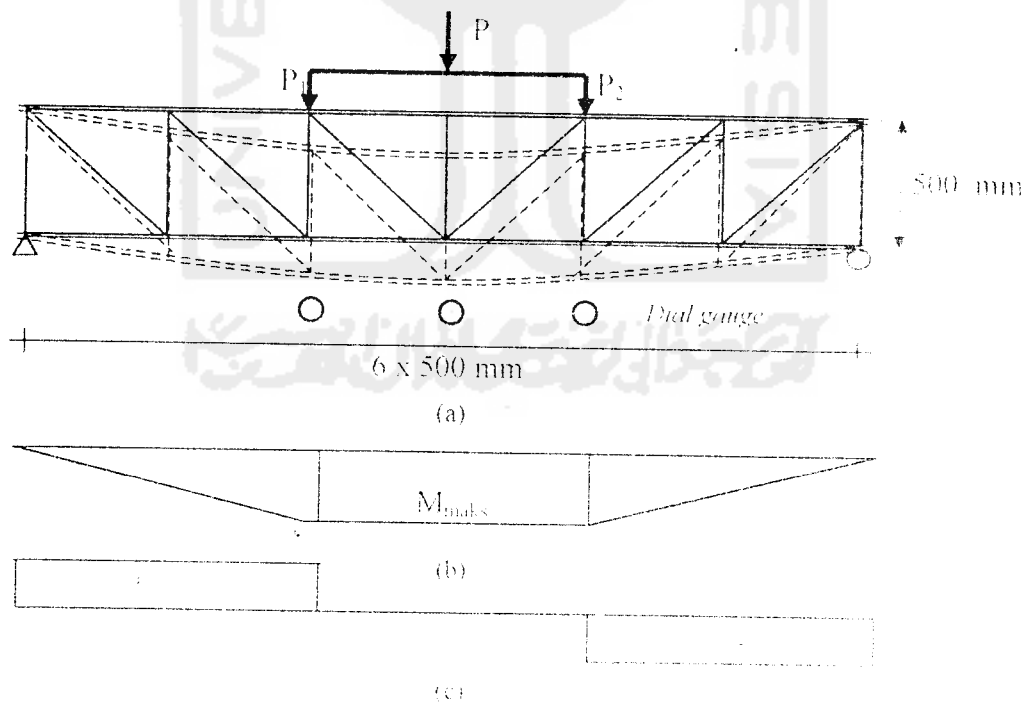


BAB III

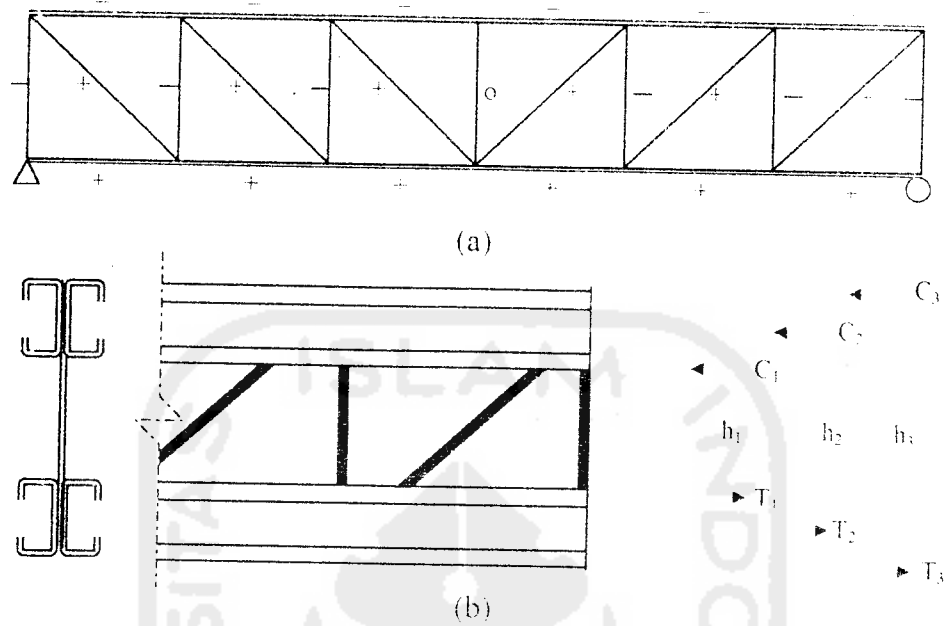
LANDASAN TEORI

3.1. Pendahuluan

Struktur lentur badan terbuka (*open web*) dengan tumpuan sederhana dapat dipandang sebagai struktur rangka batang, tampak pada Gambar (3.1). Bila struktur tersebut menerima beban transversal, maka struktur tersebut akan mengalami deformasi dan menerima momen. Batang tepi atas struktur tersebut mengalami gaya tekan, stabilitas struktur tekan perlu mendapat perhatian karena sangat peka terhadap faktor-faktor yang dapat mengakibatkan tekuk, sedangkan pada batang bagian bawah akan mengalami gaya tarik seperti pada Gambar (3.2)



Gambar 3.1. (a) Pembebanan (b) Diagram Momen (c) Diagram Geser



