

BAB III LANDASAN TEORI

3.1 Balok Beton Bertulang

Balok merupakan bagian structural yang penting, bertujuan untuk memikul beban transversal, yang dapat berupa beban lentur, geser maupun torsi (Sudarmoko, 1996).

Menurut Nawy (1990), asumsi-asumsi yang digunakan dalam menetapkan perilaku penampang balok adalah sebagai berikut :

1. Distribusi regangan dianggap linier. Asumsi ini berdasarkan hipotesis Bernouli yaitu penampang yang datar sebelum mengalami lentur akan tetap datar dan tegak lurus terhadap sumbu netral setelah mengalami lentur.
2. Regangan pada baja dan beton di sekitarnya sama sebelum terjadi retak pada beton atau leleh pada baja.
3. Beton lemah terhadap tarik. Beton akan retak pada taraf pembebanan kecil, yaitu sekitar 10% dari kekuatan tekannya. Akibatnya bagian beton yang mengalami tarik pada penampang diabaikan dalam perhitungan analisis dan desain, juga tulangan tarik yang ada dianggap memikul gaya tarik tersebut.

Beton merupakan suatu material yang menyerupai batu yang diperoleh dengan membuat satu campuran yang mempunyai proporsi tertentu dari semen, pasir, koral atau agregat serta air. Beton dalam berbagai sifat kekuatan dapat diperoleh dengan pengaturan yang sesuai dari perbandingan komposisi material pembentuknya tergantung dari kekuatan yang diinginkan sehingga dapat diupayakan berbagai cara untuk meningkatkan sifat-sifat mekanis beton, antara lain kelecakan/sifat mudah dikerjakan (*workability*), *placebility*, kekuatan (*strength*), daya tahan terhadap penurunan mutu akibat pengaruh cuaca (*durability*), susut/sifat dapat tembus (*permeability*), *corrosivity* dan lain-lain (Nilson, 1978).

Kerusakan pada struktur balok beton umumnya terjadi akibat lentur dan geser. Lentur pada balok beton ditahan oleh tulangan lentur atau tulangan memanjang yang biasanya mempunyai kelemahan terhadap kuat tarik dan bersifat getas/*brittle* (Dipohusodo, 1994).

3.2 Sifat-sifat Mekanik Beton

Sifat-sifat mekanik beton terdiri dari 4 macam, yaitu: kuat desak, kuat tarik belah, kuat lentur dan kuat geser beton.

1. Kuat desak beton

Kuat desak beton dipengaruhi oleh komposisi dan kekuatan masing-masing bahan susun dan lekatan pasta semen pada agregat. Kuat desak beton secara umum memang cukup besar, sifat inilah yang paling menonjol pada beton. Nilai kuat desak beton dihitung dengan menggunakan persamaan berikut.

$$f_c = \frac{P}{A} \quad (3.1)$$

dengan: P = Beban maksimum (KN)

A = Luas benda uji(silinder), $\frac{1}{4} \pi \cdot D^2$ (cm²)

2. Kuat tarik belah beton

Nilai kuat tarik belah beton dihitung dengan persamaan berikut.

$$f_t = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot L \cdot D} \quad (3.2)$$

dengan : P = Beban maksimum (kN)

L = Tinggi benda uji(silinder) (cm)

D = Diameter benda uji(silinder) (cm)

Beton lebih mampu menahan tegangan tekan tetapi, hampir tidak dapat menahan tegangan tarik (Vis dan Kusuma, 1997). Istimawan (1994) mengatakan bahwa nilai kuat tarik beton hanya berkisar 9%-15% saja dari kuat tekannya.

3. Kuat Lentur

Nilai kuat lentur dihitung dengan persamaan berikut.

$$f_l = \frac{3.P.l}{2.b.h^2} \quad (3.3)$$

dengan: P = Beban maksimum (kg)
 l = Panjang antar tumpuan (cm)
 b = Lebar benda uji(balok) (cm)
 h = Tinggi benda uji(balok) (cm)

4. Kuat geser

Nilai kuat geser dihitung dengan persamaan berikut.

$$f_{sh} = \frac{P}{2.L} \quad (3.4)$$

dengan : P = Beban maksimum (kN)
 L = Luas benda uji(balok), panjang x lebar (cm²)

3.3 Analisis Lentur

Kekuatan lentur atau momen tahanan penampang balok adalah kapasitas tegangan-tegangan dalam yang membentuk sebuah momen kopel sebagai perlawanan dari momen lentur luar yang timbul sebagai akibat beban luar (Dipohusodo, 1994). Tegangan didefinisikan sebagai beban aksial dibagi dengan luas penampang batang semula, sebelum beban bekerja (Kardiyono, 1992).

