

BAB III

LANDASAN TEORI

3.1. Gelagar Pelat.

Gelagar pelat merupakan komponen struktural yang memikul momen lentur dan gaya geser. Gelagar pelat didefinisikan sebagai balok yang penampangnya simetris terhadap bidang badan, mempunyai sayap sama atau tidak sama, berbadan tipis sehingga kekuatannya dibatasi oleh tekuk lentur dan tekuk geser.

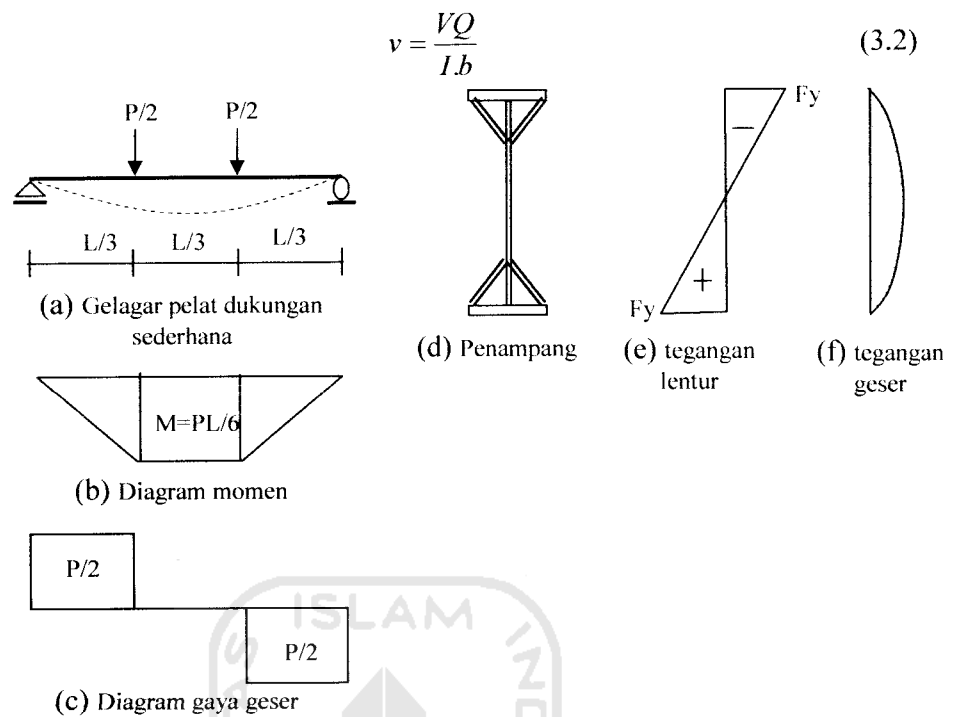
3.2. Tegangan Pada Penampang Gelagar Pelat.

Gelagar Pelat dengan tumpuan sederhana yang dibebani oleh beban P (Gambar 3.1a) akan menimbulkan momen lentur murni dan gaya geser (Gambar 3.1b dan 3.1c). Jika beban P melalui pusat geser penampang dobel delta (Gambar 3.1d) menerima tegangan lentur dan tegangan geser. Dalam keadaan elastis, distribusi tegangan lentur diperlihatkan pada Gambar 3.1e, besarnya tegangan yang terjadi dapat dihitung dengan persamaan (3.1) yang diturunkan oleh *Timoshenko dan Gere* (1961) yaitu:

Dalam keadaan elastis :

$$\sigma = \pm \frac{My}{I} \quad (3.1)$$

Dengan M adalah momen, y adalah jarak serat ke sumbu netral dan I adalah momen inersia. Distribusi tegangan geser diperlihatkan pada Gambar 3.1f, dapat dihitung dengan persamaan (3.2) sebagai berikut yaitu :



Gambar 3.1. Gelagar Pelat Dengan Beban Transversal

Dari Gambar (3.1) dijelaskan bahwa sebuah balok sederhana yang diberikan beban sebesar $P/2$ pada jarak yang sama dan terletak pada jarak $L/3$ bentang. Pembebanan pada balok menyebabkan momen dan gaya geser sebesar $P/2$ dan terjadi juga momen lentur murni sebesar $1/6 PL$. Pada Gambar (3.1d) terlihat bahwa penampang pelat akan terjadi tegangan-tegangan yaitu tegangan lentur dan tegangan geser pada pelat sayap Gambar (3.1e) dan pelat badannya Gambar (3.1f).

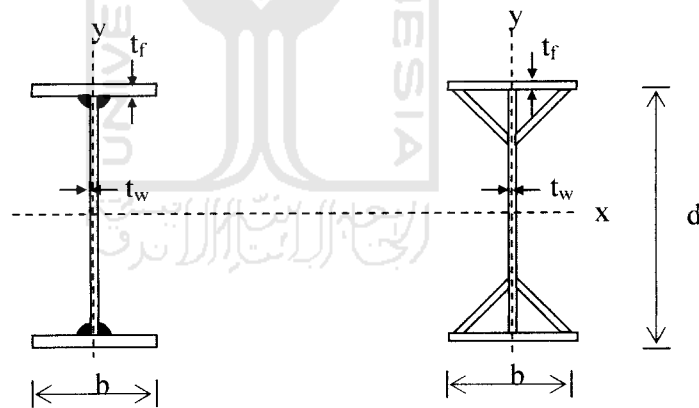
$$v = \frac{VQ}{I.b}$$

Yaitu bahwa V = gaya geser, Q = momen statis luasan dan b = lebar penampang. Distribusi tegangan geser ditunjukkan pada gambar 3.1f. Sayap atas

gelagar pelat dobel delta memikul tegangan tekan, sayap bawah memikul tegangan tarik, badan gelagar memikul tegangan lentur dan tegangan geser.

3.3. Penampang I dan Dobel Delta.

Penampang I adalah konfigurasi elemen pelat yang terdiri dari 2 pelat sayap dengan ketebalan yang ditentukan, dihubungkan secara menerus dengan pelat badan yang langsing. Sedangkan penampang dobel delta merupakan hasil modifikasi dari penampang I yang ditambah dengan batang penopang yang menghubungkan tepi – tepi pelat sayap dengan pelat badan. Setiap penampang pasti memiliki sumbu simetri. Yaitu sumbu lemah (sumbu Y) dan sumbu kuat (sumbu X), pada penampang I dan penampang dobel delta dapat kita ketahui sumbu simetrinya pada gambar di bawah ini, yaitu:



a. Penampang I

b. Penampang dobel delta

Gambar 3.2 (a) Penampang I dan (b). Penampang Dobel Delta.

Apabila kedua penampang tersebut mempunyai tinggi dan lebar sama dan dibuat dari pelat yang tebalnya sama maka dapat kita ketahui pula bahwa momen-momen inersia penampang dobel delta secara teoritis lebih besar dibanding

momen inersia penampang I. secara teoritis momen inersia (I_x dan I_y) penampang tersebut dapat dihitung dengan persamaan (3.3a) dan persamaan (3.3b) yaitu:

$$\text{Momen inersia terhadap sumbu X, yaitu } I_x = \int_0^A y^2 dA \quad (3.3a)$$

$$\text{Momen inersia terhadap sumbu Y, yaitu } I_y = \int_0^A x^2 dA \quad (3.3b)$$

Momen inersia sumbu kuat (i_x) dan sumbu lemah (i_y) pada penampang I dengan badan yang langsing dan tersusun dari pelat-pelat segi empat dapat dituliskan pada persamaan sebagai berikut yaitu :

$$I_{ix} = \frac{1}{12} t_w (d)^3 + 2 \cdot \frac{1}{12} b t_f^3 + \frac{1}{2} (b t_f) d^2$$

$$I_{ix} = \frac{1}{12} t_w (d)^3 + \frac{1}{6} b t_f^3 + \frac{1}{2} (b t_f) d^2 \quad (3.4a)$$

$$I_{iy} = \frac{1}{12} (d) t_w^3 + 2 \cdot \frac{1}{12} t_f b^3$$

$$I_{iy} = \frac{1}{12} (d) t_w^3 + \frac{1}{6} t_f b^3 \quad (3.4b)$$

Pada pelat penampang Dobel Delta merupakan modifikasi dari pelat penampang I dengan menambahkan penopang pada sisi luar dan badan yang membentuk sudut 45° , secara teoritis momen inersia pada penampang Dobel Delta hampir sama dengan penampang I hanya pada penampang dobel delta menambahkan perhitungan pada pelat penopang. Secara umum pada penampang Dobel Delta dapat ditulis pada persamaan sebagai berikut yaitu :

$$I_{dx} = I_{ix} + \left(\frac{1}{24} t_w b^3 + 2(t_w)(b)(d/2 - b/4)^2 \right) \quad (3.5a)$$

$$I_{dy} = I_{iy} + \frac{1}{6} (t_w) b^3 \quad (3.5b)$$

Dari persamaan (3.4a) terhadap (3.5a) dan persamaan (3.4b) terhadap (3.5b) akan didapatkan rasio nilai peningkatan inersia pada penampang Dobel Delta terhadap Penampang I, sehingga persamaan dapat ditulis sebagai berikut yaitu :

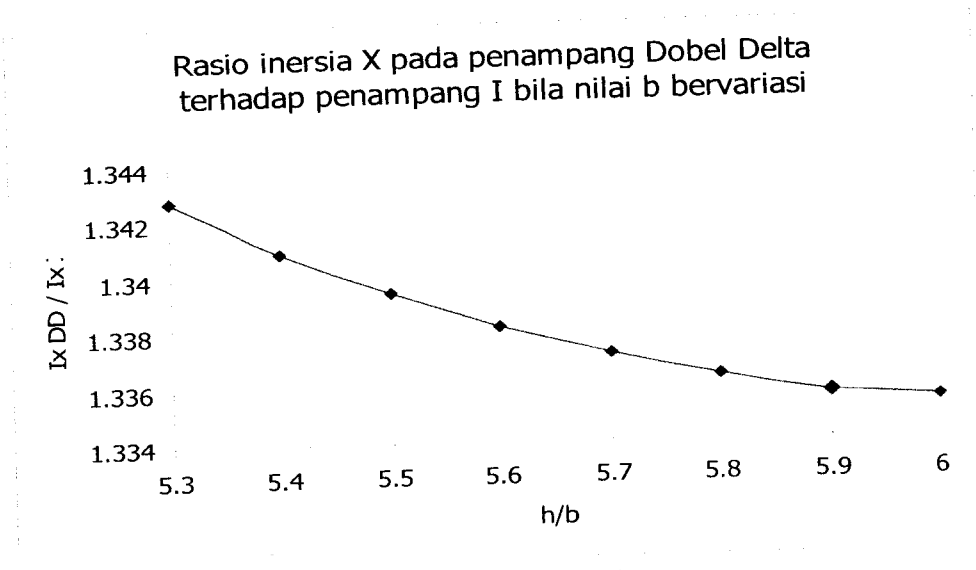
$$\frac{I_{dx}}{I_{ix}} = 1 + \left(\frac{\frac{1}{24} t_w b^3 + 2(t_w)(b)(d/2 - b/4)^2}{1/12 t_w (d)^3 + \frac{1}{6} b t_f^3 + 1/2 (b t_f)(d)^2} \right) \quad (3.6a)$$

$$\frac{I_{dy}}{I_{iy}} = 1 + \left(\frac{\frac{1}{6} t_w b^3}{1/12 (d) t_w^3 + (1/6) t_f b^3} \right) \quad (3.6b)$$