Gambar 3.2. (a) Gaya Batang yang terjadi
(b) Potongan melintang

Batang tekan pada balok perlu di waspadai, karena profil C canali dingin rawan terjadi tekuk. Jika C merupakan total tegangan desak, maka $C_T = C_1 + C_2 + C_3 = P_{cr}$ berdasarkan tegangan kritis yang terjadi (F_{cr}) dikalikan dengan luas profil C (A), yaitu :

$$P_{cr} = F_{cr} \cdot A \tag{3.1}$$

Mengacu pada Gambar (3.2.b), hubungan antara Momen nominal dengan P_{cr} pada struktur rangka adalah :

$$M = P_{cr} \cdot h \tag{3.2}$$

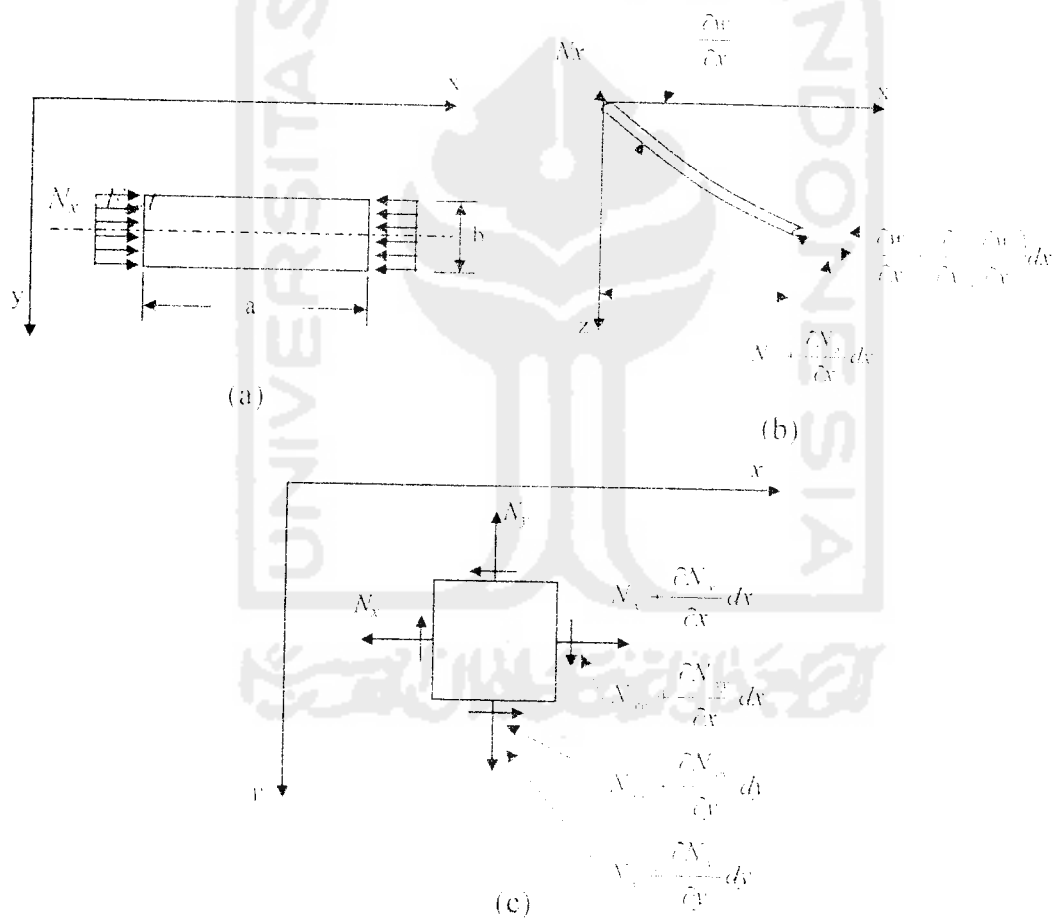
$$M = C_1 h_1 + C_2 h_2 + C_3 h_3 \tag{3.3}$$

Dari Persamaan (3.2) dapat diketahui bahwa semakin besar nilai h (dengan momen), maka momen nominal profil dan momen internal akan semakin besar.

