak terdapat kedatangan, terdapat satu pelayanan, terdapat n unit pada waktu $(t+h)$.

$$\begin{aligned}
 P_{Kasus2} &= [P_{n+1}(t)](1 - \lambda h)(\mu h) \\
 &= P_{n+1}(t)(\mu h - \lambda \mu (h)^2) \\
 &= P_{n+1}(t)(\mu h)
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Kasus 3 : terdapat $n-1$ unit pada waktu t , terdapat satu kedatangan, tidak terdapat pelayanan, terdapat n unit pada waktu $(t+h)$.

$$\begin{aligned}
 P_{Kasus3} &= [P_{n-1}(t)](\lambda h)(1 - \mu h) \\
 &= P_{n-1}(t)(\lambda h - \lambda \mu (h)^2) \\
 &= P_{n-1}(t)(\lambda h)
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

Probabilitas $P_n(t+h)$ diperoleh dengan menjumlahkan **persamaan 3.40**, **persamaan 3.41** dan **persamaan 3.42**.

$$P_n(t+h) = P_{kasus1} + P_{kasus2} + P_{kasus3}$$

$$\begin{aligned}
P_n(t+h) &= P_n(t)(1-\mu h-\lambda h)+P_{n+1}(t)(\mu h)+P_{n-1}(t)(\lambda h) \\
P_n(t+h) &= P_n(t)-P_n(t)(\mu h)-P_n(t)(\lambda h)+P_{n+1}(t)(\mu h)+P_{n-1}(t)(\lambda h) \quad (3.43)
\end{aligned}$$

Waktu kedatangan dan waktu pelayanan adalah independen, artinya probabilitas n unit dalam sistem pada waktu $= t$ sama dengan probabilitas n unit dalam sistem pada waktu $= t+h$.

$$P_n(t) = P_n(t+h) \quad (3.44)$$

Menggunakan **persamaan 3.43** dan **persamaan 3.44** diperoleh $P_{n+1}(t+h)$ seperti berikut ini:

$$\begin{aligned}
P_n(t) &= P_n(t)-P_n(t)(\mu h)-P_n(t)(\lambda h)+P_{n+1}(t)(\mu h)+P_{n-1}(t)(\lambda h) \\
P_{n+1}(t)(\mu h) &= P_n(t)-P_n(t)+P_n(t)(\mu h)+P_n(t)(\lambda h)-P_{n-1}(t)(\lambda h) \\
P_{n+1}(t)(\mu h) &= P_n(t)(\mu h)+P_n(t)(\lambda h)-P_{n-1}(t)(\lambda h) \\
P_{n+1}(t)(\mu h) &= P_n(t)(\mu h+\lambda h)-P_{n-1}(t)(\lambda h) \\
P_{n+1}(t)(\mu h) &= P_n(t) \cdot h(\mu+\lambda)-P_{n-1}(t)(\lambda h) \\
P_{n+1}(t) &= \frac{P_n(t) \cdot h(\mu+\lambda)-P_{n-1}(t)(\lambda h)}{\mu \cdot h} \\
P_{n+1}(t) &= P_n(t) \cdot \left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)-P_{n-1}(t) \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \quad (3.45)
\end{aligned}$$

Rumus probabilitas untuk $P_1(t)$ dalam bentuk $P_0(t)$ dalam λ dan μ perlu dicari untuk mendapatkan rumus probabilitas $P_n(t)$ dalam bentuk $P_0(t)$ dalam λ dan μ . Rumus $P_0(t+h)$ dapat ditinjau menggunakan kasus-kasus berikut ini:

Kasus 4

- Tidak ada pada waktu t ($n=0$).
- Tidak ada kedatangan atau belum datang $= 1-\lambda h$.
- Tidak ada pelayanan $= 1-\mu h$, diaman $\mu h=0$.

Kasus 5

- Terdapat satu setiap waktu t .
- Tidak ada kedatangan $= 1-\lambda h$.
- Ada pelayanan $= \mu h$.

Berdasarkan kasus 4 dan kasus 5 diperoleh persamaan:

$$\begin{aligned} P_{Kasus4} &= P_0(t) \cdot (1 - \lambda h) \cdot (1 - \mu h) \\ &= P_0(t) \cdot (1 - \lambda h) \cdot (1 - 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{Kasus4} &= P_0(t) \cdot (1 - \lambda h) \cdot 1 \\ &= P_0(t) \cdot (1 - \lambda h) \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$P_{Kasus5} = P_1(t) \cdot (1 - \lambda h) \cdot (\mu h) \quad (3.47)$$

Menggunakan **persamaan 3.46** dan **persamaan 3.47** diperoleh persamaan $P_0(t + h)$ dengan menjumlahkan kedua persamaan tersebut.

$$\begin{aligned} P_0(t + h) &= P_{Kasus4} + P_{Kasus5} \\ P_0(t + h) &= P_0(t) \cdot (1 - \lambda h) + P_1(t) \cdot (1 - \lambda h) \cdot (\mu h) \\ P_0(t + h) &= P_0(t) - P_0(t)(\lambda h) + P_1(t)(\mu h) - P_1(t) \cdot \lambda \mu (h)^2 \\ P_0(t + h) &= P_0(t) - P_0(t)(\lambda h) + P_1(t)(\mu h) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Persamaan untuk $P_0(t)$ dapat diperoleh menggunakan **persamaan 3.44** sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P_0(t) &= P_0(t + h) \\ P_0(t) &= P_0(t) - P_0(t)(\lambda h) + P_1(t)(\mu h) \\ P_1(t)(\mu h) &= P_0(t) - P_0(t) + P_0(t)(\lambda h) \\ P_1(t)(\mu h) &= P_0(t)(\lambda h) \end{aligned} \quad (3.49)$$

atau,

$$P_1(t) = P_0(t) \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \quad (3.50)$$

Persamaan $P_0(t) = P_0$ karena independen, maka P_1 dapat diperoleh menggunakan **persamaan 3.50**.

$$P_1 = P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \quad (3.51)$$

Persamaan P_n dapat diperoleh dengan mensubstitusikan **persamaan 3.51** kedalam **persamaan 3.45** apabila $n = 1$.

$$P_{n+1} = P_n \cdot \left(\frac{\mu + \lambda}{\mu} \right) - P_{n-1} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)$$

$$\begin{aligned}
P_2 &= P_1 \cdot \left(\frac{\mu + \lambda}{\mu} \right) - P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \\
&= P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \cdot \left(\frac{\mu + \lambda}{\mu} \right) - P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \\
&= P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \left[\left(\frac{\mu + \lambda}{\mu} \right) - 1 \right] \\
&= P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \cdot \left[\left(\frac{\mu + \lambda}{\mu} \right) - \frac{\mu}{\mu} \right] \\
&= P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \cdot \left[\left(\frac{\mu + \lambda}{\mu} \right) - \frac{\mu}{\mu} \right] \\
&= P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \cdot \left(\frac{\mu + \lambda - \mu}{\mu} \right) \\
&= P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right), \text{ maka:}
\end{aligned}$$

$$P_2 = P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \tag{3.52}$$

Apabila $n = 2$, maka:

$$\begin{aligned}
P_{n+1} &= P_n \cdot \left(\frac{\mu + \lambda}{\mu} \right) - P_{n-1} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \\
P_3 &= P_2 \cdot \left(\frac{\mu + \lambda}{\mu} \right) - P_1 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \\
&= P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \cdot \left(\frac{\mu + \lambda}{\mu} \right) - P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \\
&= P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \cdot \left(\frac{\mu + \lambda}{\mu} \right) - P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \\
&= P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \cdot \left[\left(\frac{\mu + \lambda}{\mu} \right) - 1 \right] \\
&= P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \cdot \left(\frac{\mu + \lambda - \mu}{\mu} \right) \\
&= P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right), \text{ maka:}
\end{aligned}$$

$$P_3 = P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^3 \quad (3.53)$$

Maka, diperoleh kesimpulan bahwa:

$$P_n = P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \quad (3.54)$$

Probabilitas tidak terdapat pelayanan atau P_0 dalam bentuk λ dan μ adalah sebagai berikut:

$$P_0 = 1 - \rho = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \quad (3.55)$$

Setelah diperoleh **persamaan 3.54** dan **persamaan 3.55**, maka substitusikan **persamaan 3.55** kedalam **persamaan 3.54** sehingga diperoleh rumus untuk menghitung probabilitas dari n pelanggan yang berada dalam sistem (P_n).

$$P_n = P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n$$

$$P_n = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu} \right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \quad (3.56)$$

atau,

$$P_n = (1 - \rho) \cdot \rho^n \quad (3.57)$$

Steady state pada sistem dengan model ini terpenuhi ketika nilai $\rho < 1$, artinya jumlah kedatangan pelanggan tidak lebih banyak dari pelanggan yang dapat dilayani oleh fasilitas pelayanan. Ketika nilai $\rho > 1$, maka *steady state* tidak terpenuhi karena jumlah kedatangan pelanggan lebih banyak dari jumlah pelanggan yang dapat dilayani fasilitas pelayanan, sehingga terdapat penumpukan dalam sistem. Apabila $\rho = 0$, maka *steady state* pada sistem tidak terpenuhi karena tidak terjadi antrian sama sekali dalam sistem.

Contoh 3.17

Suatu supermarket memiliki rata-rata kedatangan pelanggan sebanyak 20 orang/jam. Supermarket tersebut memiliki satu kasir dan dapat melayani 24 orang/jam.

Jawaban:

$\lambda = 20$ orang/jam, $\mu = 24$ orang/jam, $j = 1$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{20}{24} = 0.833$$

Nilai $\rho = 0.833 < 1$, maka kondisi *steady state* terpenuhi yang artinya jumlah kedatangan pelanggan supermarket dalam rentang waktu satu jam tidak lebih banyak dari jumlah pelanggan yang dapat dilayani oleh kasir supermarket tersebut.

Ukuran-ukuran kinerja sistem yang dapat dihitung dalam kondisi *steady state* pada model antrian $(M/M/1): (GD/\infty/\infty)$ adalah sebagai berikut:

1. Ekspektasi rata-rata jumlah pelanggan yang menunggu dalam sistem antrian (L_{sa})

$$\begin{aligned} L_{sa} &= \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot P(n) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot (1-\rho)\rho^n \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (n - n\rho)\rho^n \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (n\rho^n - n\rho^{n+1}) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} n\rho^n - \sum_{n=1}^{\infty} n\rho^{n+1} \\ &= (\rho + 2\rho^2 + 3\rho^3 + 4\rho^4 + \dots) - (\rho^2 + 2\rho^3 + 3\rho^4 + \dots) \\ &= \rho + \rho^2 + \rho^3 + \rho^4 + \dots \\ &= \rho(1 + \rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots), \text{ maka:} \\ L_{sa} &= \rho \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n \end{aligned} \tag{3.58}$$

Bentuk deret geometri seperti **persamaan 3.59** dapat digunakan untuk menyelesaikan **persamaan 3.58** seperti berikut ini:

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \tag{3.59}$$

$$L_{sa} = \rho \cdot \frac{1}{1-\rho} = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1-\frac{\lambda}{\mu}} = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{\frac{\mu-\lambda}{\mu}} = \frac{\lambda}{\mu} \cdot \frac{\mu}{\mu-\lambda} = \frac{\lambda\mu}{\mu(\mu-\lambda)}$$

maka:

$$L_{sa} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} \tag{3.60}$$

Contoh 3.18

Dalam sebuah supermarket diketahui:

$$\lambda = 20 \text{ orang/jam}, \mu = 24 \text{ orang/jam}$$

$$L_{sa} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} = \frac{20}{24-20} = \frac{20}{4} = 5 \text{ orang/jam}$$

Ekspektasi atau rata-rata pelanggan menunggu dalam sistem antrian kasir supermarket sebanyak 5 orang/jam.

2. Ekspektasi rata-rata jumlah pelanggan yang menunggu dalam antrian (L_a)

$$L_a = L_{sa} - \rho \tag{3.61}$$

atau,

$$L_a = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} - \frac{\lambda}{\mu} \tag{3.62}$$

Contoh 3.19

Dalam sebuah supermarket diketahui $\lambda = 20$ orang/jam dan $\mu = 24$ orang/jam

$$\rho = 0.833$$

$$L_{sa} = 5 \text{ orang/jam}$$

$$L_a = L_{sa} - \rho = 5 - 0.833 = 4.167 \text{ orang/jam}$$

Ekspektasi atau rata-rata pelanggan menunggu dalam antrian kasir supermarket sebanyak 4.167 orang/jam atau 4167 orang/1000 jam.

3. Ekspektasi rata-rata waktu menunggu pelanggan dalam sistem antrian (W_{sa})

$$W_{sa} = \frac{L_{sa}}{\lambda} \tag{3.63}$$

atau,

$$W_{sa} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \cdot \frac{1}{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda(\mu - \lambda)}$$

maka:

$$W_{sa} = \frac{1}{\mu - \lambda} \tag{3.64}$$

Contoh 3.20

Dalam sebuah supermarket diketahui:

$$\lambda = 20 \text{ orang/jam}, \mu = 24 \text{ orang/jam}$$

$$L_{sa} = 5 \text{ orang/jam}$$

$$W_{sa} = \frac{L_{sa}}{\lambda} = \frac{5}{20} = 0.25 \text{ jam/orang} = (0.25)(60 \text{ menit}) = 15 \text{ menit/orang}$$

Ekspektasi atau rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam sistem antrian kasir supermarket selama 15 menit/orang.

4. Ekspektasi rata-rata waktu menunggu pelanggan dalam antrian (W_a)

$$W_a = W_{sa} - \frac{1}{\mu} \tag{3.65}$$

atau,

$$W_a = \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu} = \frac{\mu - \mu + \lambda}{(\mu - \lambda)\mu}$$

maka:

$$W_a = \frac{\lambda}{(\mu - \lambda)\mu} \tag{3.66}$$

Contoh 3.21

Dalam sebuah supermarket diketahui:

$$\lambda = 20 \text{ orang/jam}, \mu = 24 \text{ orang/jam}$$

$$W_{sa} = 0.25 \text{ jam/orang}$$

$$W_a = 0.25 - \frac{1}{24} = 0.25 - 0.042 = 0.208 \text{ jam/orang}$$

$$= (0.208)(60 \text{ menit}) = 12.48 \text{ menit/orang}$$

Ekspektasi atau rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam antrian kasir supermarket selama 12.48 menit/orang.

3.8.8 Pengukuran Kinerja Sistem Antrian untuk Model Antrian

$$(M / M / j) : (GD / \infty / \infty)$$

Model antrian $(M / M / j) : (GD / \infty / \infty)$ merupakan jenis model antrian dimana distribusi kedatangan mengikuti Distribusi *Poisson* dan distribusi waktu pelayanan mengikuti Distribusi *Eksponensial*, terdapat sebanyak j fasilitas pelayanan, menggunakan disiplin antrian FCFS, kapasitas sistem serta jumlah populasi yang tidak terbatas.

Asumsi yang digunakan dalam model antrian ini yaitu semua pelayanan per unit waktu sama, parameter λ dan μ mengikuti distribusi *Poisson* dan *Eksponensial*, serta disiplin antrian yang digunakan yaitu FCFS maka setiap terdapat fasilitas pelayanan yang kosong akan otomatis diisi oleh pelanggan.

Persamaan P_0 dari populasi $n \leq t$ dapat muncul pada waktu $(t + h) = (t + \Delta t)$ ketika:

1. Pelanggan menggunakan waktu = t serta tidak terdapat kedatangan, maka:

$$P_0(t)(1 - \lambda h) \tag{3.67}$$

2. Terdapat satu pelanggan pada waktu = t , menyelesaikan servisnya dan tidak terdapat kedatangan, maka:

$$P_1(t)(1 - \lambda h)(\mu h) \tag{3.68}$$

Menggunakan **persamaan 3.67** dan **persamaan 3.68** dapat diperoleh persamaan untuk $P_0(t + h)$.

$$P_0(t + h) = P_0(t)(1 - \lambda h) + P_1(t)(1 - \lambda h)(\mu h) \tag{3.69}$$

$$P_0(t) = P_0(t + h)$$

$$P_0(t) = P_0(t)(1 - \lambda h) + P_1(t)(1 - \lambda h)(\mu h)$$

$$P_0(t) = P_0(t) - P_0(t)(\lambda h) + P_1(t)(\mu h - \lambda \mu h^2)$$

$$P_0(t) = P_0(t) - P_0(t)(\lambda h) + P_1(t)(\mu h)$$

$$P_0(t)(\lambda h) = P_0(t) + P_1(t)(\mu h) - P_0(t)$$

$$P_0(t) = \frac{P_1(t)(\mu h)}{\lambda h}$$

$$P_0(t) = P_1(t) \cdot \left(\frac{\mu}{\lambda} \right) \quad (3.70)$$

Persamaan $P_0(t) = P_0$ karena independen, maka dari **persamaan 3.70** diperoleh persamaan P_1 seperti berikut ini:

$$P_0 = P_1 \cdot \left(\frac{\mu}{\lambda} \right) \quad (3.71)$$

$$P_1 = P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \quad (3.72)$$

Persamaan P_1 pada populasi $n \leq t$ dapat muncul dengan cara-cara berikut ini:

1. Pelanggan 0 unit pada waktu t , terdapat kedatangan, tidak terdapat pelayanan, maka:

$$P_0(t)(\lambda h) \quad (3.73)$$

2. Pelanggan satu unit pada waktu t , tidak ada kedatangan, tidak ada pelayanan, maka:

$$P_1(t)(1 - \lambda h)(1 - \mu h) \quad (3.74)$$

3. Pelanggan dua unit pada waktu t , tidak ada kedatangan, terdapat pelayanan, maka:

$$P_2(t)(1 - \lambda h)(2\mu h) \quad (3.75)$$

Apabila terdapat dua fasilitas pelayanan (*server*) dan keduanya terisi, maka probabilitas dari satu fasilitas pelayanan adalah $\mu h + \mu h = 2\mu h$ dengan $(\Delta t)^2 = h^2 = 0$. Persamaan $P_1(t)$ dapat diperoleh dengan cara menjumlahkan **persamaan 73**, **persamaan 74** dan **persamaan 75**.