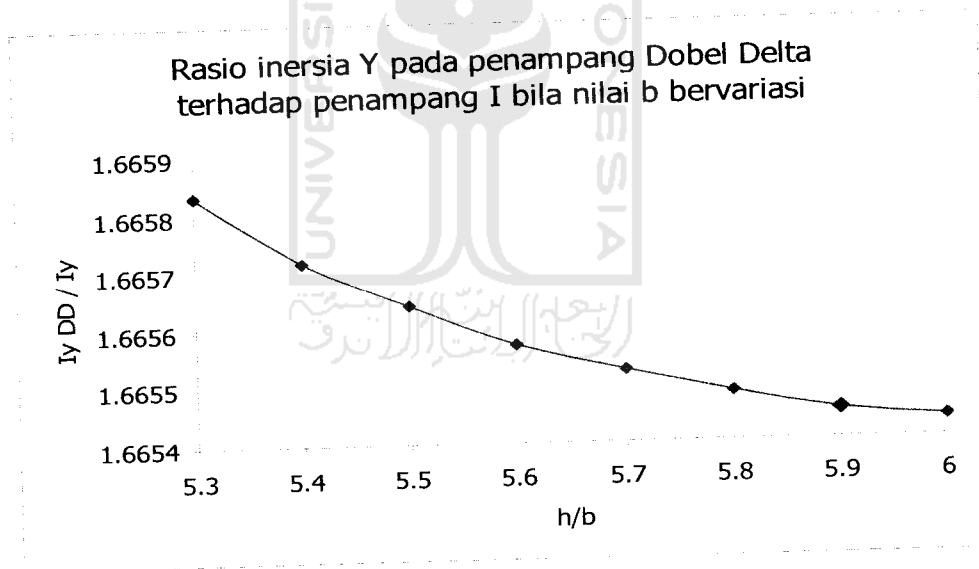
Bila ditetapkan $b = 6 d$ dan $t_f = 1,5 t_w$ rasio momen inersia penampang dobel delta terhadap momen inersia penampang I adalah untuk Inersia sumbu x $= \frac{I_{xDD}}{I_{xI}} = 1,3351$ dan untuk Inersia sumbu y $= \frac{I_{yDD}}{I_{yI}} = 1,66584$. Sedangkan Rasio

luas penampang I terhadap penampang Dobel Delta adalah $\frac{A_d}{A_i} = 1,34$.

Dari persamaan 3.6a dan 3.6b maka didapatkan grafik rasio inersia sumbu kuat (I_x) dan rasio inersia sumbu lemah (I_y) pelat Dobel Delta terhadap pelat I adalah sebagai berikut:



Gambar 3.3a rasio inersia x (I_x) gelagar pelat penampang I dan Dobel Delta.



Gambar 3.3b rasio inersia y (I_y) gelagar pelat penampang I dan penampang Dobel Delta.

Dari gambar grafik diatas dapat dijelaskan bahwa dengan menambahkan pelat penopang pada pelat badan dan sisi pelat sayap secara teoritis akan meningkatkan momen inersia sumbu lemah dan sumbu kuat.

3.4. Tegangan Kritis Pelat.

Tegangan kritis pelat adalah tegangan yang mengakibatkan pelat menjadi tidak stabil, tegangan ini membatasi kapasitas momen (momen batas) pada gelagar penampang I dan penampang Dobel Delta. Faktor-faktor yang mempengaruhi besarnya tegangan kritis antara lain sebagai berikut yaitu : aspek rasio, kondisi tegangan, dan jenis tegangan.

3.5. Tekuk Elastis Pelat Akibat Tekan.

Elemen pelat yang menerima tegangan tekan berpotensi mengalami tekuk. Keseimbangan pelat *isotropic* yang ditumpu sederhana pada keempat sisinya Gambar(3.3) oleh *Timoshenko dan Gere (1961)* dinyatakan dengan persamaan :

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = - \frac{Nx}{D} \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} \quad (3.7)$$

Bila pelat diasumsikan memiliki kelangsingan dan dikonfigurasi dengan beban normal (q) maka keadaan batas stabilitas menjadi :

$$q = -Nx \frac{\delta^4 w}{\delta x^2} \quad (3.8)$$

Bila persamaan (3.7) disubstitusikan dengan persamaan (3.8), maka didapatkan persamaan sebagai berikut yaitu :

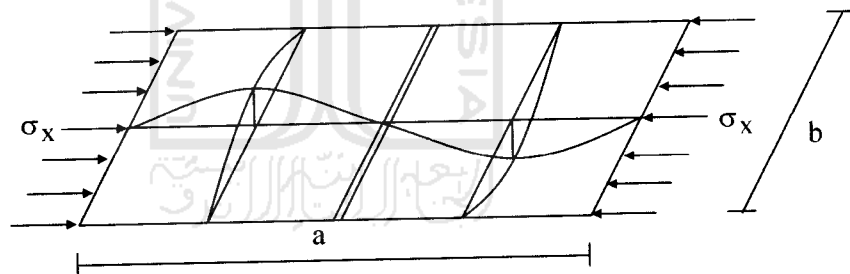
$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = - \frac{N_x \delta^2 \omega}{D \delta x^2} \quad (3.9)$$

Dimana $D = Et^2 / 12(1 - \mu^2)$ menunjukkan kekuatan lentur pelat, E menunjukkan modulus elastisitas bahan, dan μ menunjukkan nilai banding *poison*. Dan

$$N_x = \frac{D\pi^2}{b^2} \left(\frac{1}{m} \frac{a}{b} + m \frac{b}{a} \right)^2$$

Dari Persamaan (3.9) maka didapatkan tegangan kritis

tekuk elastis berdasarkan penelitian oleh (Salmon dan Johnson, 1996) Agar penjelasan diatas dapat dipahami maka lihat Gambar 3.3 sebagai berikut yaitu :



Gambar 3.3. Pelat Memikul Tekanan Merata (pelat sayap)

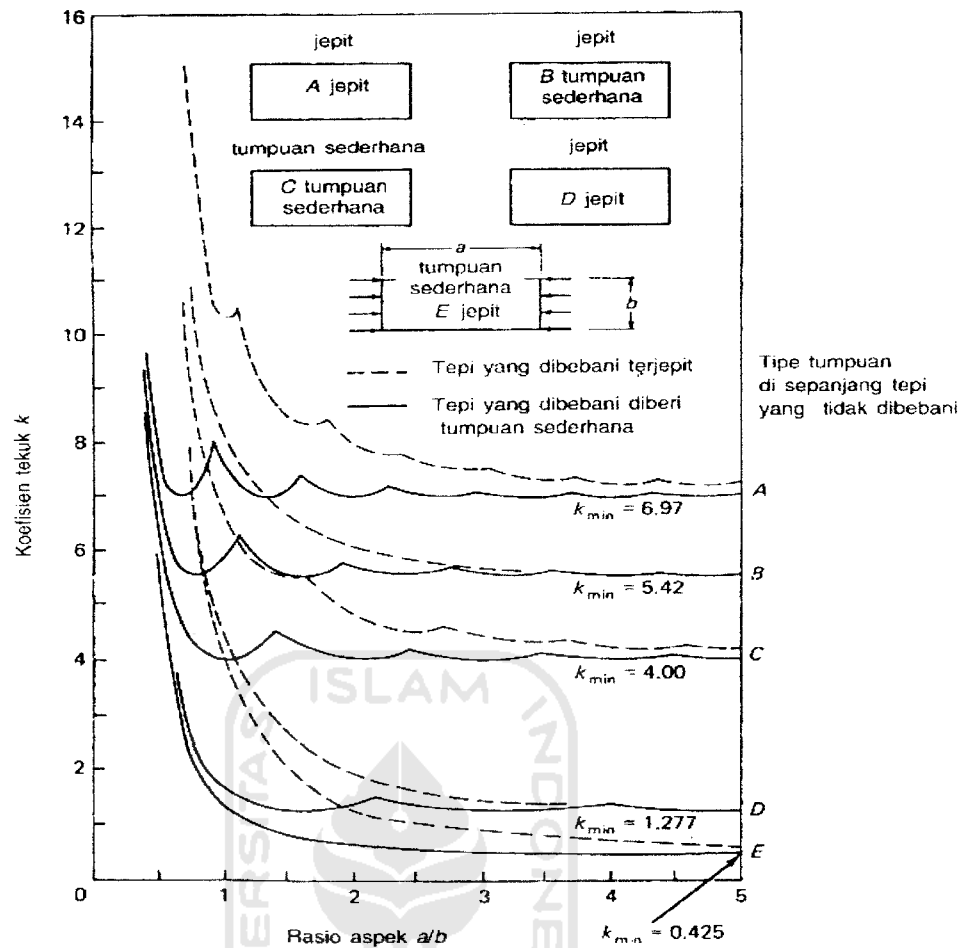
Dari beberapa asumsi atau memanipulasi dengan penurunan rumus yang panjang sampai bentuk sederhana sesuai dengan (Salmon dan Johnson, 1996) didapatkan persamaan (3.10) sebagai berikut:

$$F_{cr} = \frac{k \cdot \pi^2 \cdot E}{12(1 - \mu^2)(b/t)^2} \quad (3.10)$$

Dengan k adalah koefisien tekuk pelat yang bergantung pada kondisi tumpuan pelat, jenis tegangan, dan aspek rasio. Dari persamaan (3.10) tampak bahwa tegangan kritis berbanding terbalik dengan kuadrat kelangsingan, sehingga semakin besar kelangsingan pelat badan dan sayap maka semakin kecil tegangan kritisnya begitu pula sebaliknya. Koefisien tekuk pelat yang ditumpu keempat sisinya dan memikul beban merata dapat diselesaikan dengan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$k = \left(\frac{1}{m} \frac{a}{b} + m \frac{b}{a} \right) \quad (3.11)$$