3.2. Tegangan Kritis Pelat

Charles G Saalmon dan John E. Johnson (1990), Pelat perlu ditinjau terhadap komponen gaya tekan N_x bila pelat tersebut terdefleksi ke posisi yang sedikit tertekuk, dengan q yang menyatakan komponen beban transversal akibat lenturan plat. Penjumlahan gaya-gaya dalam arah z pada elemen pelat dari Gambar (3.4), memberikan :

$$N_x dy \frac{\partial w}{\partial x} - \left(N_x + \frac{\partial N_x}{\partial x} dx \right) dy \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \right) = q dx dy \quad (3.4)$$



Gambar 3.4. (a). Pelat yang mendapat tekan merata
 (b). Elemen pelat dalam posisi lentur
 (c). Pelat pada sumbu x dan y

$$-\left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial N_x}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial N_x}{\partial x} dx \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) dy dx = q dx dy \quad (3.5)$$

yang dengan pengabaian suku kecil berordo tinggi memberikan :

$$q = -N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3.6)$$

Kemudian, persamaan diferensial untuk lentur pelat homogen:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = q \quad (3.7)$$

menjadi :

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (3.8)$$

yang merupakan persamaan diferensial parsial dimana w merupakan fungsi x dan y . Defleksi w dapat dinyatakan sebagai perkalian dalam fungsi $x, X(x)$, dan fungsi $y, Y(y)$. lagi pula, tekuk dapat diasumsikan memberikan variasi sinusoidal dalam arah x , dengan demikian:

$$w = X(x) Y(y) \quad (3.9)$$

dengan memisalkan:

$$X(x) = \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (3.10)$$

Dimana fungsi X memenuhi syarat defleksi nol dan momen nol dari tumpuan sederhana pada $x = 0$ dan $x = a$. Substitusi Persamaan (3.9) ke dalam Persamaan (3.8), setelah eliminasi suku $\sin \frac{m\pi x}{a}$, akan memberikan:

$$\left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 Y - 2 \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \frac{d^2 Y}{dy^2} + \frac{d^4 Y}{dy^4} = + \frac{N_x}{D} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 Y$$

$$\left(\frac{d^4 Y}{dy^4}\right) - 2\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \frac{d^2 Y}{dy^2} + \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4 - \frac{N_x}{D}\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\right] Y = 0 \quad (3.11)$$

sebuah persamaan differensial homogen biasa berpangkat empat.

Penyelesaiannya dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$Y = C_1 \sinh \alpha y + C_2 \cosh \alpha y + C_3 \sin \beta y + C_4 \cos \beta y \quad (3.12)$$

di mana:

$$\alpha = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \frac{N_x}{D}\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2} \quad \text{dan} \quad \beta = \sqrt{-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \frac{N_x}{D}\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}$$

dengan demikian, persamaan defleksi pelat keseluruhan adalah:

$$w = \left(\sin \frac{m\pi x}{a}\right) (C_1 \sinh \alpha y + C_2 \cosh \alpha y + C_3 \sin \beta y + C_4 \cos \beta y) \quad (3.13)$$

yang memenuhi syarat batas. Dengan mengasumsikan sumbu x sebagai sumbu simetri pelat, yaitu kondisi tumpuan sepanjang kedua tepi yang sejajar arah pembebanan, koefisien fungsi yang ganjil C_1 dan C_3 harus sama dengan nol.

