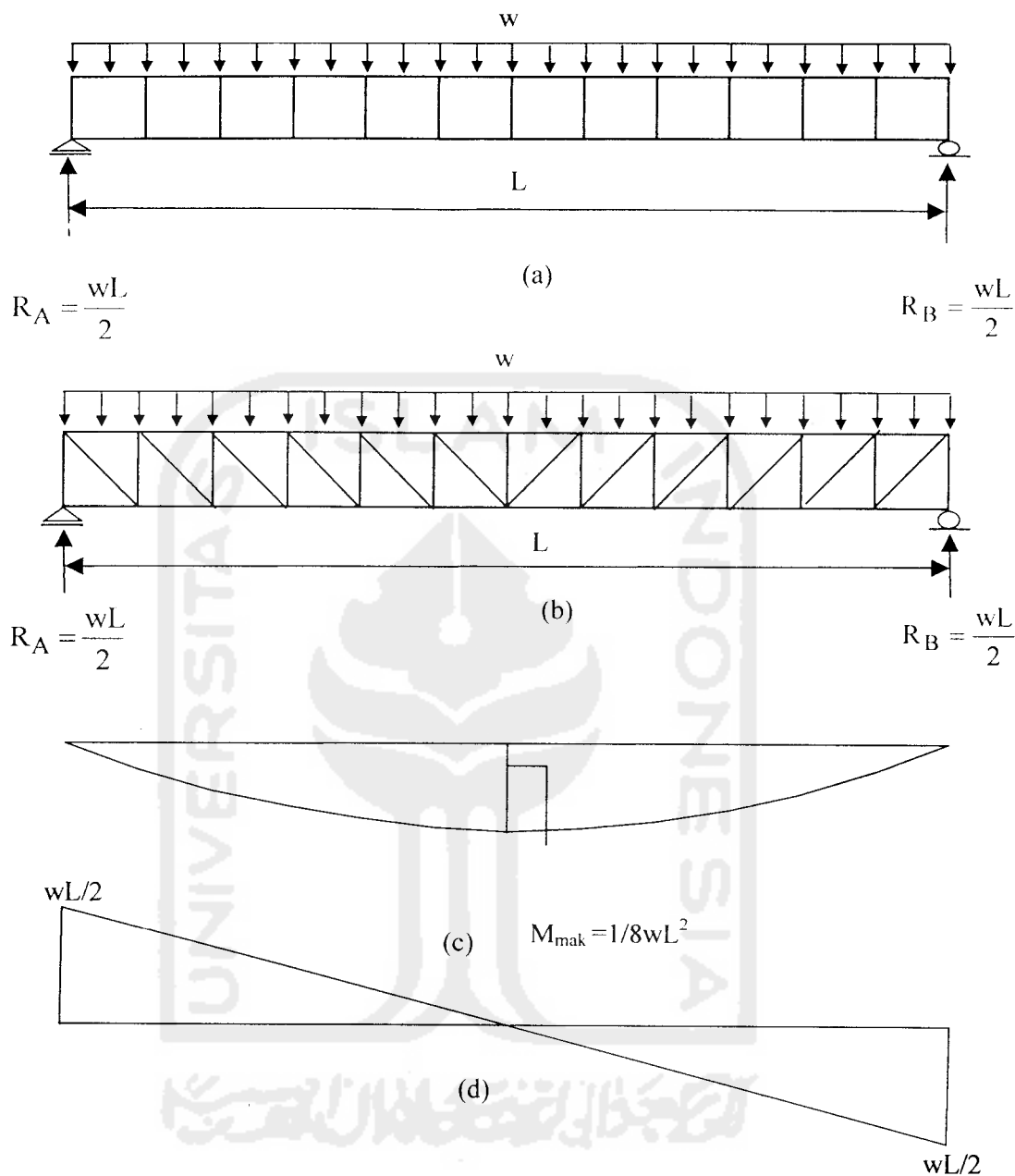


BAB III LANDASAN TEORI

3.1. Pendahuluan

Struktur pemikul beban transversal berupa rangka kaku (*rigid frame*) yang ujung-ujungnya ditumpu sederhana (sendi dan rol) ditunjukkan Gambar 3.1a, dinamakan balok *Vierendeel*. Komponen-komponen *Vierendeel* terdiri: (a) komponen tepi atas, (b) tepi bawah dan (c) komponen transversal. Komponen tepi atas dan tepi bawah dihubungkan oleh komponen transversal pada joint-joint kaku membentuk struktur yang mempunyai pola segi empat. Balok *Vierendeel* Gambar 3.1a termasuk struktur yang statis tak-tentu (*indeterminate structures*), kerana itu untuk mendapatkan gaya-gaya internalnya digunakan persamaan keseimbangan dan persamaan deformasi. Struktur rangka pemikul beban transversal yang lain berupa rangka yang joint-jointnya fleksibel (*flexible joint*), dinamakan rangka batang (*Truss*). Contoh truss dukungan sederhana ditunjukkan pada Gambar 3.1b, komponen-komponennya terdiri dari: (a) komponen tepi atas, (b) tepi bawah, (c) komponen transversal dan (d) komponen diagonal. Struktur Gambar 3.1.b termasuk struktur yang statis tertentu (*determinate structures*), analisis struktur tersebut dapat diselesaikan dengan persamaan keseimbangan.

Paling sedikit ada dua perbezaan antara *Vierendeel* dengan *Truss*, yaitu (a) susunan komponen-komponen pengisi dan (b) derajat pengekangan rotasi joint-jointnya.



Gambar 3.1. (a) Balok *viereendeel*
 (b) rangka batang
 (c) diagram momen
 (d) diagram gaya geser

Pada *Truss* terdapat komponen diagonal, sedangkan *Viereendeel* tanpa komponen diagonal. Jika jumlah joint pada *Viereendeel* sama dengan jumlah joint pada *Truss*,

maka joint kaku pada *Vierendeel* menggantikan fungsi batang diagonal pada *Truss*. Jika penampang komponen-komponen *Truss* dibuat sama dengan penampang komponen-komponen *Vierendeel* maka pertanyaan yang dapat diajukan adalah struktur mana yang mempunyai kapasitas dan kekakuan lentur yang lebih besar. Untuk menjawab pertanyaan tersebut perlu penelitian eksperimental.

Andaikan struktur Gambar 3.1a dan Gambar 3.1b penampangnya sama dan solid, pada balok tersebut bekerja beban terdistribusi merata (w), maka besar gaya reaksi pada dukungan sendi dan rol adalah

$$R_A = R_B = wL/2.$$

Diagram momen dan diagram gaya geser yang bekerja pada *Vierendeel* dan *Truss* dengan asumsi penampangnya solid ber turut-turut ditunjukkan pada Gambar 3.1c dan Gambar 3.1d. Momen maksimum terjadi di tengah-tengah bentang, yaitu

$$M_{\text{mak}} = 1/8 wL^2.$$

Menggunakan diagram momen dan diagram gaya geser akan dicari gaya-gaya internal pada komponen-komponen *Vierendeel* maupun *Truss*. Gaya internal komponen *Truss* berupa gaya aksial (tarik atau tekan), sedangkan gaya internal pada komponen *Vierendeel* berupa gaya aksial, gaya geser dan momen.

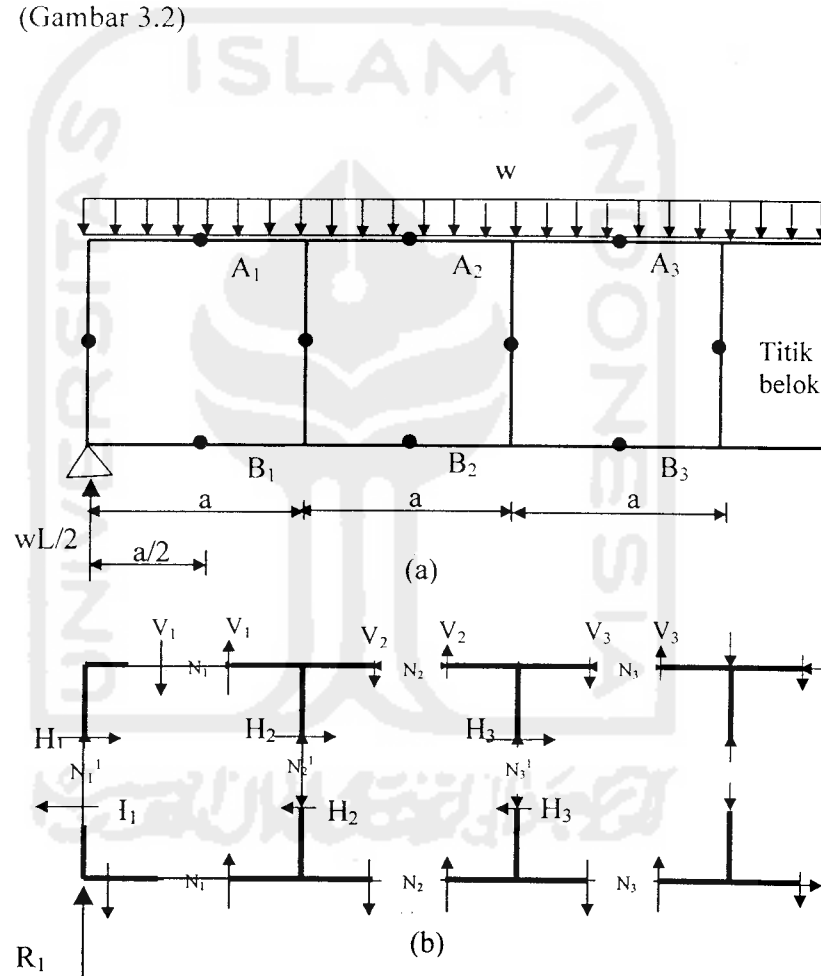
3.2. Analisis Balok *Vierendeel*

Analisis balok *Vierendeel* dapat dilaksanakan dengan banyak metode, salah satu metode sederhana dikemukakan oleh *Wolfgang Schueller, 1989* yang

merupakan metode pendekatan. Asumsi-asumsi yang digunakan pada metode ini adalah:

1. Joint pada *Vierendeel* dianggap kaku.
2. Panjang batang sebelum dan setelah mengalami tegangan dan deformasi dianggap sama (tidak mengalami perubahan panjang).
3. Titik belok (*point of contraflexure*) terjadi di tengah-tengah batang

(Gambar 3.2)



Gambar 3.2 (a) Asumsi titik belok pada tengah-tengah batang
(b) Gaya geser pada komponen *vierendeel*

3.2.1. Gaya Geser Vertikal

Gaya geser vertikal yang bekerja pada komponen tepi atas (A_1) dan tepi bawah (B_1) yang terletak pada panel paling luar (panel 1), dianggap sama besar, yaitu

$$V_1 = \frac{R_A}{2} = \frac{w.L/2}{2} = \frac{w.L}{4}$$

Komponen tepi yang terletak pada panel 2, yaitu batang A_2 dan B_2 memikul gaya geser

$$V_2 = \frac{w.L/2 - w.a}{2}$$

Komponen tepi pada panel 3, yaitu batang A_3 dan B_3 memikul gaya geser

$$V_3 = \frac{w.L/2 - 2w.a}{2}$$

Secara umum gaya geser batang tepi yang terletak pada panel ke n dinyatakan dengan Persamaan (3.1)

$$V_n = \frac{R_A/2 - (n-1)w.a}{2} \dots\dots\dots(3.1)$$

Tampak gaya geser batang tepi semakin kecil bila batang tersebut semakin jauh dari tumpuan.

3.2.2. Momen Pada Komponen Tepi

Momen pada komponen tepi atas dan tepi bawah adalah perkalian gaya geser dengan lengan. Jika titik belok berada di tengah batang maka momen pada ujung-ujung batang A_1 dan B_1 adalah

$$M_1 = V_1 \cdot (a/2)$$

dengan $a/2$ adalah setengah panjang komponen tepi. Momen pada ujung-ujung komponen tepi pada panel dua adalah

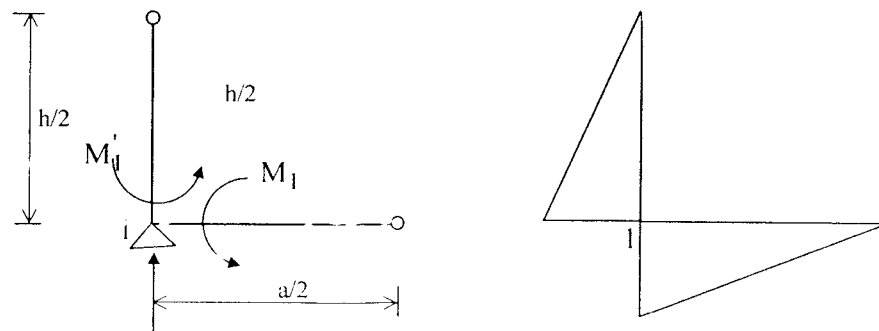
$$M_2 = V_2 \cdot (a/2)$$

Secara umum momen pada ujung-ujung batang tepi yang terletak pada panel yang ke n dapat dinyatakan dengan Persamaan (3.3)

$$M_n = V_n \cdot (a/2) \dots\dots\dots(3.2)$$

Karena gaya geser pada komponen-tepi yang semakin jauh dengan dukungan semakin kecil maka momen yang bekerja pada komponen tepi semakin menjauhi tumpuan semakin kecil. Momen pada ujung-ujung komponen vertikal dapat dicari dengan Persamaan keseimbangan momen joint, yaitu

$$\sum M_1 = 0 \dots\dots\dots(3.3)$$



Gambar 3.3. Momen pada ujung-ujung batang pada joint yang merupakan pertemuan dua ujung batang

Sebagai contoh akan dicari momen M'_1 , yaitu momen pada ujung batang vertikal paling kanan. Mengacu kepada Gambar (3.3), Persamaan keseimbangan pada joint 1 adalah

$$M_1 - M'_1 = 0$$

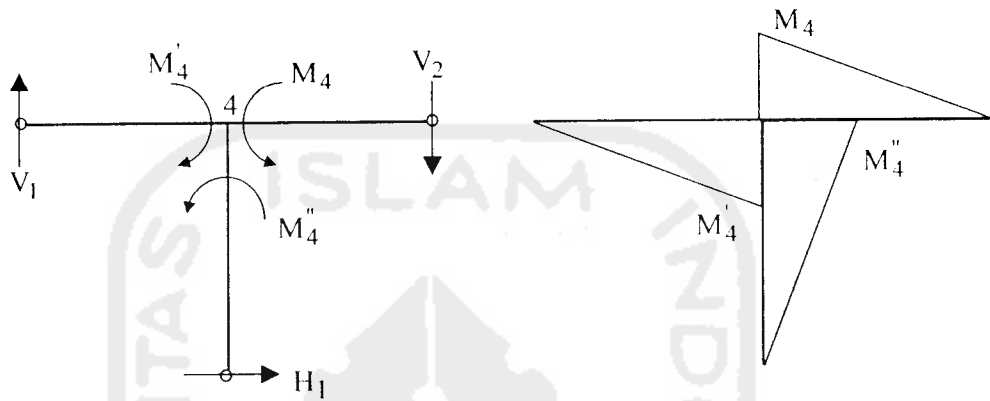
didapat

$$M_1 = M'_1 = V_1 \cdot (a/2)$$

Besar momen pada komponen tepi bergantung kepada besar gaya geser dan panjang batang horisontal. Gambar 3.4. menunjukkan momen pada ujung-ujung batang yang bertemu di joint nomor 4. Momen pada ujung batang vertikal dihitung dengan persamaan keseimbangan momen di titik 4, yaitu

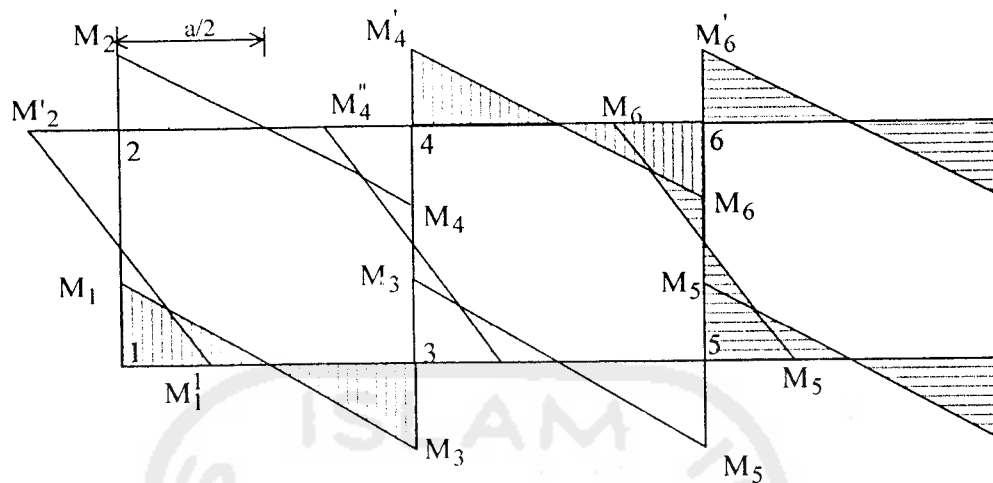
$$M_4'' = M_4 + M_4'$$

$$M_4'' = V_1 \cdot (a/2) + V_2 \cdot (a/2) \dots \dots \dots (3.4)$$



Gambar 3.4. Momen-momen pada ujung batang yang bertemu pada joint 4

Dari Persamaan (3.4) tampak semakin jauh posisi batang transversal terhadap tumpuan momen yang bekerja pada batang tersebut semakin besar. Momen-momen yang bekerja pada komponen-komponen *Vierendeel* disajikan pada Gambar 3.5. Momen ujung komponen vertikal dipengaruhi oleh momen pada ujung komponen horisontal.