Dengan m adalah jumlah gelombang sinus pada arah gaya, (a/b) adalah rasio panjang terhadap lebar pelat. Bila koefisien tekuk pada pelat yang memikul beban merata dengan kondisi tepi atau kondisi tumpuan yang bervariasi dapat dilihat pada penjelasan Gambar (3.4) yaitu :

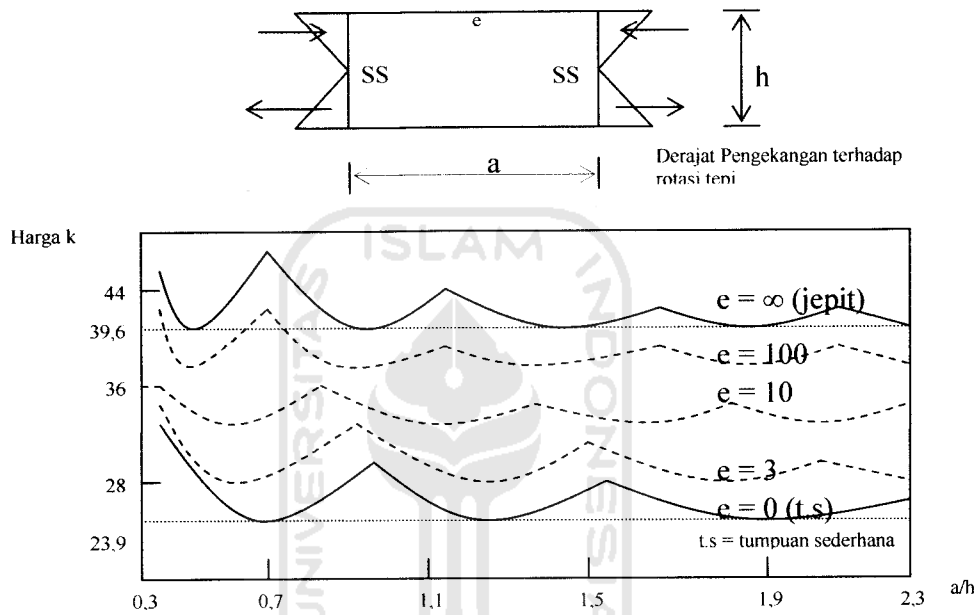


Gambar 3.4. Koefisien tekuk pelat dengan kondisi tumpuan bervariasi.

Pada Gambar (3.4) menunjukkan pelat berpenampang I dimana elemen pelat sayap hanya ditumpu pada salah satu sisinya dan diasumsikan bertumpu pada sendi maka nilai kekakuannya (k) = 0.425, sedangkan pada penampang Dobel Delta kedua sisi elemen sayap baik sisi luar dan sisi dalam elemen sayap ditumpu oleh pelat dengan mengasumsikan gelagar memiliki tumpuan sederhana maka nilai $k = 4$. hal ini dinyatakan oleh *Timoshenko dan Gere (1961)*.

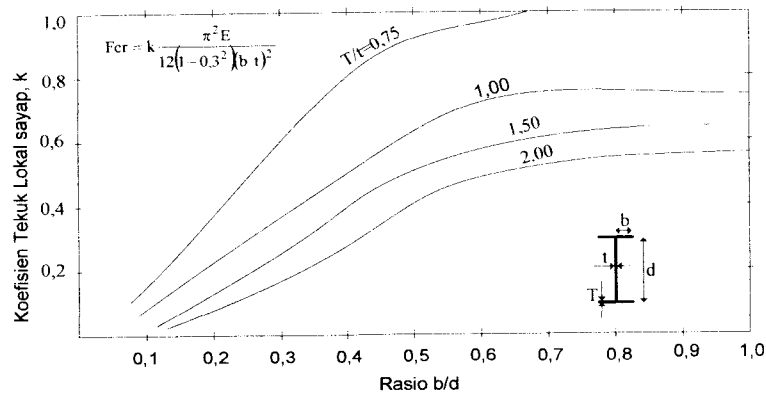
3.6. Tekuk Elastis Akibat Lentur Murni (pelat badan)

Persamaan (3.8) berlaku untuk pelat-pelat yang memikul lentur. Menurut *Timoshenko* dan *Gere* (1961) koefisien tekuk pelat yang memikul momen dan ditumou menerus pada kedua sisinya adalah 23,9 untuk tumpuan sederhana dan 39,6 untuk tumpuan jepit Gambar (3.5).



Gambar 3.5. Koefisien Tekuk Pelat Dalam Lentur Murni

Tekuk lokal pada elemen plat dapat menyebabkan kegagalan dini (*premature collapse*) pada keseluruhan penampang. Pada Gambar (3.6) menunjukkan nilai koefisien tekuk lokal pada pelat tipis bentuk penampang I pada kondisi lentur.



Gambar 3.6 Koefisien tekuk lokal untuk batang lentur penampang I
(*N.S Tharair dan M Bradford*)

Pada Gambar 3.6 dapat dilihat nilai koefisien tekuk lokal pada pelat tipis penampang I. Nilai koefisien tekuk pada pelat dipengaruhi oleh rasio lebar sayap terhadap tinggi badan (b/d) dan tebal sayap terhadap tebal badan (T/t). Dari gambar diatas dapat dijelaskan bahwa untuk mendapatkan nilai koefisien tekuk yang besar diperlukan lebar sayap yang semakin panjang dan tebal sayap yang semakin besar sehingga akan tercapai nilai koefisien tekuk yang besar.

3.7. Tegangan kritis Akibat Geser

Tegangan kritis elastis pelat-pelat yang dihubungkan dengan badan sayap yang menerima tegangan geser dinyatakan pada persamaan sebagai berikut yaitu :

$$F_{cr} = k \frac{k \cdot \pi^2 E}{12(1 - \mu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (3.12)$$

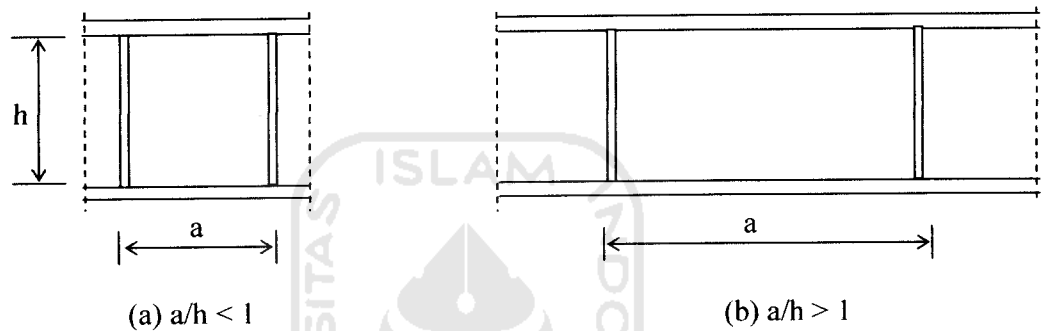
Dengan b adalah sisi pendek pelat. Koefisien tekuk pelat yang memikul geser bergantung kepada (a/h), dinyatakan dengan persamaan (3.13a) dan (3.13b)

$$k = 4 + \frac{5,34}{(a/h)^2} \quad (3.13a)$$

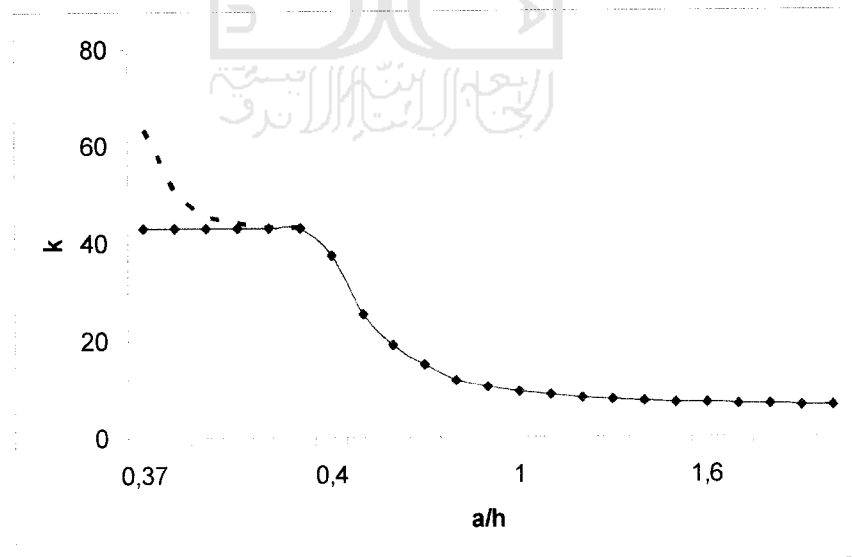
Nilai k pada kasus $a/h \geq 1$ (Gambar 3.7b) adalah

$$k = \frac{4}{(a/h)^2} + 5,34 \quad (3.13b)$$

Agar persamaan (3.13a) dan persamaan (3.13b) dapat dipahami maka dapat dijelaskan pada Gambar (3. 7) sebagai berikut yaitu :



Gambar 3.7 Pelat Memikul Tegangan Geser



Gambar 3. 8 Nilai Koefisien Tekuk Dengan Variasi a/h

3.8. Rasio Kelangsingan Batas Pelat Sayap.

Rasio kelangsingan pelat sayap penampang I harus dibatasi dengan tujuan dari tegangan sayap tekan dapat mencapai leleh. Rasio kelangsingan pelat sayap dapat ditentukan dengan menyamakan persamaan (3.10) dengan tegangan leleh, menjadi :

$$F_{cr} = \frac{k \cdot \pi^2 \cdot E}{12(1 - \mu^2)(b/t)^2} \leq F_y \quad (3.14)$$

Masing-masing ruas persamaan (3.14) dibagi tegangan leleh, maka akan didapat

persamaan menjadi :

$$\frac{F_{cr}}{F_y} = \frac{k \cdot \pi^2 \cdot E}{12(1 - \mu^2)(b/t)^2 F_y} \quad (3.15)$$