Dengan demikian:

$$w = (C_2 \cosh \alpha y + C_4 \cos \beta y) \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (3.14)$$

dengan kondisi tumpuan sederhana di $y = b/2$ dan $y = -b/2$, syarat di $y = \pm b/2$

adalah :

$$w = 0 = \left(C_2 \cosh \alpha \frac{b}{2} + C_4 \cos \beta \frac{b}{2}\right) \sin \frac{m\pi x}{a}$$

$$\frac{d^2 w}{dy^2} = 0 = \left(C_2 \alpha^2 \cosh \alpha \frac{b}{2} - C_4 \beta^2 \cos \beta \frac{b}{2}\right) \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (3.15)$$

Untuk penyelesaian selain $C_2 = C_4 = 0$, determinan koefisien-koefisien lain harus sama dengan nol. Dengan demikian, maka :

$$(\alpha^2 + \beta^2) \cosh \alpha \frac{b}{2} \cos \beta \frac{b}{2} = 0 \quad (3.16)$$

karena $\alpha^2 \neq -\beta^2$ kecuali bila $N_x = 0$ (penyelesaian trivial), dan karena $\cosh \alpha(b/2) > 1$, satu-satunya cara agar Persamaan (3.16) dapat dipenuhi dalam persoalan nyata adalah untuk:

$$\cos \beta \frac{b}{2} = 0$$

Maka dari itu:

$$\beta \frac{b}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \text{ dan seterusnya}$$

Dengan menggunakan harga terendah dari $\beta(b/2)$ dan mensubstitusikan ke dalam β seperti yang didefinisikan di bawah ini, Persamaan (3.12) memberikan:

$$\begin{aligned} \frac{b}{2} \sqrt{-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \sqrt{\frac{N_x}{D} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}} &= \frac{\pi}{2} \\ \frac{N_x}{D} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 &= \left[\frac{\pi^2}{b^2} + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \right]^2 \\ N_x &= D \left[\frac{\pi^2 L^2}{b^2 m \pi} + \frac{m\pi}{a} \right]^2 \\ N_x &= \frac{D \pi^2}{b^2} \left[\frac{1}{m} \frac{a}{b} + m \frac{b}{a} \right]^2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

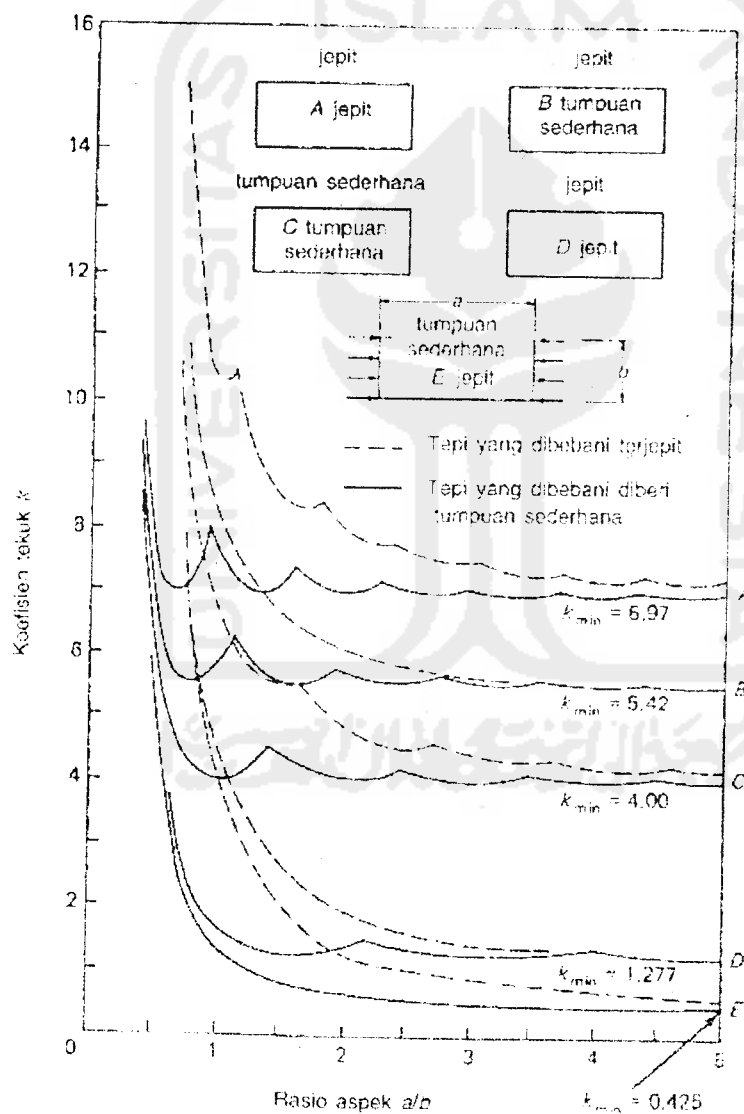
karena $N_x = E_{\sigma} \epsilon$ dan $D = E I^2 [12(1 - \mu^2)]$, tegangan unit tekuk elastik dapat dinyatakan sebagai :

$$E_{\sigma} = k \cdot \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)(b/l)^2} \quad (3.18)$$

dengan kasus khusus yang dibahas di sini :