$$P_1(t) = P_0(t)(\lambda h) + P_1(t)(1 - \lambda h)(1 - \mu h) + P_2(t)(1 - \lambda h)(2\mu h)$$

$$P_1(t) = P_0(t)(\lambda h) + P_1(t)(1 - \mu h - \lambda h + \lambda\mu h^2) + P_2(t)(2\mu h - 2\lambda\mu h^2)$$

$$P_1(t) = P_0(t)(\lambda h) + P_1(t)(1 - \mu h - \lambda h) + P_2(t)(2\mu h)$$

$$P_2(t)(2\mu h) = P_0(t)(\lambda h) + P_1(t) - P_1(t)(\mu h) - P_1(t)(\lambda h) - P_1(t)$$

$$= P_0(t)(\lambda h) - P_1(t)(\mu h) - P_1(t)(\lambda h)$$

$$= P_0(t)(\lambda h) - P_1(t) \cdot h(\mu - \lambda)$$

$$\begin{aligned}
P_2(t) &= \frac{P_0(t)(\lambda h) - P_1(t) \cdot h(\mu - \lambda)}{2\mu h} \\
&= \frac{P_0(t)(\lambda h) - P_1(t) \cdot h(\mu - \lambda)}{2\mu h} \\
&= \frac{P_0(t) \cdot \lambda - P_1(t) \cdot (\mu - \lambda)}{2\mu} \\
P_2 &= \frac{P_0 \cdot \lambda - P_1 \cdot (\mu - \lambda)}{2\mu} \tag{3.76}
\end{aligned}$$

Sebelumnya telah diperoleh P_0 pada **persamaan 3.71** untuk menghitung P_2 pada **persamaan 3.76**.

$$\begin{aligned}
P_2 &= \frac{\left(P_1 \cdot \frac{\mu}{\lambda}\right) \cdot \lambda - P_1 \cdot (\mu - \lambda)}{2\mu} \\
P_2 &= \frac{(P_1 \cdot \mu) - P_1 \cdot (\mu - \lambda)}{2\mu} \\
&= \frac{P_1(\mu - \mu + \lambda)}{2\mu}, \text{ maka:} \\
P_2 &= P_1 \left(\frac{\lambda}{2\mu}\right) \tag{3.77}
\end{aligned}$$

Rumus P_2 pada **persamaan 3.76** dapat digunakan untuk menguraikan probabilitas dalam kedatangan n unit (P_n) seperti berikut ini:

$$\begin{aligned}
P_2 &= \frac{P_0 \cdot \lambda - P_1 \cdot (\mu - \lambda)}{2\mu} \\
P_n &= \frac{P_{n-2} \cdot \lambda - P_{n-1} \cdot ((n-1)\mu - \lambda)}{n\mu}, \text{ untuk } n = 2, 3, \dots, j \text{ dimana } n \leq j \tag{3.78}
\end{aligned}$$

Selanjutnya untuk $n > 2$ terdapat beberapa cara dimana n unit di dalam sistem pada waktu $(t + h)$ yaitu:

1. Terdapat n unit pada waktu $= t$, tidak ada kedatangan dan tidak ada pelayanan, maka diperoleh persamaan:

$$P_n(t)(1 - \lambda h)(1 - 2\mu h) \tag{3.79}$$

2. Terdapat $n+1$ unit pada waktu $= t$, tidak ada kedatangan dan ada satu pelayanan, maka diperoleh persamaan:

$$P_{n+1}(t)(1 - \lambda h)(2\mu h) \quad (3.80)$$

3. Terdapat $n-1$ unit pada waktu $= t$, satu kedatangan dan tidak ada pelayanan, maka diperoleh persamaan:

$$P_{n-1}(t)(\lambda h)(1 - 2\mu h) \quad (3.81)$$

Persamaan P_n dapat diperoleh dengan menjumlahkan **persamaan 3.79**, **persamaan 3.80** dan **persamaan 3.81**.

$$\begin{aligned} P_n(t) &= P_n(t)(1 - \lambda h)(1 - 2\mu h) + P_{n+1}(t)(1 - \lambda h)(2\mu h) + P_{n-1}(t)(\lambda h)(1 - 2\mu h) \\ &= P_n(t)(1 - 2\mu h - \lambda h + 2\lambda\mu h^2) + P_{n+1}(t)(2\mu h - 2\lambda\mu h^2) + P_{n-1}(t)(\lambda h - 2\lambda\mu h^2) \\ &= P_n(t)(1 - 2\mu h - \lambda h) + P_{n+1}(t)(2\mu h) + P_{n-1}(t)(\lambda h) \end{aligned}$$

$$- P_{n+1}(t)(2\mu h) = P_n(t)(1 - 2\mu h - \lambda h) + P_{n-1}(t)(\lambda h) - P_n(t)$$

$$- P_{n+1}(t)(2\mu h) = P_n(t) - P_n(t)(2\mu h) - P_n(t)(\lambda h) - P_n(t) + P_{n-1}(t)(\lambda h)$$

$$P_{n+1}(t)(2\mu h) = -P_n(t) + P_n(t)(2\mu h) + P_n(t)(\lambda h) + P_n(t) - P_{n-1}(t)(\lambda h)$$

$$P_{n+1}(t) = \frac{P_n(t)(2\mu h) + P_n(t)(\lambda h) - P_{n-1}(t)(\lambda h)}{2\mu h}$$

$$P_{n+1}(t) = \frac{P_n(t) \cdot h(2\mu + \lambda) - P_{n-1}(t) \cdot h(\lambda)}{2\mu h}$$

$$P_{n+1} = \frac{P_n(2\mu + \lambda) - P_{n-1}(\lambda)}{2\mu}$$

$$P_{n+1} = P_n \left(\frac{2\mu + \lambda}{2\mu} \right) - P_{n-1} \left(\frac{\lambda}{2\mu} \right), \text{ untuk } n > 5 \quad (3.82)$$

Menggunakan **persamaan 3.82** dapat dikembangkan untuk server menjadi seperti berikut ini:

$$P_n = P_{n-1} \cdot \left(\frac{j\mu + \lambda}{j\mu} \right) - P_{n-2} \cdot \left(\frac{\lambda}{j\mu} \right), \text{ untuk } n \geq j + 1 \quad (3.83)$$

Tahapan selanjutnya akan diuraikan tentang hubungan antara n dan k . Pertama akan diuraikan untuk kasus $n < j$ seperti berikut ini:

$$P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{\mu + \lambda}{2\mu} \right) - P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{2\mu} \right) \quad (3.84)$$

Sebelumnya telah diperoleh P_1 pada **persamaan 3.77**, sehingga diperoleh P_2 sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 P_2 &= \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \cdot P_0 \cdot \left(\frac{\mu + \lambda}{2\mu}\right) - P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{2\mu}\right) \\
 &= P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{2\mu}\right) \cdot \left(\frac{\mu + \lambda}{\mu} - 1\right) \\
 &= P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{2\mu}\right) \cdot \left(\frac{\mu + \lambda - \mu}{\mu}\right) \\
 &= P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{2\mu}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right), \text{ maka:} \\
 P_2 &= \frac{P_0}{2} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \tag{3.85}
 \end{aligned}$$

dan,

$$\begin{aligned}
 P_3 &= P_2 \cdot \left(\frac{\lambda + 2\mu}{3\mu}\right) - P_1 \cdot \left(\frac{\lambda}{3\mu}\right) \\
 &= \frac{P_0}{2} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \cdot \left(\frac{\lambda + 2\mu}{3\mu}\right) - P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{3\mu}\right) \\
 &= \frac{P_0}{2} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \cdot \left(\frac{\lambda + 2\mu}{3\mu}\right) - \frac{P_0}{3} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \\
 &= P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \left(\frac{\lambda + 2\mu}{2 \cdot 3\mu} - \frac{1}{3}\right) \\
 &= P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \left(\frac{\lambda + 2\mu - 2\mu}{2 \cdot 3\mu}\right) \\
 &= P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \left(\frac{\lambda}{2 \cdot 3\mu}\right) \\
 &= \frac{P_0}{2 \cdot 3} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right), \text{ maka:} \\
 P_3 &= \frac{P_0}{2 \cdot 3} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 \tag{3.86}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan P_1, P_2 dan P_3 pada **persamaan 3.72**, **persamaan 3.85** dan **persamaan 3.86** dalam parameter μ, λ dan P_0 , dapat diperoleh rumus untuk persamaan P_n seperti berikut ini:

$$P_n = \frac{P_0}{n!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n, \text{ dimana } n = 0, 1, 2, \dots, j-1 \quad (3.87)$$

Kedua akan diuraikan pencarian probabilitas P_n dalam parameter μ, λ, j dan P_0 dimana $n \geq j$. Dari **persamaan 3.83** diperoleh persamaan berikut ini:

$$P_n = P_{n-1} \cdot \left(\frac{(n-1)\mu + \lambda}{n\mu}\right) - P_{n-2} \cdot \left(\frac{\lambda}{n\mu}\right), \text{ untuk } n = 2, 3, 4, \dots, j, n \geq j \quad (3.88)$$

Bila $n = j$, maka:

$$\begin{aligned} P_j &= P_{j-1} \cdot \left(\frac{(j-1)\mu + \lambda}{j\mu}\right) - P_{j-2} \cdot \left(\frac{\lambda}{j\mu}\right) \\ &= \frac{P_0}{(j-1)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j-1} \cdot \left(\frac{(j-1)\mu + \lambda}{j\mu}\right) - \frac{P_0}{(j-2)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j-2} \cdot \left(\frac{\lambda}{j\mu}\right) \\ &= \frac{P_0}{(j-1) \cdot (j-2)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j-1} \cdot \left(\frac{(j-1)\mu + \lambda}{j\mu}\right) - \frac{P_0}{j \cdot (j-2)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j-1} \\ &= \frac{P_0}{j \cdot (j-2)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j-1} \cdot \left(\frac{(j-1)\mu + \lambda}{(j-1)\mu} - 1\right) \\ &= \frac{P_0}{j \cdot (j-2)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j-1} \cdot \left(\frac{(j-1)\mu + \lambda - (j-1)\mu}{(j-1)\mu}\right) \\ &= \frac{P_0}{j \cdot (j-2)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j-1} \cdot \left(\frac{\lambda}{(j-1)\mu}\right) \\ &= \frac{P_0}{j \cdot (j-1) \cdot (j-2)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j-1} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right), \text{ maka:} \\ P_j &= \frac{P_0}{j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \end{aligned} \quad (3.89)$$

Bila $n = j + 1$, maka:

$$\begin{aligned}
P_{j+1} &= P_j \cdot \binom{j\mu + \lambda}{j\mu} - P_{j-1} \cdot \binom{\lambda}{j\mu} \\
&= \frac{P_0}{j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \binom{\mu + \lambda}{j\mu} - \frac{P_0}{(j-1)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j-1} \cdot \binom{\lambda}{j\mu} \\
&= \frac{P_0}{j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \binom{j\mu + \lambda}{j\mu} - \frac{P_0}{j(j-1)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j-1} \cdot \binom{\lambda}{\mu} \\
&= \frac{P_0}{j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \binom{j - \mu + \lambda}{j\mu} - \frac{P_0}{j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \\
&= \frac{P_0}{j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \binom{j\mu + \lambda - 1}{j\mu} \\
&= \frac{P_0}{j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \binom{j\mu + \lambda - j\mu}{j\mu} \\
&= \frac{P_0}{j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \binom{\lambda}{j\mu}, \text{ maka:}
\end{aligned}$$

$$P_{j+1} = \frac{P_0}{j \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1} \quad (3.90)$$

Bila $n = j + 2$, maka:

$$\begin{aligned}
P_{j+2} &= P_{j+1} \cdot \binom{(j\mu + \lambda)}{j\mu} - P_j \cdot \binom{\lambda}{j\mu} \\
&= \frac{P_0}{(j+1)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1} \cdot \binom{j\mu + \lambda}{j\mu} - \frac{P_0}{j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \binom{\lambda}{j\mu} \\
&= \frac{P_0}{(j+1)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1} \cdot \binom{j\mu + \lambda}{k\mu} - \frac{P_0}{j \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \binom{\lambda}{\mu} \\
&= \frac{P_0}{j \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1} \cdot \binom{j\mu + \lambda}{j\mu} - \frac{P_0}{j \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1} \\
&= \frac{P_0}{j \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1} \cdot \binom{j\mu + \lambda - 1}{j\mu} \\
&= \frac{P_0}{j \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1} \cdot \binom{j\mu + \lambda - j\mu}{j\mu}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{j+2} &= \frac{P_0}{j \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1} \cdot \left(\frac{\lambda}{j\mu}\right) \\
&= \frac{P_0}{j \cdot j \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right), \text{ maka:} \\
P_{j+2} &= \frac{P_0}{j^2 \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+2} \tag{3.91}
\end{aligned}$$

Berdasarkan **persamaan 3.89**, **persamaan 3.90** dan **persamaan 3.91** dapat dibuat rumus umum untuk P_n dalam parameter μ, λ, j dan P_0 sebagai berikut:

$$P_n = \frac{P_0}{j^{n-j} \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n, \text{ untuk } n \geq j \tag{3.92}$$

Ukuran-ukuran kinerja sistem yang digunakan menurut Kakiay (2004) pada antrian dengan model antrian $(M/M/j):(GD/\infty/\infty)$ adalah sebagai berikut:

1. Probabilitas tidak terdapat pelanggan dalam sistem (P_0)

Sebelumnya telah diperoleh rumus P_n untuk $n < j-1$ dan $n \geq j$ dari **persamaan 3.87** dan **persamaan 3.92**, apabila kedua probabilitas tersebut dijumlahkan maka nilainya harus sama dengan satu.

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=0}^{j-1} \frac{P_0}{n!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=j}^{\infty} \frac{P_0}{j^{n-j} \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n = 1 \\
P_0 \cdot \left[\sum_{n=0}^{j-1} \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{j!} \sum_{n=k}^{\infty} \frac{1}{j^{n-j}} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right] &= 1 \\
P_0 \cdot \left[\sum_{n=0}^{j-1} \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{j!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \sum_{n=j}^{\infty} \frac{1}{j^{n-j}} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n-j} \right] &= 1 \tag{3.93}
\end{aligned}$$

Misalkan $c = n - j$, maka **persamaan 3.93** menjadi:

$$\begin{aligned}
P_0 \cdot \left[\sum_{n=0}^{j-1} \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{j!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \sum_{n=k}^{\infty} \frac{1}{j^c} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c \right] &= 1 \\
P_0 \cdot \left[\sum_{n=0}^{j-1} \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{j!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \sum_{n=j}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{j \cdot \mu}\right)^c \right] &= 1 \tag{3.94}
\end{aligned}$$

Karena $\sum_{n=k}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{j \cdot \mu}\right)^c$ merupakan deret geometri seperti pada **persamaan 3.53**,

maka:

$$P_0 \cdot \left[\sum_{n=0}^{j-1} \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{j!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{\lambda}{j \cdot \mu}\right)} \right) \right] = 1$$

$$P_0 \cdot \left[\sum_{n=0}^{j-1} \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{j!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \left(\frac{j \cdot \mu}{j \cdot \mu - \lambda}\right) \right] = 1, \text{ maka:}$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{j-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{j!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \left(\frac{j \cdot \mu}{j \cdot \mu - \lambda}\right)} \quad (3.95)$$

atau,

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{j-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{j!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \left(\frac{j \cdot \mu}{j \cdot \mu - \lambda}\right) \right]^{-1} \quad (3.96)$$

Probabilitas tidak terdapat pelanggan dalam sistem juga dapat diartikan sebagai probabilitas tidak ada pelayanan.

Contoh 3.22

Diketahui :

$$\lambda = 15 \text{ orang/jam}, \mu = 7 \text{ orang/jam}, j = 3 \text{ server}$$

Jawaban:

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^2 \frac{1}{n!} \left(\frac{15}{7}\right)^n + \frac{1}{3!} \left(\frac{15}{7}\right)^3 \left(\frac{(3)(7)}{(3)(7) - 15}\right) \right]^{-1}$$

$$P_0 = \left[\frac{1}{0!} \left(\frac{15}{7}\right)^0 + \frac{1}{1!} \left(\frac{15}{7}\right)^1 + \frac{1}{2!} \left(\frac{15}{7}\right)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{15}{7}\right)^3 \left(\frac{(3)(7)}{(3)(7) - 15}\right) \right]^{-1} = 0.089457$$

Probabilitas tidak terdapat pelanggan dalam sistem sebesar 0.089457.

2. Ekspektasi rata-rata jumlah pelanggan yang menunggu dalam antrian (L_a)

$$L_a = \sum_{n=j}^{\infty} (n - j) \cdot P_n, \text{ dimana } c = n - j$$

$$\begin{aligned}
L_a &= \sum_{c=0}^{\infty} c \cdot P_{c+j} \\
&= \sum_{c=0}^{\infty} c \cdot \frac{P_0}{j^c \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{c+j} \\
&= \sum_{c=0}^{\infty} c \cdot \frac{P_0}{j^c \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \\
&= \frac{P_0}{j \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \cdot \sum_{c=0}^{\infty} c \cdot \frac{1}{j^c \cdot j^{-1}} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{-1} \\
&= \frac{P_0}{j \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \cdot \sum_{c=0}^{\infty} \frac{c}{j^{c-1}} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{c-1}, \text{ maka:} \\
L_a &= \frac{P_0}{j \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \cdot \sum_{c=0}^{\infty} c \cdot \left(\frac{\lambda}{j\mu}\right)^{c-1} \tag{3.97}
\end{aligned}$$

dengan,

$$\sum_{c=0}^{\infty} c \cdot \left(\frac{\lambda}{j\mu}\right)^{c-1} = \frac{d}{d\left(\frac{\lambda}{j\mu}\right)} \sum_{c=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{j\mu}\right)^c = \frac{d}{d\left(\frac{\lambda}{j\mu}\right)} \left[\frac{1}{1 - \frac{\lambda}{j\mu}} \right] = \frac{1}{\left(1 - \frac{\lambda}{j\mu}\right)^2} \tag{3.98}$$

Substitusikan **persamaan 3.98** pada **persamaan 3.97**,

$$\begin{aligned}
L_a &= \frac{P_0}{j \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\lambda}{j\mu}\right)^2} \\
&= \frac{P_0}{j \cdot j \cdot (j-1)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\lambda}{j\mu}\right)^2} \\
&= \frac{P_0}{j \cdot j \cdot (j-1)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\lambda}{j\mu}\right)^2}, \text{ maka} \\
L_a &= \frac{P_0}{j \cdot j! \left(1 - \frac{\lambda}{j\mu}\right)^2} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1} \tag{3.99}
\end{aligned}$$

atau,

$$\begin{aligned}
 L_a &= \frac{P_0}{j \cdot j!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \cdot \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{\lambda}{j\mu}\right)^2} \right], \text{ misalkan } \rho = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \\
 &= \frac{P_0}{j \cdot j!} \cdot \rho^{j+1} \cdot \left[\frac{j^2}{\left(1 - \frac{1}{j} \rho\right)^2} \right] \\
 &= \frac{P_0}{j \cdot j \cdot (j-1)!} \cdot \rho^{j+1} \cdot \left[\frac{1}{\left(\frac{j-\rho}{j}\right)^2} \right] \\
 &= \frac{P_0}{j^2 \cdot (j-1)!} \cdot \rho^{j+1} \cdot \left[\frac{j^2}{(j-\rho)^2} \right] \\
 &= \frac{P_0}{(j-1)!} \cdot \rho^{j+1} \cdot \left[\frac{1}{(j-\rho)^2} \right], \text{ maka} \\
 L_a &= \frac{P_0}{(j-1)!} \cdot \frac{\rho^{j+1}}{(j-\rho)^2} \tag{3.100}
 \end{aligned}$$

atau,

$$L_a = \frac{P_0}{(j-1)!} \cdot \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1}}{\left(j - \frac{\lambda}{\mu}\right)^2} \tag{3.101}$$

Contoh 3.23

Diketahui : $\lambda = 15$ orang/jam, $\mu = 7$ orang/jam, $j = 3$ server

$$L_a = \frac{P_0}{j \cdot j! \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{j \cdot \mu}\right)^2} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1} = \frac{(0.162791)}{(3)(3!) \cdot \left(1 - \frac{15}{(3)(7)}\right)^2} \cdot \left(\frac{15}{7}\right)^{3+1} = 1.284$$

Rata-rata jumlah pelanggan yang menunggu dalam antrian sebanyak 1.284 orang/jam atau 1284 orang/1000 jam.