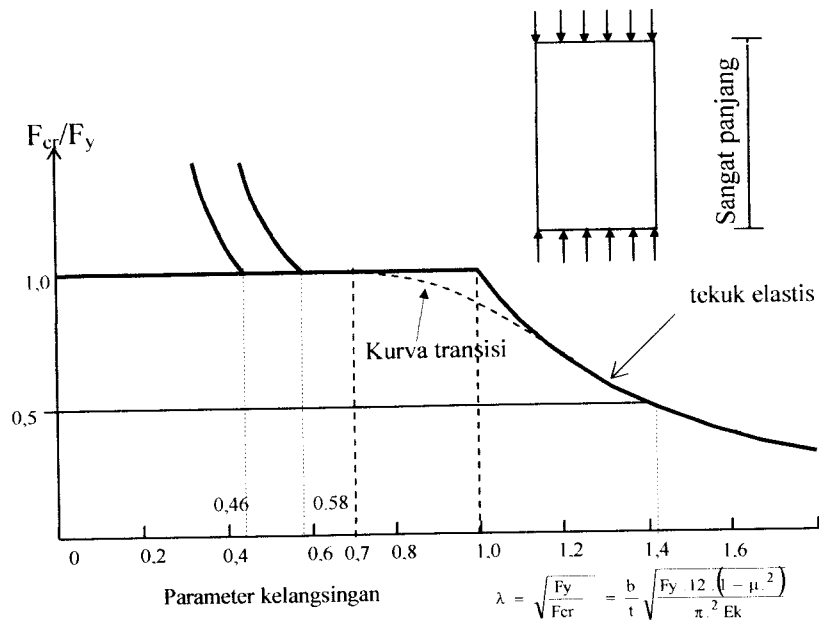
Parameter kelangsingan dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$\lambda^2 = \frac{F_y}{F_{cr}} \quad (3.16)$$

Bila persamaan (3.16) disubstitusikan kedalam persamaan (3.15) maka akan didapat persamaan baru yang menunjukkan rasio kelangsingan batas pelat sayap yaitu :

$$\frac{b}{t} = \sqrt{\frac{\lambda \cdot k \cdot \pi^2 \cdot E}{12(1 - \mu^2) F_y}} \quad (3.17)$$

Agar diperoleh kepastian pelat sayap mencapai tegangan leleh digunakan parameter kelangsingan berdasarkan hasil penelitian, $\lambda_c = 0,7$ untuk lebih jelas perhatikan Gambar (3.9) yang dinyatakan oleh *Ostapenko* (1974) yaitu :



Gambar 3.9. Kurva Parameter Kelangsingan Pelat Panjang

Dari Gambar 3.9 bila diasumsikan $\lambda_c = 0,7$, $k = 0,425$, dan $E=2,10^5$ Mpa disubstitusikan kedalam persamaan (3.15) dan menggunakan notasi pada gambar (2a) didapat rasio kelangsingan batas pelat sayap gelagar penampang I yaitu :

$$\frac{b}{2t_f} = 15,8 \quad (3.18)$$

Untuk gelagar Dobel Delta bila sayap gelagar diasumsikan ditumpu menerus pada kedua sisinya, maka disarankan menggunakan nilai $k = 1,4$.

3.9. Rasio Kelangsingan Batas Pelat Badan.

Rasio kelangsingan batas pelat badan perlu dibatasi agar pelat sayap mempunyai kekakuan yang cukup untuk mencegah terjadinya tekuk vertikal. Berdasarkan penelitian oleh (Salmon dan Johnson, 1996), (Taly, 1998) dihasilkan persamaan yang menyatakan kelangsingan batas pelat badan yaitu :

$$\frac{h}{t_w} = 319,9 \quad (3.19)$$

Kelangsingan pelat badan yang diberi pengaku boleh melebihi (h/t_w) yang didapat dari persamaan (3.19) dan boleh digunakan hingga (h/t_w) mencapai persamaan (3.20), yaitu

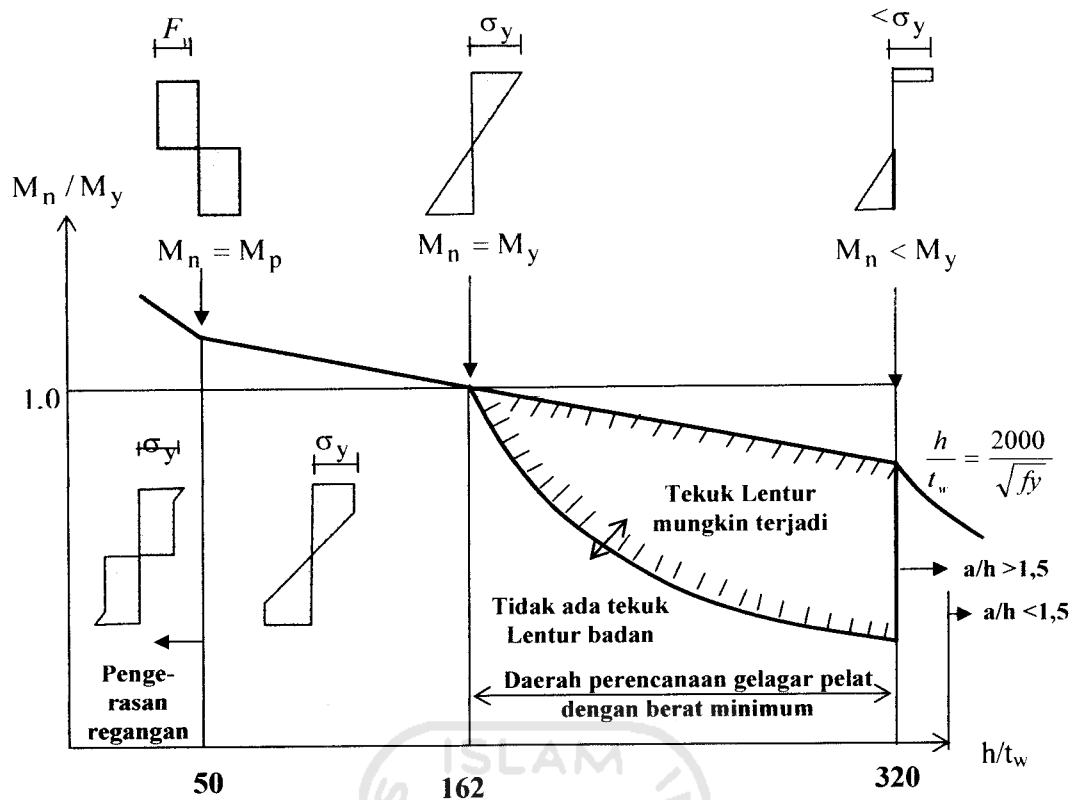
$$\frac{h}{t_w} = 332,04 \quad (3.20)$$

3.10. Momen Batas Gelagar Pelat.

Momen batas gelagar pelat oleh *Salmon* dan *Johnson* (1990) dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$M_{cr} = f \left(\frac{h}{t_w}, \frac{b}{t_f}, \frac{A_w}{A_f}, \frac{L_b}{r_r} \right) \quad (3.21)$$

Dengan (h/t_w) = kelangsingan pelat badan, (b/t_f) = kelangsingan pelat sayap, (A_w/A_f) = rasio luas badan terhadap luas sayap dan (L_b/r_y) = rasio jarak bentang terhadap jari-jari inersia minimum. Bila tekuk sayap dan tekuk puntir lateral dapat dicegah, maka momen batas gelagar pelat merupakan fungsi dari persamaan (h/t_w) dan persamaan (A_w/A_f) . Momen batas gelagar pelat penampang I fungsi (h/t_w) ditunjukkan pada Gambar 3.10. daerah perencanaan gelagar pelat yang efisien yaitu antara $162 < h/t < 320$.



Gambar 3.10. Rasio momen batas terhadap momen leleh versus kelangsingan

Untuk menentukan kapasitas geser gelagar pelat digunakan rasio tegangan geser kritis terhadap tegangan geser leleh Persamaan (3.22), yaitu:

$$C_v = \frac{F_{cr}}{F_y} \quad (3.22)$$

dengan τ_y = tegangan leleh geser. Dalam keadaan badan gelagar mengalami tekuk geser elastis nilai C_v menjadi

$$C_v = \frac{303000k}{(h/t_w)^2 F_{yw}} \quad (3.23)$$

Pada keadaan badan gelagar mengalami tekuk geser tidak elastis nilai C_v adalah

$$C_v = \frac{491}{(h/t_w)^2} \sqrt{\frac{k}{F_{yw}}} \quad (3.24)$$

Kuat tekuk pelat badan dengan menyertakan kuat pelat pasca tekuk adalah jumlah kuat tekuk kritis V_{cr} ditambah kuat geser pasca tekuk (V_{if}), jadi

$$V_n = V_{cr} + V_{if} \quad (3.25)$$

Jumlah kuat tekuk kritis (V_{cr}) dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut yaitu

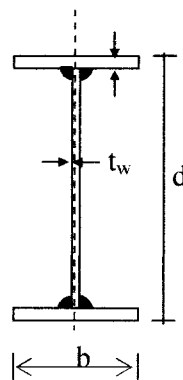
$$V_{cr} = F_y h t C_v \quad (3.26)$$

kekuatan geser V_{if} akibat aksi medan tarik pada pelat badan menimbulkan jalur gaya tarik yang terjadi setelah badan tertekuk akibat tekanan diagonal. Keseimbangan dipertahankan dengan pemindahan tegangan pengaku vertikal. Bila beban diperbesar maka sudut tarik berubah untuk mengakomodasi daya pikul terbesar. Jumlah kuat geser dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$V_{if} = F_t \frac{h t}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + (a/h)^2}} \right] \quad (3.27)$$

3.11. Momen Batas Berdasarkan Tekuk Lokal.

Momen batas gelagar penampang I berdasarkan kondisi tekuk lokal merupakan momen maksimum yang dipikul gelagar pelat akibat pelat sayap atau pelat badan yang tertekuk.