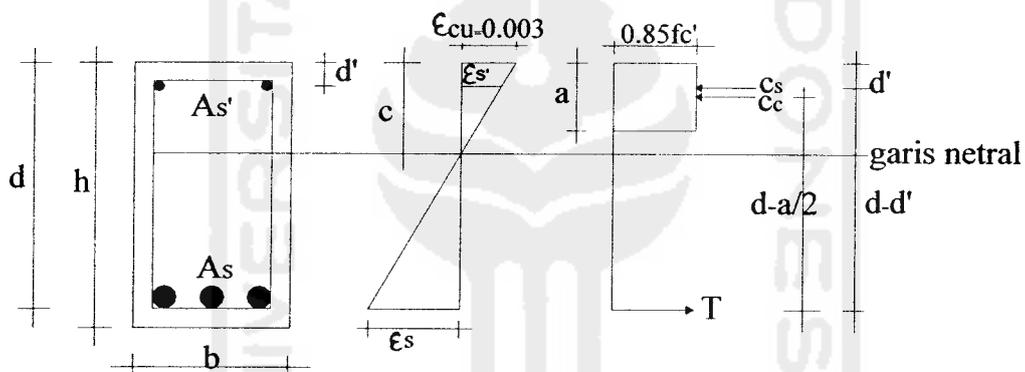
Besaran-besaran di dalam menentukan persegi yang bertulangan rangkap adalah b, d, As' dan As. Luas As diperoleh dari gabungan sejumlah luas tulangan tarik balok. Karena kekuatan tarik beton diabaikan dalam perhitungan lentur, maka bentuk dari penampang di daerah tarik dan besarnya selimut beton tidak mempengaruhi kekuatan lentur (Wang dan Salmon, 1993).

Balok mempunyai tulangan rangkap apabila mempunyai tulangan tarik dan tulangan desak sekaligus. Pemakaian tulangan desak ini dikarenakan tulangan nominal lentur (M_n) yang ada belum mencukupi untuk mendukung momen yang terjadi dan juga bermanfaat untuk pembebanan bolak-balik.

Pada balok bertulangan rangkap, penampangnya secara teoritis dibagi menjadi dua bagian, yaitu :

1. Bagian yang bertulangan tunggal, termasuk balok segi empat ekuivalen, dengan luas tulangan tarik adalah $A_s - A_{s2}$.
2. Bagian bertulangan ganda, dengan asumsi baja tulangan tarik dan desak, ekuivalen luasnya sama.

Dipohusodo, (1994) mengemukakan analisis momen kapasitas balok tulangan rangkap dengan mengacu pada gambar 3.1 adalah sebagai berikut :



Gambar 3.1 Penampang beton bertulang dengan diagram regangan dan tegangan (Dipohusodo, 1994)

Ada dua kemungkinan yang akan dialami oleh penampang balok tulangan rangkap :

- a. Apabila $\epsilon_s' \geq \epsilon_y$ dan $\epsilon_s \geq \epsilon_y$, maka baja tekan dan tarik leleh.
- b. Apabila $\epsilon_s' < \epsilon_y < \epsilon_s$, maka baja tarik telah leleh, tetapi baja tekan belum leleh.

dengan : ϵ_s' = regangan baja tekan

ϵ_s = regangan baja tarik

1. Kemungkinan a

Menganggap semua tulangan telah leleh, sehingga gaya-gaya dalam dari gambar 3.1 dihitung dengan rumus :

$$C_c = 0,85 f_c' \cdot a \cdot b \quad (3.5)$$

$$C_s = A_s' \cdot f_y \quad (3.6)$$

$$T_s = A_s \cdot f_y \quad (3.7)$$

dengan: C_c = gaya tekan pada beton

C_s = gaya tekan pada baja

T_s = gaya tarik pada baja

f_c' = kuat tekan beton

f_y = tegangan leleh baja

a = tinggi balok tegangan

b = lebar balok

A_s = luas baja tarik

A_s' = luas baja desak

Persamaan keseimbangan didapat :

$$C_c + C_s = T_s \quad (3.8)$$

$$0,85 f_c' \cdot a \cdot b + A_s' \cdot f_y = A_s \cdot f_y \quad (3.9)$$

sehingga dari persamaan 3.5 didapat nilai a :

$$a = \frac{(A_s - A_s') \cdot f_y}{0,85 f_c' \cdot b} \quad (3.10)$$

sehingga momen nominal untuk tulangan rangkap dapat dihitung dengan persamaan :

$$M_n = (A_s - A_s') \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right) + A_s' \cdot f_y \cdot (d - d') \quad (3.11)$$

dengan: M_n = momen nominal

d = tinggi efektif balok

d' = jarak dari tepi serat tertekan ke pusat tulangan tekan

2. Kemungkinan b

Apabila $\varepsilon_s' < \varepsilon_y < \varepsilon_s$, baja tekan belum leleh maka dicari nilai a adalah dari persamaan keseimbangan dan diagram tegangan pada gambar 3.1 sehingga didapat nilai a :