3. Ekspektasi rata-rata jumlah pelanggan yang menunggu dalam sistem antrian (L_{sa})

$$L_{sa} = L_a + \frac{\lambda}{\mu} \quad (3.102)$$

atau,

$$L_{sa} = \frac{P_0}{(j-1)!} \cdot \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1}}{\left(j - \frac{\lambda}{\mu}\right)^2} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \quad (3.103)$$

Contoh 3.24

Diketahui :

$\lambda = 15$ orang/jam, $\mu = 7$ orang/jam, $j = 3$ server

$$L_{sa} = L_a + \frac{\lambda}{\mu} = 1.284 + \frac{15}{7} = 3.427$$

Rata-rata jumlah pelanggan yang menunggu dalam sistem antrian sebanyak 3.427 orang/jam atau 3427 orang/1000 jam.

4. Ekspektasi rata-rata waktu menunggu pelanggan dalam antrian (W_a)

$$W_a = \frac{L_a}{\lambda} \quad (3.104)$$

atau,

$$W_a = \frac{P_0}{(j-1)!} \cdot \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1}}{\left(j - \frac{\lambda}{\mu}\right)^2} \cdot \frac{1}{\lambda} \quad (3.105)$$

Contoh 3.25

Diketahui :

$\lambda = 15$ orang/jam, $\mu = 7$ orang/jam, $j = 3$ server

$$W_a = \frac{L_a}{\lambda} = \frac{1.284}{15} \cdot 60 \text{menit} = 5.135 \text{ menit}$$

Rata-rata waktu menunggu pelanggan dalam antrian selama 5.135 menit.

5. Ekspektasi rata-rata waktu menunggu pelanggan dalam sistem antrian (W_{sa})

$$W_{sa} = \frac{L_{sa}}{\lambda} \tag{3.106}$$

atau,

$$W_{sa} = \left[\frac{P_0}{(j-1)!} \cdot \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j+1}}{\left(j - \frac{\lambda}{\mu}\right)^2} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \right] \frac{1}{\lambda} \tag{3.107}$$

Contoh 3.26

Diketahui : $\lambda = 15$ orang/jam, $\mu = 7$ orang/jam, $j = 3$ server

$$W_{sa} = \frac{L_{sa}}{\lambda} = \frac{3.427}{15} \cdot 60 \text{menit} = 13.706 \text{ menit}$$

Rata-rata waktu menunggu pelanggan dalam sistem antrian selama 13.706 menit.

Peresentase waktu mengganggu dari fasilitas pelayanan yang disediakan dapat dijadikan salah satu acuan dalam pemilihan jumlah fasilitas pelayanan yang optimal. Menurut Aulele (2014) berikut ini persamaan yang digunakan untuk menghitung peresentase mengganggu dari fasilitas pelayanan:

$$M = 100\% - \rho \tag{3.108}$$

dengan:

M : peresentase waktu mengganggu

ρ : tingkat kegunaan atau utilitas fasilitas pelayanan

Contoh 3.27

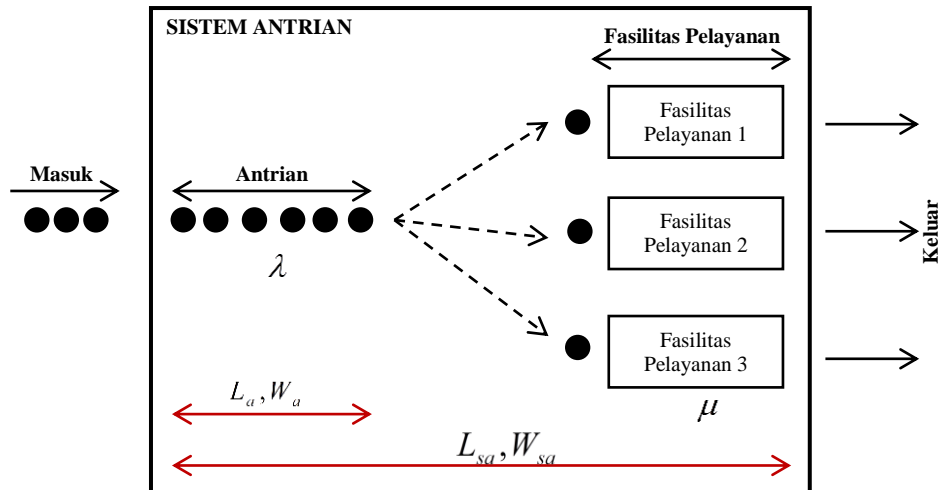
Diketahui : $\lambda = 15$ orang/jam, $\mu = 7$ orang/jam, $j = 3$ server

$$\rho = \frac{15}{(3)(7)} = \frac{15}{21} = 0.7143 = 71.43\%$$

$$M = 100\% - 71.43\% = 28.57\%$$

Peresentase waktu mengganggu fasilitas pelayanan sebesar 28.57%.

Penggambaran $\lambda, \mu, L_a, L_{sa}, W_a$ dan W_{sa} dalam sistem antrian dapat dilihat pada **Gambar 3.6** berikut ini:



Gambar 3.6. Penggambaran $\lambda, \mu, L_a, L_{sa}, W_a$ dan W_{sa} dalam sistem Antrian

BAB 4

METODOLOGI PENELITIAN

4.1 Populasi Penelitian

Populasi pada penelitian ini yaitu seluruh resep obat yang dikeluarkan oleh dokter di Puskesmas Ngaglik I dan masuk antrian pada apotek Puskesmas Ngaglik I, dan sampel pada penelitian ini yaitu resep obat yang masuk antrian pada apotek Puskesmas Ngaglik I pada tanggal 20 Januari sampai 03 Februari 2020 dari jam 08:01-12:00 WIB.

4.2 Tempat dan Waktu Penelitian

Tempat dilakukannya penelitian yaitu apotek Puskesmas Ngaglik I. Waktu penelitian yaitu tanggal 20 Januari sampai 03 Februari 2020 dari jam 08:01-12:00 WIB.

4.3 Definisi Operasi Peubah (DOP)

Berikut ini merupakan definisi operasi peubah atau DOP yang digunakan dalam penelitian ini seperti pada **Tabel 4.1** berikut:

Tabel 4.1. Definisi Operasi Peubah (DOP)

No	Nama Variabel	Kode	DOP	Satuan/ Skala	Contoh
1	Jumlah kedatangan	x	Banyaknya resep obat yang masuk untuk dilayani dalam setiap jamnya mulai dari jam 08:01-12:00 WIB	Resep obat/ordinal	08:01-09:00 WIB resep obat yang datang sebanyak 20 resep
2	Jumlah pelayanan	y	Banyaknya resep obat yang dapat dilayani dalam setiap jamnya mulai dari jam 08:01-12:00 WIB	Resep obat/ordinal	08:01-09:00 WIB resep obat yang dapat dilayani sebanyak 15 resep

4.4 Metode Analisis Data

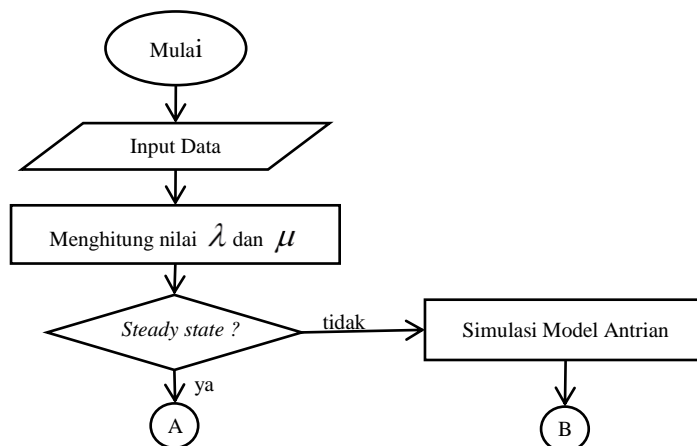
Berikut ini merupakan langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini mulai dari pengambilan data sampai tahap analisis.

1. Mencari literatur atau studi pustaka mengenai topik penelitian yaitu teori antrian.

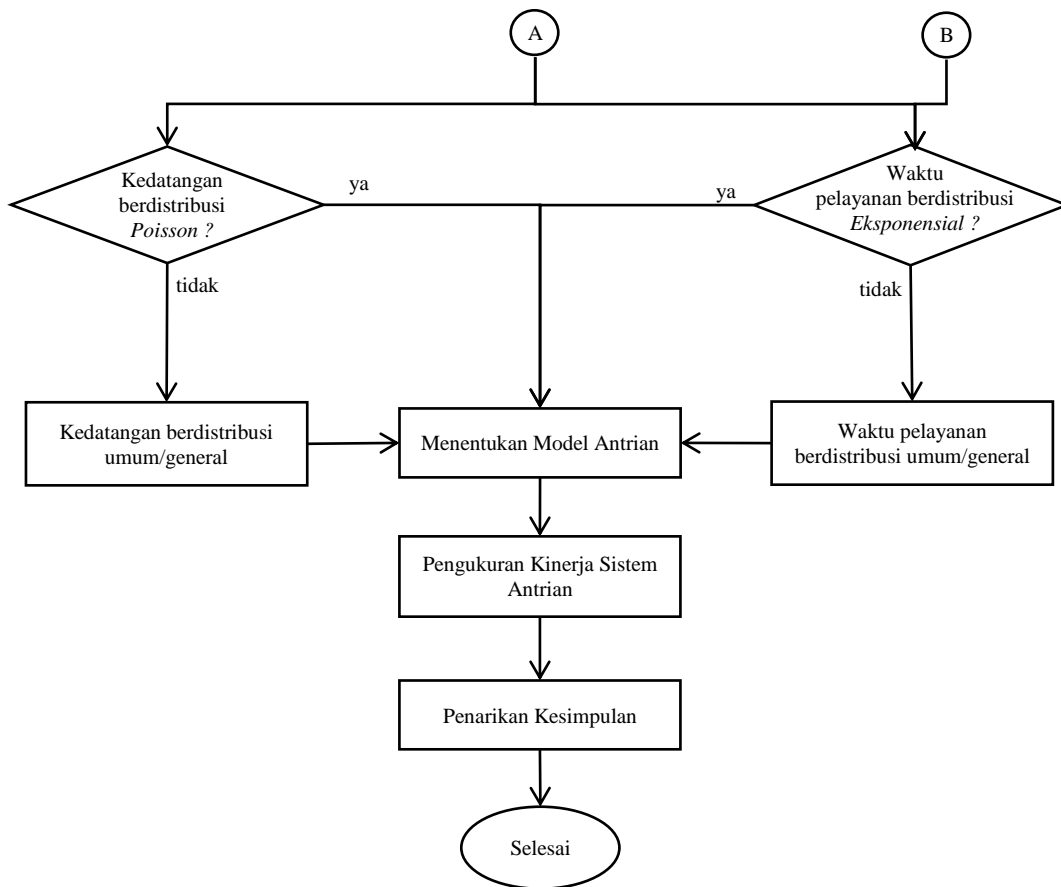
2. Melakukan pengambilan data yaitu jumlah kedatangan resep obat dan jumlah resep obat yang dapat dilayani. Data jumlah kedatangan merupakan jumlah resep obat yang masuk antrian setiap rentang satu jam. Data jumlah pelayanan merupakan jumlah resep obat yang dapat dilayani setiap rentang satu jam.
3. Perekapan data untuk dilakukan pengolahan data.
4. Menghitung nilai λ dan μ .
5. Melakukan perhitungan untuk melihat apakah data yang diperoleh memenuhi kondisi *steady state*.
6. Melakukan uji distribusi kedatangan untuk melihat apakah distribusi kedatangan resep obat mengikuti Distribusi *Poisson* dan melakukan uji distribusi waktu pelayanan untuk mengetahui apakah waktu pelayanan resep obat mengikuti Distribusi *Ekspensial*.
7. Menentukan model antrian dari sistem antrian apotek Puskesmas Ngaglik I.
8. Melakukan pengukuran kinerja sistem, yaitu menghitung $P_0, L_a, L_{sa}, W_a, W_{sa}$ dan waktu mengganggu fasilitas pelayanan.
9. Menentukan jumlah fasilitas pelayanan yang optimum berdasarkan hasil ukuran kinerja sistem.
10. Mengambil kesimpulan terhadap penelitian yang telah dilakukan.

4.5 Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian yang dilakukan peneliti adalah sebagai berikut:



Gambar 4.1. Flowchart Penelitian, Sumber: (Ary, 2019)



Gambar 4.2. *Flowchart* Penelitian Lanjutan, Sumber: (Ary, 2019)

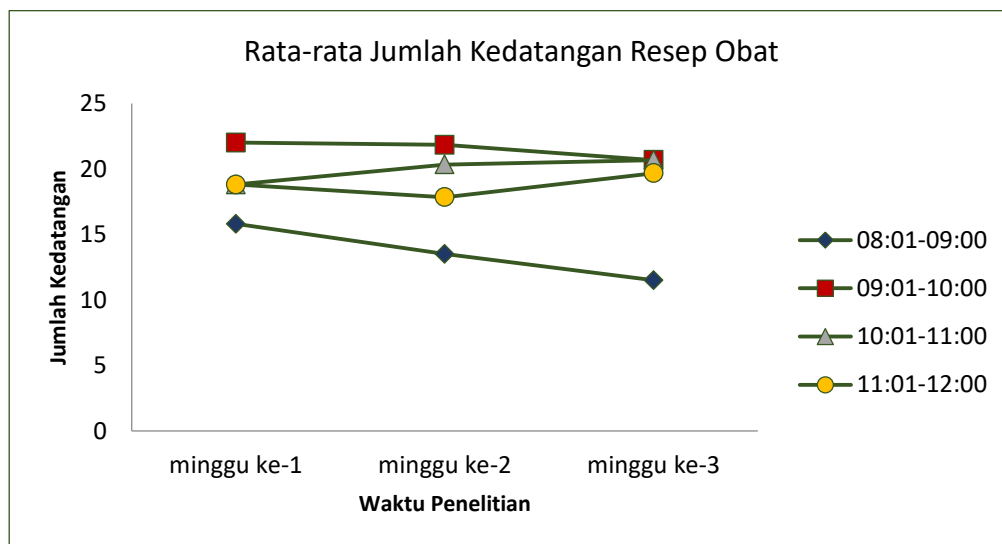
BAB 5

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian kali ini, peneliti melakukan analisis teori antrian terhadap antrian resep obat di Apotek Puskesmas Ngaglik I. Analisis dilakukan pada jam-jam kondisi ramai di Hari Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat dan Sabtu.

5.1 Kedatangan Resep Obat

Banyaknya resep obat yang masuk dalam antrian apotek untuk dilayani oleh petugas apoteker disebut dengan kedatangan resep obat. Pendaftaran pada Puskesmas Ngaglik I dibuka pukul 08:01 WIB sampai 12:00 WIB. Untuk itu, peneliti melakukan penelitian pada jam tersebut. Selanjutnya dari pukul 08:01-12:00 WIB tersebut akan dilihat jam-jam paling ramai untuk diambil sebagai sampel dalam melakukan analisis sistem antrian pada apotek Puskesmas Ngaglik I.

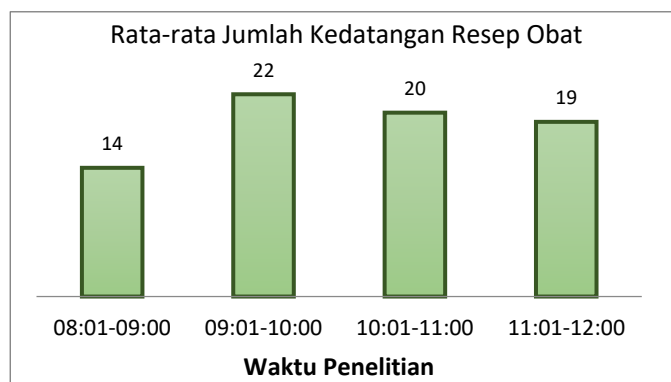


Gambar 5.1. Grafik Rata-rata Jumlah Kedatangan Resep Obat pada Interval Waktu Satu Jam pada Minggu ke-1 sampai Minggu ke-3

Kedatangan resep obat pada **Gambar 5.1** menunjukkan bahwa pada minggu ke-1, minggu ke-2 dan minggu ke-3 jumlah kedatangan resep obat paling tinggi berada di pukul 09:01-10:00 WIB selanjutnya diikuti pukul 10:01-11:00 WIB

serta 11:01-12:00 WIB. Rata-rata jumlah kedatangan resep obat pada **Gambar 5.2** menunjukkan bahwa jumlah kedatangan resep obat paling tinggi berada di pukul 09:01-10:00 WIB selanjutnya diikuti pukul 10:01-11:00 WIB serta 11:01-12:00 WIB. Kondisi ramai di Apotek Puskesmas Ngaglik I berada pada pukul 09:00-12:00 WIB, maka akan dilakukan analisis sistem antrian menggunakan teori antrian pada pukul 09:01-12:00 WIB.

Kedatangan resep obat mengalami puncak kedatangan pada pukul 09:01-12:00 WIB terjadi karena pada jam 08:01-09:00 WIB kebanyakan pasien baru datang dan masih mengantri untuk mendapatkan pemeriksaan yang mengakibatkan resep obat mengalami puncak kedatangan di apotek pada jam tersebut.