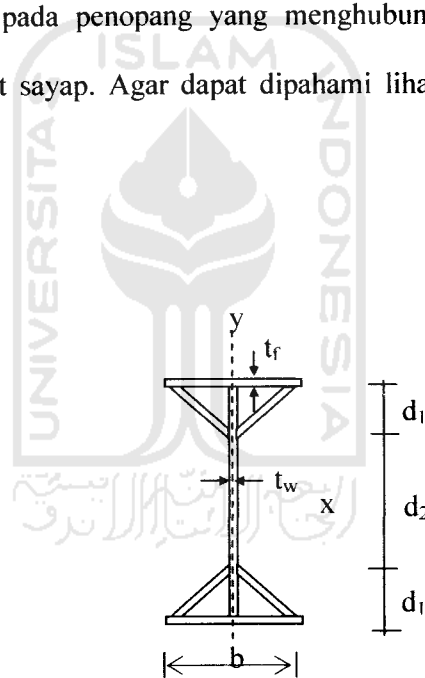
Penampang I

Gambar 3.11. Penampang I

Momen gelagar penampang I adlah momen batas pelat sayap ditambah momen batas pelat badan, dinyatakan dengan persamaan :

$$M_{cr} = bt_f (F_{crf})(d) + \frac{1}{6} t_w (d)^2 F_{crw} \quad (3.28)$$

Momen batas berdasarkan tekuk lokal pada penampang dobel delta secara prinsip sama dengan penampang I, namun pada penampang Dobel Delta hanya terdapat penampahan pada penopang yang menghubungkan 1/3 tinggi badan terhadap sisi luar pelat sayap. Agar dapat dipahami lihat gambar 3.12. sebagai berikut :



Penampang dobel delta

Gambar 3.12. Penampang Dobel Delta

Secara analitis penampang Dobel Delta dapat dibuat persamaan untuk menghitung momen batas berdasarkan tekuk lokal, persamaan dapat diturunkan,

$$M_{cr} = b t_f (d) (F_{crf}) + (d_1 t_w) F_{crw} (d_1) + \frac{1}{6} t_w (d_2)^2 F_{crw} + (2) \left(\frac{b}{2} \right) (t_w) (d - b/2) F_{crw}$$

(3.29)

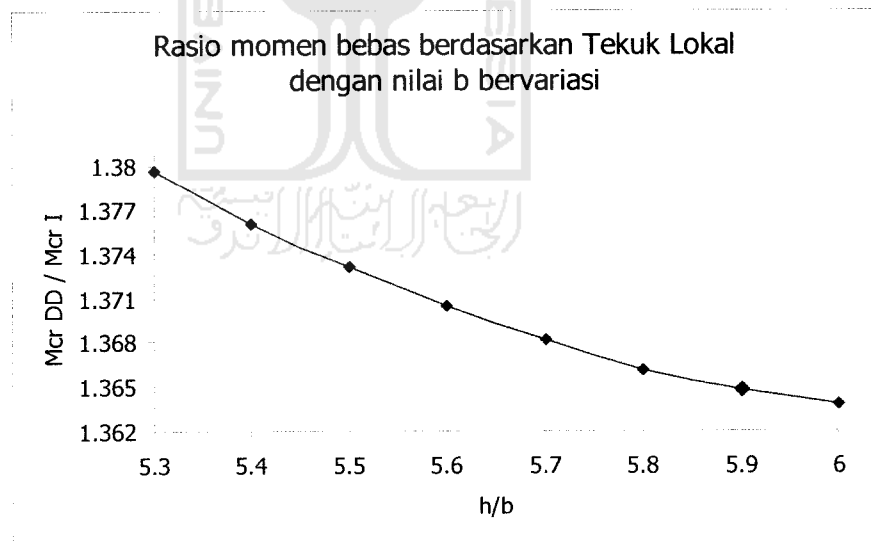
Rasio momen batas gelagar dobel delta terhadap momen batas gelagar I

berdasarkan kondisi batas tekuk lokal ditunjukkan pada persamaan (3.30) yaitu:

$$\frac{M_{crd}}{M_{cri}} = \frac{b t_f (d) F_{crf} + (d_1 t_w) F_{crw} (d_1) + \frac{1}{6} t_w (d)^2 F_{crw} + (2) \left(\frac{b}{2} \right) (t_w) (d - b/2) F_{crw}}{b t_f (d) F_{crf} + \frac{1}{6} t_w (d)^2 F_{crw}}$$

(3.30)

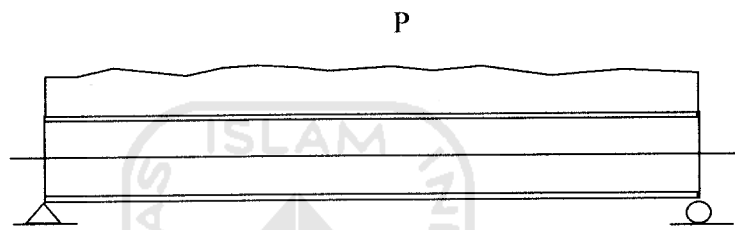
Bila persamaan (3.30) digunakan dengan tinggi terhadap lebar bervariasi yaitu rasio tinggi terhadap lebar 5,3 dan 6 maka didapatkan grafik rasio momen lentur terhadap rasio tinggi dan lebar penampang pelat I dan penampang Dobel Delta adalah sebagai berikut yaitu :



Gambar 3.13 rasio momen kritis berdasarkan tekuk lokal gelagar pelat penampang I dan Dobel Delta

3.12. Momen Batas Berdasarkan Tekuk Puntir.

Momen batas gelagar pelat berdasarkan tekuk puntir lateral merupakan fungsi dari momen inersia sumbu lemah, panjang bentang antar dukungan lateral (L_b), Konstanta puntir / koefisien warping (C_w), Modulus Geser (G), dan momen inersia polar (J), dinyatakan oleh *Timoshenko dan Gere* perhatikan Gambar (3.13) sebagai berikut



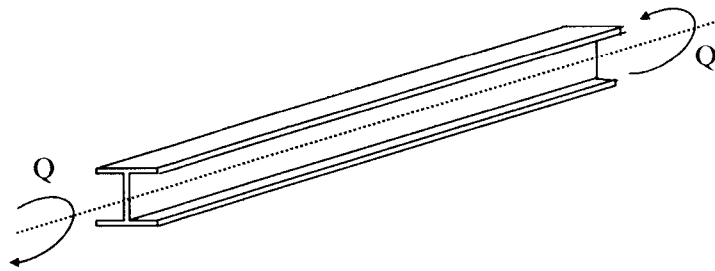
Gambar 3.13a Balok Dibebani Dengan Beban Merata (Tampak depan)



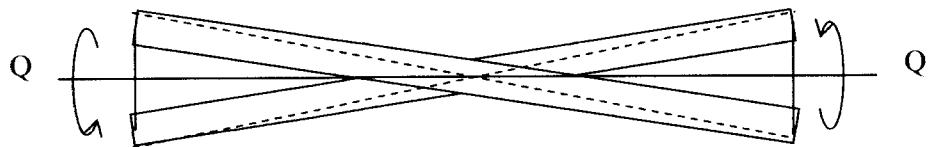
Gambar 3.13b Balok Dibebani Dengan Beban Merata (Tampak atas)

Pada Gambar (3.13) dapat diketahui bahwa sebuah balok yang diberikan beban secara merata tidak hanya mengalami tekuk lentur tapi dapat mengalami tekuk secara puntir atau yang disebut dengan tekuk puntir lateral.

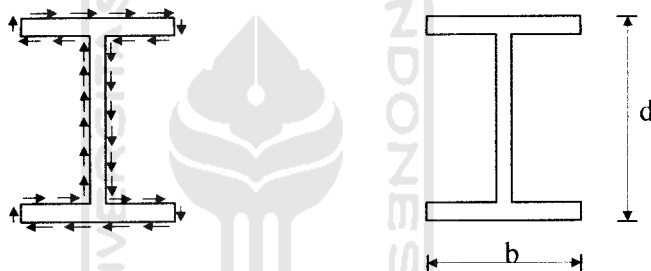
Bila balok penampang I Gambar (3.14) dipuntir dan deformasi arah aksialnya dicegah maka serat memanjang pada balok tersebut mengalami deformasi ditunjukkan pada Gambar (3.15). Puntir murni hanya menghasilkan tegangan geser yang distribusinya ditunjukkan pada Gambar (3.16).



Gambar 3.14 Balok gelagar pelat puntir



Gambar 3.15 Defomasi balok akibat puntir



Gambar 3.16 Distribusi tegangan geser pada puntir murni

Untuk pelat tipis pada penampang terbuka (seperti profil I dan U) anggapan seperti cukup akurat, tegangan geser pada pelat sayap dan badan tegangan bekerja sejajar dengan tepi plat dan besarnya berbanding lurus dengan dengan jarak permukaan pelat. Deformasi puntir dapat dinyatakan dalam sudut puntir per satuan panjang yang dihubungkan dengan puntiran yang bekerja Q,

$$\phi/L = Q/C \quad (3.31)$$

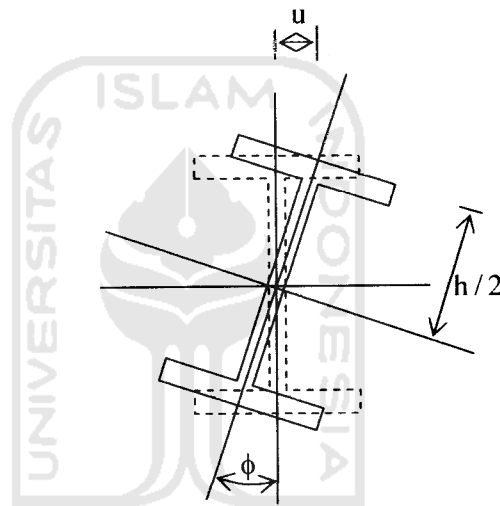
Dengan C = kekakuan puntir dapat dinyatakan sebagai hasil dari, G = modulus geser material, J = konstanta puntir penampang. Kontanta J untuk dinding tipis seperti pada penampang I dan kanal didekati dengan Persamaan

$$J = \frac{1}{3} b.t^3 \quad (3.32)$$

Nilai J pada penampang yang tebalnya tidask sama dihitung dengan Persamaan

$$J = \sum \frac{1}{3} b_i \cdot t_i^3 \quad (3.33)$$

Puntiran mengakibatkan serat longitudinal yang semula lurus membentuk *helices*. Pada sudut puntir yang kecil dapat dianggap garis lurus miring pada sumbu rotasi. Dengan demikian serat di pusat sayap yang berjarak $h/2$ dari sumbu z menjadi miring dengan sudut miring $(\phi/L)(h/2)$ yang menghasilkan deformasi arah aksial pada sayap, bentuk deformasi seperti ini dinamakan warping dan deformasi aksial yang dihasilkan dinamakan *warping displacement*