Gambar 3. 5. Diagram momen pada komponen *vierendeel*

3.2.3. Gaya pada komponen vertikal

Gaya geser horisontal H bekerja pada komponen vertikal, besar gaya ini adalah momen dibagi setengah tinggi batang vertikal, secara umum dapat dinyatakan dengan

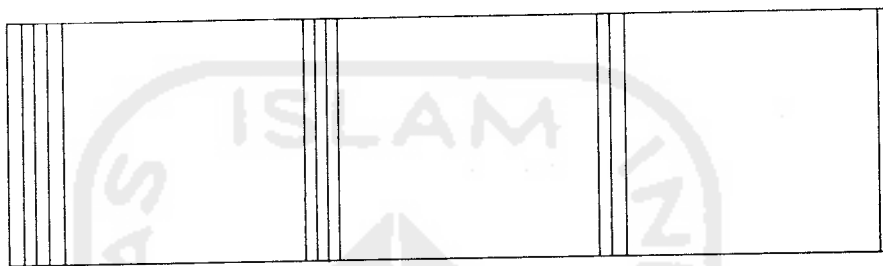
$$H = \frac{M}{h/2} \dots\dots\dots(3.5)$$

dengan H = gaya geser horisontal, M =momen pada ujung batang vertikal dan h =jarak pusat berat komponen tepi atas ke pusat berat komponen tepi bawah.

Mengacu kepada Gambar 3.2b gaya geser pada batang vertikal paling kiri adalah H_1 yaitu

$$H_1 = \frac{M_1'}{h/2}$$

Gaya geser horisontal yang bekerja pada komponen-komponen vertikal *Vierendeel* secara lengkap ditunjukkan pada Gambar 3.6



Gambar 3.6. Gaya geser horisontal pada komponen *Vierendeel*

3.2.4. Gaya Aksial

Komponen mendatar dan komponen vertikal balok *Vierendeel* memikul gaya sejajar sumbu longitudinalnya, dinamakan gaya aksial. Gaya aksial pada komponen tepi atas dan tepi bawah adalah jumlah komulatif gaya geser, dinyatakan sebagai $\sum H_i$. Karena $H_i = M_i'/(h/2)$ maka gaya aksial yang bekerja pada komponen tepi atas yang berada pada panel ke n adalah

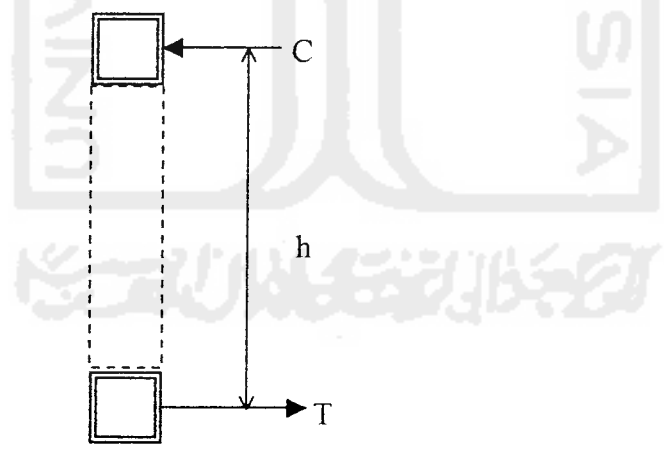
$$N_n = - \sum_{i=1}^{i=n} \frac{M_i''}{h/2} \dots\dots\dots(3.6a)$$

Gaya aksial pada batang tepi bawah

$$N_n = + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{M_i''}{h/2} \dots\dots\dots(3.6b)$$

Tanda (-) pada Persamaan (3.6a) menunjukkan desak, sedangkan tanda (+) pada Persamaan (3.56) menunjukkan gaya tarik. Tampak semakin jauh letak komponen tepi terhadap tumpuan gaya aksial yang bekerja semakin besar. Jika momen yang bekerja pada *Vierendeel* diganti dengan sebuah kopel gaya yang mempunyai lengan h (Gambar 3.7) . maka gaya aksial pada komponen tepi dapat dicari dengan pendekatan

$$C = T = \frac{M}{h} \dots\dots\dots(3.7)$$



(a) pot. profil (b) gaya dengan jarak (h)

Gambar 3.7. Kopel gaya

Komponen vertikal pada balok *Vierendeel* memikul gaya desak. Besar gaya desak yang bekerja pada komponen vertikal paling tepi adalah

$$N'_1 = V_1 = R_A$$

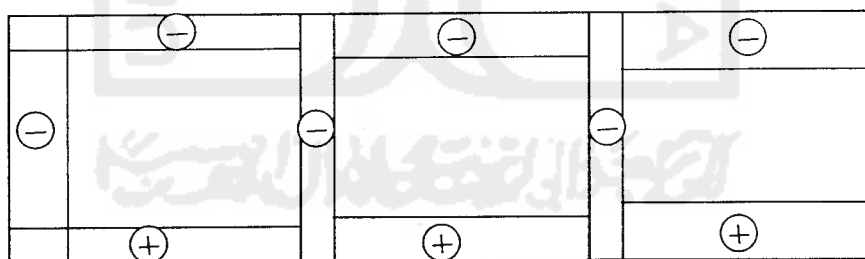
Gaya aksial yang bekerja pada batang vertikal ke dua dari kiri adalah

$$N'_2 = V_1 - V_2$$

Secara umum gaya aksial pada komponen vertikal ke n dapat dinyatakan dengan Persamaan

$$N'_n = V_1 - V_2 - \dots - V_n$$

Gaya aksial yang bekerja pada komponen-komponen *Vierendeel* ditunjukkan pada Gambar 3.8

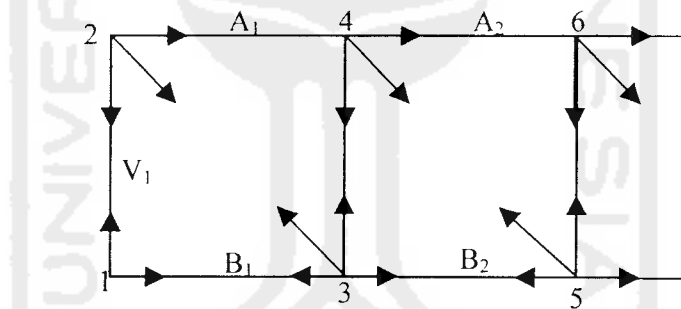


Gambar 3.8. Gaya aksial pada batang tepi dan batang transversal

3.3. Analisis Rangka Batang

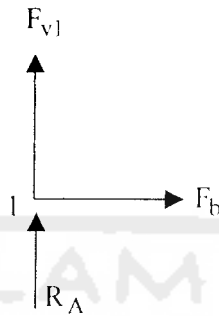
Analisis struktur rangka batang dapat diselesaikan dengan persamaan keseimbangan gaya. Salah satu metode analisis yang cukup sederhana adalah metode keseimbangan joint (*method of joint*), Persamaan keseimbangan gaya yang digunakan adalah:

1. Jumlah gaya-gaya vertikal pada joint yang ditinjau = 0 atau $\sum F_y = 0$
2. Jumlah gaya-gaya horisontal pada joint yang ditinjau = 0 atau $\sum F_x = 0$
3. Jumlah momen pada joint = 0 atau $\sum M = 0$



Gambar 3.9. Gaya aksial pada komponen *Truss*

Analisis struktur rangka batang dengan metode keseimbangan joint dimulai dari titik buhul yang memuat paling banyak dua batang yang bayanya belum diketahui. Analisis rangka Gambar 3.9. dimulai dari joint 1 yang merupakan pertemuan ujung batang V_1 dan B_1 (Gambar 3.10.)



Gambar 3.10. Gaya aksial pada batang-batang yang bertemu pada joint 1

Jumlah gaya-gaya vertikal pada joint 1 = 0 atau $\sum F_y = 0$. Mengacu kepada

Gambar 3.9 gaya yang bekerja pada komponen V_1 , adalah

$$R_A + F_{v1y} = 0$$

$$F_{v1y} = -R_A$$

Tanda (-) menunjukkan gaya desak. Gaya aksial yang bekerja pada batang tepi bawah B_1 dicari dengan keseimbangan gaya horisontal. Jumlah gaya-gaya horisontal pada joint 1 = 0 atau $\sum F_x = 0$, didapat

$$F_{v1x} = 0$$

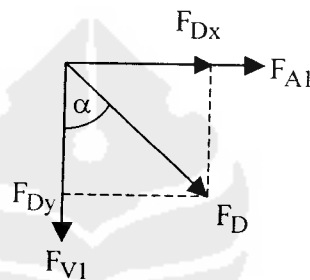
Gaya aksial yang bekerja pada batang tepi atas yang bertemu pada joint dua, (Gambar 3.10) dicari dengan Persamaan keseimbangan.