$$(0,85 f_c' \cdot b) \cdot a^2 + (600 \cdot A_s' - A_s \cdot f_f) \cdot a - (600 \cdot 0,85 \cdot d' \cdot A_s') = 0 \quad (3.12)$$

nilai dari tegangan baja tekan dicari dengan persamaan :

$$f_s' = \varepsilon_s' \cdot E_s = 0,003 \left\{ (a - \beta_1 \cdot d) / a \right\} \cdot E_s \quad (3.13)$$

dengan: f_s' = tegangan baja tekan

β_1 = konstanta yang merupakan fungsi dari kuat tekan beton

Menurut SK-SNI T-15-1991-03 (1991)

a. Untuk $f_c' \leq 30$ MPa, $\beta_1 = 0,85$

b. Untuk $f_c' > 30$ MPa, $\beta_1 = 0,85 - 0,008(f_c' - 30) \geq 0,65$

maka momen nominal dapat dicari dengan persamaan :

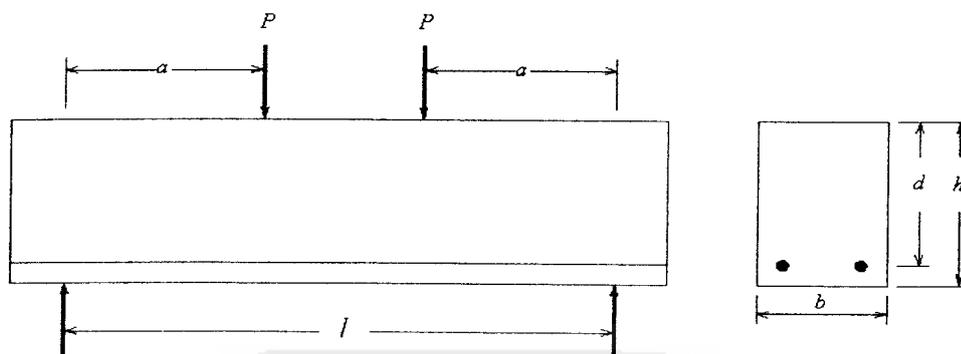
$$M_n = 0,85 f_c' \cdot a \cdot b \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_s' \cdot f_s' \cdot (d - d') \quad (3.14)$$

3.4 Analisis Geser

3.4.1 Umum

Kekuatan tarik beton jauh lebih kecil dibandingkan kekuatan tekannya, maka desain terhadap geser merupakan hal yang sangat penting dalam struktur beton. Perilaku balok beton bertulang pada keadaan runtuh karena runtuh geser sangat berbeda dengan keruntuhan karena lentur. Balok yang terkena keruntuhan geser langsung hancur tanpa ada peringatan terlebih dahulu, juga retak diagonalnya lebih besar dibandingkan retak lentur (Dipohusodo, 1994).

Menurut Ferguson (1986) di dalam penetapan kuat geser balok menempati posisi penting pada nilai banding bentang geser dan tinggi efektif, a/d seperti terlihat pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Jarak bentang geser (a) dan tinggi penampang efektif (d)

Berdasarkan nilai a/d tersebut cara keruntuhan geser balok dapat diketahui dari tipe-tipe kegagalannya (Ferguson, 1986):

1. Kegagalan Tarik Diagonal

Dalam masalah yang sederhana kegagalan tarik diagonal terjadi apabila bentang geser lebih besar dari $3d$ atau $4d$. Retak diagonal selalu berada dalam daerah sebesar a/d di atas 2, dan kadang-kadang pada nilai-nilai a/d yang lebih rendah. Retak seperti itu tidak segera menimbulkan kegagalan, walaupun dalam beberapa bentang geser yang lebih panjang.

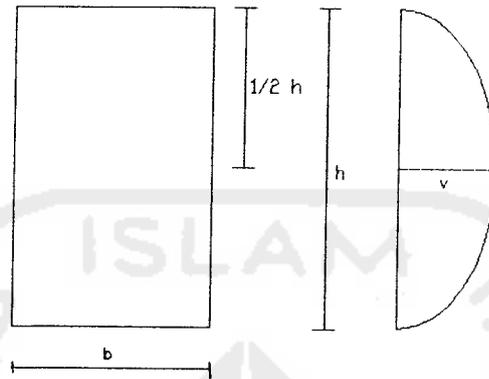
2. Kegagalan Tekan-Geser

Kejadian pada kegagalan tekan-geser apabila bentang geser adalah dari d sampai $2,5d$, dengan suatu pengaruh penurunan secara cepat dalam daerah nilai $2,5d$ sampai $4d$. Apabila bentang geser kecil, kekuatan geser bertambah dengan geser ultimit lebih besar dua kali untuk $a = 1,5d$ atau $a = 3,0d$. Retak diagonal selalu berada dalam daerah sebesar a/d sebesar 1,5 atau 2,0.