Gambar 5.2. Grafik Rata-rata Jumlah Kedatangan Resep Obat pada Interval Waktu Satu Jam

5.2 Menentukan Ukuran *Stady State*

Ukuran *steady state* dapat dihitung menggunakan **persamaan 3.28** yaitu dengan terlebih dahulu menghitung rata-rata tingkat kedatangan resep obat (λ) dan rata-rata tingkat pelayanan resep obat (μ).

Rata-rata tingkat kedatangan resep obat dapat diperoleh menggunakan **persamaan 3.21** seperti pada **Tabel 5.1** berikut ini:

Tabel 5.1. Menghitung Rata-rata Tingkat Kedatangan Resep Obat (λ)

Keterangan	Rata-rata Tingkat Kedatangan Resep Obat
Hari Senin	$\lambda = \frac{217}{9} = 24.11$ resep/jam

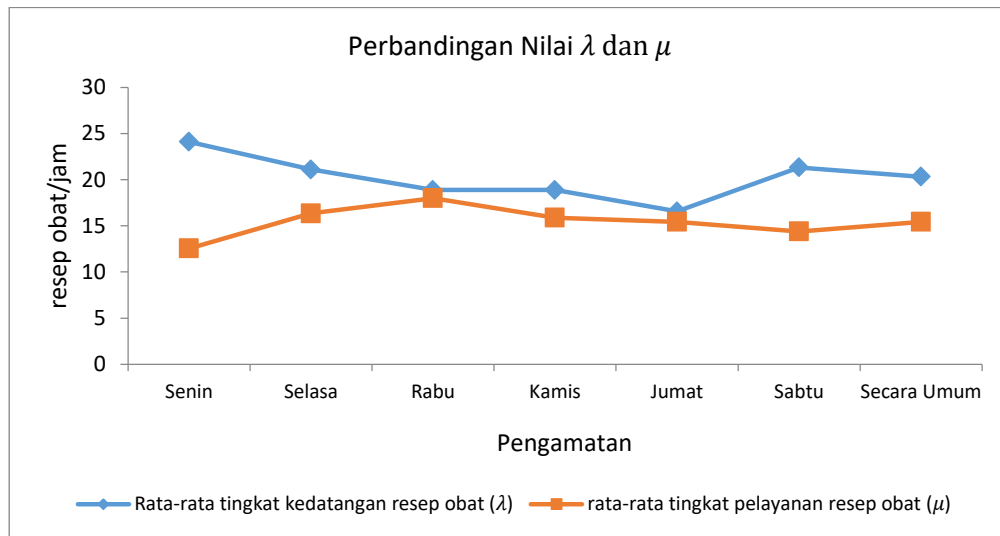
Keterangan	Rata-rata Tingkat Kedatangan Resep Obat
Hari Selasa	$\lambda = \frac{190}{9} = 21.11$ resep/jam
Hari Rabu	$\lambda = 18.89$ resep/jam
Hari Kamis	$\lambda = 18.89$ resep/jam
Hari Jumat	$\lambda = 16.56$ resep/jam
Hari Sabtu	$\lambda = 21.33$ resep/jam
Secara Umum	$\lambda = 20.33$ resep/jam

Rata-rata tingkat pelayanan resep obat dapat diperoleh menggunakan persamaan 3.32 seperti pada Tabel 5.2 berikut ini:

Tabel 5.2. Menghitung Rata-rata Tingkat Pelayanan Resep Obat (μ)

Keterangan	Rata-rata Tingkat Pelayanan Resep Obat
Hari Senin	$\mu = \frac{43}{9} = 4.78$ menit/resep obat $= \frac{60}{4.78} = 12.56$ resep/jam
Hari Selasa	$\mu = \frac{33}{9} = 3.67$ menit/resep obat $= \frac{60}{3.67} = 16.36$ resep/jam
Hari Rabu	$\mu = 18$ resep/jam
Hari Kamis	$\mu = 15.88$ resep/jam
Hari Jumat	$\mu = 15.43$ resep/jam
Hari Sabtu	$\mu = 14.40$ resep/jam
Secara Umum	$\mu = 15.43$ resep/jam

Plot perbandingan untuk nilai λ dan μ pada Gambar 5.3 menunjukkan bahwa nilai λ selalu lebih tinggi dari μ . Artinya, jumlah kedatangan resep obat pada apotek Puskesmas Ngaglik I setiap jamnya lebih banyak dibandingkan banyaknya resep obat yang dapat dilayani oleh fasilitas pelayanan setiap jamnya.



Gambar 5.3. Plot Perbandingan Nilai λ dan μ

Tingkat kegunaan fasilitas pelayanan (ρ) dapat dihitung menggunakan nilai λ dan μ yang sebelumnya telah diperoleh pada **Tabel 5.1** dan **Tabel 5.2** menggunakan **persamaan 3.28**.

Tabel 5.3. Menghitung Tingkat Kegunaan Fasilitas Pelayanan (ρ)

Keterangan	Tingkat Kegunaan Fasilitas Pelayanan
Hari Senin	$\rho = \frac{24.11}{(4)(12.56)} = 0.48$
Hari Selasa	$\rho = \frac{21.11}{(4)(16.36)} = 0.3225$
Hari Rabu	$\rho = 0.2623$
Hari Kamis	$\rho = 0.2973$
Hari Jumat	$\rho = 0.2683$
Hari Sabtu	$\rho = 0.3704$
Secara Umum	$\rho = 0.3295$

Hasil perhitungan tingkat kegunaan fasilitas pelayanan yang ditunjukkan **Tabel 5.3** memiliki nilai $\rho < 1$ pada Hari Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu maupun secara umum, maka *steady state* terpenuhi. Artinya, rata-rata tingkat kedatangan resep obat pada apotek setiap jamnya tidak melebihi rata-rata tingkat pelayanan yang dapat diberikan oleh petugas Apotek Puskesmas Ngaglik I.

5.3 Uji Kecocokan Distribusi

5.3.1 Pengujian Distribusi Kedatangan

Kedatangan diasumsikan mengikuti suatu distribusi tertentu yaitu distribusi *Poisson*, maka dilakukan pengujian untuk melihat kedatangan resep obat pada Apotek Puskesmas Ngaglik I mengikuti distribusi *Poisson* atau tidak. Pengujian distribusi kedatangan dilakukan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* menggunakan persamaan 3.21. Berikut ini pengujian distribusi kedatangan resep obat pada Apotek Puskesmas Ngaglik I.

1. Hipotesis

H_0 : Kedatangan resep obat berdistribusi *Poisson*.

H_1 : Kedatangan resep obat tidak berdistribusi *Poisson*.

2. Taraf Signifikansi

$$\alpha = 0.05$$

3. Daerah Kritis

Tolak H_0 jika $D > D^*(\alpha = 0.05)$

4. Statistik Uji

Tabel 5.4. Uji Distribusi Kedatangan

Kedatangan pada	D	Tanda	$D^*(\alpha = 0.05)$	Keputusan
Hari Senin	0.1724579	<	0.430	Gagal tolak H_0
Hari Selasa	0.2053006	<	0.430	Gagal tolak H_0
Hari Rabu	0.1994117	<	0.430	Gagal tolak H_0
Hari Kamis	0.1210140	<	0.430	Gagal tolak H_0
Hari Jumat	0.1267041	<	0.430	Gagal tolak H_0
Hari Sabtu	0.1428748	<	0.519	Gagal tolak H_0
Secara Umum	0.0906673	<	0.309	Gagal tolak H_0

5. Kesimpulan

Menggunakan tingkat kepercayaan sebesar 95%, hasil pengujian distribusi kedatangan pada **Tabel 5.4** menunjukkan bahwa kedatangan resep obat pada pada Hari Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu maupun secara umum mengikuti distribusi *Poisson*.

5.3.2 Pengujian Distribusi Pelayanan

Pelayanan pelanggan diasumsikan mengikuti suatu distribusi tertentu. Maka, akan dilakukan pengujian terhadap waktu pelayanan. Berikut ini pengujian distribusi pelayanan resep obat pada Apotek Puskesmas Ngaglik I.

1. Hipotesis

H_0 : Waktu pelayanan resep obat berdistribusi *Eksponensial*.

H_1 : Waktu pelayanan resep obat tidak berdistribusi *Eksponensial*.

2. Taraf Signifikansi

$$\alpha = 0.05$$

3. Daerah Kritis

Tolak H_0 jika $D > D^*(\alpha = 0.05)$

4. Statistik Uji

Tabel 5.5. Uji Distribusi Pelayanan

Kedatangan pada	D	Tanda	$D^*(\alpha = 0.05)$	Keputusan
Hari Senin	0.2400495	<	0.430	Gagal tolak H_0
Hari Selasa	0.3093106	<	0.430	Gagal tolak H_0
Hari Rabu	0.3011942	<	0.430	Gagal tolak H_0
Hari Kamis	0.2042858	<	0.430	Gagal tolak H_0
Hari Jumat	0.2764530	<	0.430	Gagal tolak H_0
Hari Sabtu	0.1466070	<	0.519	Gagal tolak H_0
Secara Umum	0.2909614	<	0.309	Gagal tolak H_0

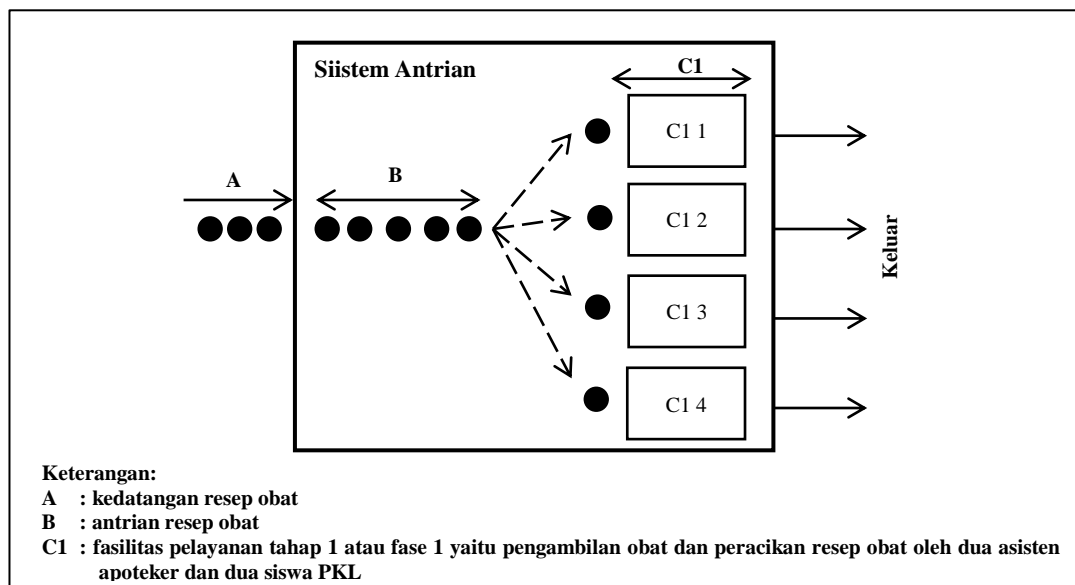
5. Kesimpulan

Menggunakan tingkat kepercayaan sebesar 95%, hasil pengujian distribusi waktu pelayanan pada **Tabel 5.5** menunjukkan bahwa waktu pelayanan resep obat pada pada Hari Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu maupun secara umum mengikuti distribusi *Eksponensial*.

5.4 Model Antrian

Sistem antrian pada Apotek Puskesmas Ngaglik I merupakan sistem antrian dengan beberapa fase atau tahapan pelayanan atau *multi phase* jika dilihat dari awal resep masuk antrian sampai obat selesai dan diberikan kepada pasien. Penelitian kali ini, peneliti hanya menggunakan satu fase saja, yaitu dari mulai resep obat masuk antrian sampai obat selesai diambil atau diracik seperti di

tunjukkan pada **Gambar 5.3**. Maka, struktur antrian yang digunakan yaitu *multiple channel single phase*, karena terdapat satu tahapan pelayanan yaitu bagian pengambilan atau peracikan obat dengan 4 fasilitas pelayanan yaitu dua asisten apoteker dan dua siswa PKL.



Gambar 5.4. Sistem Antrian pada Apotek Puskesmas Ngaglik I pada Bagian Pengambilan dan Peracikan Obat

Disiplin antrian yang digunakan pada sistem antrian Apotek Puskesmas Ngaglik I yaitu FIFO atau FCFS, karena resep obat yang masuk antrian paling dahulu yang akan dilayani terlebih dahulu.

Pengujian distribusi kedatangan dan waktu pelayanan untuk Hari Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu maupun secara umum menunjukkan bahwa kedatangan resep obat mengikuti distribusi *Poisson*, dan waktu pelayanan resep obat mengikuti distribusi *Eksponensial*. Maka, digunakan notasi standar seperti pada **persamaan 3.35** untuk menuliskan model antrian untuk Hari Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu maupun secara umum yaitu $(M/M/4):(FCFS/\infty/\infty)$ atau $(M/M/j):(FCFS/\infty/\infty)$.

5.5 Pengukuran Kinerja Sistem Antrian

Proses antrian resep obat pada apotek Puskesmas Ngaglik I menggunakan model antrian $(M/M/j):(FCFS/\infty/\infty)$, maka akan dilakukan pengukuran kinerja sistem antrian menggunakan rumus dari model antrian tersebut. Pada **Tabel 5.1**,

Tabel 5.2 diperoleh nilai λ dan μ , kemudian pada **Tabel 5.3** diperoleh nilai ρ yaitu tingkat kegunaan fasilitas pelayanan. Pengukuran sistem kerja akan dicari nilai P_0 menggunakan **persamaan 3.96**, L_a menggunakan **persamaan 3.101**, L_{sa} menggunakan **persamaan 3.102**, W_a menggunakan **persamaan 3.104** dan W_{sa} menggunakan **persamaan 3.106** seperti pada **Tabel 5.6** berikut ini:

Tabel 5.6. Pengukuran Kinerja Sistem Antrian dengan 4 Fasilitas Pelayanan

Sistem Antrian pada	λ (resep obat/jam)	μ (resep obat/jam)	ρ (%)	P_0	L_a (resep obat/jam)	L_{sa} (resep obat/jam)	W_a (menit)	W_{sa} (menit)
Hari Senin	24.11	12.56	48	0.142218	0.143	2.063	0.356	5.133
Hari Selasa	21.11	16.36	32.25	0.273928	0.022	1.312	0.063	3.730
Hari Rabu	18.89	18.00	26.23	0.349518	0.009	1.058	0.027	3.360
Hari Kamis	18.89	15.88	29.73	0.303443	0.015	1.205	0.048	3.826
Hari Jumat	16.56	15.43	26.83	0.341277	0.009	1.082	0.034	3.923
Hari Sabtu	21.33	14.40	37.04	0.225247	0.042	1.524	0.119	4.285
Secara Umum	20.33	15.43	32.95	0.266291	0.025	1.342	0.072	3.961

Kinerja sistem antrian pada apotek Puskesmas Ngaglik I yang ditunjukkan pada **Tabel 5.6**:

1. Tingkat kegunaan fasilitas masih di bawah 50% artinya cukup rendah.
2. Rata-rata resep obat menunggu dalam antrian dibawah 2 resep obat per jamnya.
3. Rata-rata resep obat menunggu dalam sistem antrian dibawah 3 resep obat per jamnya.
4. Rata-rata waktu menunggu resep obat dalam antrian masih di bawah 1 menit per resep obat.
5. Rata-rata waktu menunggu resep obat dalam sistem antrian masih di bawah 6 menit per resep obat.

Kinerja sistem antrian pada apotek Puskesmas Ngaglik I bekerja sangat longgar. Untuk itu, optimasi pelayanan perlu dilakukan dengan melakukan pengurangan fasilitas pelayanan. Berikut ini merupakan hasil perhitungan kinerja sistem antrian dengan 1, 2, 3 dan 4 fasilitas pelayanan.

Tabel 5.7. Pengukuran Kinerja Sistem Antrian dengan 1, 2, 3 dan 4 Fasilitas Pelayanan

Sistem Antrian pada	j (orang)	λ (resep obat/jam)	μ (resep obat/jam)	ρ (%)	P_0	L_a (resep obat/jam)	L_{sa} (resep obat/jam)	W_a (menit)	W_{sa} (menit)
Hari Senin	1	24.11	12.56	192	-0.919959	-4.007	-2.087	-0.166	-0.087
	2	24.11	12.56	96	0.020419	22.557	24.477	56.133	60.910
	3	24.11	12.56	64	0.124385	0.724	2.644	1.803	6.581
	4	24.11	12.56	48	0.142218	0.143	2.063	0.356	5.133
Hari Selasa	1	21.11	16.36	129.01	-0.290123	-5.737	-4.447	-0.272	-0.211
	2	21.11	16.36	64.51	0.215760	0.919	2.210	2.613	6.280
	3	21.11	16.36	43	0.266649	0.126	1.416	0.359	4.026
	4	21.11	16.36	32.25	0.273928	0.022	1.312	0.063	3.730
Hari Rabu	1	18.89	18.00	104.94	-0.049383	-22.299	-21.250	-1.181	-1.125
	2	18.89	18.00	52.47	0.311741	0.399	1.448	1.266	4.600
	3	18.89	18.00	34.98	0.345281	0.055	1.104	0.175	3.508
	4	18.89	18.00	26.23	0.349518	0.009	1.058	0.027	3.360
Hari Kamis	1	18.89	15.88	118.93	-0.189300	-7.472	-6.283	-0.396	-0.333
	2	18.89	15.88	59.47	0.254194	0.651	1.840	2.067	5.844
	3	18.89	15.88	39.64	0.297528	0.091	1.280	0.288	4.066
	4	18.89	15.88	29.73	0.303443	0.015	1.205	0.048	3.826
Hari Jumat	1	16.56	15.43	107.30	-0.073045	-15.763	-14.690	-0.952	-0.887
	2	16.56	15.43	53.65	0.301640	0.434	1.507	1.572	5.461
	3	16.56	15.43	35.77	0.336774	0.060	1.133	0.218	4.107
	4	16.56	15.43	26.83	0.341277	0.009	1.082	0.034	3.923
Hari Sabtu	1	21.33	14.40	148.15	-0.481481	-4.558	-3.077	-0.214	-0.144
	2	21.33	14.40	74.07	0.148936	1.801	3.283	5.066	9.233
	3	21.33	14.40	49.38	0.215077	0.225	1.706	0.632	4.798
	4	21.33	14.40	37.04	0.225247	0.042	1.524	0.119	4.285
Secara Umum	1	20.33	15.43	131.79	-0.317901	-5.464	-4.146	-0.269	-0.204
	2	20.33	15.43	65.90	0.205581	1.011	2.329	2.985	6.873
	3	20.33	15.43	43.93	0.258616	0.138	1.456	0.407	4.296
	4	20.33	15.43	32.95	0.266291	0.025	1.342	0.072	3.961

Hasil perhitungan kinerja sistem antrian pada **Tabel 5.7** menunjukkan bahwa fasilitas pelayanan paling optimal untuk Hari Senin yaitu sebanyak tiga fasilitas pelayanan, kemudian untuk Hari Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu dan secara umum sebanyak dua fasilitas pelayanan.