Jumlah gaya-gaya horisontal pada joint 2=0 atau $\sum F_x = 0$. Menggunakan notasi pada Gambar 3.11 dan menggunakan keseimbangan gaya horisontal pada joint tersebut didapat

$$F_{A1} - F_{Dx} = 0$$

Karena $F_{Dx} = F_D \cdot \cos \alpha$ maka

$$F_{A1} - F_D \cdot \cos \alpha = 0 \dots\dots\dots(3.7a)$$



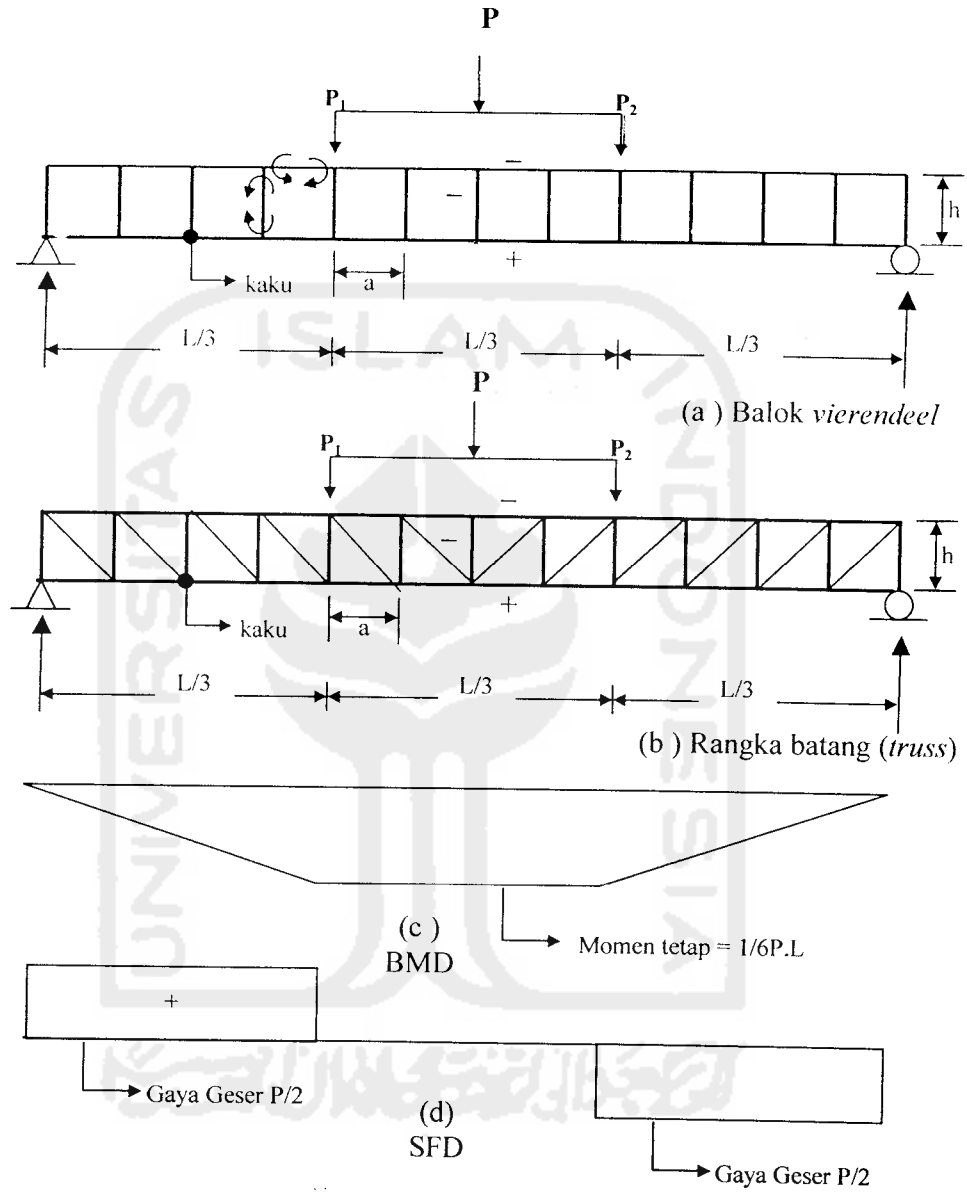
Gambar 3.11. Keseimbangan gaya pada joint 2

Jumlah gaya-gaya vertikal joint 2 = 0 atau $\sum F_y = 0$, jadi $F_{V1} + F_{Dy} = 0$ didapat

$$F_{V1} + F_D \cdot \sin \alpha = 0 \dots\dots\dots(3.7b)$$

Menggunakan prosedur hitungan seperti dijelaskan di atas didapat dua persamaan, yaitu Persamaan (3.7a) dan (3.7b) yang memuat dua bilangan yang belum diketahui sehingga gaya aksial F_{V1} dan F_D dapat diketahui.

3.4. Balok Vierendeel dan Truss dengan Pembebanan Khusus



Gambar 3.12. Balok *Vierendeel* dan *Truss* dengan pembebanan Khusus

Pembebanan khusus diartikan sebagai beban yang menghasilkan keadaan khusus, yaitu beban terpusat pada sepertiga bentang seperti pembebanan pada Gambar 3.12a dan Gambar 3.12b.

Pembebanan tersebut menghasilkan diagram momen seperti Gambar 3.12c dan diagram gaya geser seperti ditunjukkan pada Gambar 3.12d. Struktur Gambar 3.12a dan 3.12b dapat dipandang terdiri dari tiga segmen, yaitu dua segmen luar, dan satu segmen dalam masing-masing segmen panjangnya $L/3$. Anggap struktur Gambar 3.12a dan 3.12b penampangnya solid, segmen tengah memikul momen murni (*pure bending*) tanpa gaya geser, sebesar

$$M = \frac{P.L}{6}$$

Segmen luar sepanjang $L/3$ memikul gaya geser sebesar $(P/2)$, besar momen pada segmen ini bervariasi dari nol hingga $(PL/6)$. Gaya geser pada komponen tepi yang berada pada segmen luar adalah

$$V_s = \frac{P/2}{2} = \frac{P}{4}$$

Berdasarkan metode pendekatan, gaya geser vertikal yang bekerja pada batang horisontal yang berada pada segmen tengah sama dengan nol. Gaya geser horisontal (H) bekerja pada batang-batang trasversal adalah

$$H = \frac{M}{h/2} \dots\dots\dots(3.8)$$

3.5. Komponen Struktur Tekan

Komponen struktur tekan adalah komponen yang memikul gaya tekan aksial, yaitu gaya tekan sejajar sumbu longitudinal batang. Komponen tekan pada *Vierendeel* dan *Truss* dijumpai berupa komponen tepi atas dan komponen vertikal. Komponen tekan dapat digolongkan menjadi tiga kelompok, yaitu: kolom pendek, kolom moderat dan kolom panjang. Penggolongan kolom di atas berkait erat dengan ragam kegagalan (*mode failure*). Kegagalan kolom pendek (*short column*) terjadi sebagai akibat tegangan leleh bahan terlampaui. Kegagalan kolom panjang terjadi akibat instabilitas atau tekuk (*buckling*). Kegagalan kolom moderat terjadi ketika sebagian penampangnya elastis dan sebagian lagi telah menjadi plastis, ragam kegagalan ini paling umum dijumpai dalam struktur nyata.

3.5.1 Kolom Pendek

Jika tegangan leleh bahan dianggap keadaan batas maka kuat kolom pendek atau beban kritis (P_{cr}) dapat dinyatakan sebagai

$$P_{cr} = A \cdot f_y \dots\dots\dots (3.9)$$

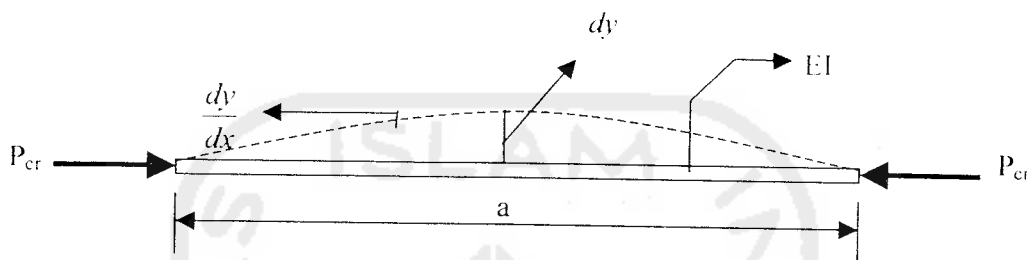
dengan A = luas penampang kolom dan f_y = tegangan leleh bahan. Beban kritis sebesar $A \cdot f_y$ dapat tercapai jika dan hanya jika kolom tidak mengalami tekuk lokal (*local buckling*) maupun tekuk menyeluruh (*over all buckling*).