3. Kegagalan-belah

Kejadian pada kegagalan-belah atau kegagalan tekan di titik perletakan yang biasanya menyerupai pembelahan vertikal terjadi apabila bentang geser lebih kecil dari tebal efektif d .

Menurut Vis dan Gideon Kusuma (1993) distribusi gaya geser dapat digambarkan sebagai bentuk parabolis pada penampang homogen. Seperti terlihat pada gambar 3.3 di bawah ini.



Gambar 3.3 Distribusi tegangan geser berbentuk parabolis pada penampang homogen (Vis dan Gideon, 1993)

Andaikan beban balok sendiri diabaikan maka kedua tepi balok di antara perletakan dan beban terpusat terdapat besar gaya lintang yang besarnya konstan. Sedangkan besar gaya lintang di tengah balok sama dengan nol. Secara umum besarnya tegangan geser (v) yang berlaku adalah :

$$v = \frac{V.S}{b.I} \quad (3.15)$$

dengan : V = gaya lintang.

S = momen statis dari bagian yang tergeser terhadap garis netral,

b = lebar balok,

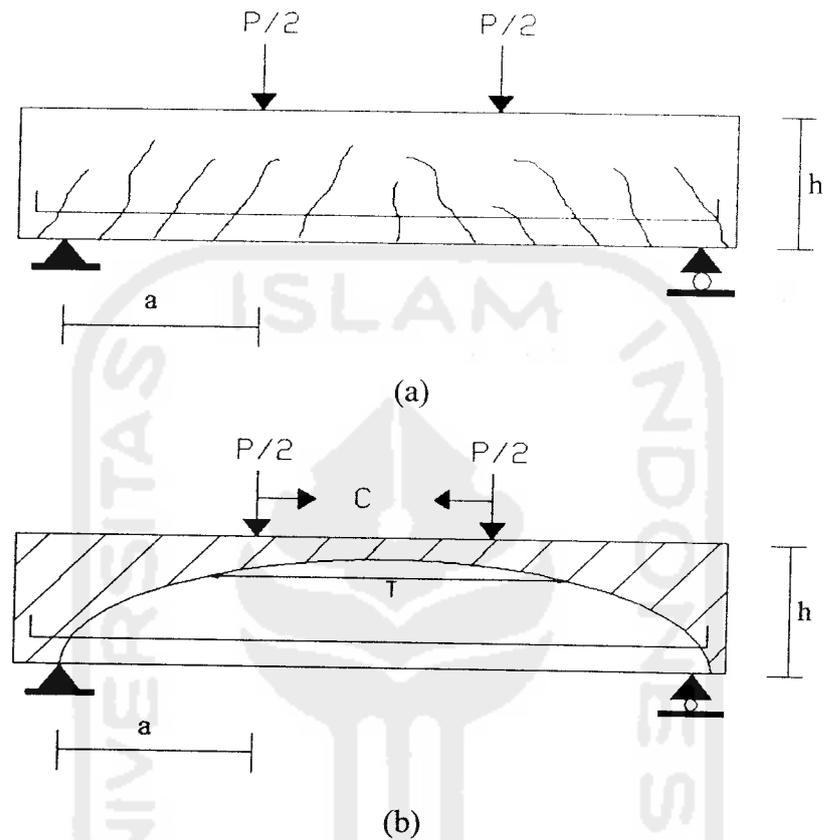
I = momen inersia penampang

Untuk penampang persegi nilai maksimum tegangan geser

$$v_{\text{maks}} = \frac{V.S}{b.I} = \frac{V.1/2.b.h.1/4.h}{b.1/12.b.h^3} = \frac{3.V}{2.b.h} \quad (3.16)$$

Bila beban P ditingkatkan, maka pada daerah tarik akan terjadi retakan dan perilaku material pun tidak homogen lagi. Dalam balok terbentuk busur tekan dengan ikatan tarik. Secara garis besar retakan dapat dilihat pada Gambar 3.4 a.

sedangkan busur tekan dan ikatan tarik ditunjukkan pada Gambar 3.4 b di bawah ini.



Gambar 3.4 Retakan, busur tekan dan ikatan tarik
(Vis dan Gideon, 1993)

3.4.2 Gaya Geser yang Disumbangkan Beton

Tegangan geser beton biasanya dinyatakan dalam fungsi dari $\sqrt{f_c'}$ dan kapasitas beton dalam menerima geser menurut SKSNI T-15-1991-03 (1991) adalah sebesar :

$$V_c = \left(\frac{1}{6}\sqrt{f_c'}\right)b_w \cdot d \quad (3.17)$$

atau

$$V_c = \frac{1}{7} \left(\sqrt{f_c'} + 120 \cdot \rho_w \frac{V_u}{M_u} \right) b_w \cdot d \quad ; \quad \rho_w = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \quad (3.18)$$

tetapi harus memenuhi,

$$\frac{V_u d}{M_u} \leq 1.0 \text{ dan } V_c \leq 0.30 \sqrt{f'_c} \cdot b_w d \quad (3.19)$$

dengan M_u adalah momen terfaktor yang terjadi bersamaan dengan V_u pada penampang yang ditinjau.