Menentukan jumlah fasilitas pelayanan yang optimal juga dapat dilihat dari persentase waktu menganggur fasilitas pelayanan menggunakan **persamaan 3.102**.

Tabel 5.8. Pengukuran Waktu Mengganggu

Sistem Antrian pada	j (orang)	ρ (%)	Waktu Mengganggu (%)
Hari Senin	1	192	-92
	2	96	4
	3	64	36
	4	48	52
Hari Selasa	1	129.01	-29.01
	2	64.51	35.49
	3	43	57
	4	32.25	67.75
Hari Rabu	1	104.94	-4.94
	2	52.47	47.53
	3	34.98	65.02
	4	26.23	73.77
Hari Kamis	1	118.93	-18.93
	2	59.47	40.53
	3	39.64	60.36
	4	29.73	70.27
Hari Jumat	1	107.30	-7.3
	2	53.65	46.35
	3	35.77	64.23
	4	26.83	73.17
Hari Sabtu	1	148.15	-48.15
	2	74.07	25.93
	3	49.38	50.62
	4	37.04	62.96
Hari Sabtu	1	131.79	-31.79
	2	65.90	34.1
	3	43.93	56.07
	4	32.95	67.05
Secara Umum	1	131.79	-31.79
	2	65.90	34.10
	3	43.93	56.07
	4	32.95	67.05

Perhitungan waktu mengganggu seperti pada **Tabel 5.8** menunjukkan bahwa waktu mengganggu fasilitas pelayanan lebih kecil ketika menggunakan dua fasilitas pelayanan pada Hari Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu dan secara umum. Maka, dapat disimpulkan bahwa menggunakan fasilitas sebanyak dua fasilitas pelayanan dalam melayani resep obat lebih optimal. Namun pada Hari Senin ketika menggunakan dua fasilitas pelayanan diperoleh angka mengganggu sangat kecil, artinya ketika menggunakan dua fasilitas pelayanan sistem akan bekerja sangat padat. Sehingga, pada Hari Senin di sarankan untuk menggunakan tiga fasilitas pelayanan.

Optimasi pelayanan pada sistem antrian apotek Puskesmas Ngaglik I berdasarkan penelitian ini dapat dilakukan dengan dua cara:

1. Melakukan optimasi pelayanan perharinya yaitu dengan mengurangi jumlah fasilitas pelayanan pada Hari Senin menjadi tiga fasilitas pelayanan dan Hari Selasa, Rabu, Kamis, Jumat dan Sabtu menjadi dua fasilitas pelayanan.
2. Melakukan optimasi pelayanan secara umum yaitu dengan menetapkan jumlah fasilitas pelayanan pada apotek Puskesmas Ngaglik I bagian pengambilan dan peracikan obat sebanyak dua fasilitas pelayanan.

BAB 6

PENUTUP

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah peneliti lakukan, diperoleh hasil:

1. Kinerja sistem antrian yang terjadi pada bagian apotek Puskesmas Ngaglik I pada kondisi ramai yaitu memiliki tingkat kegunaan fasilitas di bawah 50%, rata-rata resep obat menunggu dalam antrian dibawah 2 resep obat per jamnya, rata-rata resep obat menunggu dalam sistem antrian dibawah 3 resep obat per jamnya, rata-rata waktu menunggu resep obat dalam antrian masih di bawah 1 menit per resep obat dan rata-rata waktu menunggu resep obat dalam sistem antrian masih di bawah 6 menit per resep obat. Artinya fasilitas pelayanan bekerja sangat longgar.
2. Jumlah fasilitas pelayanan yang optimal atau ideal pada bagian Apotek Puskesmas Ngaglik I pada kondisi ramai yaitu tiga fasilitas pelayanan pada Hari Senin dan dua fasilitas pelayanan pada Hari Selasa, Rabu, Kamis, Jumat dan Sabtu. Optimasi pelayanan juga dapat dilakukan secara menyeluruh yaitu dengan menetapkan 2 fasilitas pelayanan setiap harinya.

6.2 Saran

Saran yang dapat peneliti berikan adalah sebagai berikut:

1. Puskesmas Ngaglik I dapat melakukan optimasi pelayanan pada apotek Puskesmas Ngaglik I bagian pengambilan atau peracikan obat perharinya yaitu dengan mengurangi jumlah fasilitas pelayanan pada Hari Senin menjadi tiga fasilitas pelayanan (asisten apoteker) dan Hari Selasa, Rabu, Kamis, Jumat dan Sabtu menjadi dua fasilitas pelayanan (asisten apoteker).
2. Puskesmas Ngaglik I dapat melakukan optimasi pelayanan pada apotek Puskesmas Ngaglik I bagian pengambilan atau peracikan obat perharinya secara umum yaitu dengan menetapkan jumlah fasilitas pelayanan pada sebanyak dua fasilitas pelayanan (asisten apoteker).

3. Optimasi pelayanan pada penelitian ini hanya dilihat dari perhitungan matematis, sehingga untuk penelitian selanjutnya dapat ditambahkan optimasi pelayanan dengan melakukan analisis biaya.
4. Penelitian dilakukan ketika ada siswa PKL sehingga jumlah fasilitas yang ada lebih banyak, untuk itu diharapkan pada penelitian selanjutnya melakukan penelitian ketika tidak ada siswa PKL.
5. Secara umum, dua fasilitas pelayanan pada apotek Puskesmas Ngaglik I bagian pengambilan atau peracikan obat sudah optimal. Ketika ada siswa untuk PKL, disarankan maksimal hanya menerima dua siswa saja. Karena, dengan adanya 4 fasilitas pelayanan, sistem antrian sudah bekerja sangat longgar.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah, S., Susilo, S., Ula, S., Aswata, Valentika, N., Istiyarti, S., et al. (2020). Alogaritma Membangkitkan Proses Poisson Majemuk dengan Komponen Proses Poisson Nonhomogen Fungsi Linear dan Komponen Berdistribusi Eksponensial. *Statistika dan Matematika*.
- Aditama, T. Y., & Wardhani, L. P. (2013). Distribusi Waktu Tunggu pada Antrian dengan Menggunakan Disiplin Pelayanan Prioritas (Studi Kasus: Instalasi Rawat Darurat Di RSUD Dr. Soetomo Surabaya). *Sains dan Seni Pomits*.
- Agustina, Y., & Aminudin. (2018). Mengukur Efektivitas dan Pemodelan Sistem Antrian pada Polsek Pamulang Kota Tangerang Selatan. *Manajemen Kompeten*.
- Anisah, S., Sugito, & Suparti. (2015). Analisis Antrian dalam Optimalisasi Sistem Pelayanan Kereta Api di Stasiun Purwosari dan Solo Balapan . *Gaussian*.
- Ary, M. (2019). Analisis Model Sistem Antrian pada Pelayanan Administrasi. *Tekno Inseftif*.
- Aulele, S. N. (2014). Analisis Sistem Antrian pada Bank Mandiri Cabang Ambon . *Barekeng*.
- BPS. (2019). *Sosial dan Kependudukan*. Retrieved Maret 05, 2020, from Badan Pusat Statistika Provinsi D.I. Yogyakarta: yogyakarta.bps.go.id
- dinkes.slemankab. (2018). *Data dan Infografis*. Retrieved Maret 08, 2020, from Dinas Kesehatan Kabupaten Sleman: <https://dinkes.slemankab.go.id/>
- Dominica, D., Putra, D. P., & Yuliharsi. (2016). Pengaruh Kehadiran Apoteker Terhadap Pelayanan Kefarmasian di Apotek di Kota Padang. *Sains Farmasi dan Klinis*.
- Ferianto, E. J., Insani, N., & Subekti, R. (2016). Optimasi Pelayanan Antrian Multi Channel (M/M/c) pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) Sagan Yogyakarta. *Pendidikan Matematika dan Sains*.
- Hernanda, F. O. (2014). Pemodelan Kelahiran Murni dan Kematian Murni dengan Dua Jenis Kelamin dengan Proses Stokastik. *Matematika UNAND*.

- Irawan, H. T., Pamungkas, I., & Muzakir. (2018). Penerapan Model Antrian pada Apotek Puskesmas Ingin Jaya Kabupaten Aceh Besar. *Optimalisasi*.
- Kakiay, T. J. (2004). *Dasar teori Antrian*. Yogyakarta: Andi.
- kemendikbud. (2019). *KBBI Daring*. Retrieved February 24, 2020, from KBBI Daring: kbbi.kemdikbud.go.id
- kemenkes. (2017). *Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia Nomor 9 Tahun 2017 tentang Apotek*. Jakarta: Kementerian Kesehatan Republik Indonesia.
- Mulyati, D., Qasir, A., Alsyah, O., Yana, S., & Satria, D. (2019). Model Antrian pada Apotek Puskesmas Ingin Jaya Aceh Besar. *SNTI*.
- Nadeak, S., Sugito, & Suparti. (2016). Analisis Antrian pasien Instalasi Rawat Jalan Politeknik lantai 1 dan 2 RSUD Cengkareng, Jakarta. *Gaussian*.
- pkmngaglik1. (2019). Retrieved 1 06, 2020, from Puskesmas Ngaglik I: <https://pkmngaglik1.slemankab.go.id/>
- Pratama, A. (2014). Model Simulasi Antrian dengan Metode Kolmogorov-Smirnov Normal pada Unit Pelayanan. *Edik Informatika*.
- Prayogo, D. D., Pondaag, J. J., & Tumewu, F. (2017). Analisis Sistem Antrian dan Optimalisasi Pelayanan Teller pada PT BANK Sulutigo. *EMBA*.
- Raharjo, K., Nurhajati, & Wahono, B. (2018). Analisis Teori Antrian dengan Multi Channel (M/M/c) pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) (Studi pada SPBU Soekarno Hatta Malang). *Riset Manajemen*.
- Sagita, D. A., & Sari, E. R. (2018). Optimasi Produksi Air Mineral kemasan Menggunakan Program Nonlinear dengan Mengaplikasikan Algoritma Branch and Bound pada PT. Mitra Tirta Buwana. *Matematika*.
- Sari, N. P., Sugito, & Warsito, B. (2016). Penerapan Teori Antrian pada Pelayanan Teller Bank X Kantor Cabang Pembantu Putri Sentra Niaga. *Gaussian*.
- Seputra, Y. E. (2012). *Modul Perkuliahan Statistika dan Probabilitas*. Universitas Mercu Buana.
- Soetoeti, Z. (1986). *Metode Statistika I*. Jakarta: Karunika Jakarta Universitas Terbuka.

- Sugiko, A. (2013). Perbandingan Algoritma Bee Colony dengan Algoritma Bee Colony Tabu List dalam Penjadwalan Flow Shop. *Metris*.
- Sugito, Prahutama, A., Warsito, B., Mukid, M. A., & Sari, N. P. (2017). Model Stokhastik Antrian Non Poisson pada Pelayanan Perbankan. *Statistika Unimus*.
- Sujoko, A., & Chalidyanto, D. (2015). Analisis Antrian Pelayanan Obat Non Racikan di Instalasi Farmasi Rawat Jalan. *Administrasi Kesehatan Indonesia*.
- Syarifah, W., Pono, M., & Munizu, M. (2018). Analisis Sistem Antrian dalam Mengoptimalkan Pelayanan Pasien Rawat Jalan di RSUD Haji Makasar. *Bisnis, Manajemen dan Informasi*.
- Syukron, A., & Hasan, N. (2015). Perancangan Sistem Informasi Rawat Jalan Berbasis Web Pada Puskesmas Winong. *Bianglala Informatika*.
- Turang, D. A. (2017). Sematic Web untuk Pencarian Lembaga Pendidikan Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta. *Mantik Penusa*.
- Walpole, R., & Myers, R. H. (1995). *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuan*. Bandung: ITB.
- Wati, R. (2017). Sistem Antrian Pelayanan Pasien pada Puskesmas Kelurahan Setiabudi Jakarta Selatan dengan Menggunakan Metode Waiting Line. *Techno Nusa Mandiri*.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Hasil Observasi

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
Senin, 20 Januari 2020	1	08:26	08:26				08:30
	2	08:26		08:26			08:30
	3	08:26			08:26		08:34
	4	08:39				08:39	08:45
	5	08:40	08:40				08:45
	6	08:44		08:44			08:48
	7	08:47			08:47		08:52
	8	08:51				08:51	08:54
	9	09:03	09:03				09:06
	10	09:05		09:05			09:08
	11	09:09			09:09		09:13
	12	09:11				09:11	09:14
	13	09:14	09:14				09:20
	14	09:15		09:15			09:20
	15	09:16			09:16		09:22
	16	09:22				09:22	09:26
	17	09:23	09:23				09:27
	18	09:24		09:24			09:30
	19	09:25			09:25		09:29
	20	09:25				09:27	09:32
	21	09:34	09:34				09:36
	22	09:35		09:35			09:43
	23	09:35			09:35		09:43
	24	09:35				09:35	09:45
	25	09:35	09:37				09:46
	26	09:44		09:44			09:47
	27	09:46			09:46		09:50
	28	09:46				09:46	09:56
	29	09:51	09:52				09:56
	30	09:54		09:54			09:58
	31	09:57			09:57		09:59
	32	09:58				09:58	10:03
	33	09:59	09:59				10:05
	34	10:00		10:00			10:06
	35	10:00			10:00		10:09
	36	10:02				10:03	10:09
	37	10:02	10:06				10:10
	38	10:03		10:06			10:18
	39	10:06			10:09		10:19
	40	10:08				10:09	10:19
	41	10:16	10:17				10:22
	42	10:16		10:19			10:22
	43	10:20			10:20		10:24
	44	10:21				10:21	10:25
	45	10:25	10:25				10:28
	46	10:26		10:26			10:28
	47	10:26			10:26		10:33
	48	10:27				10:27	10:29
	49	10:28	10:29				10:34
	50	10:33		10:33			10:40
	51	10:37			10:37		10:41
	52	10:38				10:38	10:42
	53	10:40	10:40				10:43
	54	10:47		10:47			10:54
	55	10:48			10:48		10:50
	56	10:49				10:49	10:55
	57	10:52	10:52				10:55
	58	10:55		10:55			11:00
	59	10:57			10:57		11:01
	60	10:58				10:58	11:09

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	61	11:01	11:02				11:04
	62	11:04		11:04			11:07
	63	11:07			11:07		11:15
	64	11:08				11:10	11:12
	65	11:16	11:16				11:21
	66	11:18		11:18			11:23
	67	11:18			11:18		11:24
	68	11:20				11:20	11:26
	69	11:22	11:22				11:26
	70	11:24		11:24			11:28
	71	11:36			11:36		11:43
	72	11:37				11:37	11:45
	73	11:38	11:38				11:46
	74	11:43		11:43			11:50
	75	11:44			11:44		11:52
	76	11:48				11:49	11:53
	77	11:51	11:52				11:54
	78	11:51		11:52			11:57
	79	11:52			11:53		11:58
	80	11:53				11:54	11:59
	81	11:56	11:56				12:00
	82	11:58		11:59			12:02
Selasa. 21 januari 2020	83	08:18	08:18				08:24
	84	08:18		08:18			08:24
	85	08:22			08:22		08:26
	86	08:24				08:24	08:28
	87	08:25	08:25				08:30
	88	08:27		08:27			08:31
	89	08:29			08:29		08:33
	90	08:31				08:31	08:33
	91	08:34	08:34				08:38
	92	08:39		08:39			08:42
	93	08:42			08:42		08:46
	94	08:46				08:46	08:47
	95	08:46	08:46				08:47
	96	08:47		08:47			08:52
	97	08:51			08:51		08:52
	98	08:56				08:56	08:57
	99	08:58	08:58				09:05
	100	08:59		09:00			09:05
	101	09:02			09:03		09:05
	102	09:03				09:04	09:07
	103	09:04	09:06				09:10
	104	09:08		09:08			09:10
	105	09:09			09:09		09:12
106	09:13				09:13	09:16	
107	09:14	09:14				09:25	
108	09:16		09:16			09:23	
109	09:21			09:21		09:24	
110	09:22				09:22	09:26	
111	09:24	09:26				09:28	
112	09:26		09:26			09:30	
113	09:29			09:29		09:31	
114	09:30				09:30	09:52	
115	09:31	09:31				09:37	
116	09:34		09:34			09:38	
117	09:34			09:34		09:39	
118	09:39	09:39				09:42	
119	09:40		09:40			09:45	
120	09:41			09:41		09:47	
121	09:43	09:43				09:48	
122	09:46		09:46			09:54	
123	09:46			09:47		09:54	

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	124	09:48	09:49				09:56
	125	09:53				09:53	10:01
	126	09:55		09:55			10:00
	127	09:57			09:57		10:03
	128	10:00	10:01				10:04
	129	10:05		10:05			10:08
	130	10:08				10:08	10:11
	131	10:09			10:09		10:10
	132	10:10	10:10				10:13
	133	10:14		10:14			10:16
	134	10:16			10:16		10:19
	135	10:19				10:19	10:24
	136	10:21	10:21				10:27
	137	10:24		10:24			10:29
	138	10:25			10:25		10:30
	139	10:30				10:30	10:35
	140	10:35	10:35				10:37
	141	10:46		10:46			10:47
	142	10:46			10:46		10:48
	143	10:46				10:46	10:49
	144	10:48	10:48				10:52
	145	10:55		10:56			10:56
	146	10:57			10:57		11:00
	147	11:00				11:00	11:01
	148	11:02	11:02				11:04
	149	11:04		11:04			11:05
	150	11:06			11:06		11:09
	151	11:06				11:06	11:11
	152	11:12	11:12				11:17
	153	11:21		11:21			11:25
	154	11:24			11:24		11:27
	155	11:24				11:24	11:27
	156	11:31	11:31				11:34
	157	11:36		11:36			11:38
	158	11:38			11:38		11:40
	159	11:40				11:40	11:42
	160	11:43	11:43				11:45
	161	11:43		11:43			11:46
	162	11:51			11:51		11:53
	163	11:57				11:57	11:58
Rabu, 22 Januari 2020	164	08:09	08:09				08:13
	165	08:09		08:09			08:15
	166	08:16			08:16		08:17
	167	08:18				08:18	08:18
	168	08:26	08:26				08:27
	169	08:27		08:27			08:31
	170	08:27			08:27		08:33
	171	08:37				08:37	08:40
	172	08:47	08:47				08:50
	173	08:51		08:51			08:56
	174	08:52			08:52		08:54
	175	08:52				08:52	08:58
	176	08:54	08:54				08:58
	177	08:58		08:58			09:00
	178	08:59			08:59		09:01
	179	09:10				09:10	09:12
	180	09:11	09:11				09:15
	181	09:12		09:13			09:18
	182	09:12			09:13		09:18
	183	09:13				09:13	09:21
	184	09:14	09:16				09:21
	185	09:14		09:19			09:26
	186	09:18			09:19		09:26