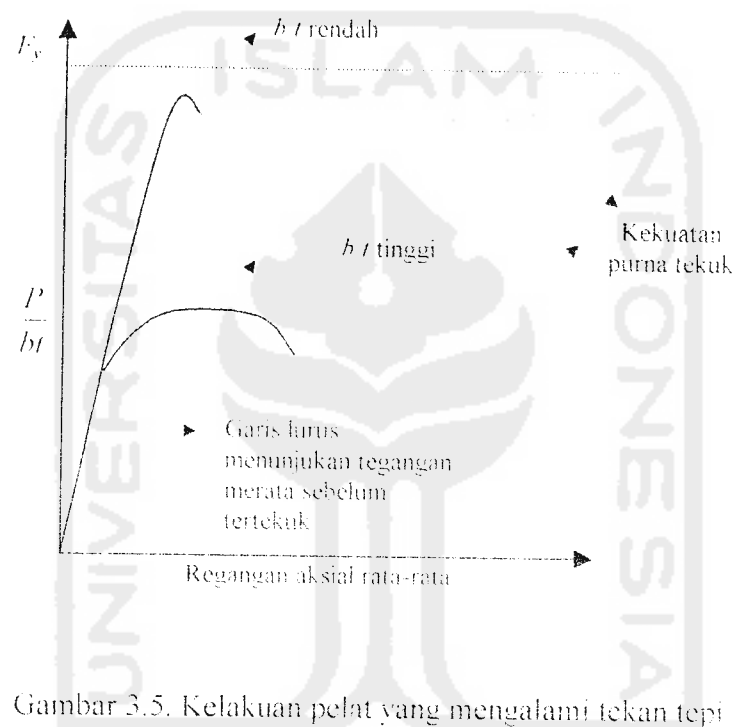
$$k = \left[\frac{1}{m} \frac{a}{b} + m \frac{b}{a} \right]^2 \quad (3.19)$$

Koefisien tekuk k merupakan fungsi dari jenis tegangan (tekanan merata pada dua tepi yang berlawanan) dan kondisi tumpuan tepi (tumpuan sederhana pada keempat tepi), di samping rasio aspek a/b yang muncul secara langsung dalam Persamaan (3.19.), dapat dilihat pada Gambar 3.4.