Menurut Ferguson (1986) Persamaan 3.18 didasarkan pada hasil pengujian-pengujian bentang sederhana, untuk geser dalam balok-balok menerus. $V_u d/M_u$ dan d/a sangat berbeda dan hanya d/a yang memberi kemungkinan untuk suatu interpretasi yang masuk akal. Harga a adalah bentang geser yang merupakan jarak antara dua titik beban yang berbeda arah, sehingga dengan mengganti $V_u d/M_u$ menjadi d/a , maka Persamaan 3.18 menjadi;

$$V_c = \frac{1}{7} \left(\sqrt{f'_c} + 120 \rho_w \frac{d}{a} \right) b_w d \quad (3.20)$$

dengan :

b_w = Lebar badan balok T atau L dan b : untuk lebar balok berpenampang persegi

d = Tinggi efektif balok

ρ_w = Ratio tulangan

untuk balok T atau L : $\rho_w = A_s / (b_w \cdot d)$

untuk balok persegi : $\rho = A_s / (b \cdot d)$

$V_u \cdot d / M_u$ = nilai kelangsingan struktur dan nilai tidak boleh lebih besar dari 1

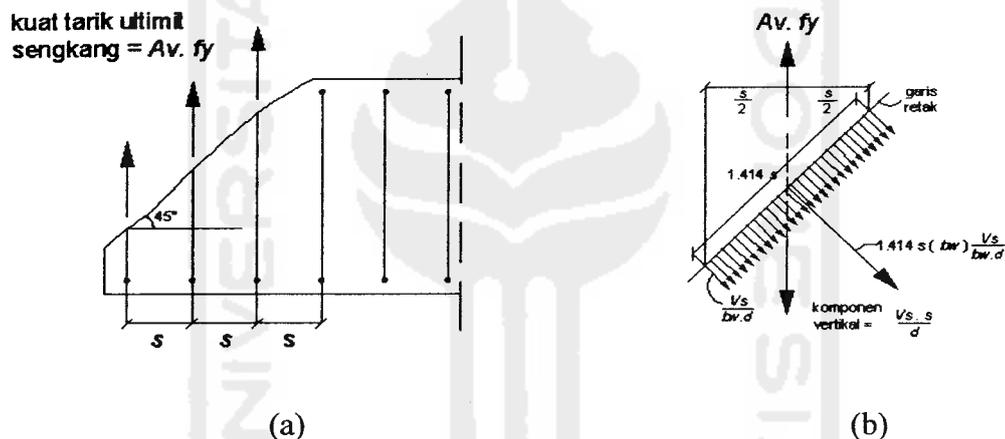
3.4.3 Gaya Geser yang Disumbangkan Tulangan Geser

Untuk menggambarkan kuat geser yang disumbangkan tulangan geser dapat dilihat pada Gambar 3.5 yang menunjukkan *free body* antara ujung balok dan retakan miring, proyeksi horizontal retak diambil sebagai d , dengan retak membentuk bidang 45° . Jika s adalah jarak sengkang, jumlah sengkang diambil

dari retakan d/s (Dipohusodo,1994). Pengasumsian bahwa semua sengkang leleh saat runtuh, gaya geser yang ditahan oleh sengkang adalah :

$$V_s = \frac{(A_v \cdot f_y \cdot d)}{s} \quad (3.21)$$

Persamaan (3.17) dapat diuraikan dengan menganggap bahwa sengkang menahan komponen vertikal dari gaya tarik diagonal yang bekerja di daerah $\frac{1}{2} s$ kanan dan kiri dari sengkang yang bersangkutan (Gambar 3.5 b). Sedangkan komponen horisontal di masukkan dalam perencanaan tulangan pokok memanjang.



Gambar 3.5 Menentukan jarak spasi sengkang berdasarkan syarat kekuatan (Dipohusodo, 1994)

Dengan menggunakan konsep tegangan geser SK-SNI T-15-1991-03 (1991) dan memberikan beberapa substitusi, maka didapatkan :

$$\text{Tegangan geser} = \frac{Vu}{\phi b_w d} = \frac{\phi(Vc + Vs)}{\phi b_w d} = \frac{Vc}{b_w d} + \frac{Vs}{b_w d} \quad (3.22)$$

Suku pertama ($V_c/b_w d$) adalah kapasitas tegangan geser beton, sedangkan suku kedua sebagai kelebihan tegangan geser di atas kapasitas beton yang harus didukung oleh tulangan baja geser pada balok.

