BAB III

LANDASAN TEORI

3.1. Pendahuluan

Rangka atap adalah suatu struktur yang tersusun oleh batang-batang yang dihubungkan dengan sambungan pada hubungan joint-jointnya.

Beberapa jenis rangka atap yang biasa dijumpai pada bangunan-bangunan gedung diantaranya adalah rangka Pratt, Howe, dan Fink. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1. Macam-macam bentuk rangka

Untuk mendapatkan gaya batang pada konstruksi rangka atap sederhana seperti di atas dapat dilakukan dengan beberapa metode antara lain: metode titik kumpul metode potongan dan matrik.

3.2. Analisis Struktur

Suatu konstruksi bangunan yang menerima beban luar, baik itu beban pada batang atau beban pada titik buhul, maka konstruksi tersebut akan mengalami deformasi. Secara umum deformasi itu berupa: deformasi aksial, lentur dan puntir (susastrwan,1991).

3.2.1. Deformasi Pada Rangka Batang Bidang (Truss Element)

Pada rangka bidang (*truss*) didefinisikan sebagai konstruksi rangka dengan titik buhulnya berupa sendi (dianggap sendi). Sehingga deformasi yang terjadi pada batang-batangnya akibat beban luar adalah hanya deformasi aksial





Arah gaya dan deformasi yang tampak pada Gambar 3.2 adalah arah positif maka:

[k] = matrik kekakuan pada sistem koordinat lokal

dengan: $\{f\}$ = vektor gaya, [k] = matrik kekakuan, dan $\{d\}$ = vektor diformasi

Pada rangka batang bidang kedudukan batang-batangnya adalah sembarang, sehingga untuk menganalisis konstruksi ini diperlukan transformasi koordinat.

3.2.1.2 Matrik transformasi

Garis putus-putus pada Gambar 3.3 menunjukkan sistem koordinat global (sistem koordinat struktur). Pada umumnya sumbu 1 (sumbu x) diambil horisontal dan sumbu 2 (sumbu y) diambil vertikal. Sedang sistem koordinat lokal digambarkan dengan garis penuh, sumbu 1 (sumbu x) diambil sumbu tiap batang dan sumbu 2 (sumbu y) diambil tegak lurus sumbu batang.



Gambar 3.3. (a). Kondisi lokal, (b). Kondisi global, (c) Transformasi ujung a,

(d). Transformasi ujung b

Dari Gambar 3.3.c. akan diperoleh Persamaan sebagai berikut:

 $d_1 = D_1 \cos \theta + D_2 \sin \theta.$ (3.4)

dalam bentuk matriks:

Dari Gambar 3.3.c dan analog dengan Persamaan (3.5) dapat diperoleh:

$$\mathbf{d}_{2} = [\cos \theta \ \sin \theta], \begin{cases} D_{3} \\ D_{4} \end{cases}....(3.6)$$

dengan : d_1 = deformasi lokal ujung a

- $d_2 = deformasi lokal ujung b$
- $D_1, D_2 =$ deformasi global ujung a
- $D_{a}, D_{4} =$ deformasi global ujung b

Untuk memudahkan dalam penjelasan lebih lanjut ujung-ujung batang disebut dengan ujung a dan ujung b seperti nampak pada Gambar 3.3.a dengan demikian Persamaan (3.5) dan (3.6) dapat dituliskan sebagai berikut:

$d_s = [c s]$	Da(3.)	7)
$\mathbf{d}_{\mathbf{b}} = [\mathbf{c} \mathbf{s}]$	Db(3.8	3)

dengan: $C = \cos \theta$; $S = \sin \theta$

jika diambil $\lambda = [c \ s]$, maka Persamaan (3.7) dan (3.8) dapat dituliskan:

$$\begin{cases} da \\ db \end{cases} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{cases} Da \\ Db \end{cases}(3.9)$$

 $\lambda = \text{matriks transformasi}$

untuk menyederhanakan penulisan dan penjabaran lebih lanjut Persamaan (3.9) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\{d\} = [\Lambda] \{D\}.....(3.10)$$

Analog dengan Persamaan (3.9), akan dapat disusun Persamaan berikut:

Dari Persamaan (3.9) dan Persamaan (3.11) dapat diperoleh:

 $\mathbf{K} = \mathbf{\Lambda}^{\mathrm{T}} \mathbf{k} \, \mathbf{\Lambda}....(3.19)$

Sehingga,

Dengan: $K_{aa} = \lambda^T k_{aa} \lambda$; $K_{ab} = \lambda^T k_{ab} \lambda$; $K_{ba} = \lambda^T k_{ba}, \lambda$; dan $K_{bb} = \lambda^T k_{bb}, \lambda$;

dengan cara yang sama akan didapat K_{ab} , K_{ba} , K_{bb} , sehingga didapat matrik kekakuan pada system koordinat global:

[K] = Matrik kekakuan pada sistem koordinat global.

3.2.2 Deformasi Pada Portal Bidang (Frame Structures)

Karena adanya beban luar, baik itu beban pada batang atau beban pada titik buhul, batang akan mengalami deformasi aksial dan lentur. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 3.4.

3.2.2.1 Batang yang mengalami deformasi aksial dan lentur



Gambar 3.4. Deformasi pada portal (frame)

Dari Gambar 3.4 diatas dapat disusun Persamaan dasar portal (*frame*) dalam bentuk matrik sebagai berikut:

$$\begin{cases} f_{1} \\ f_{2} \\ f_{3} \\ f_{4} \\ f_{5} \\ f_{0} \end{cases} = \frac{kI}{L^{3}} \begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 & -\beta & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6L & 0 & -12 & 6L \\ 0 & 6L & 4L^{2} & 0 & -6L & 2L^{2} \\ -\beta & 0 & 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 12 & -6L \\ 0 & 6L & 2L^{2} & 0 & -6L & 4L^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 & -\beta & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6L & 0 & -12 & 6L \\ 0 & 6L & 4L^{2} & 0 & -6L & 2L^{2} \\ -\beta & 0 & 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 12 & -6L \\ 0 & 6L & 2L^{2} & 0 & -6L & 4L^{2} \end{bmatrix}, \quad \beta = \frac{4L^{2}}{L} \dots \dots (3.25)$$

$$\{f\} = [k]\{d\} \dots \dots \dots (3.26)$$

$$[k] = \operatorname{matrik} \operatorname{kekakuan} \operatorname{pada} \operatorname{sistem} \operatorname{koordinat} \operatorname{lokal}$$

$$\operatorname{dengan}: \quad \{f\} = \operatorname{vektor} \operatorname{gaya}$$

$$[k] = \operatorname{watrik} \operatorname{kekakuan}$$

3.2.2.2 Matrik Transformasi



Gambar 3.5. Transformasi koordinat

Dalam bentuk matrik

$$\begin{cases} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{cases} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{cases}$$
....(3.27)

atau $\{d_a\} = [\lambda] \{D_a\}$(3.28)

jika $\cos \theta = c \, dan \, \sin \theta = s \, maka$:

Analog dengan Persamaan (2.27) akan diperoleh:

$$\begin{cases} d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{cases} D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{cases}$$
....(3.30)

atau
$$\{d_a\} = [\lambda] \{D_b\}$$
.....(3.31)

Dengan menggabungkan Persamaan (2.28) dan (2.31) akan diperoleh:

atau $d = [\Lambda] D$(3.33)

 $Dengan; K_{aa} = \lambda^T | k_{aa}, \lambda; K_{ab} = \lambda^T | k_{ab}, \lambda; K_{ba} = \lambda^T | k_{ba}, \lambda; K_{bb} = \lambda^T | k_{bb}, \lambda.$

$$= \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} \beta c^2 + 12s^2 & cs(\beta - 12) & -6Ls \\ & \beta s^2 + 12c^2 & 6Lc \\ simetris & & 4L^2 \end{bmatrix}$$
(3.35b)

dengan cara yang sama akan didapat K_{ab.} K_{ba.} K_{bb} Sehingga didapat matrik kekakuan pada system koordinat global:

$$K = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 & g_4 & -g_1 & -g_2 & g_4 \\ g_3 & g_5 & -g_2 & -g_3 & g_5 \\ g_6 & -g_4 & -g_5 & g_7 \\ g_1 & g_2 & -g_4 \\ g_3 & -g_5 \\ g_6 \end{bmatrix}$$

$$K = \text{ matrik kekakuan pada sistem koordinat global}$$
Dengan: $g_1 = \alpha$. ($\beta C^2 + 12 S^2$); $g_2 = -\alpha$. CS.(($\beta - 12$); $g_3 = \alpha$.($\beta S^2 - 12C^2$) $g_4 = -\alpha.6LS$; $g_6 = \alpha.4L^2$; $g_7 = \alpha.2L^2$ $C = \cos \theta$; $S = \sin \theta$; $\alpha = \frac{ET}{L^3}$, $\beta = \frac{AL^2}{T}$