Gambar 3.4. Koefisien tekuk elastis untuk tekanan pada pelat segi empat datar

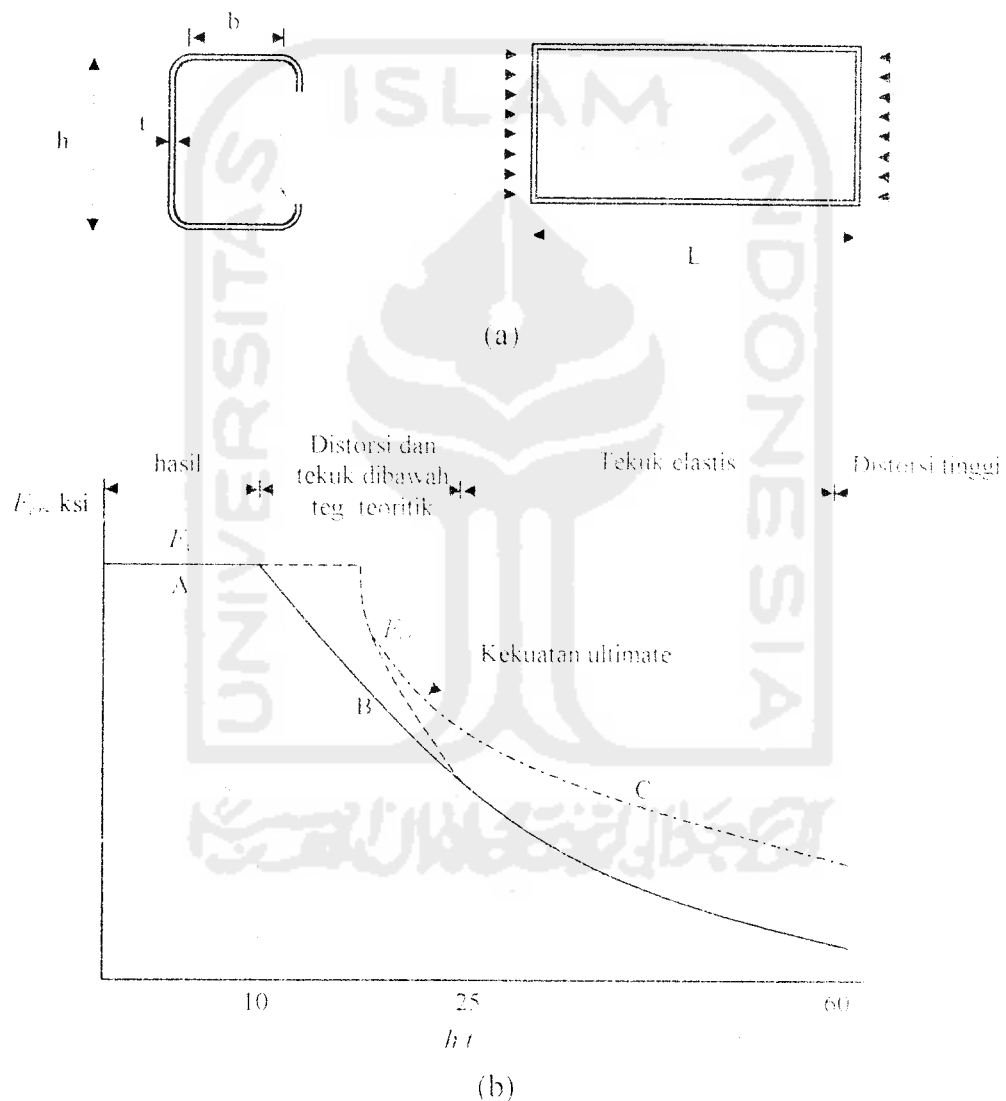
Nilai (k) dipengaruhi oleh perbandingan dari (L/b) dan kondisi dari tepi-tepi pelat dimana semakin besar nilai (L/b) maka nilai dari k akan semakin kecil dengan demikian tegangan kritisnyapun akan semakin kecil nilai k mendekati 0,425, untuk perbandingan (L/b) ≥ 5 dan kondisi tepi-tepi pelat adalah tumpuan sederhana-bebas.



Gambar 3.5. Kelakuan pelat yang mengalami tekan tepi

Charles G. Salmon dan John E. Johnson (1990), menyatakan bahwa pelat yang mempunyai (b/t) relatif besar (badan non kompak) kemungkinan mengalami tekuk setempat (*Local Buckling*) yang sangat besar akibat tekan aksial, kemungkinan terjadi pelat akan meleleh pada sekitar 40 % dari kekuatan nominal yang disebut sebagai leleh *premature* seperti terlihat pada Gambar 3.5.

Tegangan kritis profil C canali dingin dipengaruhi oleh rasio (h/t) pada badan, nilai (b/t) pada sayap dan k yang dipengaruhi jenis tegangan (tekanan merata pada dua tepi yang berlawanan) dan kondisi tumpuan tepi (tumpuan sederhana pada keempat tepi) semakin tinggi nilai perbandingan (h/t) dan (b/t) maka tegangan kritisnya semakin rendah dapat dilihat pada Gambar (3.6.b).



Gambar 3.6. (a) Penampang profil yang diberi tekan aksial
(b) Grafik hubungan h/t dengan F_{cr}

Boris Bresler/T.Y.Lin/John B.Scalzi, mengemukakan elemen dengan harga (b/t) kurang dari 10, $F_{cr} = F_y$, hubungan antara kuat tekan dan (b/t) tersebut ditunjukkan pada kurva A, pada Gambar (3.6.b).

Pada elemen dengan (b/t) lebih besar 10 kurang dari 25 tekuk lokal dapat terjadi pada tegangan di bawah tegangan tekuk teoritis. Tegangan kritis untuk elemen tersebut mendekati F_y dan F_{cr} pada (b/t) sama dengan 25 ditunjukkan pada kurva B.

Pada elemen dengan (b/t) antara 25 dan 60 penyimpangan dapat terjadi pada tegangan sama dengan atau lebih dari tegangan tekuk teoritik F_{cr} , ditunjukkan pada kurva C.