Luas daerah tempat bekerjanya tegangan yang harus ditahan oleh tulangan geser adalah $1,414 sb_w$ sehingga seperti tampak pada Gambar 3.5b gaya tarik diagonal adalah :

$$1,414 sb_w \left(\frac{V_s}{bw \cdot d} \right) \quad (3.23)$$

Komponen vertikal gaya tarik diagonal :

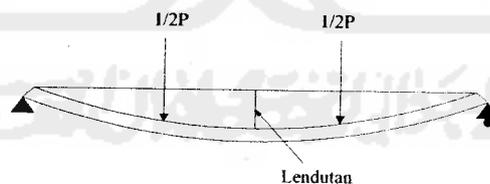
$$0,707 (1,414 sb_w) \frac{V_s}{bw \cdot d} = sb_w \frac{V_s \cdot s}{d} \quad (3.24)$$

$A_v \cdot f_y$ adalah kapasitas tarik ultimit sengkang. Karena ke arah vertikal harus terjadi

keseimbangan, maka : $A_v \cdot f_y = \frac{V_s \cdot s}{d}$ sehingga, $V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{s}$ (3.25)

3.5 Hubungan Beban dan Lendutan

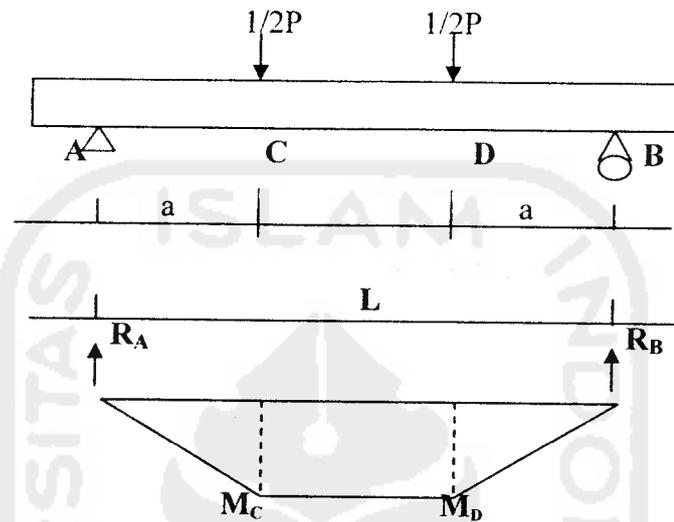
Apabila suatu beban menyebabkan timbulnya lentur, maka balok pasti akan mengalami defleksi atau lendutan seperti terlihat pada gambar 3.6 meskipun sudah dicek aman terhadap lentur dan geser, suatu balok bisa tidak layak apabila terlalu fleksibel. Dengan demikian tinjauan defleksi balok merupakan salah satu bagian dari proses disain (Spiegel dan Linbrunner, 1991).



Gambar 3.6 Lendutan balok

Menurut Dipohusodo (1996), Lendutan komponen struktur merupakan fungsi dari panjang bentang, perletakan dan kondisi ujung (bentang sederhana, menerus atau jepit), jenis beban (terpusat, merata) dan kekakuan lentur komponen (EI).

Pada balok yang melentur akibat menahan beban akan terjadi lendutan, besarnya lendutan yang terjadi dapat dihitung dengan menggunakan beberapa metode salah satunya adalah metode integrasi ganda.



Gambar 3.7 Reaksi dan momen pada tampang memanjang balok

Mencari momen:

$$R_A = \frac{1}{2}P \quad (3.26)$$

$$R_B = R_A \quad (3.27)$$

$$M_A = \frac{1}{2}P \times a \quad (3.28)$$

$$M_A = M_B \quad (3.29)$$

Menurut Gere dan Timoshenko (1987), lendutan pada jarak $0 \leq x \leq a$ memakai persamaan :

$$\Delta = \frac{Px}{6EI}(3aL - 3a^2 - x^2) \quad (3.30)$$

Sedangkan lendutan maksimum dihitung dengan persamaan :