3.5.2 Kolom panjang

Ragam kegagalan tekuk kolom panjang yang penampangnya kompak ditunjukkan pada Gambar 3.13, Pada beban kritis P_{cr} tercapai, kolom tersebut

mengalami deformasi arah transversal yang cukup besar. Beban kritis kolom panjang dihitung dengan Persamaan Euler sesuai yang dikemukakan oleh *Salmon dan Johnson (1982)*, yaitu:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(Ka)^2} \dots\dots\dots(3.10)$$



Gambar 3.13. Batang yang mengalami gaya tekan

dengan L = Panjang batang, E = modulus Elastisitas, K = Faktor panjang efektif dan I = momen Inersia. Tampak semakin panjang suatu kolom beban kritisnya semakin kecil. Tegangan kritis kolom panjang adalah beban kritis dibagi luas penampang, jadi

$$f_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{A \cdot (Ka)^2}$$

Karena $I/A = r^2$ maka Persamaan (3.11) dapat dinyatakan dengan

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{(Ka/r)^2} \dots\dots\dots(3.11)$$

dengan r = jari-jari inersia. Tampak bahwa beban tegangan kritis kolom berbanding terbalik dengan kuadrat kelangsingan (Ka/r) , berarti semakin langsing suatu kolom tegangan kritisnya semakin kecil.

3.5.3. Kolom Moderat

Kegagalan kolom sedang terjadi ketika sebagian serat penampangnya mencapai tegangan leleh dan sebagian lagi masih elastis, kejadian seperti ini disebut elastis-plastis. Banyak formula mengemukakan tegangan kritis kolom pada keadaan elastis plastis. Guna menghitung tegangan kritis kolom moderat yaitu kolom kelangsingan ($20 < KL/r < C_c$), digunakan formula yang dikemukakan oleh AISC, yaitu

$$f_{cr} = f_y \left[1 - \left(0,5 \cdot \frac{Ka/r}{C_c} \right)^2 \right] \dots\dots\dots(3.12)$$

dengan C_c = kelangsingan batas, yaitu

$$C_c = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi^2 E}{f_y}} \dots\dots\dots(3.13)$$

Menggunakan tegangan kritis Persamaan (3.12) beban Kritis kolom moderat adalah

$$P_{cr} = A \cdot f_y \left[1 - \left(0,5 \cdot \frac{Ka/r}{C_c} \right)^2 \right] \dots\dots\dots(3.14)$$

3.6. Komponen Tarik

Sebagian komponen *Vierendeel* dan *Truss* memikul gaya tarik, contohnya batang tepi bawah dan batang diagonal. Jika struktur yang terbuat dari baja, komponen tarik merupakan komponen yang paling efisien, sebab gaya tarik biasanya menimbulkan tegangan merata dan tidak mengakibatkan tekuk. Jika

kelangsingan batang tarik dibatasi maka instabilitas batang tarik tidak terjadi dengan demikian kegagalan batang tarik disebabkan oleh tegangan leleh bahan terlampaui. Ragam kegagalan pada batang tarik yang terbuat dari baja dapat dikelompokkan menjadi dua, yaitu: (a) pelepasan (*yielding*) dan (b) perpatahan (*fracture*). Kegagalan karena pelepasan biasanya terjadi di tempat yang jauh dari sambungan, sedangkan kegagalan karena perpatahan terjadi pada sambungan. Beban batas batang tarik berdasarkan kriteria pelepasan dihitung dengan persamaan

$$P_u = A_g \cdot f_y \dots\dots\dots(3.15a)$$

Beban batas batang tarik berdasarkan kriteria perpatahan dihitung dengan Persamaan

$$P_u = A_e \cdot f_u \dots\dots\dots(3.15b)$$

dengan A_e = luas neto efektif.

3.7. Komponen Struktur Lentur

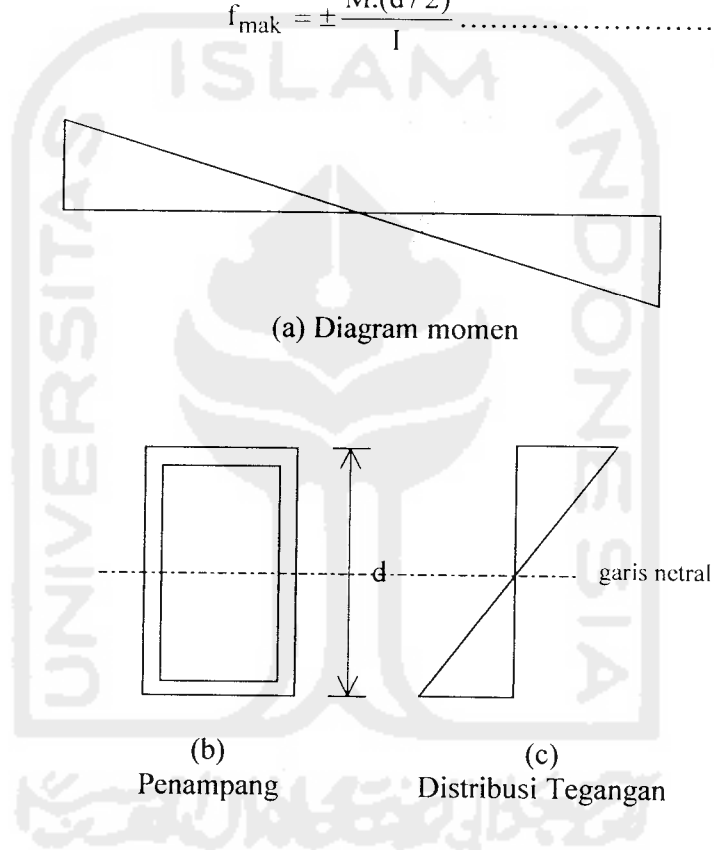
Komponen struktur lentur termasuk salah satu komponen yang banyak dijumpai pada setiap struktur. Gambar 3.14 menunjukkan sebuah struktur yang mengalami lentur sederhana. Lentur sederhana terjadi bila beban melalui pusat geser (*shear centre*) dan hanya menimbulkan pelenturan pada salah satu sumbu lentur. Lentur dengan puntir terjadi bila beban yang mengakibatkan pelenturan tidak bekerja pada pusat geser, sedangkan lentur dua arah terjadi pada balok yang memikul momen dua arah. Distribusi tegangan pada penampang yang memikul lentur sederhana ditunjukkan pada Gambar 3.14. c. Dalam keadaan matrial elastis

distribusi tegangan lentur sesuai yang dikemukakan oleh Hooke adalah linier, yaitu

$$f = \pm \frac{M \cdot y}{I} \dots\dots\dots(3.16)$$

dengan M= momen, y= jarak serat yang ditinjau ke garis netral dan I momen inersia. Tampak tegangan maksimum terjadi pada serat terluar, jadi

$$f_{\text{mak}} = \pm \frac{M \cdot (d/2)}{I} \dots\dots\dots(3.17)$$



Gambar 3.14. Komponen struktur Lentur

Karena modulus potongan $S = \frac{I}{d/2}$, tegangan maksimum menjadi :

$$f_y = -\frac{M}{S} \dots\dots\dots(3.18)$$

3.8. Kombinasi Tekan Aksial dengan Lentur

Dalam struktur nyata, jarang dijumpai komponen struktur yang memikul gaya tekan aksial saja, biasanya batang tekan memikul momen, termasuk momen-momen pada ujung batang seperti yang terdapat pada balok *Vierendeel*. Komponen yang memikul kombinasi tekan aksial dengan momen diidentifikasi sebagai balok-kolom (*beam column*). Momen pada batang tekan dapat pula kolom yang tidak benar-benar lurus, pada keadaan seperti ini gaya tekan bekerja secara eksentris. Contoh komponen struktur yang memikul tekan aksial dengan momen lentur ditunjukkan pada Gambar 3.15



Gambar 3.15 Kombinasi tekan dan lentur pada perpotongan batang

Kombinasi tekan aksial dengan momen lentur menimbulkan tegangan gabungan atau tegangan interaksi. Keberadaan gaya tekan pada komponen yang memikul momen mengakibatkan pembesaran momen yang disebut momen sekunder atau efek $P - \Delta$ ($P - \Delta$ efek). Pengaruh momen sekunder ini menjadi pertimbangan dalam perencanaan balok-kolom, beberapa pedoman perencanaan seperti pedoman baja Indonesia dan AISC efek momen sekunder dinyatakan dalam bentuk pembesaran momen (*amplifikasi*). memperhitungkan pengaruh momen

sekunder yang dinyatakan dalam bentuk pembesaran momen (*amplifikasi*).