Gambar 3.17 Defleksi lateral pada sayap

Secara umum puntir dapat diketahui dengan persamaan (3.34) sebagai berikut :

$$Q_1 = \frac{GJ\phi}{L} \quad (3.34)$$

Berdasarkan Gambar (3.17) defleksi lateral pada pelat sayap dapat dinyatakan pada persamaan sebagai berikut :

$$U_f = \phi \frac{h}{2} \quad (3.35)$$

Momen lateral pada pelat sayap (M_f) dinyatakan dengan persamaan (3.36) yaitu :

$$M_f = EI_f \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (3.36)$$

Dengan I_f merupakan momen inersia pelat sayap arah sumbu y . Bila inersia sayap disubstitusikan dengan momen lateral pada pelat sayap maka didapatkan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$M_f = EI_f \frac{h}{2} \frac{d^2 \phi}{dz^2} \quad (3.37)$$

Gaya geser untuk lebar sayap (V_f) dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :

$$V_f = \frac{dM_f}{dz} \quad (3.38)$$

Bila tegangan geser disubstitusikan dengan momen pada sayap maka didapatkan persamaan sebagai berikut :

$$V_f = -EI_f \frac{h}{2} \frac{d^3 \phi}{dz^3} \quad (3.39)$$

karena nilai gaya geser sama dengan nilai puntir maka gaya puntir dinyatakan dengan persamaan :

$$Q_2 = -EI_f \frac{h^2}{2} \frac{d^3 \phi}{dz^3} \quad (3.40)$$

Bila persamaan (3.34) dan persamaan (3.40) dikombinasikan maka didapat persamaan sebagai berikut :

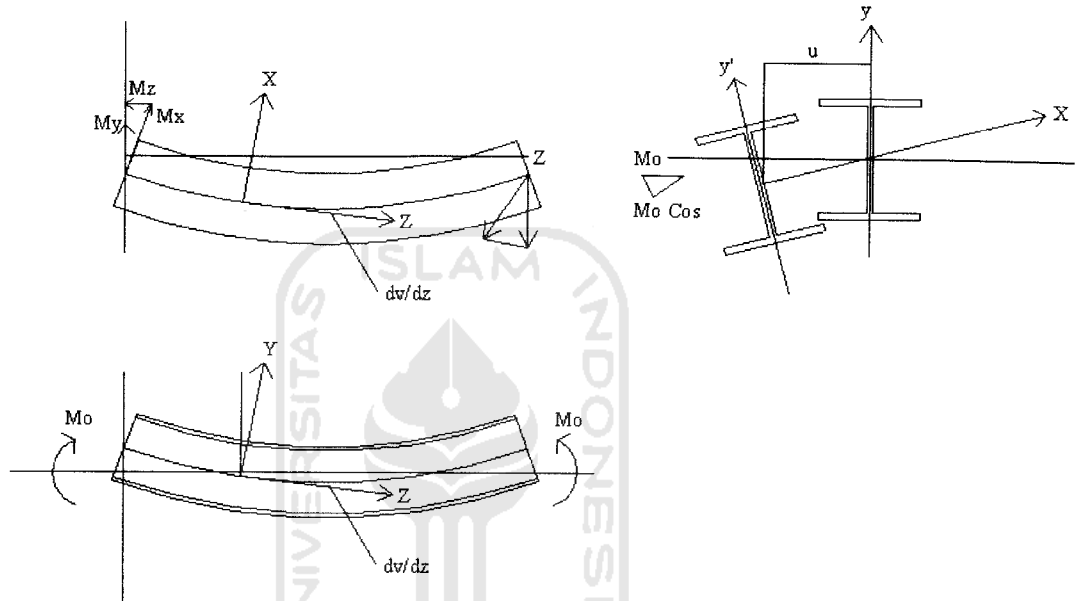
$$Q = GJ \frac{d\phi}{dz} - EI_f \frac{h^2}{2} \frac{d^3 \phi}{dz^3} \quad (3.41)$$

Bila I_f diasumsikan $I_y/2$ dan memasukan nilai koefisien *warping* maka,

$$Q = GJ \frac{d\phi}{dz} - EI_w \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (3.42)$$

Dimana koefisien *warping* dinyatakan dengan persamaan berikut:

$$I_w \approx \frac{I_y}{2} \frac{h^2}{2} = I_y \frac{h^2}{4} \quad (3.43)$$



Gambar 3.18 Balok Profil I Dalam Keadaan Tertekuk

Dengan mengacu Gambar (3.18) yang memperlihatkan balok dalam suatu posisi tertekuk, terlihat bahwa momen yang bekerja M_o pada bidang yz akan meningkatkan komponen momen M_x , M_y dan M_z , masing-masing menurut sumbu x' -, y' -, dan z' -. ini berate akan terdapat kurvatur lentur baik pada bidang $x'z'$ maupun $y'z'$ serta *kurvatur* puntir menurut sumbu z' . dengan asumsi deformasi kecil, lentur pada bidang $y'z'$ (dengan memperhitungkan kosinus arahnya adalah 1 antara sumbu-sumbu y' - dan y -, dan z' - dan z) dapat ditulis:

$$EI_x \frac{d^2v}{dz^2} = M_{x'} \quad (3.43)$$

dimana v adalah *displacement centroid* pada arah y (lihat Gambar 3.17). Demikian pula, kurvatur pada bidang $x'z'$ adalah

$$EI_x \frac{d^2 u}{dz^2} = M_{y'}$$
 (3.44)

serperti terlihat pada Gambar (3.44), dimana u merupakan pergesaeran sentroid pada arah x . yang mentutakan persamaan untuk torsi adalah:

$$GJ \frac{d\phi}{dz} = M_\xi$$
 (3.45)

Dimana M_ξ = merupakan komponen momen puntir pada sumbu kuat (sumbu x).

Gambar (3.12) menunjukkan hubungan aplikasi momen M_ξ yang mana terletak pada bidang yz dan komponen $\xi\eta\zeta$ itu mengacu pada sumbu x . Penetapan η dan ξ dalam persamaan M ditunjukkan dalam Gambar (3.18). persamaan (3.43) dan (3.44) dapat ditulis kembali menjadi persamaan lain yaitu:

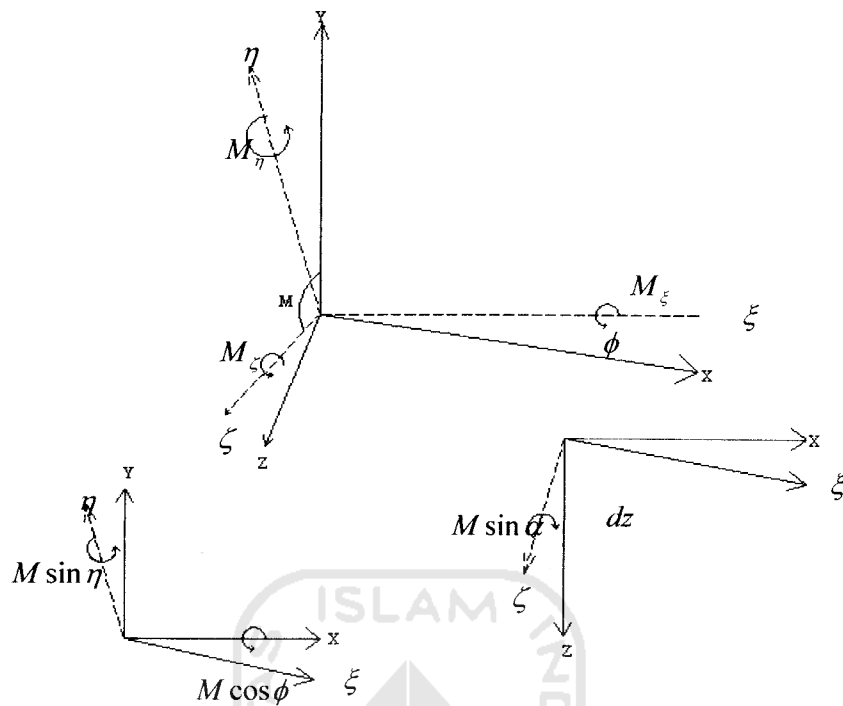
$$EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} = M \cdot \cos \phi$$
 (3.46)

$$EI_x \frac{d^2 u}{dz^2} = M \cdot \sin \phi$$
 (3.47)

dimana, selama ϕ kecil, maka $\sin \phi \approx \phi$ dan $\cos \phi \approx 1$, persamaan menjadi:

$$EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} = M$$
 (3.48)

$$EI_x \frac{d^2 u}{dz^2} = M \cdot \phi$$
 (3.49)



Gambar 3.19 Komponen Momen Puntir

Jumlah M_{ξ} mungkin berlaku nilai 0 yang dapat dilihat pada Gambar (3.19) yang dapat disamakan dengan persamaan $M \sin \alpha$. Menyamakan $\sin \alpha$ dengan $-du/dz$ dapat ditunjukkan pada persamaan 3.50 terhadap persamaan 3.45 yaitu:

$$GJ \frac{d\phi}{dz} = M \frac{du}{dz} \quad (3.50)$$

Persamaan (3.48) – persamaan (3.50) merupakan sistem yang menggambarkan respon dari balok terhadap pembebanan M. Bila persamaan (3.50) disubstitusikan dengan d^2u/dz^2 dapat ditunjukkan pada persamaan (3.51) sebagai berikut:

$$\frac{d^2\phi}{dz^2} = \frac{M^2}{EI_y GJ} \phi = 0 \quad (3.51)$$

Dari semua persamaan tersebut, dapat diambil kesimpulan bahwa momen kritis atau momen nominal dapat ditunjukkan dengan persamaan sebagai berikut:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{E.I_y \cdot GJ} \quad (3.52)$$

Pada persamaan 3.52 menunjukkan pula bahwa $M_{cr} = M$ yang telah disebutkan pada persamaan sebelumnya. Persamaan 3.45 perlu dirubah dengan memasukkan efek warping menjadi :

$$GJ \frac{d\phi}{dz} - EI_w \frac{d^3\phi}{dz^3} = M_G \quad (3.53)$$

dengan menstutbitusikan M_G ke persamaan 3.49 menjadi :

$$EI_w \frac{d^4\phi}{dz^4} - GJ \frac{d^2\phi}{dz^2} + \frac{M^2}{EI_y} \phi = 0 \quad (3.54)$$

dan persamaan M_{cr} ditetapkan menjadi :

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{E.I_y \cdot GJ} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GJ} \right)} \quad (3.55)$$

dengan $v =$ perpindahan adalah arah y :

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{\left(\frac{\pi E}{L} \right)^2 C_w I_y + E.I_y \cdot GJ} \quad (3.56)$$

Dimana $C_w \neq$ koefisien puntir, $G \neq$ modulus geser, $L_b =$ panjang bentang antara dukungan lateral, $I_y =$ momen inersia sumbu y atau momen inersia sumbu lemah, $E =$ modulus *elastisitas* bahan, dan $J =$ Konstanta puntir. Agar persamaan (3.56) dapat diselesaikan maka diperlukan nilai-nilai dari fungsi persamaan (3.56), nilai yang harus dicari antara lain C_w , J , I_y , dan G .