Dari penjelasan Analisis Struktur diatas dapat disimpulkan bahwa pada Elemen *Truss* batang hanya dapat menahan tegangan aksial, sedangkan pada Elemen *Frame* batang mampu menahan tegangan aksial dan tegangan lentur akibat momen. Sehingga pada Elemen *Frame* mempunyai kekakuan yang lebih tinggi dibandingkan dengan kekakuan pada Elemen *Truss*, untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 3.2 dan 3.4. Dengan memasukkan nilai variabel-variabel pada matrik kekakuan Elemen Truss (3.2.3) dan Elemen Frame(3.37) akan diperoleh hasil bahwa kekakuan pada Elemen Frame akan mempunyai nilai yang lebih tinggi.

3.3 Batang Tarik

Perencanaan batang tarik merupakan salah satu masalah teknik struktur yang paling sederhana. Karena. stabilitas bukan merupakan hal utama, perencanaan batang tarik pada hakekatnya menentukan luas penampang lintang batang yang cukup untuk menahan beban yang bekerja *(Salmon dan Johnson, 1990)*.

Keruntuhan batang tarik dapat terjadi pada dua tempat yaitu:

- keruntuhan pada daerah dengan luas netto terkecil (kerusakan fraktur) seperti terlihat pada Gambar 3.6 potongan A-B,
- keruntuhan pada penampang bruto yang jauh dari sambungan (kritria pelelehan) seperti terlihat pada Gambar 3.6 potongan C-D.



Gambar 3.6 keruntuhan pada batang tarik

Secara umum kekuatan batang tarik ditunjukkan dengan Persamaan (3.38) berikut ini.

Tu = Fu Ae.....(3.38)

dengan: Tu = beban tarik, Ae = luas efektif, dan Fu = kekuatan tarik minimum yang dispesifikasikan untuk baja tersebut.

3.3.1 Sambungan Baut

Pada batang tarik di mana tidak semua penampang melintangnya dihubungkan dengan batang penumpunya, beban runtuhnya akan lebih kecil. Fenomena seperti ini disebut *sheur lag*, seperti terlihat pada Gambar3.7. Perhatikan bahwa siku itu hanya dihubungkan pada satu kaki. Hal ini mengakibatkan terjadinya pemusatan tegangan di sepanjang kaki itu, pada kaki lainya tidak ada tegangan (atau mungkin kecil sekali). Sehingga tegangan yang terjadi harus direduksi *(Spiegel dan Limbrunner, 1991)*.

Luas efektif untuk batang tarik siku yang dihubungkan dengan sambungan baut pada satu kakinya seperti pada Gambar 3.7 dihitung dengan Persamaan (3.39).

Ae = U An.....(3.39) dengan U = koefisien reduksi dan An = luas netto batang tersebut



Gambar 3.7 luas efektif sambungan baut

$$U = 1 - \left(\frac{\chi}{L}\right)....(3.40)$$

dengan X= jarak pusat berat batang siku ke tepi dan L= jarak baut

Pada potongan A – B : An = (b - d). t....(3.41) Dengan: An = luas netto, b = lebar pelat, d = diameter perlemahan, t = tebal pelat.

3.3.2 Sambungan Las

Batang tarik yang disambung dengan las akan mempunyai kekuatan batas bila semua serat penampang lintang batang meleleh. Luas efektif batang tarik siku yang disambung dengan sambungan las pada satu kakinya seperti pada Gambar 3.8 dihitung dengan Persamaan (3.42).



Koefisien reduksi (U) pada sambungan las dihitung dengan menggunakan Persamaan (3.40), dengan L pada sambungan las adalah panjang las.