Tegangan interaksi kolom pendek dihitung dengan Persamaan

$$\omega \frac{P}{A} + \left(\frac{M}{S} \right) \dots \dots \dots (3.19)$$

Memperhitungkan pengaruh pembesaran momen tegangan interaksi pada penampang komponen struktur memikul gaya tekan dengan momen dihitung dengan Persamaan

$$\omega \frac{P}{A} + \frac{1}{1 - P/P_e} \left(\frac{M}{S} \right) \dots \dots \dots (3.20)$$

dengan ω = faktor tekuk, P = gaya aksial, P_e = beban tekuk Euler, M = momen dan S = modulus potongan. Persamaan di atas sesuai dengan persamaan interaksi yang dikemukakan oleh (*Salmon dan Johnson, 1991*). Tegangan pada penampang batang yang memikul momen lentur akibat gaya aksial dihitung dengan persamaan interaksi. Salah satu Persamaan interaksi pada kriteria stabilitas adalah:

$$\frac{P}{A} + \frac{M}{F_b S} \left(\frac{C_m}{1 - f_a / f'_e} \right) = 1,0 \dots \dots \dots (3.21)$$

C_m adalah efek kemiringan momen (*gradient moment*). Akan dicari beban aksial ekuivalen sebagai akibat pengaruh momen. Persamaan 3.18 dikalikan dengan $A \cdot F_a$

menghasilkan Persamaan

$$P + M \left(\frac{A}{S} \right) \left(\frac{F_a}{F_a} \right) \left(\frac{C_m}{1 - f_a / F'_e} \right) = F_a A = P_{EQ} \dots \dots \dots (3.22)$$

Menggunakan nilai $E = 2 \cdot 10^5$ MPa tegangan tekuk Euler menjadi

$$F'_e = \frac{1027000}{(Ka/r)^2} MPa$$

Faktor pembesaran momen dinyatakan dalam bentuk

$$\left(\frac{1}{1 - f_a / F'_e} \right) = \frac{F'_e}{F'_e - f_a} = \frac{1027000 \cdot r^2}{(Ka)^2 \left(\frac{1027000 \cdot r^2}{(Ka)^2} - \frac{P}{A} \right)}$$

setelah disederhanakan didapat

$$\frac{1}{1 - f_a / F'_e} = \frac{1027000 \cdot Ar^2}{1027000 \cdot Ar^2 - P(Ka)^2}$$

Beban aksial ekuivalen untuk lentur unaksial adalah:

$$P_{EQ} = P + MB \left(\frac{F_a}{F_b} \right) \left(\frac{C_m \cdot n}{n - P(Ka)^2} \right) \dots \dots \dots (3.23)$$

dengan $B =$ faktor lentur $= A/S$ dan $n = 1.027.000 Ar^2$

Mengacu kepada pada Gambar 3.12 kemudian menganggap nilai $K = 1$ dan panjang batang a , maka beban aksial ekuivalen menjadi

$$P_X = P_{EQ} - MB \left(\frac{F_a}{F_b} \right) \left(\frac{C_m \cdot n}{n - P(a)^2} \right) \dots \dots \dots (3.24)$$

Karena momen adalah perkalian antara gaya dengan lengan maka momen nominal balok menjadi

$$M = \left[P_{EQ} - MB \left(\frac{F_a}{F_b} \right) \left(\frac{C_m \cdot n}{n - P(Ka)^2} \right) \right] \cdot h \dots \dots \dots (3.25)$$

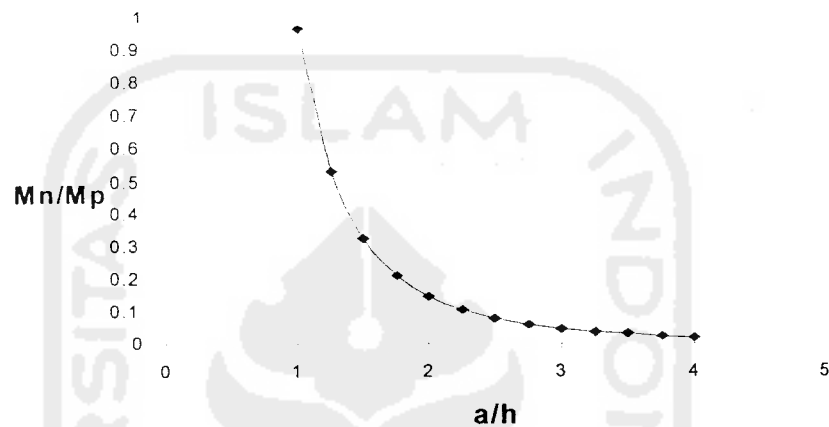
dengan mengasumsikan besarnya $P_{EQ} = P_{cr}$ dan $M = \frac{V \cdot a}{2}$ maka Persamaan 3.16

dapat dirubah menjadi :

$$M = \left[\frac{\pi^2 EI}{a^2} - \frac{V \cdot a}{2} B \left(\frac{F_a}{F_b} \right) \left(\frac{C_m \cdot n}{n - P(Ka)^2} \right) \right] h \dots \dots \dots (3.26)$$

sehingga akan diperoleh momen internal balok M sebesar :

$$M = \left[\frac{\pi^2 EI}{a} - \frac{V \cdot a^2}{2} B \left(\frac{F_a}{F_b} \right) \left(\frac{C_m \cdot n}{n - P(Ka)^2} \right) \right] \cdot \frac{h}{a} \dots \dots \dots (3.27)$$



Gambar 3.16 Kurva hubungan M_n/M_p dengan a/h

Dari Persamaan 3.27 dan Gambar 3.16 dan menganggap besar nilai E , I , A , S , F_b , F_a pada suatu penampang adalah konstan, maka semakin besar nilai a , momen yang dapat dipikul oleh balok semakin kecil.

3.9. Kapasitas Lentur Balok *Vierendeel* dan *Truss*

Jika komponen tepi balok *Vierendeel* dan *Truss* dianggap cukup panjang dan komponen-komponen tersebut dianggap memikul tekan aksial murni maka kapasitas tekannya dapat dihitung berdasarkan Persamaan Euler. Menggunakan notasi yang terdapat pada balok *Vierendeel dan Truss*, kapasitas momen

Vierendeel dan *Truss* yang mempunyai batang tepi cukup panjang didekati dengan

Persamaan:

$$M = A \cdot F_{cr} \cdot h$$

Menggunakan Persamaan Euler kapasitas momen balok *Vierendeel* dan *Truss* adalah

$$M = A \frac{\pi^2 \cdot E}{(KL/r)^2} \cdot h \dots\dots\dots(3.28)$$

Andaikan koefisien tekuk $K=1$ dan panjang batang tepi *Vierendeel* adalah a maka kapasitas lenturnya adalah:

$$M = A \frac{\pi^2 \cdot E}{(a/r)^2} \cdot h$$

atau

$$M = A \left[\frac{\pi^2 \cdot E \cdot r^2}{a^2} \right] \cdot h \dots\dots\dots(3.29)$$

Kapasitas lentur balok *Vierendeel* yang batang tepinya termasuk kolom moderat dihitung dengan Persamaan

$$M = A \cdot F_{cr} \cdot h$$

$$M = A \cdot f_y \left[1 - \left(0,5 \cdot \frac{KL/r}{C_c} \right)^2 \right] \cdot h \dots\dots\dots(3.30)$$

Bila nilai $K = 1$ dan panjang batang a , maka kapasitas momen balok adalah

$$M_{cr} = A f_y \left[1 - 0,5 \left(\frac{a/r}{C_c} \right)^2 \right] \cdot h$$

atau

$$M_{cr} = Af_y \left[a - 0,5 \frac{a^3}{C_c^2 r^2} \right] \frac{h}{a} \dots\dots\dots(3.31)$$

Tampak vierendeel dengan batang tepi semakin panjang kapasitas momennya semakin kecil. Persamaan (3.31) berlaku pada truss karena komponen tepi *Truss* tidak memikul momen. Pada *Vierendeel* komponen tepi memikul momen sehingga komponen tepi diperlakukan sebagai balok-kolom.

3.10. Kombinasi Tarik dan Lentur Pada Balok Vierendeel

Termasuk batang tarik adalah batang yang memikul gaya tarik aksial. Batang yang memikul gaya tarik dengan momen lentur bersama-sama penampangnya mengalami kombinasi tegangan tarik dengan lentur. Contoh batang yang mengalami kombinasi tarik dengan momen lentur ditunjukkan pada Gambar 3.17. Karena gaya tarik tidak menimbulkan pembesaran momen



Gambar 3.17 Kombinasi tarik dan lentur pada perpotongan batang

Tegangan pada penampang batang yang memikul kombinasi tarik dengan lentur merupakan jumlah tegangan tarik dengan tegangan lentur, dihitung dengan Persamaan

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{S} \dots\dots\dots(3.32)$$

dengan P = gaya tarik, A = luas penampang, M =momen dan S =modulus potongan. Tampak bahwa keberadaan momen lentur mengurangi kapasitas tarik. Dibanding dengan struktur lain, batang tarik merupakan batang yang bersifat efisien karena gaya tarik tidak menyebabkan tekuk dan biasanya menimbulkan tegangan merata. Untuk menghindari bahaya yang timbul akibat batang yang terlalu langsing maka batang harus didesain cukup kaku, dengan memperhatikan ketentuan mengenai kelangsingan batang, maka rasio kerampingannya :

$$\frac{L}{r} \leq 300 \dots\dots\dots(3.33)$$

dimana : L = panjang batang

r = radius girasi terkecil ($r = \sqrt{I/A}$)