Nilai C_w untuk gelagar pelat penampang I dan δ berturut-turut dinyatakan dengan C_{wi} dan C_{wd} .

Nilai C_w untuk penampang I adalah

$$C_{wi} = \frac{1}{12} t_f b^3 \frac{h^2}{2} \quad (3.57a)$$

Nilai C_w penampang dobel delta pada prinsipnya sama dengan penampang I hanya menambahkan pada penopang, persamaan dapat didekati dengan,

$$C_{wd} = \frac{1}{12} t_f b^3 \frac{h^2}{2} + 2 \frac{1}{12} t_w (b/2)^3 (h/2 - b/4)^2 \quad (3.57b)$$

Nilai J penampang I dihitung dengan persamaan

$$J_i = \frac{1}{3} d t_w^3 + 2 \frac{1}{3} b t_f^3 \quad (3.58a)$$

Nilai J penampang dobel delta dihitung dengan persamaan

$$J_d = \frac{1}{3} d t_w^3 + 2 \frac{1}{3} b t_f^3 + 4 \cdot (0,7b) t_w^3 \quad (3.58b)$$

Nilai modulus geser (G) pada penampang I dan penampang Dobel Delta secara prinsip sama, dapat didekati dengan persamaan sebagai berikut yaitu,

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (3.59)$$

Dimana nilai μ = nilai *poison ratio* (0.3) dan E = modulus elastisitas bahan ($2,1 \times 10^5$ MPa). Dari persamaan dari fungsi mencari nilai momen batas berdasarkan tekuk puntir lateral, maka didapat persamaan mencari nilai rasio momen batas berdasarkan tekuk puntir lateral, adapun persamaan sebagai berikut yaitu,

$$\frac{M_{crd}}{M_{cri}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 C_{wi} I_{yi} + EI_{yi} GJ_i}}{\sqrt{\left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 C_{wd} I_{yd} + EI_y GJ_d}} \quad (3.60)$$

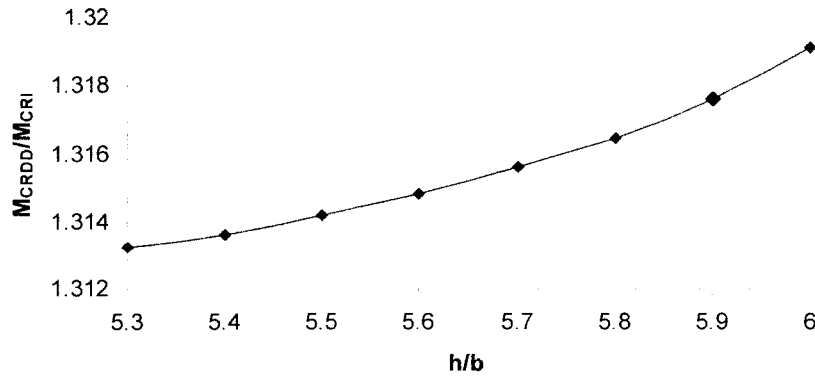
Bila persamaan (3.60) digunakan dengan tinggi terhadap lebar bervariasi yaitu rasio tinggi terhadap lebar 5,3 dan 6 serta jarak pengaku *lateral support* (L_b) adalah 1550 mm, maka didapatkan grafik rasio momen puntir lateral terhadap rasio tinggi dan lebar penampang pelat I dan penampang Dobel Delta adalah sebagai berikut yaitu :

Jika diambil nilai $h = 6b$ dan $t_f = 1,5t_w$ maka momen batas yang didapat berdasarkan tekuk puntir penampang dobel delta terhadap penampang I adalah

$$\frac{M_{crd}}{M_{cri}} = 1,319$$

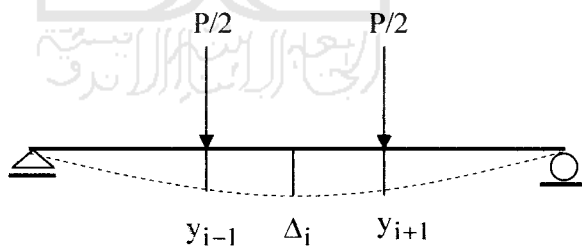
Bila persamaan (3.32) digunakan dengan tinggi terhadap lebar bervariasi yaitu rasio tinggi terhadap lebar 5,3 dan 6 serta jarak pengaku *lateral support* (L_b) adalah 1550 mm, maka didapatkan grafik rasio momen puntir lateral terhadap rasio tinggi dan lebar penampang pelat I dan penampang Dobel Delta adalah sebagai berikut yaitu :

Rasio momen bebas berdasarkan Tekuk Puntir
dengan nilai b bervariasi



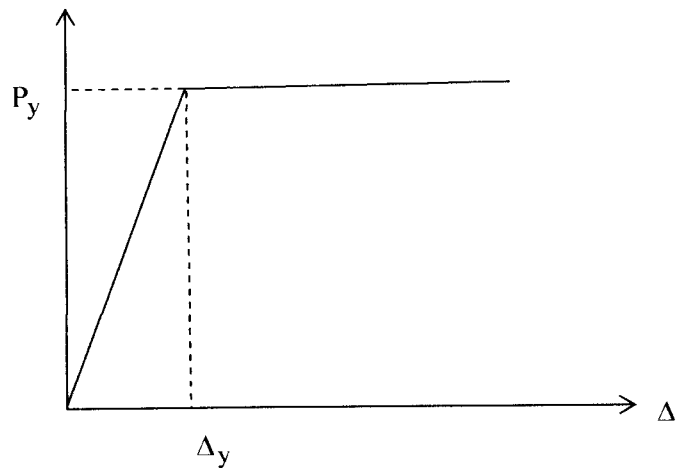
3.13. Karakteristik Gelagar Pelat.

Beban transversal P pada gelagar pelat Gambar (3.12). meimbulkan momen dan gaya geser, lendutan dan pelenturan. Karakteristik gelagar pelat dapat diketahui dari kurva beban-lendutan ($P-\Delta$ hasil) dan kurva momen kelengkungan ($M-\phi$) hasil eksperimen.



Gambar 3.20. Gelagar pelat dengan beban terpusat P

Jika beban P dikerjakan bertahap hingga balok runtuh dan pada setiap tahap pembenanan lendutan maksimumnya diukur didapat kurva beban-lendutan. Contoh kurva beban lendutan ditunjukkan pada Gambar 3.20.



Gambar 3.21. Contoh kurva beban-deformasi

Kekakuan gelagar yang masih elastis dihitung dengan Persamaan

$$k = \frac{P_y}{\Delta_y} \quad (3.61)$$

Kelengkungan balok dapat ditentukan berdasarkan pendekatan metode *Central difference* dengan bantuan lendutan di tiga penampang yang berurutan yang jaraknya sama. Mengamati Gambar (3.20) dapat diperoleh $\frac{dy}{dx}$ didekati dengan

Persamaan (3.62), yaitu :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x} \quad (3.62)$$

Turunan dari persamaan (3.62) ditunjukkan pada persamaan sebagai berikut :

$$\varphi = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta x) \frac{d}{dx} (y_{i+1} - y_{i-1}) - (y_i + y_{i-1}) \frac{d}{dx} (2\Delta x)}{(2\Delta x)^2} \quad (3.63)$$

Jika $(2\Delta x)$ adalah konstanta, maka :

$$\frac{d}{dx} (2\Delta x) = 0 \quad (3.64)$$

Substitusi persamaan (3.63) dan persamaan (3.64) maka diperoleh persamaan sebagai berikut yaitu

$$\varphi = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta x) \frac{d}{dx} (y_{i+1} - y_{i-1})}{(2\Delta x)^2} \quad (3.65)$$

$$\varphi = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+2} - 2y_i + y_{i-2}}{(2\Delta x)^2} \quad (3.66)$$

Sehingga persamaan (3.66) disederhanakan menjadi persamaan

$$\varphi = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta x)^2} \quad (3.67)$$

Persamaan merupakan pendekatan kelengkungan, dimana kelengkungan ($d_2 \frac{y}{dx}$) pada suatu titik dapat diukur dengan lendutan yang terjadi pada tiga titik yang berurutan ($y_{i-1}; y_i; y_{i+1}$) yang masing-masing berjarak sama (Δx) maka :

Momen yang bekerja pada balok mengakibatkan balok melengkung, dalam keadaan gelagar masih elastis hubungan- momen kelengkungan dan faktor kekakuan (EI) menurut *Timoshenko dan Gere (1961)* adalah

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (3.68)$$

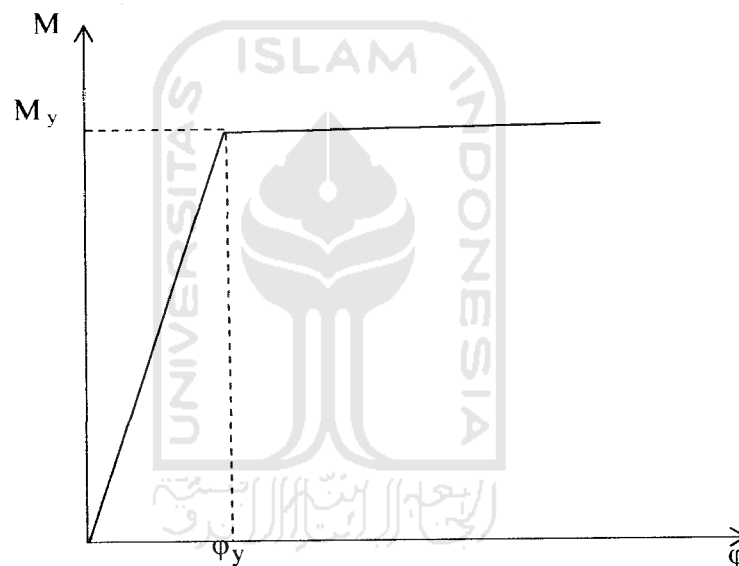
mengacu pada Gambar (3.20) didapatkan momen :

$$M = \frac{1}{6} PL \quad (3.69)$$

Kelengkungan hasil eksperimen dapat dihitung dengan persamaan sebagai erikut yaitu :

$$\phi = \frac{\varepsilon}{h/2} \quad (3.70)$$

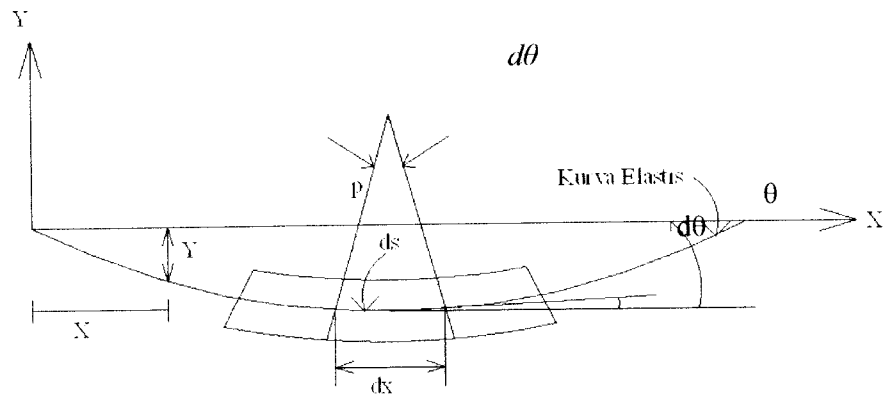
Dimana ε = regangan dan h = tinggi pelat badan. Sehingga dengan menggunakan persamaan diatas didapatkan kurva momen kelengkungan sebagai berikut yaitu :