Dikarenakan pada sambungan baut terjadi pengurangan luas tampang karena adanya lubang baut, maka beban yang mampu ditahan pada sambungan baut akan lebih kecil jika dibandingkan dengan sambungan las.

3.4 Batang Tekan

Menurtut Persamaan Euler kekuatan batang tekan batang dinyatakan dengan

rumus $P_{kr} = \frac{\pi^2 . E.I}{L^2}$. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada uraian berikut:

Akibat beban (P) dan pelenturan (y), pada penampang tersebut bekerja momen lentur. Seperti telihat pada Gambar 3.9.



Gambar 3.9 Batang lurus dibebani gaya tekan aksial

$$M = -P y_{.....}$$
 (3.43)

Karena M = El
$$\frac{d^2 y}{dx^2}$$
, maka Persamaan (3.44) menjadi:

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -P.y \qquad (3.44)$$

dengan E = modulus elastisitas, P = gaya aksial, I = inersia, dan y = pelenturan. Penyelesaian Persamaan (3.45) menghasilkan beban kritis (P_{ki})sebagai berikut:

$$P_{kt} = \frac{\pi^2 . E.I}{L^2}$$
....(3.45)

Persamaan (3.45) menunjukkan beban kritis menurut Euler, Jika masing-masing ruas dibagi dengan luas penampang (A), akan diperoleh tegangan kritis (σ_{kr}).

Karena $\frac{A}{I} = 1/i^2$, dan panjang (L) diganti dengan panjang tekuk (Lk) maka

Persamaan (3.46) dapat dinyatakan dengan Persamaan (3.47).

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 . EI}{\left[\frac{I.k}{i}\right]^2} \dots (3.47)$$

Dengan $\left[\frac{Lk}{i}\right]$ adalah kelangsingan (λ)

Tampak disini bahwa kuat tekan kolom dipengaruhi oleh kelangsingannya, semakin langsing suatu kolom, kuat tekan semakin kecil.

3.4.1 Kuat Tekan Batang Tersusun

Struktur rangka atap pada Gambar 3.10b tersusun dari batang siku ganda seprti terlihat pada Gambar batang 3.10a.



Gambar 3.10 Batang Tersusun

dengan a = jarak sumbu elemen batang tersusun

Bila Persamaan (3.46) digunakan untuk menghitung beban kritis kolom tersusun hasil yang diperoleh kurang teliti, Salmon dan Johnson (1990) dalam menentukan

kuat desak batang tersusun dengan memperhitungkan pengaruh geser, akan diperoleh beben krtitis (P_{kr}) sebesar:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 . E.I}{L^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\beta \pi^2 EI}{L^2 AG}\right)} \dots (3.48)$$

Apabila batang tersusun mempunyai luas yang sama dengan batang tunggal, maka kuat tekan kritis batang tersusun lebih kecil dibandingkan dengan batang tunggal, hal ini dipengaruhi oleh: G (modulus geser), E (modulus elastisitas baja), I (momen inersia), A (luas penampang batang), dan β (faktor bentuk).

3.5. Hubungan Beban dan Lendutan

Kekakuan suatu struktur (k) didefinisikan sebagai rasio beban dan lendutan, yang dinyatakan dengan: $k = P/\Delta$(3.49)

Tampak bahwa kekakuan berbanding terbalik dengan lendutan (Δ). Apabila suatu struktur diberi beban aksial (P), maka akan diketahui lendutan (Δ) yang terjadi, sehingga kekakuan (k) dapat dicari.



Gambar 3.11 Rangka atap baja yang diberi beban aksial (P) akan terjadi lendutan (A)

Hubungan beban dan lendutan untuk berbagai macam struktur ditunjukkan oleh Gambar 3.12.



Gambar 3.12. Grafik hubungan beban (P) dan lendutan (Λ)

Pada Gambar 3.12 terlihat bahwa kekakuan struktur nampak linier sampai pada beban batas (Py). Selanjutnya struktur hanya mampu menerima beban konstan sedangkan lendutan yang terjadi terus bertambah sampai struktur tersebut hancur.

Dari Grafik hubungan beban dan lendutan akan membentuk sudut sebesar θ , dimana tg $\theta = P/\Delta$(3.50)



struktur Frame dan Truss

Untuk membandingkan kekakuan struktur dapat dilihat dari besarnya θ. seperti terlihat pada Gambar 3.13, bahwa pada struktur *Frame* mempunyai kekakuan yang lebih besar dibandingkan dengan struktur *Truss*.