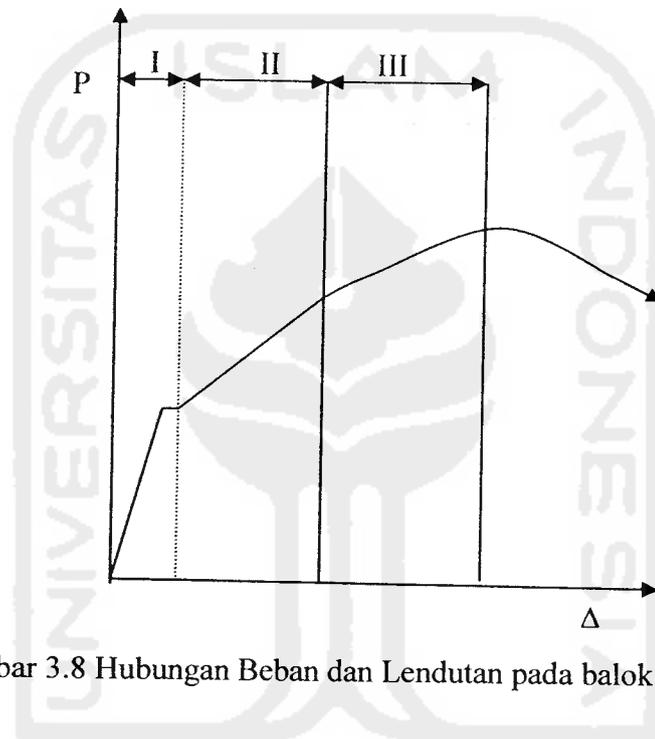
$$\Delta = \frac{Pa}{24EI}(3L^2 - 4a^2) \quad (3.31)$$

Dimana:

$$E = 4700 \times \sqrt{f'c} \quad (3.32)$$

Inersia tampang dihitung dengan persamaan berikut.

$$I = \frac{1}{12}bh^3 \quad (3.33)$$



Gambar 3.8 Hubungan Beban dan Lendutan pada balok (Nawy,1990)

Pada daerah I atau daerah praretak, yaitu daerah yang pada dasarnya berupa garis lurus yang memperlihatkan perilaku elastis penuh. tegangan tarik maksimum yang terjadi pada balok masih lebih kecil dari kekuatan tariknya akibat lentur, kekakuan lentur EI balok dapat diestimasi dengan menggunakan modulus Young (E_c) dari beton, dan momen inersia penampang beton bertulang tak retak.

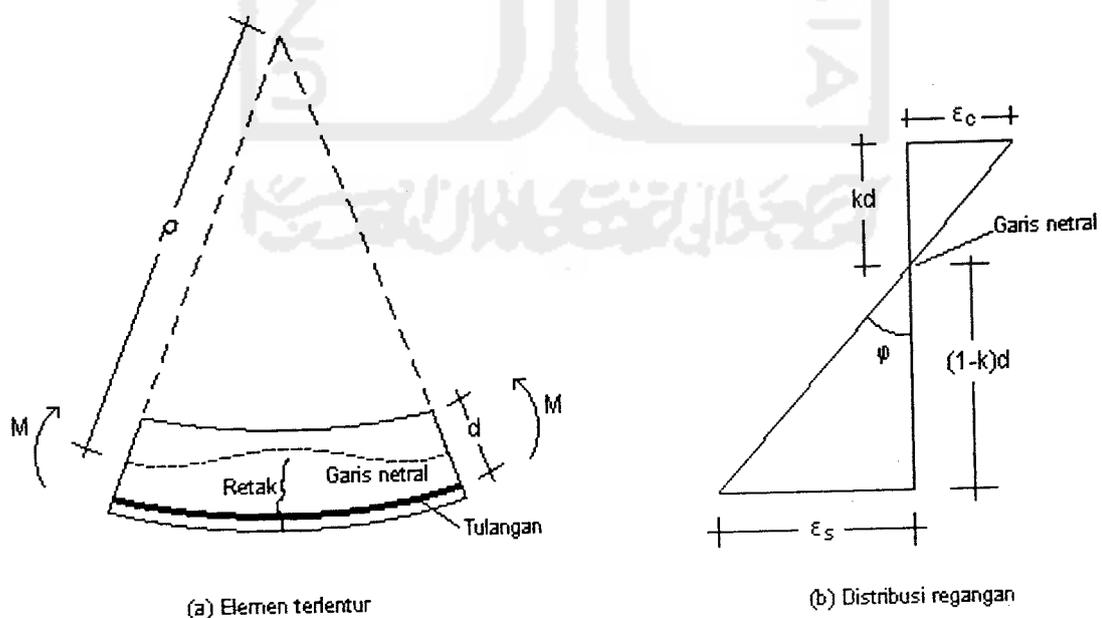
Pada daerah II atau daerah pasca retak, yaitu daerah yang masih bersifat elastis, walaupun tidak seelastis daerah I. Hal ini dapat diketahui dari garis yang masih lurus tetapi sudah mulai landai.

Pada daerah III atau daerah pasca-serviceability, dimana tegangan pada daerah ini sudah mencapai tegangan maksimum. pada daerah ini diagram lendutan

lebih landai dari pada daerah-daerah sebelumnya. Hal ini karena semakin berkurangnya kekakuan lentur akibat bertambahnya jumlah dan lebar retak di sepanjang bentang.