Pada elemen dengan (b/t) lebih besar dari 60 penyimpangan tegangan kritisnya sangat rendah hal ini menunjukkan bahwa elemen-elemen tersebut tidak dapat digunakan untuk struktur.

Sebagian besar profil C canai dingin memiliki perbandingan (b/t) yang cukup besar di atas 10 sehingga tegangan kritis yang terjadi jauh di bawah tegangan lelehnya.

Persamaan untuk tekuk pelat pada Persamaan (3.18), sepenuhnya bersifat umum dalam bentuk k dan penurunannya untuk kasus yang dibahas di sini dapat dianggap sebagai ilustrasi prosedur bagi kasus lainnya. Bilangan bulat m menunjukkan banyaknya separuh gelombang yang terjadi dalam arah x pada saat tekuk. Gambar (3.4) menunjukkan bahwa ada harga k minimum untuk jumlah separuh gelombang tertentu, yakni kondisi terlemah. Situasi terlemah terjadi pada

saat panjang pelat merupakan kelipatan bulat dari lebarnya, dan bahwa kelipatan ini sama dengan banyaknya separuh gelombang.

Jadi, dengan $a/b = m$ akan diperoleh $k = 4$. Selanjutnya, bila m bertambah besar, persamaan k menjadi makin datar dan mendekati harga konstan 4 untuk rasio a/b yang besar.

3.3. Stabilitas dan Kapasitas Rotasi Balok

Ketidakstabilan batang-batang yang mengalami lentur, dibatasi oleh tekuk setempat pada sayap, tekuk setempat pada badan dan tekuk puntir lateral. Dua peristiwa tekuk lokal tersebut di atas, merupakan fungsi rasio lebar terhadap tebal (b/t), sedangkan tekuk puntir lateral merupakan fungsi rasio kelangsingan dan gradien momen. Rasio kelangsingan yang dimaksud adalah : panjang bagian yang tidak dikekang dibagi jari-jari maksimum.

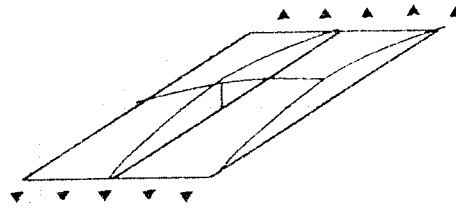
3.3.1. Tekuk Lokal pada Sayap

Stabilitas pada sayap dengan kondisi tumpuan tepi jepit-bebas Gambar (3.7.) sebelum mengalami tekuk dinyatakan dalam Persamaan (3.18) berikut ini :

$$F_{cr} = \frac{k \pi^2 E}{12(1 - \mu^2) (b/t)^2} \quad (3.18)$$

dengan : b adalah lebar sayap, E adalah modulus elastisitas, angka poisson μ diambil 0.3 (untuk baja dan rasio lebar dengan ketebalan (b/t)), nilai k untuk kondisi yang ditunjukkan pada Gambar (3.5) dan perbandingan L/b , seperti pada

Gambar (3.4) diperoleh $k = 0,425$. Dari Persamaan (3.4) untuk $F_c = F_{cr} = 240$ Mpa, diperoleh $h/t = 5,79$.



b

Gambar 3.5. Tekuk pada sayap (jepit-bebas)

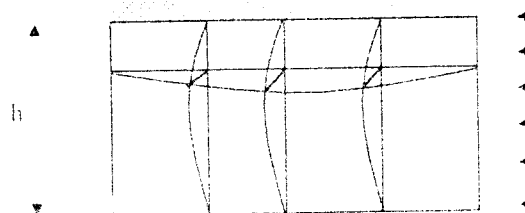
3.3.2. Tekuk Lokal pada Badan

Stabilitas pada badan dengan kondisi tumpuan tepi jepit-jepit sebelum mengalami tekuk seperti Gambar (3.8) dinyatakan dalam Persamaan (3.18) berikut :

$$F_{cr} = \frac{k \pi^2 E}{12(1-\mu^2)(h/t)^2} \quad (3.18)$$

dengan nilai k untuk kondisi yang ditunjukkan pada Gambar (3.8) diambil $k = 4$.

Dari Persamaan (3.18) untuk $F_c = F_{cr} = 240$ Mpa, diperoleh $h/t = 17,785$.