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	187	09:19				09:21	09:29
	188	09:19	09:21				09:29
	189	09:20		09:26			09:30
	190	09:24			09:26		09:31
	191	09:25				09:29	09:31
	192	09:27	09:31				09:32
	193	09:27		09:31			09:32
	194	09:31			09:31		09:38
	195	09:34				09:34	09:40
	196	09:38	09:38				09:46
	197	09:47		09:47			09:50
	198	09:48			09:48		09:51
	199	09:56				09:56	10:00
	200	09:57	09:57				10:00
	201	10:05		10:05			10:07
	202	10:05			10:05		10:09
	203	10:06				10:06	10:11
	204	10:13	10:13				10:16
	205	10:15		10:15			10:23
	206	10:18			10:18		10:23
	207	10:21				10:21	10:25
	208	10:26	10:26				10:29
	209	10:32		10:32			10:35
	210	10:36			10:36		10:37
	211	10:36				10:36	10:39
	212	10:38	10:38				10:40
	213	10:41		10:41			10:44
	214	10:42			10:42		10:45
	215	10:46				10:46	10:49
	216	10:47	10:47				10:50
	217	10:53		10:53			10:58
	218	10:55			10:55		10:58
	219	11:00				11:00	11:03
	220	11:01	11:01				11:05
	221	11:01		11:01			11:06
	222	11:05			11:05		11:07
	223	11:06				11:06	11:12
	224	11:16	11:16				11:19
	225	11:18		11:18			11:20
	226	11:19			11:19		11:22
	227	11:19				11:19	11:23
	228	11:19	11:20				11:24
	229	11:29		11:29			11:32
	230	11:32			11:32		11:35
	231	11:35				11:35	11:38
	232	11:36	11:37				11:39
	233	11:39		11:39			11:41
	234	11:44			11:44		11:47
	235	11:47				11:47	11:48
	236	11:54	11:54				11:57
	237	11:56		11:56			11:57
	238	11:58			11:58		12:02
	239	12:00				12:00	12:04
Kamis, 23 Januari 2020	240	08:25	08:25				08:33
	241	08:28		08:28			08:33
	242	08:35				08:35	08:38
	243	08:37				08:37	08:41
	244	08:41	08:41				08:44
	245	08:43		08:43			08:46
	246	08:45				08:45	08:49
	247	08:46				08:46	08:52
	248	08:47	08:47				08:53
	249	08:50			08:50		08:54

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	250	08:52			08:52		09:16
	251	08:53				08:54	09:00
	252	09:04	09:04				09:07
	253	09:10		09:10			09:17
	254	09:14				09:14	09:20
	255	09:17			09:17		09:21
	256	09:19	09:19				09:22
	257	09:24		09:24			09:27
	258	09:32			09:32		09:40
	259	09:32				09:32	09:42
	260	09:37	09:37				09:42
	261	09:44		09:44			09:48
	262	09:45			09:45		09:48
	263	09:45				09:45	10:00
	264	09:50	09:50				10:00
	265	09:53		09:53			10:03
	266	09:59			09:59		10:05
	267	09:59				10:00	10:03
	268	09:59	10:00				10:05
	269	10:07		10:08			10:11
	270	10:14			10:14		10:15
	271	10:15				10:15	10:18
	272	10:15	10:15				10:20
	273	10:16		10:16			10:20
	274	10:18			10:18		10:21
	275	10:20				10:20	10:26
	276	10:26	10:26				10:35
	277	10:29		10:29			10:37
	278	10:35			10:35		10:37
	279	10:35				10:35	10:38
	280	10:35	10:36				10:39
	281	10:41		10:41			10:44
	282	10:43			10:43		10:46
	283	10:46				10:46	10:50
	284	10:50	10:50				10:55
	285	10:57		10:57			10:57
	286	10:59			10:59		11:02
	287	11:03				11:03	11:09
	288	11:05	11:05				11:11
	289	11:08		11:08			11:14
	290	11:10			11:10		11:16
	291	11:12				11:12	11:19
	292	11:13	11:13				11:18
	293	11:14		11:14			11:21
	294	11:14			11:16		11:21
	295	11:16				11:19	11:22
	296	11:17	11:18				11:24
	297	11:21		11:22			11:24
	298	11:24			11:24		11:26
	299	11:25				11:25	11:26
	300	11:27	11:27				11:29
	301	11:36		11:36			11:41
	302	11:37			11:37		11:42
	303	11:37				11:37	11:42
	304	11:41	11:41				11:44
	305	11:45		11:45			11:47
	306	11:49			11:49		11:52
	307	11:52				11:53	11:55
	308	11:52	11:53				11:55
	309	11:53		11:53			11:56
	310	11:55			11:55		12:02
	311	11:57				11:57	11:59
	312	08:14	08:14				08:19

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
24 Januari 2020	313	08:15		08:15			08:23
	314	08:18			08:18		08:28
	315	08:20				08:20	08:48
	316	08:21	08:21				08:29
	317	08:24		08:24			08:31
	318	08:27			08:28		08:34
	319	08:27	08:29				08:49
	320	08:32		08:32			08:49
	321	08:33			08:34		08:49
	322	08:37				08:48	08:53
	323	08:37			08:49		08:55
	324	08:38		08:49			08:55
	325	08:39	08:39				08:45
	326	08:40				08:53	08:56
	327	08:41			08:45		08:56
	328	08:44	08:55				08:56
	329	08:44		08:55			08:58
	330	08:45				08:56	09:02
	331	08:46	08:56				09:03
	332	08:47			08:56		09:04
	333	08:47		08:58			09:06
	334	08:50				09:02	09:07
	335	08:53	09:03				09:09
	336	08:57			09:04		09:09
	337	09:00		09:06			09:22
	338	09:03				09:07	09:13
	339	09:03	09:09				09:13
	340	09:03			09:09		09:22
	341	09:18				09:18	09:32
	342	09:18	09:18				09:24
	343	19:19		09:22			09:27
	344	09:21			09:22		09:28
	345	09:21	09:24				09:30
	346	09:22		09:27			09:30
	347	09:26			09:28		09:31
	348	09:29	09:30				09:32
	349	09:40		09:40			09:41
	350	09:50			09:50		09:55
	351	09:58				09:58	10:03
	352	09:58	09:58				10:03
	353	10:00		10:00			10:04
	354	10:05			10:05		10:06
	355	10:07				10:07	10:23
	356	10:10	10:10				10:17
	357	10:16		10:16			10:16
	358	10:16			10:16		10:22
	359	10:25				10:25	10:28
	360	10:25	10:25				10:29
	361	10:33		10:33			10:38
	362	10:36			10:37		10:44
	363	10:42				10:42	10:48
	364	10:47	10:47				10:50
	365	10:47		10:47			10:52
	366	10:49			10:49		10:54
	367	11:01				11:01	11:03
	368	11:01	11:01				11:06
	369	11:02		11:02			11:06
	370	11:09			11:09		11:12
	371	11:10				11:11	11:14
	372	11:15	11:15				11:20
	373	11:17		11:17			11:20
	374	11:17			11:17		11:23
	375	11:21				11:21	11:24

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	376	11:21	11:21				11:26
	377	11:23		11:23			11:27
Senin, 27 Januari 2020	378	08:30	08:30				08:34
	379	08:35		08:35			08:39
	380	08:36			08:36		08:39
	381	08:37				08:37	08:40
	382	08:46	08:46				08:49
	383	08:48		08:48			08:55
	384	08:53			08:53		08:56
	385	08:55				08:55	08:56
	386	09:04	09:04				09:05
	387	09:05		09:05			09:07
	388	09:09			09:09		09:12
	389	09:09				09:09	09:15
	390	09:09	09:09				09:15
	391	09:11		09:11			09:17
	392	09:12			09:13		09:18
	393	09:13				09:15	09:18
	394	09:14	09:15				09:20
	395	09:15		09:17			09:20
	396	09:15			09:18		09:21
	397	09:18				09:18	09:41
	398	09:18	09:20				09:25
	399	09:19		09:20			09:25
	400	09:22			09:22		09:29
	401	09:23	09:25				09:31
	402	09:24		09:25			09:31
	403	09:24			09:29		09:34
	404	09:24	09:31				09:40
	405	09:26		09:31			09:42
	406	09:34			09:34		09:42
	407	09:39	09:40				10:45
	408	09:41				09:41	09:48
	409	09:44		09:44			09:54
	410	09:46			09:46		09:54
	411	09:51	09:51				09:57
	412	09:53				09:53	09:57
	413	09:55		09:55			10:00
	414	09:57			09:57		10:05
	415	09:59	09:59				10:05
416	10:02		10:02			10:10	
417	10:03				10:03	10:12	
418	10:08			10:08		10:13	
419	10:10	10:10				10:14	
420	10:11		10:11			10:15	
421	10:14			10:15		10:17	
422	10:18				10:18	10:22	
423	10:23	10:23				10:30	
424	10:29		10:30			10:31	
425	10:32			10:32		10:34	
426	10:33				10:33	10:36	
427	10:35	10:35				10:39	
428	10:42		10:42			10:46	
429	10:42			10:42		10:46	
430	10:47				10:47	10:54	
431	10:48	10:48				10:56	
432	10:51		10:51			10:57	
433	10:53			10:53		10:57	
434	10:54				10:55	10:57	
435	10:57	10:57				11:02	
436	10:59		10:59			10:59	
437	11:01			11:01		11:04	
438	11:01				11:01	11:04	

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	439	11:03	11:03				11:04
	440	11:04		11:04			11:07
	441	11:08			11:09		11:12
	442	11:08				11:09	11:12
	443	11:14	11:14				11:18
	444	11:18		11:18			11:22
	445	11:32			11:32		11:35
	446	11:34				11:34	11:38
	447	11:34	11:34				11:40
	448	11:34		11:34			11:40
	449	11:37			11:37		11:42
	450	11:39				11:39	11:42
	451	11:39	11:40				11:45
	452	11:44		11:44			11:47
	453	11:48			11:48		11:57
	454	11:48				11:48	11:57
	455	11:49	11:49				11:57
	456	11:51		11:51			12:19
	457	11:51			11:57		12:00
	458	11:51				11:57	12:02
Selasa, 28 Januari 2020	459	08:20	08:20				08:21
	460	08:27		08:27			08:28
	461	08:28			08:28		08:30
	462	08:33				08:33	08:36
	463	08:35	08:35				08:40
	464	08:38		08:38			08:42
	465	08:42			08:42		08:45
	466	08:51				08:51	08:54
	467	08:54	08:54				08:56
	468	08:54		08:54			08:57
	469	08:59			08:59		09:03
	470	09:00				09:00	09:03
	471	09:06	09:07				09:09
	472	09:07		09:07			09:12
	473	09:07			09:07		09:11
	474	09:08				09:08	09:12
	475	09:14	09:14				09:17
	476	09:16		09:16			09:19
	477	09:20			09:20		09:22
	478	09:22				09:22	09:31
	479	09:22	09:22				09:26
	480	09:22		09:22			09:26
	481	09:23			09:23		09:27
	482	09:24	09:26				09:33
	483	09:27		09:27			09:28
	484	09:29			09:29		09:35
	485	09:29		09:28			09:35
	486	09:34				09:34	09:36
	487	09:34	09:34				09:41
	488	09:35		09:36			09:38
	489	09:35			09:36		09:42
	490	09:38				09:38	09:41
	491	09:40		09:40			09:45
492	09:43	09:43				09:46	
493	09:44			09:44		09:48	
494	09:49				09:49	09:51	
495	09:49	09:49				09:58	
496	09:53		09:53			09:58	
497	09:54			09:54		09:58	
498	09:55				09:56	09:58	
499	10:00	10:00				10:03	
500	10:04		10:05			10:07	
501	10:06				10:06	10:08	

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	502	10:06				10:06	10:10
	503	10:22	10:22				10:26
	504	10:26		10:26			10:28
	505	10:26			10:26		10:31
	506	10:28				10:28	10:32
	507	10:32	10:33				10:35
	508	10:33		10:33			10:37
	509	10:48			10:48		10:55
	510	10:48				10:48	10:56
	511	10:52	10:52				10:57
	512	10:52		10:52			10:57
	513	10:54			10:55		10:59
	514	10:55				10:55	11:01
	515	10:57	10:57				11:04
	516	10:57		10:57			11:03
	517	11:03			11:03		11:05
	518	11:09				11:09	11:15
	519	11:11	11:11				11:18
	520	11:14		11:14			11:18
	521	11:20			11:20		11:22
	522	11:23				11:23	11:25
	523	11:23	11:23				11:27
	524	11:23		11:23			11:25
	525	11:26			11:26		11:29
	526	11:32				11:32	11:38
	527	11:32	11:32				11:35
	528	11:37		11:38			11:43
	529	11:40			11:40		11:43
	530	11:42				11:42	11:45
	531	11:48	11:48				11:51
	532	11:52		11:52			11:55
	533	11:55			11:55		11:59
	534	11:57				11:57	12:04
	535	11:57	11:57				12:05
	536	11:57		11:57			12:04
Rabu, 29 Januari 2020	537	08:15	08:15				08:20
	538	08:15		08:15			08:26
	539	08:17			08:17		08:26
	540	08:20				08:20	08:26
	541	08:26	08:26				08:27
	542	08:29		08:29			08:33
	543	08:32			08:32		08:37
	544	08:33				08:33	08:42
	545	08:34	08:34				08:37
	546	08:40		08:40			08:41
	547	08:43			08:43		08:47
	548	08:43				08:43	08:47
	549	08:46	08:46				08:49
	550	08:48		08:48			08:51
	551	08:48			08:48		08:52
	552	08:49				08:49	08:52
	553	08:52	08:53				08:55
	554	08:55		08:55			08:59
	555	08:58			08:58		09:01
	556	08:58				08:58	09:01
	557	09:01	09:03				09:06
	558	09:03		09:03			09:07
	559	09:11			09:11		09:14
	560	09:14				09:14	09:17
	561	09:17	09:17				09:19
	562	09:21		09:21			09:24
	563	09:21			09:21		09:24
	564	09:38				09:38	09:42

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	565	09:38	09:38				09:42
	566	09:40		09:40			09:42
	567	09:42			09:42		09:44
	568	09:48				09:48	09:51
	569	09:49	09:49				09:55
	570	09:50		09:50			09:55
	571	09:51			09:51		09:55
	572	09:57				09:57	10:00
	573	10:03	10:03				10:06
	574	10:05		10:05			10:08
	575	10:11			10:11		10:13
	576	10:16				10:16	10:19
	577	10:21	10:21				10:23
	578	10:23		10:23			10:25
	579	10:28			10:28		10:30
	580	10:34				10:34	10:37
	581	10:34	10:34				10:38
	582	10:35		10:36			10:38
	583	10:40			10:40		10:43
	584	10:44				10:44	10:45
	585	10:46	10:46				10:48
	586	10:50		10:50			10:51
	587	10:51			10:51		10:54
	588	10:53				10:54	10:55
	589	10:53	10:54				10:56
	590	11:14		11:14			11:17
	591	11:16			11:16		11:18
	592	11:17				11:17	11:20
	593	11:25	11:25				11:28
	594	11:26		11:26			11:30
	595	11:26			11:26		11:31
	596	11:28				11:29	11:33
	597	11:29	11:29				11:34
	598	11:32		11:33			11:36
	599	11:37			11:37		11:41
	600	11:39				11:40	11:42
	601	11:44	11:45				11:48
	602	11:47		11:47			11:50
	603	11:52			11:52		11:56
	604	11:53				11:54	11:58
	605	11:54	11:54				11:56
	606	11:54		11:55			11:56
	607	11:56			11:56		11:58
Kamis, 30 Januari 2020	608	08:29	08:29				08:34
	609	08:36		08:36			08:43
	610	08:40			08:40		08:43
	611	08:42				08:42	08:46
	612	08:42	08:42				08:46
	613	08:48		08:48			08:56
	614	08:53			08:53		08:56
	615	09:00				09:01	09:03
	616	09:00	09:01				09:03
	617	09:02		09:02			09:05
	618	09:04			09:04		09:11
	619	09:05				09:05	09:10
	620	09:05	09:05				09:11
	621	09:09		09:09			09:12
	622	09:10			09:10		09:13
	623	09:14				09:15	09:20
	624	09:23	09:23				09:26
625	09:27		09:27			09:31	
626	09:34			09:34		09:37	
627	09:39				09:39	09:41	

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	628	09:40	09:40				09:43
	629	09:44		09:44			09:47
	630	09:50			09:50		09:55
	631	09:56				09:56	09:58
	632	09:57	09:57				10:00
	633	10:05		10:05			10:07
	634	10:07			10:07		10:09
	635	10:08				10:10	10:13
	636	10:17	10:17				10:23
	637	10:17		10:17			10:23
	638	10:25			10:25		10:28
	639	10:26				10:16	10:30
	640	10:26	10:26				10:32
	641	10:29		10:30			10:32
	642	10:32			10:32		10:37
	643	10:34				10:35	10:44
	644	10:37	10:37				10:44
	645	10:41		10:41			10:47
	646	10:41			10:41		10:46
	647	10:53				10:53	10:55
	648	10:55	10:55				10:58
	649	11:02		11:02			11:06
	650	11:03			11:03		11:10
	651	11:03				11:03	11:06
	652	11:04	11:06				11:10
	653	11:09		11:09			11:14
	654	11:18			11:18		11:23
	655	11:24				11:24	11:28
	656	11:25	11:26				11:28
	657	11:28		11:28			11:32
	658	11:34			11:34		11:35
	659	11:37				11:37	11:40
	660	11:40	11:40				11:46
	661	11:43		11:43			11:46
	662	11:43			11:43		11:49
	663	11:51				11:51	11:57
	664	11:52	11:52				11:57
	665	11:57		11:57			12:01
	666	11:58			11:58		12:01
	667	11:58				11:58	12:04
	668	11:59	12:01				12:04
Jumat, 31 Januari 2020	669	08:14	08:14				08:18
	670	08:23		08:23			08:26
	671	08:27			08:27		08:32
	672	08:28				08:31	08:34
	673	08:30	08:31				08:41
	674	08:32		08:33			08:43
	675	08:36			08:37		08:43
	676	08:36				08:37	08:44
	677	08:38	08:41				08:46
	678	08:39		08:43			08:47
	679	08:41			08:43		08:49
	680	08:42				08:44	08:49
	681	08:48	08:49				08:51
	682	08:48		08:49			08:52
	683	08:58			08:58		09:02
	684	08:58				08:58	09:00
	685	08:58	08:58				09:03
	686	08:58		08:58			09:06
	687	09:02			09:02		09:07
	688	09:13				09:13	09:18
	689	09:14	09:14				09:18
	690	09:19		09:19			09:22