3.6 Hubungan Momen dan Kelengkungan

Balok adalah salah satu diantara elemen-elemen struktur yang paling banyak dijumpai pada setiap struktur. Momen lentur timbul pada balok sebagai akibat adanya beban pada balok. Menurut Park dan Paulay (1975), kelengkungan balok didapat dengan mengambil sebuah elemen lurus dari sebuah balok beton bertulang dengan momen-momen ujung dan gaya axial yang sama seperti pada Gambar 3.9. Jari-jari kelengkungan ρ diukur dari garis netral. Adanya retak-retak pada beton akibat terjadi penambahan tegangan akan merubah jari-jari kelengkungan (ρ), tinggi garis netral (kd), regangan beton (ϵ_c) dan regangan baja tarik (ϵ_s). Berdasar teori tersebut, retak beton akan bertambah jika dilakukan penambahan pembebanan.



Gambar 3.9. Kelengkungan balok (Park dan Paulay, 1975)

Menurut Popov (1989), kelengkungan suatu garis dalam koordinat Cartesian dinyatakan dengan Persamaan :

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \varphi = \frac{d^2y/dx^2}{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.34)$$

Jika $\frac{dy}{dx}$ kecil, maka $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \approx 0$ sehingga Persamaan 3.30 akan menjadi:

$$\varphi = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (3.35)$$

Dengan menganggap sebuah elemen kecil panjang dx dari balok dan menggunakan notasi seperti pada Gambar 3.9, maka rotasi di antara ujung-ujung dari elemen diberikan oleh:

$$\frac{dx}{\rho} = \frac{\varepsilon_c dx}{kd} = \frac{\varepsilon_s dx}{d(1-k)} \quad (3.36)$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d(1-k)} \quad (3.37)$$

dengan $\frac{1}{\rho} = \varphi$

dari Gambar 3.9b, jika regangan dijumlahkan diperoleh :

$$\varphi = \frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d(1-k)} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} \quad (3.38)$$

dengan :

φ = kelengkungan

ε_c = regangan beton

ε_s = regangan baja

d = tinggi efektif penampang

Menurut Friedrich Bleich (1952), Persamaan 3.38 dapat diselesaikan secara numerik dengan pendekatan *central diference*, seperti persamaan 3.39:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x} \quad (3.39)$$

Persamaan tersebut dapat diturunkan menjadi :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{(2\Delta_x) \frac{d}{dx}(y_{i+1} - y_{i-1}) - (y_{i+1} - y_{i-1}) \frac{d}{dx}(2\Delta_x)}{(2\Delta_x)^2} \quad (3.40)$$

karena $(2\Delta_x)$ adalah konstanta maka

$$\frac{d}{dx}(2\Delta_x) = 0 \quad (3.41)$$

sehingga persamaan menjadi :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{(2\Delta_x) \frac{d}{dx}(y_{i+1} - y_{i-1})}{(2\Delta_x)^2} \quad (3.42)$$

maka dari persamaan tersebut didapatkan:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(2\Delta_x)^2} \quad (3.43)$$

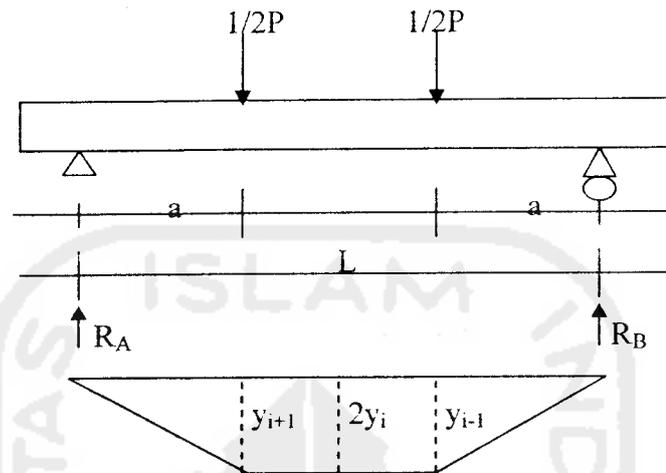
Persamaan disederhanakan menjadi:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta_x)^2} \quad (3.44)$$

Persamaan kelengkungan menjadi:

$$\varphi = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta_x)^2} \quad (3.45)$$

Persamaan 3.45 merupakan persamaan kelengkungan hasil pengujian, dimana kelengkungan pada suatu titik dapat diukur dengan lendutan yang terjadi pada 3 titik berturut-turut (y_{i+1} , $2y_i$, y_{i-1}) dan dapat dilihat pada gambar 3.10



Gambar 3.10 Lendutan pada tampang memanjang balok

Persamaan differensial untuk balok elastis adalah :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \varphi = \frac{M}{EI} \quad (3.46)$$

$$M = EI.\varphi \quad (3.47)$$

maka persamaan dapat ditulis menjadi persamaan :

$$M = EI.\frac{d^2y}{dx^2} \quad (3.48)$$