Pada metode LRFD, kekuatan desain batang tarik ϕT_n dihitung berdasarkan kriteria pelepasan yang dihitung berdasarkan luas penampang bruto, yaitu

$$\phi_t T_n = \phi_t F_y A_g = 0.9 F_y A_g \dots\dots\dots(3.34)$$

Kriteria retakan dari luas bersih efektif adalah

$$\phi_t T_n = \phi_t F_u A_g = 0.75 F_u A_g \dots\dots\dots(3.35)$$

dengan : ϕ_t =faktor resistensi tarik, F_u = tegangan tarik batas, A_g = luas penampang bruto, F_y = tegangan leleh dan T_n =kekuatan nominal batang tarik. Persamaan yang digunakan untuk menghitung tegangan lentur pada balok :

$$\sigma = f_b = \pm \frac{M.y}{I} \dots\dots\dots(3.36)$$

Dimana (I/y) disebut juga sebagai modulus potongan (S), sehingga persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk :

$$f_b = \pm \frac{M}{S} \dots\dots\dots(3.37)$$

Persamaan untuk menghitung tegangan pada batang yang mengalami tarik aksial adalah:

$$f = \frac{P}{A} \dots\dots\dots(3.38)$$

Sehingga persamaan akhir batang yang mengalami kombinasi tarik aksial dan lentur adalah :

$$f = \frac{P}{A} - \frac{M}{S} \dots\dots\dots (3.39)$$

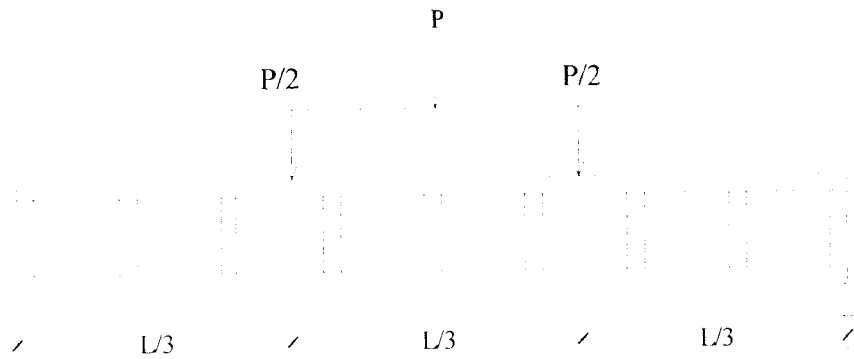
dengan : P = beban eksternal pada balok, A = luas netto, M = momen eksternal
S = modulus potongan. Persamaan (3.39) akan menghasilkan tegangan kombinasi tarik dan lentur.

3.11. Hubungan Beban–deformasi

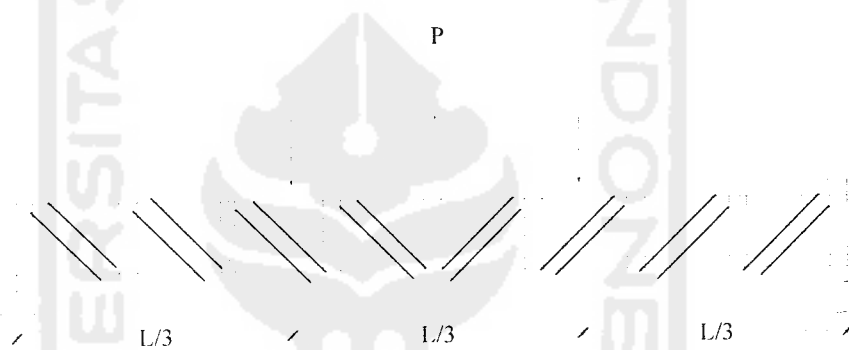
Jika pada sebuah balok dikerjakan beban transversal balok memikul momen, selain itu balok tersebut mengalami deformasi arah transversal yang dikenal pula sebagai lendutan. Tepritis, lendutan yang terjadi pada balok dapat dihitung dengan banyak cara, salah satu diantaranya adalah metode integrasi ganda, sebagaimana yang dikemukakan *F.L. Singer dan A. Pytel, 1985*.

$$EIy = \iint M dx dx + c_1 x + c_2 \dots\dots\dots(3.40)$$

Lendutan pada stuktur dengan pembebanan seperti pada Gambar 3.18a dan 3.18b dapat dihitung dengan Persamaan 3.40.



Gambar 3.18a Balok *vierendeel*



Gambar 3.18b. *Truss*

Untuk menghitung lendutan digunakan persamaan umum seperti yang digunakan kemukakan oleh **Daniel L. Schodek, Ferdinand L. Singer dan Andrew Pytel**, adalah:

$$EIy = \frac{Px}{12} \left(\frac{3}{4}L^2 - x^2 \right) \dots\dots\dots(3.41)$$

untuk $x = 1/3 L$, maka :

$$EIy = \frac{P \frac{1}{3}L}{12} \left(\frac{3}{4}L^2 - \left(\frac{1}{3}L \right)^2 \right)$$

$$EIy = \frac{PL}{36} \left(\frac{3}{4}L^2 - \frac{1}{9}L^2 \right)$$

$$EIy = \frac{PL}{36} \left(\frac{23}{36}L^2 \right) = \Delta_1 = \frac{23PL^3}{1296EI}$$

Demikian pula untuk menghitung lendutan yang terjadi di tengah bentang.

$$EIy = \frac{Px}{12} \left(\frac{3}{4}L^2 - x^2 \right) \text{ untuk } x = 1/2 L, \text{ sehingga :}$$

$$EIy = \frac{P \cdot \frac{1}{2}L}{12} \left(\frac{3}{4}L^2 - \frac{1}{2}L^2 \right)$$

$$EIy = \frac{PL}{24} \left(\frac{3}{4}L^2 - \frac{1}{4}L^2 \right)$$

$$EIy = \frac{PL}{24} \left(\frac{1}{2}L^2 \right) = \Delta_2 = \frac{PL^3}{48EI}$$

Dengan demikian lendutan pada 1/3 bentang

$$\Delta_1 = \frac{23PL^3}{1296EI} \dots\dots\dots (3.42)$$

Untuk lendutan pada 1/2 bentang

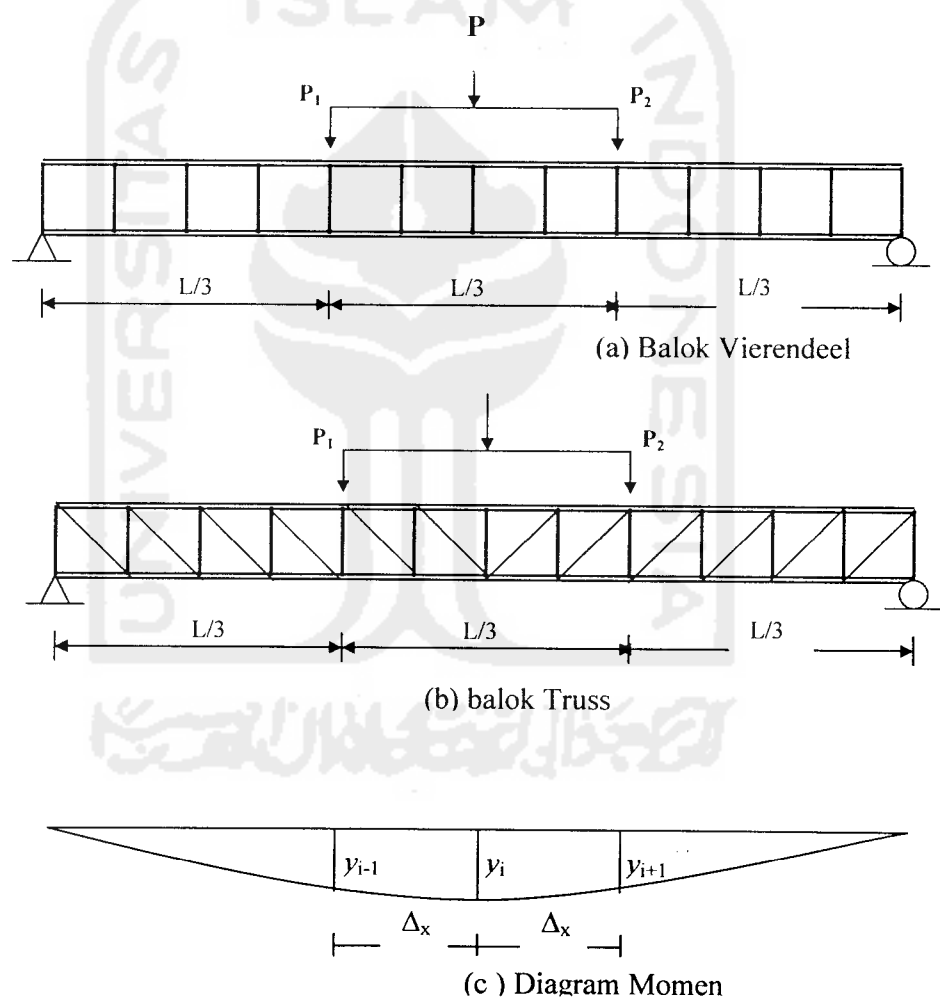
$$\Delta_2 = \frac{PL^3}{48EI} \dots\dots\dots (3.43)$$