Gambar 3.6. Tekuk Horizontal pada Badan (jepit-jepit)

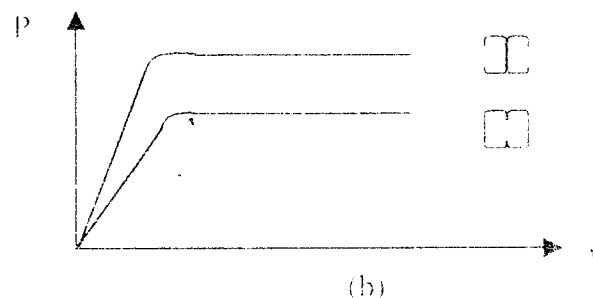
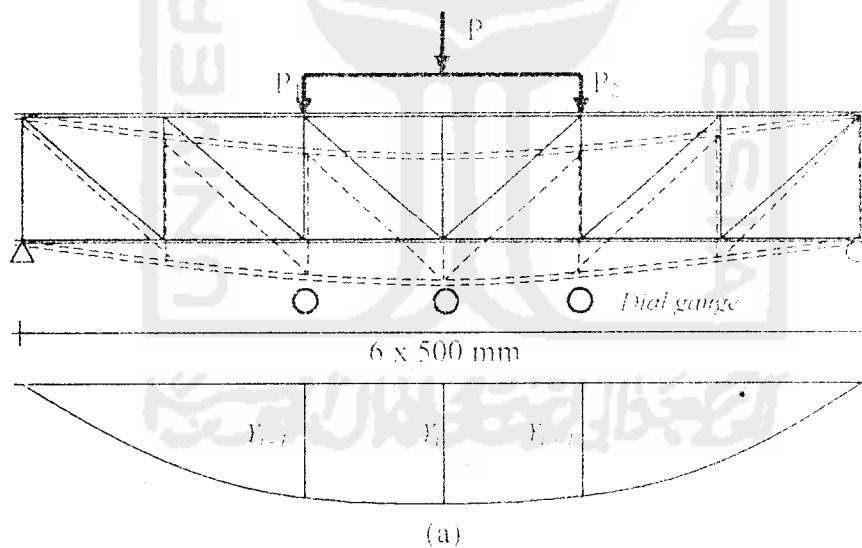
3.4. Tekuk Primer

Charles G. Salmon dan John E. Johnson, mengemukakan bahwa pada keruntuhan akibat tekuk apabila tegangan pada seluruh penampang masih dalam kondisi elastis, tekuk dapat dihitung dengan Persamaan tekuk Euler seperti pada Persamaan (3.19) :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (3.19)$$

dengan $r =$ jari-jari Inersia dan $(L/r) =$ kelangsingan. Dari persamaan tekuk tersebut tersebut dapat diketahui bahwa semakin langsing suatu batang kemungkinan terjadinya tekuk akan semakin tinggi.

3.4. Hubungan Momen dengan Kelengkungan



Gambar 3.10. Hubungan antara beban (P) dan Lendutan (Δ)

Fatkhurrahman N., Dari pengujian kuat lentur diperoleh defleksi pada titik-titik distrik. Pendekatan kemiringan menggunakan metode *Central Differences*.

Mengacu pada Gambar (3.10.b) dy/dx didekati dengan Persamaan (3.20)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x} \quad (3.20)$$

turunan kedua Persamaan (3.20) adalah :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{(2\Delta x) \frac{d}{dx}(y_{i+1} - y_{i-1}) - (y_{i+1} - y_{i-1}) \frac{d}{dx}(2\Delta x)}{(2\Delta x)^2} \quad (3.21)$$

karena $(2\Delta x)$ adalah konstanta maka

$$\frac{d}{dx}(2\Delta x) = 0$$

sehingga Persamaan (3.21) menjadi

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{(2\Delta x) \frac{d}{dx}(y_{i+1} - y_{i-1})}{(2\Delta x)^2} \quad (3.22)$$

selanjutnya dari Persamaan (3.22) didapatkan

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{y_{i+2} - 2y_i - y_{i-2}}{(2\Delta x)^2} \quad (3.23)$$

kemudian Persamaan (3.23) disederhanakan menjadi :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i - y_{i-1}}{(\Delta x)^2} \quad (3.24)$$

dengan :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \phi = \frac{M}{EI}$$

$$M = EI \cdot \phi$$

Maka Persamaan (3.24) dapat ditulis menjadi :

$$M = EI \cdot \frac{d^2y}{dx^2} \quad (3.25)$$