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	691	09:20			09:20		09:22
	692	09:21				09:21	09:24
	693	09:22	09:22				09:27
	694	09:24		09:24			09:30
	695	09:25			09:25		09:30
	696	09:28				09:28	09:39
	697	09:28	09:28				09:44
	698	09:34		09:34			09:44
	699	09:44			09:44		09:49
	700	09:46				09:46	09:51
	701	09:50	09:50				09:54
	702	09:51		09:51			09:56
	703	09:53			09:53		09:56
	704	10:01				10:01	10:06
	705	10:03	10:03				10:06
	706	10:03		10:03			10:07
	707	10:04			10:04		10:10
	708	10:06				10:06	10:17
	709	10:13	10:13				10:17
	710	10:13		10:13			10:18
	711	10:17			10:17		10:20
	712	10:20				10:20	10:22
	713	10:23	10:23				10:25
	714	10:24		10:25			10:27
	715	10:25			10:25		10:28
	716	10:26				10:27	10:28
	717	10:29	10:29				10:33
	718	10:31		10:32			10:35
	719	10:37			10:37		10:41
	720	10:41				10:41	10:48
	721	10:43	10:43				10:46
	722	10:45		10:45			10:50
	723	10:45			10:45		10:50
	724	10:52				10:52	10:58
	725	10:52	10:52				10:55
	726	10:58		10:58			11:11
	727	11:01			11:01		11:04
	728	11:06				11:06	11:10
	729	11:07	11:08				11:12
	730	11:10			11:10		11:12
	731	11:10				11:10	11:15
	732	11:12		11:12			11:15
	733	11:13	11:13				11:19
	734	11:16		11:16			11:17
	735	11:19			11:19		11:21
Sabtu, 01 Februari 2020	736	08:18	08:18				08:24
	737	08:19		08:19			08:24
	738	08:24			08:24		08:27
	739	08:30				08:30	08:33
	740	08:31	08:31				08:36
	741	08:42		08:42			08:46
	742	08:44			08:44		08:46
	743	08:44				08:44	08:47
	744	08:45	08:45				08:49
	745	08:47		08:47			08:49
	746	08:51			08:51	08:55	
	747	09:00				09:00	09:05
	748	09:00	09:01				09:07
	749	09:00		09:01			09:08
	750	09:02			09:05		09:10
	751	09:03				09:05	09:17
	752	09:06	09:07				09:17
	753	09:06		09:08			09:18

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	754	09:11			09:11		09:19
	755	09:12				09:17	09:19
	756	09:12	09:17				09:24
	757	09:13		09:18			09:25
	758	09:17			09:19		09:27
	759	09:19				09:19	09:31
	760	09:20	09:20				09:35
	761	09:25		09:25			09:35
	762	09:27			09:28		09:35
	763	09:27				09:31	09:42
	764	09:33	09:35				09:44
	765	09:36		09:37			09:44
	766	09:36			09:37		09:45
	767	09:42				09:42	09:46
	768	09:54	09:54				09:59
	769	09:54		09:54			10:04
	770	09:54			09:54		10:02
	771	09:54				09:54	10:04
	772	09:56	09:59				10:07
	773	10:02			10:02		10:08
	774	10:03		10:04			10:07
	775	10:04				10:04	10:08
	776	10:11	10:11				10:16
	777	10:12		10:12			10:17
	778	10:17			10:17		10:20
	779	10:21				10:21	10:23
	780	10:23	10:23				10:26
	781	10:28		10:28			10:29
	782	10:29			10:29		10:30
	783	10:32				10:32	10:52
	784	10:32	10:32				10:37
	785	10:33		10:34			10:40
	786	10:33			10:34		10:40
	787	10:33				10:34	10:45
	788	10:36	10:37				10:47
	789	10:43		10:43			10:48
	790	10:43			10:43		10:48
	791	10:44				10:45	10:52
	792	10:45	10:47				10:56
	793	10:47		10:48			10:56
	794	10:47			10:48		11:00
	795	10:52				10:52	11:01
	796	10:54	10:56				11:03
	797	10:55		10:56			11:03
	798	10:56			11:00		11:10
	799	10:57				11:01	11:10
	800	11:00	11:03				11:11
	801	11:01		11:03			11:13
	802	11:13			11:13		11:17
	803	11:18				11:18	11:22
	804	11:22	11:22				11:26
	805	11:29		11:29			11:34
	806	11:29			11:29		11:34
	807	11:34				11:34	11:38
	808	11:36	11:36				11:42
	809	11:36		11:36			11:42
	810	11:40			11:41		11:48
	811	11:43				11:43	11:48
	812	11:44	11:44				11:49
	813	11:45		11:45			11:49
	814	11:49			11:49		11:50
	815	11:52				11:52	11:54
	816	11:57	11:57				12:00

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	817	11:58		11:58			12:00
	818	12:00			12:00		12:02
Senin, 03 Februari 2020	819	08:29	08:29				08:32
	820	08:33		08:22			08:36
	821	08:34			08:34		08:38
	822	08:40				08:40	08:42
	823	08:44	08:44				08:50
	824	08:46		08:46			08:50
	825	08:50			08:50		08:55
	826	08:50				08:50	08:55
	827	08:52	08:53				08:56
	828	08:53		08:53			08:57
	829	08:54			08:55		08:57
	830	08:54				08:55	09:01
	831	08:55	08:56				09:02
	832	08:55			08:57		09:06
	833	08:57			08:58		09:05
	834	08:58				09:05	09:08
	835	09:00	09:05				09:10
	836	09:04		09:06			09:10
	837	09:13			09:14		09:15
	838	09:14				09:14	09:18
	839	09:15	09:15				09:21
	840	09:16		09:16			09:25
	841	09:22			09:22		09:26
	842	09:23				09:23	09:27
	843	09:23	09:23				09:30
	844	09:25		09:26			09:30
	845	09:33			09:33		09:35
	846	09:33				09:33	09:37
	847	09:34	09:34				09:41
	848	09:38		09:38			09:46
	849	09:41			09:41		09:46
850	09:45				09:45	09:48	
851	09:45	09:45				09:50	
852	09:51		09:51			09:57	
853	09:51			09:51		09:59	
854	09:53				09:53	10:00	
855	09:54	09:54				10:00	
856	09:55		09:57			10:02	
857	10:01			10:01		10:07	
858	10:02				10:02	10:08	
859	10:04	10:07				10:10	
860	10:04		10:07			10:13	
861	10:05			10:07		10:13	
862	10:07				10:08	10:14	
863	10:13	10:13				10:18	
864	10:14		10:14			10:20	
865	10:18			10:18		10:22	
866	10:19				10:19	10:23	
867	10:21	10:22				10:26	
868	10:22		10:22			10:27	
869	10:22			10:22		10:28	
870	10:25				10:25	10:30	
871	10:25	10:26				10:32	
872	10:25		10:27			10:30	
873	10:31			10:31		10:35	
874	10:34				10:34	10:38	
875	10:38	10:38				10:42	
876	10:39		10:39			10:42	
877	10:44			10:44		10:46	
878	10:46				10:46	10:48	
879	10:48	10:48				10:50	

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	880	10:49		10:50			10:52
	881	10:53			10:53		10:57
	882	10:53				10:53	10:59
	883	10:54	10:54				10:59
	884	10:57		10:57			11:01
	885	11:01			11:02		11:03
	886	11:05				11:05	11:07
	887	11:06	11:06				11:09
	888	11:10		11:10			11:12
	889	11:10			11:10		11:13
	890	11:10				11:10	11:14
	891	11:10	11:10				11:14
	892	11:10		11:12			11:15
	893	11:12			11:13		11:16
	894	11:17				11:17	11:21
	895	11:23	11:23				11:26
	896	11:25		11:25			11:27
	897	11:28			11:28		11:30
	898	11:36				11:36	11:40
	899	11:37	11:37				11:40
	900	11:48		11:48			11:49
	901	11:49			11:49		11:50
	902	11:51				11:51	11:54
	903	11:55	11:55				11:57
	904	11:59		11:59			12:03
	905	11:59			11:59		12:03
Selasa. 04 Februari 2020	906	08:12	08:17				08:24
	907	08:19		08:19			08:26
	908	08:19				08:20	08:36
	909	08:22				08:22	08:32
	910	08:26	08:26				08:32
	911	08:27			08:27		08:30
	912	08:32			08:32		08:34
	913	08:33	08:33				08:37
	914	08:40			08:40		08:43
	915	08:40				08:40	08:43
	916	08:46				08:46	08:48
	917	08:46	08:47				08:52
	918	08:48			08:48		08:52
	919	08:52				08:52	08:56
	920	08:52				08:53	08:56
	921	09:09	09:09				09:12
	922	09:11			09:11		09:14
	923	09:16				09:17	09:20
	924	09:17				09:17	09:21
	925	09:21	09:21				09:24
	926	09:25			09:26		09:29
	927	09:28				09:29	09:31
	928	09:28				09:29	09:31
	929	09:29	09:31				09:37
	930	09:30			09:31		09:34
	931	09:36				09:36	09:39
	932	09:45				09:45	09:48
	933	09:47	09:47				09:49
	934	09:51			09:52		09:56
	935	09:51				09:52	09:56
	936	09:51				09:52	09:57
	937	09:52	09:52				10:24
	938	09:59			09:59		10:06
	939	10:00				10:00	10:03
	940	10:04				10:04	10:09
	941	10:07				10:07	10:10
	942	10:13			10:13		10:18

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	943	10:13			10:13		10:18
	944	10:22				10:22	10:23
	945	10:25	10:26				10:27
	946	10:27		10:27			10:32
	947	10:29			10:31		10:33
	948	10:34				10:36	10:38
	949	10:35	10:36				10:43
	950	10:36		10:36			10:38
	951	10:36			10:36		10:38
	952	10:39				10:40	10:42
	953	10:44	10:44				10:45
	954	10:44		10:44			10:47
	955	10:49			10:49		10:49
	956	10:50				10:50	10:52
	957	10:58	10:58				11:03
	958	10:59		10:59			11:03
	959	11:00			11:00		11:03
	960	11:04				11:04	11:07
	961	11:09	11:09				11:11
	962	11:10		11:10			11:12
	963	11:10			11:10		11:13
	964	11:13				11:13	11:15
	965	11:18	11:18				11:22
	966	11:19		11:19			11:23
	967	11:21			11:21		11:27
	968	11:23				11:24	11:26
	969	11:26	11:27				11:27
	970	11:27		11:27			11:31
	971	11:30			11:30		11:34
	972	11:33				11:33	11:37
	973	11:33	11:33				11:37
	974	11:38		11:38			11:40
	975	11:44			11:44		11:47
	976	11:48				11:48	11:50
	977	11:53	11:53				11:56
	978	11:55		11:55			11:58
	979	11:55			11:55		12:00
	980	11:58				11:58	12:03
	981	12:00	12:00				12:03
Rabu, 05 Februari 2020	982	08:17	08:17				08:20
	983	08:27		08:28			08:31
	984	08:31				08:31	08:36
	985	08:36				08:37	08:40
	986	08:41	08:42				08:44
	987	08:43		08:43			08:47
	988	08:44			08:44		08:49
	989	08:44				08:45	08:50
	990	08:49	08:50				08:54
	991	08:55		08:56			08:58
	992	08:56			08:56		09:00
	993	08:57				08:57	09:01
	994	08:57	08:58				09:01
	995	09:03		09:03			09:08
	996	09:16			09:16		09:19
	997	09:18				09:18	09:21
	998	09:18	09:19				09:21
	999	09:18		09:19			09:22
	1000	09:19			09:21		09:26
	1001	09:23				09:24	09:30
	1002	09:32	09:32				09:35
	1003	09:32		09:32			09:37
	1004	09:35			09:35		09:40
	1005	09:38				09:39	09:43

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	1006	09:38	09:39				09:44
	1007	09:43		09:43			09:46
	1008	09:46			09:46		09:48
	1009	09:46				09:46	09:49
	1010	09:50	09:50				09:53
	1011	09:56		09:56			10:02
	1012	09:59			09:59		10:02
	1013	10:05				10:05	10:08
	1014	10:08	10:08				10:10
	1015	10:08		10:08			10:12
	1016	10:09			10:09		10:14
	1017	10:12				10:12	10:15
	1018	10:16	10:16				10:18
	1019	1-0:16		10:16			10:18
	1020	10:24			10:24		10:26
	1021	10:24				10:24	10:31
	1022	10:25	10:26				10:31
	1023	10:29		10:29			10:36
	1024	10:29			10:31		10:39
	1025	10:32				10:33	10:48
	1026	10:44	10:44				10:48
	1027	10:49		10:49			10:50
	1028	10:49			10:50		10:52
	1029	10:51				10:51	10:54
	1030	10:53	10:54				10:55
	1031	10:56		10:57			11:00
	1032	10:57			10:57		11:02
	1033	10:57				10:57	11:05
	1034	11:00	11:02				11:05
	1035	11:15		11:15			11:17
	1036	11:20			11:20		11:22
	1037	11:21				11:21	11:22
	1038	11:25	11:25				11:28
	1039	11:28		11:29			11:33
	1040	11:28			11:29		11:33
	1041	11:28				11:29	11:36
	1042	11:32	11:33				11:39
	1043	11:33		11:33			11:39
	1044	11:33			11:33		11:39
	1045	11:37				11:37	11:45
	1046	11:37	11:39				11:50
	1047	11:38		11:39			11:49
	1048	11:43			11:44		11:49
	1049	11:45				11:47	11:53
	1050	11:46		11:49			11:50
	1051	11:49			11:50		11:54
	1052	11:51	11:52				11:54
Kamis, 06 Februari 2020	1053	08:30	08:30				08:39
	1054	08:31		08:31			08:39
	1055	08:39			08:39		08:44
	1056	08:39				08:39	08:46
	1057	08:48	08:48				08:51
	1058	08:51		08:51			08:55
	1059	08:52			08:52		08:56
	1060	08:55				08:55	08:57
	1061	09:02	09:02				09:08
	1062	09:02		09:02			09:08
	1063	09:02			09:02		09:08
	1064	09:07				09:07	09:12
	1065	09:13	09:13				09:15
	1066	09:13		09:15			09:17
	1067	09:19			09:19		09:23
	1068	09:20				09:20	09:25

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	1069	09:27	09:27				09:34
	1070	09:27		09:27			09:34
	1071	09:30			09:31		09:34
	1072	09:38				09:38	09:42
	1073	09:39	09:39				09:42
	1074	09:45		09:45			09:49
	1075	09:48			09:48		09:49
	1076	09:49				09:49	09:50
	1077	09:51	09:51				09:55
	1078	09:51		09:51			09:55
	1079	09:57			09:57		09:59
	1080	09:57				09:57	10:00
	1081	10:01	10:01				10:06
	1082	10:02		10:02			10:06
	1083	10:02			10:02		10:07
	1084	10:05				10:05	10:11
	1085	10:20	10:20				10:24
	1086	10:28		10:28			10:33
	1087	10:29			10:30		10:32
	1088	10:29				10:30	10:35
	1089	10:29	10:30				10:35
	1090	10:37		10:38			10:39
	1091	10:41			10:41		10:42
	1092	10:45				10:45	10:47
	1093	10:48	10:48				10:49
	1094	10:50		10:50			10:53
	1095	11:02			11:02		11:04
	1096	11:03				11:03	11:05
	1097	11:07	11:07				11:12
	1098	11:08		11:08			11:12
	1099	11:10			11:10		11:13
	1100	11:11				11:12	11:13
	1101	11:15	11:15				11:19
	1102	11:19		11:20			11:21
	1103	11:19			11:20		11:21
	1104	11:25				11:25	11:28
	1105	11:25	11:25				11:28
	1106	11:28		11:30			11:32
	1107	11:35			11:35		11:38
	1108	11:38				11:38	11:45
	1109	11:40	11:42				11:43
	1110	11:44		11:45			11:47
	1111	11:44			11:45		11:48
	1112	11:47				11:47	11:49
	1113	11:50	11:50				11:52
	1114	11:53		11:53			11:56
	1115	11:53			11:53		11:56
	1116	11:55				11:56	12:10
	1117	11:57	11:57				11:59
	1118	11:58		11:59			12:02
Jumat, 07 februari 2020	1119	08:15	08:15				08:17
	1120	08:20		08:20			08:29
	1121	08:21			08:21		08:29
	1122	08:33				08:34	08:42
	1123	08:42	08:42				08:44
	1124	08:44		08:44			08:46
	1125	08:51			08:51		08:55
	1126	08:54				08:54	08:57
	1127	08:56	08:56				09:00
	1128	08:56		08:56			09:02
	1129	09:01			09:01		09:04
	1130	09:02				09:02	09:07
	1131	09:02	09:02				09:11

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	1132	09:05		09:07			09:11
	1133	09:05			09:07		09:11
	1134	09:08				09:08	09:15
	1135	09:11	09:12				09:18
	1136	09:17		09:17			09:20
	1137	09:21			09:21		09:24
	1138	09:21				09:21	09:24
	1139	09:24	09:24				09:29
	1140	09:27		09:27			09:31
	1141	09:29			09:29		09:33
	1142	09:30				09:32	09:36
	1143	09:31	09:32				09:37
	1144	09:33		09:33			09:38
	1145	09:37			09:37		09:40
	1146	09:44				09:44	09:46
	1147	09:46	09:46				09:48
	1148	09:48		09:48			09:50
	1149	09:49			09:50		09:52
	1150	09:56	09:56				09:58
	1151	10:00		10:00			10:02
	1152	10:01			10:02		10:05
	1153	10:03				10:04	10:06
	1154	10:04	10:04				10:09
	1155	10:06		10:07			10:11
	1156	10:06			10:07		10:11
	1157	10:08				10:09	10:12
	1158	10:10	10:11				10:14
	1159	10:14		10:14			10:15
	1160	10:17			10:17		10:20
	1161	10:18				10:19	10:23
	1162	10:31	10:31				10:33
	1163	10:36		10:36			10:37
	1164	10:39			10:39		10:42
	1165	10:42				10:42	10:45
	1166	10:43	10:43				10:46
	1167	10:43		10:43			10:46
	1168	10:47			10:47		10:50
	1169	10:47				10:47	10:50
	1170	10:48	10:48				10:53
	1171	10:50		10:50			10:53
	1172	10:55			10:55		10:58
	1173	10:58				10:58	11:01
	1174	10:58	11:01				11:03
	1175	11:05		11:05			11:07
	1176	11:06			11:06		11:13
	1177	11:08				11:09	11:13
	1178	11:13	11:13				11:18
	1179	11:16		11:16			11:25
	1180	11:17			11:17		11:19
	1181	11:20				11:20	11:26
	1182	11:23	11:24				11:28
	1183	11:25		11:25			11:28
	1184	11:27			11:27		11:31
	1185	11:28				11:28	11:31
	1186	11:32	11:32				11:35
	1187	11:32		11:32			11:35
	1188	11:35			11:35		11:37
Sabtu, 08 Februari 2020	1189	08:14	08:14				08:18
	1190	08:18		08:18			08:20
	1191	08:20			08:20		08:22
	1192	08:27				08:27	08:29
	1193	08:40	08:40				08:49
	1194	08:59		08:59			09:02