Gambar 3.22 Kurva Momen Kelengkungan



3.14. Lendutan Gelagar Pelat



Gambar 3.23 Kurva Elastis

Gambar (3.23) menunjukkan permukaan netral balok yang melendut atau disebut dengan kurva elastis balok dimana ditetapkan lendutan tegak y dari setiap titik dengan terminologi koordinat x . Bila ditinjau variasi θ dalam panjang diferensial ds yang disebabkan lenturan balok maka :

$$ds = \rho d\theta \quad (3.71)$$

Dimana ρ adalah jari-jari kurva sepanjang ds , karena kurva elastis datar maka didekatkan dengan dx , maka :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (3.72)$$

dengan mengambil rumus lentur maka akan diperoleh hubungan ::

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (3.73)$$

Dengan ρ didekati dengan persamaan :

$$\rho = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \quad (3.74)$$

Persamaan (3.74) disubstitusikan dengan persamaan (3.73) maka akan didapatkan persamaan :

$$\frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{M}{EI} \quad (3.75)$$

Karena nilai dy/dx sangat kecil, maka dapat dianggap diabaikan, maka :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (3.76)$$

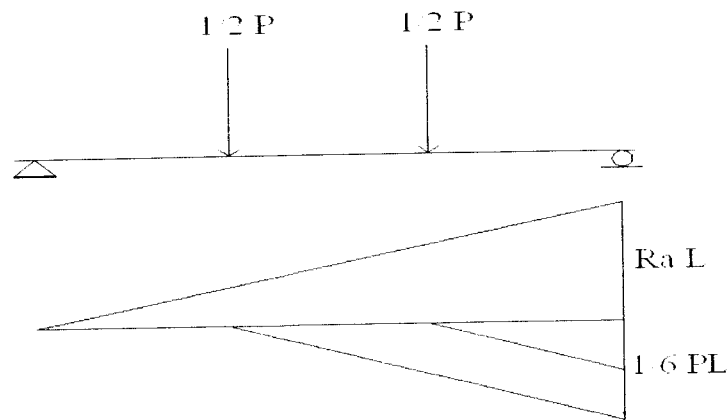
Bila Persamaan (3.76) diintegrasikan dengan EI konstan maka :

$$EI \frac{dy}{dx} = \int M dx + C_1 \quad (3.77)$$

Bila persamaan (3.77) diintegrasikan maka :

$$EI \frac{dy}{dx} = \int M dx dx + C_1 x + C_2 \quad (3.78)$$

Bila sebuah balok diberikan pembebanan pada $\frac{1}{3}$ bentang dengan beban statik sebesar $\frac{1}{2} P$, maka didapatkan momen pada tengah bentang. Untuk lebih jelas lihat Gambar 3.24.



Gambar 3.24 Aksi Momen Akibat Beban Terpusat

Berdasarkan Gambar (3.24) didapatkan penurunan lendutan berdasarkan metode luas bidang momen yaitu :

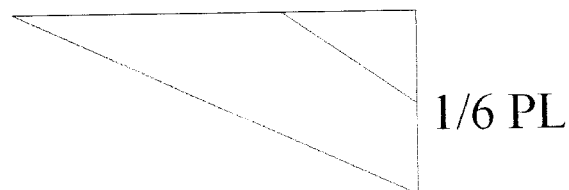
$$\Delta t = \left(\frac{P}{2} \frac{L^2}{2}\right) \left(\frac{L}{3}\right) - \left(\frac{P}{2} \frac{4L^2}{18}\right) \left(\frac{2L}{9}\right) - \left(\frac{P}{2} \frac{L^2}{18}\right) \left(\frac{L}{9}\right) \quad (3.79)$$

Bila persamaan (3.79) disederhanakan maka :

$$\Delta t = \left(\frac{PL^3}{12}\right) - \left(\frac{8PL^3}{324}\right) - \left(\frac{PL^3}{324}\right) \quad (3.80)$$

Bila persamaan (3.80) disederhanakan dan diambil jarak setengah bentang maka :

$$\Delta t = \left(\frac{18PL^3}{648}\right) \quad (3.81)$$



Lendutan pada setengah bentang dapat diturunkan dengan persamaan :

$$\Delta t = \left(\frac{PL^3}{96}\right) - \left(\frac{PL^3}{2592}\right) \quad (3.82)$$

Bila persamaan (3.82) disederhanakan maka :

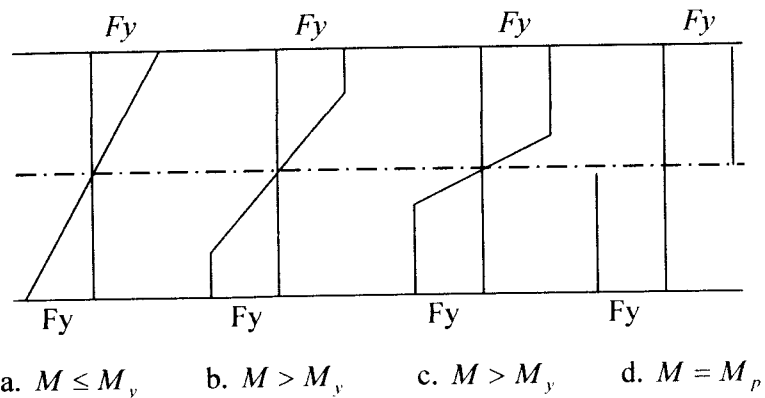
$$\Delta t = \left(\frac{26PL^3}{2592}\right) \frac{1}{EI} \quad (3.83)$$

Bila persamaan (3.81) dikurangi dengan persamaan (3.83) maka didapatkan lendutan maksimum yaitu :

$$\Delta_{AB} = \frac{23PL^3}{1296EI} \quad (3.84)$$

3.15. Desain Plastis Gelagar Pelat

Metode desain plastis memanfaatkan kekuatan cadangan balok baja yang ada setelah tegangan leleh tercapai hingga pada saat akan mencapai *strain hardening*. Selang waktu hingga mencapai *strain hardening* secara teoritis memungkinkan elemen struktur baja menahan tegangan tambahan, akan tetapi deformasi dan regangannya sudah sedemikian besarnya sehingga struktur tersebut sudah tidak stabil. Sehingga asumsi yang digunakan pada desain plastis adalah regangannya belum mencapai *strain hardening*. adapun 4 bentuk umum distribusi momen lentur yang terjadi sebagai berikut:



Gambar 3.25 Distribusi Tegangan Lentur

Pada Gambar (3.25a) adalah merupakan bentuk umum distribusi momen lentur dan dibatasi hingga tegangan lentur maksimum mencapai F_y . Artinya, serat terluar pada balok baja telah mencapai F_y , sedangkan bagian yang lain masih ada yang mengalami tegangan $< F_y$. Momen tahanan balok pada kondisi ini dapat dicari:

$$M_y = F_y \cdot x S_x \quad (3.85)$$

Dimana M_y = Momen leleh

F_y = Tegangan leleh

S_x = Modulus penampang elastis

Apabila momen diperbesar lagi, maka serat terluar yang telah mencapai tegangan leleh dahulu, akan terus mengalami tegangan leleh dan pada saat yang sama mengalami pembesaran regangan. Akan tetapi regangan tersebut tidak sebanding dengan tegangan yang dialami, jadi momen tahanan tambahan yang diperlukan diperoleh dari serat-serat yang mendekati sumbu netral, seperti terlihat pada Gambar (3.25b). Proses ini dapat diteruskan dengan semakin banyak bagian penampang tersebut yang mengalami tegangan leleh seperti terlihat pada Gambar

(3.25c). hingga akhirnya dicapai distribusi tegangan segiempat plastis seperti pada Gambar (3.25d). Pada bagian akhir ini, digambarkan bahwa regangan yang terjadi begitu besar dan hingga semua bagian penampang telah mencapai leleh. Momen yang terjadi pada bagian ini disebut Momen Plastis. Momen plastis dapat dihitung dengan persamaan:

$$M_p = F_y z \quad (3.86)$$

Yaitu M_p = Momen plastis

Z = Modulus penampang plastis

F_y = Tegangan leleh

3.16. Hipotesa

Berdasarkan tinjauan pustaka dan landasan teori diatas dapat diambil hipotesa sementara dimana bila diasumsikan $h = 6$ dan $t_f = 1,5 t_w$, maka akan didapat hipotesa sementara sebagai berikut :

1. Rasio inersia sumbu lemah dan rasio inersia sumbu kuat penampang I dan Penampang Dobel Delta berdasarkan hipotesa sementara yaitu

$$\frac{I_{Dx}}{I_{Ix}} \approx 1,3351 \quad \text{dan} \quad \frac{I_{Dy}}{I_{Iy}} \approx 1,6654$$

2. Rasio momen batas berdasarkan tekuk lokal penampang I dan penampang Dobel Delta adalah

$$\frac{M_{crd}}{M_{cri}} \approx 1,363$$

:

3. Rasio momen batas berdasarkan tekuk puntir penampang I dan penampang Dobel Delta adalah

$$\frac{M_{crd}}{M_{cr i}} \approx 1,319$$