Untuk lendutan pada 1/3 bentang

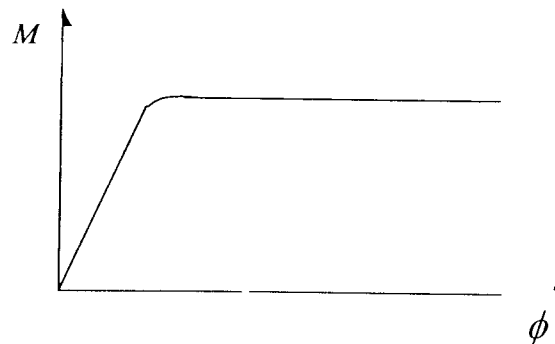
$$\Delta_3 = \frac{23PL^3}{1296EI} \dots\dots\dots (3.44)$$

3.12. Hubungan Momen-Kelengkungan

Beban transversal (P) yang bekerja pada pada *Vierendeel* dan Gambar 3.19a dan *Truss* Gambar 3.19b menghasilkan momen dan deformasi Gambar 3.19c. Besar momen maksimum akibat pembebanan P adalah $M=1/6PL$. Besar deformasi pada titik-titik yang ditentukan bergantung kepada besar beban P . Perbedaan deformasi pada satu titik dengan titik yang lain menghasilkan kemiringan (*sloop*) dan dibuat kurva momen-kelengkungan seperti ditunjukkan pada Gambar 3.20



Gambar 3.19. Besar momen maksimum akibat beban (P)



Gambar 3.20. Kurva Momen-Kelengkungan ($M - \phi$)

Menggunakan data beban-deformasi hasil penelitian, kelengkungan segmen balok hasil eksperimen dihitung dengan metode pendekatan sesuai cara yang dikerjakan oleh *Fatkhurrahman* (1999). Kemiringan (*sloop*) pada setiap segmen dalam struktur dihitung dengan metode *Central Difference* dengan memanfaatkan tiga titik diskrit yang berurutan. Mengacu pada Gambar (3.19.c), kemiringan (dy/dx) didekati dengan persamaan

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta_x} \dots\dots\dots (3.45)$$

Turunan kedua dari persamaan 3.45. adalah

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{(2\Delta_x) \frac{d}{dx}(y_{i+1} - y_{i-1}) - (y_{i+1} - y_{i-1}) \frac{d}{dx}(2\Delta_x)}{(2\Delta_x)^2} \dots\dots\dots (3.46)$$

Karena $2\Delta_x$ pada Persamaan (3.46) merupakan suatu konstanta maka nilai dari

$$\frac{d}{dx}(2\Delta_x) = 0 \dots\dots\dots (3.47)$$

Sehingga Persamaan 3.47 menjadi

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{(2\Delta_x) \frac{d}{dx} \left(\frac{y_{i+2} - y_i}{2\Delta_x} - \frac{y_i - y_{i-2}}{2\Delta_x} \right)}{(2\Delta_x)^2} \dots\dots\dots(3.48)$$

Penyederhanaan Persamaan 3.48 menghasilkan

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{y_{i+2} - 2y_i + y_{i-2}}{(2\Delta_x)^2} \dots\dots\dots(3.49)$$

Bentuk paling sederhana persamaan 3.49. adalah

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta_x)^2} \dots\dots\dots(3.50)$$

Persamaan 3.50. menunjukkan bahwa kelengkungan balok dapat ditentukan dengan bantuan tiga titik yang berurutan. Secara matematis kelengkungan suatu kurva adalah

$$\phi = \kappa = 1/\rho = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}} \dots\dots\dots(3.51)$$

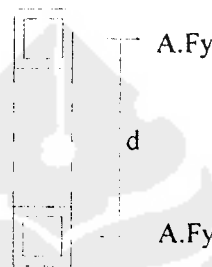
Jika $\frac{dy}{dx}$ maka $\left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^2$ mempunyai nilai yang sangat kecil sehingga untuk tujuan praktis dapat dianggap = 0, dengan demikian persamaan kelengkungan yang telah disederhanakan adalah

$$\phi = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \dots\dots\dots(3.52)$$

Dari persamaan 3.52, maka dapat dicari faktor kekakuan (EI) setelah momen (M) dan kelengkungan (ϕ) diketahui.

Momen nominal (M_n) diperoleh dari momen maksimum untuk masing-masing benda uji, sedangkan momen pada kondisi plastis disebut momen plastis (M_p). Momen plastis diperoleh dari perhitungan teoritis dengan menggunakan penjumlahan dari kopel gaya. Mengacu pada Gambar 3.21, momen plastis perpotongan dapat dihitung dengan Persamaan 3.53 yaitu:

$$M_p = F_y \cdot A \cdot d \dots \dots \dots (3.53)$$



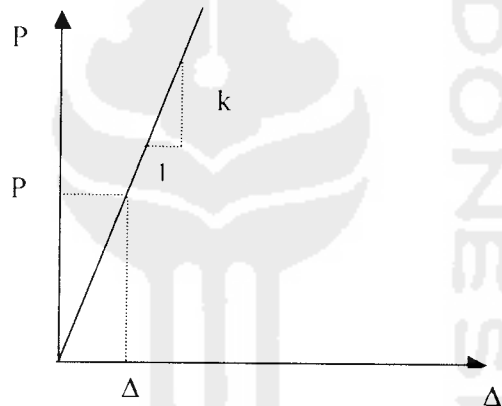
Gambar 3.21 Potongan melintang balok

Kekuatan nominal untuk penampang kompak yang secara lateral stabil yaitu profil yang memiliki rasio kerampingan cukup rendah, tercapainya momen plastis M_p tergantung pada jarak batang transversal terhadap tinggi a/h . Jarak batang transversal yang besar akan menunjukkan kekuatan momen kritis M_{cr} yang dikontrol oleh tekuk puntir lateral elastis. Dari hasil rasio antara M_n dengan M_p kemudian dibandingkan dengan rasio a/h untuk mengetahui perilaku secara umum pengaruh jarak dukungan lateral pada balok *Vierendeel* dan balok *Truss*.

3.13. Kekakuan

Menurut *Gere dan Timoshenco*, 1985, kekakuan (k) didefinisikan sebagai gaya yang dibutuhkan untuk menghasilkan suatu satuan deformasi. Dengan memperlihatkan gambar, dapat dilihat bahwa beban P yang bekerja pada struktur dapat menyebabkan terjadinya deformasi Δ . Kemiringan dari lengkung yang dihasilkan disebut sebagai kekakuan yang dirumuskan

$$k = \frac{P}{\Delta} \dots \dots \dots (3.54)$$

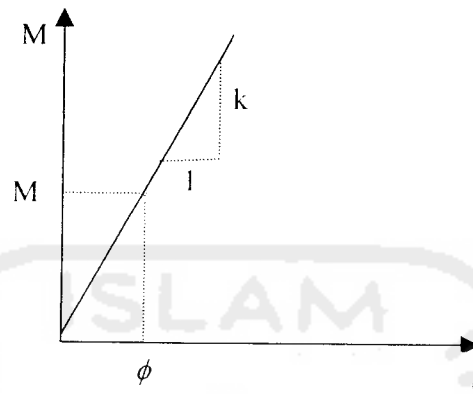


Gambar 3.22. Kekakuan dari kurva beban-deformasi

Sedangkan kekakuan lentur EI didefinisikan sebagai momen per satuan unit kelengkungan yang dirumuskan sebagai

$$EI = \frac{M}{\Phi} \dots \dots \dots (3.55)$$

Kekakuan lentur ini didapat dari grafik hubungan momen-kelengkungan yang ditunjukkan oleh gambar 3.23



Gambar 3.23 Kekakuan dari grafik momen-kelengkungan

3.14. Hipotesis

Berdasarkan uraian dalam landasan teori, *Vierendeel* dan *Truss* yang didukung sederhana (sendi-rol) dan memikul beban transversal P pada sepertiga bentang bentang mengalami deformasi. Besar deformasi pada *Vierendeel* dan *Truss* dipengaruhi oleh besar beban (P), modulus elastisitas (E), sifat penampang (I) dan rasio jarak batang transversal terhadap tinggi (a/h). Berdasarkan uraian dalam landasan teori diduga kapasitas momen dan kekakuan *Truss* lebih besar dibanding *Vierendeel*, sebab komponen horisontal pada *Vierendeel* memikul gaya aksial dengan momen, sedangkan komponen horisontal pada *truss* memikul gaya aksial saja.