Waktu Penelitian	Resep Obat ke-	Resep Masuk Antrian	Resep diambil petugas				Obat Selesai
			Petugas 1	Petugas 2	Petugas 3	Petugas 4	
	1195	09:04			09:04		09:07
	1196	09:04				09:04	09:07
	1197	09:07	09:07				09:12
	1198	09:08		09:08			09:14
	1199	09:10			09:12		09:14
	1200	09:12				09:12	09:17
	1201	09:15	09:15				09:19
	1202	09:16		09:16			09:20
	1203	09:23			09:23		09:25
	1204	09:28				09:28	09:29
	1205	09:29	09:29				09:33
	1206	09:30		09:32			09:34
	1207	09:38			09:38		09:39
	1208	09:39				09:39	09:40
	1209	09:44	09:44				09:46
	1210	09:45		09:45			09:48
	1211	09:46			09:48		09:50
	1212	09:49				09:50	09:52
	1213	09:50	09:50				09:52
	1214	09:52		09:54			09:56
	1215	09:56			09:56		09:59
	1216	09:56				09:56	10:03
	1217	09:59	09:59				10:01
	1218	10:04		10:04			10:05
	1219	10:11			10:11		10:16
	1220	10:11				10:11	10:16
	1221	10:12	10:12				10:19
	1222	10:16		10:16			10:19
	1223	10:24			10:25		10:29
	1224	10:25				10:25	10:29
	1225	10:25	10:25				10:30
	1226	10:26		10:27			10:32
	1227	10:31			10:31		10:32
	1228	10:35				10:35	10:37
	1229	10:46	10:46				10:49
	1230	10:49		10:49			10:55
	1231	10:55			10:55		10:58
	1232	10:55				10:55	11:00
	1233	10:59	10:59				11:01
	1234	11:00		11:00			11:03
	1235	11:01			11:02		11:05
	1236	11:02				11:04	11:05
	1237	11:04	11:05				11:08
	1238	11:05		11:06			11:09
	1239	11:06			11:08		11:10
	1240	11:08				11:10	11:10
	1241	11:10	11:12				11:13
	1242	11:12		11:16			11:17
	1243	11:16			11:16		11:19
	1244	11:16				11:16	11:19
	1245	11:20	11:20				11:23
	1246	11:24		11:31			11:39
	1247	11:31			11:31		11:33
	1248	11:41				11:41	11:44
	1249	11:45	11:45				11:48
	1250	11:49		11:49			11:53
	1251	11:50			11:50		11:54
	1252	11:57				11:57	11:59
	1253	11:57	11:57				12:00

Lampiran 2 Data Penelitian Hasil Observasi

Waktu Pengamatan		Senin		Selasa		Rabu		Kamis		Jumat		Sabtu	
		Jml. datang (Resep Obat)	Waktu Pelayanan (Menit)	Jml. datang (Resep Obat)	Waktu Pelayanan (Menit)	Jml. datang (Resep Obat)	Waktu Pelayanan (Menit)	Jml. datang (Resep Obat)	Waktu Pelayanan (Menit)	Jml. datang (Resep Obat)	Waktu Pelayanan (Menit)	Jml. datang (Resep Obat)	Waktu Pelayanan (Menit)
Minggu ke-1	09:01-10:00	27	5	28	5	22	4	17	6	16	5		
	10:01-11:00	25	5	19	3	19	3	18	3	13	5		
	11:01-12:00	22	5	16	2	20	3	25	4	11	3		
Minggu ke-2	09:01-10:00	30	8	29	4	16	3	16	3	17	5	23	8
	10:01-11:00	21	4	17	4	17	3	16	5	23	4	28	6
	11:01-12:00	22	5	20	4	18	3	20	4	9	3	18	4
Minggu ke-3	09:01-10:00	21	5	19	5	18	3	20	3	23	3	23	2
	10:01-11:00	28	4	20	3	22	4	14	3	23	3	17	3
	11:01-12:00	21	2	22	3	18	4	24	3	14	4	19	2

Lampiran 3 Data Pengamatan Untuk Analisis Secara Umum

Hari Pengamatan	Waktu Pengamatan	Jumlah Kedatangan (resep obat)	Rata-Rata Waktu Pelayanan (menit)
Senin, 20 Januari 2020	09:01-10:00	27	5
	10:01-11:00	25	5
	11:01-12:00	22	5
Selasa, 28 Januari 2020	09:01-10:00	29	4
	10:01-11:00	17	4
	11:01-12:00	20	4
Rabu, 05 februari 2020	09:01-10:00	18	3
	10:01-11:00	22	4
	11:01-12:00	18	4
Kamis, 23 Januari 2020	09:01-10:00	17	6
	10:01-11:00	18	3
	11:01-12:00	25	4
Jumat, 31 Januari 2020	09:01-10:00	17	5
	10:01-11:00	23	4
	11:01-12:00	9	3
Sabtu, 08 Februari 2020	09:01-10:00	23	2
	10:01-11:00	17	3
	11:01-12:00	19	2

Lampiran 4 Menghitung Rata-rata Tingkat Kedatangan Resep Obat (λ)

$$\lambda = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Keterangan	Rata-rata Tingkat Kedatangan Resep Obat
Hari Senin	$\lambda = \frac{217}{9} = 24.11$ resep/jam
Hari Selasa	$\lambda = \frac{190}{9} = 21.11$ resep/jam
Hari Rabu	$\lambda = \frac{170}{9} = 18.89$ resep/jam
Hari Kamis	$\lambda = \frac{170}{9} = 18.89$ resep/jam
Hari Jumat	$\lambda = \frac{149}{9} = 16.56$ resep/jam
Hari Sabtu	$\lambda = \frac{126}{6} = 21.33$ resep/jam
Secara Umum	$\lambda = \frac{366}{18} = 20.33$ resep/jam

Lampiran 5 Menghitung Rata-rata Tingkat Pelayanan Resep Obat (μ)

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

Keterangan	Rata-rata Tingkat Pelayanan Resep Obat
Hari Senin	$\mu = \frac{43}{9} = 4.78 \text{ menit/resep} = \frac{60}{4.78} = 12.56 \text{ resep/jam}$
Hari Selasa	$\mu = \frac{33}{9} = 3.67 \text{ menit/resep} = \frac{60}{3.67} = 16.36 \text{ resep/jam}$
Hari Rabu	$\mu = \frac{30}{9} = 3.33 \text{ menit/resep} = \frac{60}{3.33} = 18 \text{ resep/jam}$
Hari Kamis	$\mu = \frac{34}{9} = 3.78 \text{ menit/resep} = \frac{60}{3.78} = 15.88 \text{ resep/jam}$
Hari Jumat	$\mu = \frac{35}{9} = 3.89 \text{ menit/resep} = \frac{60}{3.89} = 15.43 \text{ resep/jam}$
Hari Sabtu	$\mu = \frac{25}{6} = 4.17 \text{ menit/resep} = \frac{60}{4.17} = 14.40 \text{ resep/jam}$
Secara Umum	$\mu = \frac{70}{18} = 3.89 \text{ menit/resep} = \frac{60}{3.89} = 15.43 \text{ resep/jam}$

Lampiran 6 Menghitung Tingkat Kegunaan Fasilitas Pelayanan (ρ)

$$\rho = \frac{\lambda}{j \cdot \mu}$$

Keterangan	Tingkat Kegunaan Fasilitas Pelayanan
Hari Senin	$\rho = \frac{24.11}{(4)(12.56)} = 0.48 = 48\%$
Hari Selasa	$\rho = \frac{21.11}{(4)(16.36)} = 0.3225 = 32.25\%$
Hari Rabu	$\rho = \frac{18.89}{(4)(18.00)} = 0.2623 = 26.23\%$
Hari Kamis	$\rho = \frac{18.89}{(4)(15.88)} = 0.2973 = 29.73\%$
Hari Jumat	$\rho = \frac{16.56}{(4)(15.43)} = 0.2683 = 26.83\%$
Hari Sabtu	$\rho = \frac{21.33}{(4)(14.40)} = 0.3704 = 37.04\%$
Secara Umum	$\rho = \frac{20.33}{(4)(15.43)} = 0.3295 = 32.95\%$

Lampiran 7 Pengujian Distribusi Kedatangan

$$F(x, \lambda) = \sum_{i=1}^n \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$$

Hari Senin

Rata-rata kedatangan resep obat (x)	Frekuensi ($f_k(x)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(x)$)	S(x)	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
21	3	3	0.333333	0.3060623	0.0272710
22	2	5	0.555556	0.3830976	0.1724579
25	1	6	0.666667	0.6232312	0.0434355
27	1	7	0.777778	0.7605904	0.0171873
28	1	8	0.888889	0.8163885	0.0725004
30	1	9	1.000000	0.9000650	0.0999350

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.1724579$$

Hari Selasa

Rata-rata kedatangan resep obat (x)	Frekuensi ($f_k(x)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(x)$)	S(x)	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
16	1	1	0.111111	0.1572347	0.04612359
17	1	2	0.222222	0.2199222	0.00230001
19	2	4	0.444444	0.3751361	0.06930832
20	2	6	0.666667	0.4613661	0.2053006
22	1	7	0.777778	0.6312360	0.14654178
28	1	8	0.888889	0.9406680	0.05177913
29	1	9	1.000000	0.9604306	0.03956939

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.2053006$$

Hari Rabu

Rata-rata kedatangan resep obat (x)	Frekuensi ($f_k(x)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(x)$)	S(x)	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
16	1	1	0.111111	0.3006911	0.1895800
17	1	2	0.222222	0.3880084	0.1657862
18	3	5	0.555556	0.4796377	0.0759179
19	1	6	0.666667	0.5707311	0.0959356
20	1	7	0.777778	0.6567638	0.1210140
22	2	9	1.000000	0.8005883	0.19941165

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.19941165$$

Hari Kamis

Rata-rata kedatangan resep obat (x)	Frekuensi ($f_k(x)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(x)$)	S(x)	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
14	1	1	0.111111	0.1555389	0.0444278
16	2	3	0.333333	0.3006911	0.0326422
17	1	4	0.444444	0.3880084	0.0564360
18	1	5	0.555556	0.4796377	0.0759179
20	2	7	0.777778	0.6567638	0.1210140
24	1	8	0.888889	0.8980977	0.0092088
25	1	9	1.000000	0.9305447	0.0694553

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.1210140$$

Hari Jumat

Rata-rata kedatangan resep obat (x)	Frekuensi ($f_k(x)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(x)$)	$S(x)$	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
9	1	1	0.111111	0.0328054	0.0783057
11	1	2	0.222222	0.1017507	0.1204716
13	1	3	0.333333	0.2316771	0.1016562
14	1	4	0.444444	0.3177404	0.1267041
16	1	5	0.555556	0.5110153	0.0445403
17	1	6	0.666667	0.6067323	0.0599344
23	3	9	1.000000	0.9498235	0.0501765

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.1267041$$

Hari Sabtu

Rata-rata kedatangan resep obat (x)	Frekuensi ($f_k(x)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(x)$)	$S(x)$	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
17	1	1	0.166667	0.2062930	0.0396263
18	1	2	0.333333	0.2773762	0.0559571
19	1	3	0.500000	0.3571889	0.1428111
23	2	5	0.833333	0.6904585	0.1428748
28	1	6	1.000000	0.9344144	0.0655856

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.1428748$$

Secara Umum

Rata-rata kedatangan resep obat (x)	Frekuensi ($f_k(x)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(x)$)	$S(x)$	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
9	1	1	0.055556	0.0041100	0.0514455
17	4	5	0.277778	0.2723519	0.0054259
18	3	8	0.444444	0.3537771	0.0906673
19	1	9	0.500000	0.4409164	0.0590836
20	1	10	0.555556	0.5295080	0.0260476
22	2	12	0.666667	0.6945679	0.0279012
23	2	14	0.777778	0.7646567	0.0131211
25	2	16	0.888889	0.8723338	0.0165551
27	1	17	0.944444	0.9385483	0.0058962
29	1	18	1.000000	0.9736871	0.0263129

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.0906673$$

Lampiran 8 Pengujian Distribusi Waktu Pelayanan

$$F(y, \lambda) = 1 - e^{-y\lambda}$$

Hari Senin

Rata-rata waktu pelayanan (y)	Frekuensi ($f_k(y)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(y)$)	$S(y)$	$F_0(y)$	$ S(y) - F_0(y) $
2	1	1	0.111111	0.3420357	0.2309246
4	2	3	0.333333	0.5670830	0.2337497
5	5	8	0.888889	0.6488394	0.2400495
8	1	9	1	0.8125829	0.1874171

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.2400495$$

Hari Selasa

Rata-rata waktu pelayanan (y)	Frekuensi ($f_k(y)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(y)$)	$S(y)$	$F_0(y)$	$ S(y) - F_0(y) $
2	1	1	0.111111	0.420421721	0.3093106
3	3	4	0.444444	0.558766832	0.1143224
4	3	7	0.777778	0.664089019	0.1136888
5	2	9	1	0.74427084	0.2557292

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.3093106$$

Hari Rabu

Rata-rata waktu pelayanan (y)	Frekuensi ($f_k(y)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(y)$)	$S(y)$	$F_0(y)$	$ S(y) - F_0(y) $
3	6	6	0.666667	0.5934303	0.0732363
4	3	9	1	0.6988058	0.3011942

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.3011942$$

Hari Kamis

Rata-rata waktu pelayanan (y)	Frekuensi ($f_k(y)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(y)$)	$S(y)$	$F_0(y)$	$ S(y) - F_0(y) $
3	5	5	0.555556	0.5480201	0.0075354
4	2	7	0.777778	0.6531364	0.1246414
5	1	8	0.888889	0.7338059	0.1550830
6	1	9	1	0.7957142	0.2042858

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.2042858$$

Hari Jumat

Rata-rata waktu pelayanan (y)	Frekuensi ($f_k(y)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(y)$)	$S(y)$	$F_0(y)$	$ S(y) - F_0(y) $
3	4	4	0.444444	0.5376479	0.0932035
4	2	6	0.666667	0.6424827	0.0241840
5	3	9	1	0.7235470	0.2764530

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.2764530$$

Hari Sabtu

Rata-rata waktu pelayanan (y)	Frekuensi ($f_k(y)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(y)$)	$S(y)$	$F_0(y)$	$ S(y) - F_0(y) $
2	2	2	0.333333	0.3812166	0.0478833
3	1	3	0.5	0.5132477	0.0132477
4	1	4	0.666667	0.6171071	0.0495596
6	1	5	0.833333	0.7630722	0.0702611
8	1	6	1	0.8533930	0.1466070

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.1466070$$

Secara Umum

Rata-rata waktu pelayanan (y)	Frekuensi ($f_k(y)$)	Frekuensi kumulatif ($f_{kum}(y)$)	$S(y)$	$F_0(y)$	$ S(y) - F_0(y) $
2	2	2	0.111111	0.40207247	0.2909614
3	4	6	0.333333	0.53764791	0.2043146
4	7	13	0.722222	0.64248267	0.0797396
5	4	17	0.944444	0.72354695	0.2208975
6	1	18	1.000000	0.78623054	0.2137695

$$D = \max |S(y) - F_0(y)| = 0.2909614$$

Lampiran 9 Tabel *Kolmogorov-Smirnov*

<i>n</i>	$\alpha = 0,20$	$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,02$	$\alpha = 0,01$
1	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
2	0,684	0,776	0,842	0,900	0,929
3	0,565	0,636	0,708	0,785	0,829
4	0,493	0,565	0,624	0,689	0,734
5	0,447	0,509	0,563	0,627	0,669
6	0,410	0,468	0,519	0,577	0,617
7	0,381	0,436	0,483	0,538	0,576
8	0,359	0,410	0,454	0,507	0,542
9	0,339	0,387	0,430	0,480	0,513
10	0,323	0,369	0,409	0,457	0,486
11	0,308	0,352	0,391	0,437	0,468
12	0,296	0,338	0,375	0,419	0,449
13	0,285	0,325	0,361	0,404	0,432
14	0,275	0,314	0,349	0,390	0,418
15	0,266	0,304	0,338	0,377	0,404
16	0,258	0,295	0,327	0,366	0,392
17	0,250	0,286	0,318	0,355	0,381
18	0,244	0,279	0,309	0,346	0,371
19	0,237	0,271	0,301	0,337	0,361
20	0,232	0,265	0,294	0,329	0,352
21	0,226	0,259	0,287	0,321	0,344
22	0,221	0,253	0,281	0,314	0,337
23	0,216	0,247	0,275	0,307	0,330
24	0,212	0,242	0,269	0,301	0,323
25	0,208	0,238	0,264	0,295	0,317
26	0,204	0,233	0,259	0,290	0,311
27	0,200	0,229	0,254	0,284	0,305
28	0,197	0,225	0,250	0,279	0,300
29	0,193	0,221	0,246	0,275	0,295
30	0,190	0,218	0,242	0,270	0,290
35	0,177	0,202	0,224	0,251	0,269
40	0,165	0,189	0,210	0,235	0,252
45	0,156	0,179	0,198	0,222	0,238
50	0,148	0,170	0,188	0,211	0,226
55	0,142	0,162	0,180	0,201	0,216
60	0,136	0,155	0,172	0,193	0,207
65	0,131	0,149	0,166	0,185	0,199
70	0,126	0,144	0,160	0,179	0,192
75	0,122	0,139	0,154	0,173	0,185
80	0,118	0,135	0,150	0,167	0,179
85	0,114	0,131	0,145	0,162	0,174
90	0,111	0,127	0,141	0,158	0,169
95	0,108	0,124	0,137	0,154	0,165
100	0,106	0,121	0,134	0,150	0,161