3.6 Hubungan Momen dan Kelengkungan

Faktor kekakuan (EI) didefinisikan sebagai rasio momen dan kelengkungan, yang dinyatakan dengan: EI = M/ϕ(3.51)

Tampak bahwa faktor kekakuan berbandig terbalik dengan kelengkngan, sehingga semakin besar kelengkungan semakin kecil kekakuan suatu struktur.

Pemberian beban aksial terpusat (P) pada struktur rangka atap akan mengakibatkan terjadinya momen sebesar: $M = \frac{1}{4} PL$(3.52)



Gambar 3.14 Momen yang terjadi pada struktur rangka atap

Dengan pemberian beban aksial (P) akan didapatkan perpindahan yang diukur pada tiga titik yang berurutan seperti terlihat pada Gambar 3.15.



Gambar 3.15. penurunan yang terjadi akibat beban (P)

Dengan
$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{t+1} - y_{t-1}}{2\Delta x}$$
 (3.53)

Ketengkungan dapat dicari dengan rumus $\phi = 1/\rho = \frac{d^2 y}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}$(3.54)

karena $\frac{dy}{dx}$ kecil maka dengan pendekatan *central difference* $\frac{dy}{dx}$ didekati dengan nol.

Sehingga didapat kelengkungan $\phi = \frac{d^2 y}{dx^2}$(3.55)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta_x)\frac{d}{dx}(y_{i+1} - y_{i+1}) - (y_{i+1} - y_{i+1})\frac{d}{dx}(2\Delta_x)}{(2\Delta x)^2}$$
(3.56)

karena (2 Δ_x) adalah konstanta maka: $\frac{d}{dx}(2\Delta_x) = 0$ (3.57)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta x)^2} \dots (3.60)$$

Jadi kelengkungan $\phi = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta x)^2}$(3.61)

Setelah Momen (M) dan kelengkungan (ϕ) diketahui, maka faktor kekakuan (EI) dapat dicari. Grafik hubungan momen dan kelengkungan ditunjukkan pada Gambar 3.16 berikut ini.



Gambar 3.16 Grafik hubungan momen kelengkungan

Gambar 3.16 menunjukkan hubungan momen dan kelengkungan. Tampak bahwa pada Grafik hubungan momen kelengkungan akan membentuk sudut (α), dimana tg $\alpha = M/\phi$(3.62)



Gambar 3.17 Grafik hubungan momen dan kelengkungan struktur *Frame* dan *Truss*

Untuk membandingkan kekakuan sturuktur dapat dilihat besarnya α. Seperti terlihat pada Gambar 3.17, bahwa pada struktur *Frame* mempunyai kekakuan yang lebih besar dibandingkan dengan struktur *Truss*.

3.7. HIPOTESA

Dengan memperhatikan latar belakang, tujuan penelitian, tinjauan pustaka, dan landasan teori bahwa apabila suatu struktur rangka atap baja diberi beban sentris (p) maka akan terjadi lendutan (Δ) yang besarnya dipengaruhi oleh kekuatan bahan dan kekakuan sambungan. Struktur yang menggunakan sambungan baut akan mengalami lendutan yang lebih besar dibandingkan struktur yang menggunakan sambungan las, karena pada sambungan baut diasumsikan sebagai sambungan sendi atau tidak dapat mengekang momen. Sedangkan sambungan las diasumsikan sebagai sambungan jepit yang dapat mengekang momen.

Pada sambungan baut terdapat pengurangan luas tampang karena adanya lubang baut, sedangkan pada sambungan las tidak terdapat pengurangan luas tampang sehingga pada sambungan las akan mampu menahan beban tekan P yang lebih besar.

Dibawah ini dapat dilihat hubungan antara beban (P) dan lendutan (Δ) yang terjadi



Gambar 3.18. Hubungan beban (P) dan lendutan (Δ)

Hubungan momen (M) dan kelengkungan (\ophi) ditunjukkan pada Gambar3.19



Gambar 3.19. Hubungan momen (M) dan kelengkungan (\ophi)

