TUGAS AKHIR

ANALISIS PENGGUNAAN TUNED MASS DAMPER (TMD) UNTUK MENGURANGI SIMPANGAN GETARAN AKIBAT BEBAN DINAMIS PADA BALOK KANTILEVER

Diajukan kepada Universitas Islam Indonesia Untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh derajat Sarjana Teknik Sipil



1 11 1 금급 141 16 144.5 CREEKANVIAN UT VOIGYAKARTA

Olch :

Nama	: WINDU PRIYANTO
No. Mhs	: 93 310 077
Nirm	: 930051013114120076
N a m a	: MERZAHL
No. Mhs	: 94 310 152
Nirm	: 940051013114120151

JURUSAN TEKNIK SIPIL FAKULTAS TEKNIK SIPIL DAN PERENCANAAN UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA YOGYAKARTA 1999

TUGAS AKHIR

ANALISIS PENGGUNAAN TUNED MASS DAMPER (TMD) UNTUK MENGURANGI SIMPANGAN GETARAN AKIBAT BEBAN DINAMIS PADA BALOK KANTILEVER



Ir. H. Sarwidi, MSCE, Ph.D Dosen Pembimbing II

13/11/1999 tanggal

HALAMAN MOTTO

* Sebungguhinga sebudah kebulitan itu ada kemudahan. Maka apahila kamu telah iselesai dari buatu urusan, kerjakanlah dengan sungguhisungguh Curusan Digang lain. Dan banyai kepada Tuhanmulah bendaknya kamu beritarap".

(Alam Nasyrah: 6-8)

"Tuntutlah ilmu, sesungguhnya menuntut ilmu adalah pendekatan diri kepada Allah SWT dan mengajarkannya kepada orang yang tidak mengetahui adalah sodaqoh".

"Jangan menuntut ilmu hanya demi kebanggaan, bekal perdebatan, menarik perhatian orang atau memperoleh pujian".

(500 nasihat Islam oleh Abdul Aziz Salim Basyarahil)

"Jangan mengabaikan urusan agama demi kepentingan dunia. Tindakan ini ibarat merobek baju akhirat untuk menambal baju dunia, sehingga pakaian itu sama-sama cacat".

(500 nasihat Islam oleh Abdul Aziz Salim Basyarahil)

"Orang yang berhasil bukanlah orang yang hidup dengan kemewahan akan tetapi orang yang hidupnya bermanfaat bagi orang lain"



Skripsi ini kupersembahkan dan kudedikasikan untuk Ayahanda dan Ibunda tercinta Kak Fitri Yanti dan Bang Alfajri Datuk dan nenek (alm) Sukses dapat diraih dengan semangat dan selalu tawaqal kepada Allah SWT Sumbangsih-ku tak seberapa, namun keikhlasan-ku nyata (Merzahl)

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmaanirrahiim

Assalamu'alaikum wr wb,

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penyusun dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Shalawat dan salam kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW yang telah membawa kita dari jalan kegelapan ke jalan yang terang benderang.

Adapun judul dari tugas akhir ini adalah ANALISIS PENGGUNAAN TUNED MASS DAMPER (TMD) UNTUK MENGURANGI SIMPANGAN GETARAN AKIBAT BEBAN DINAMIS PADA BALOK KANTILEVER. Tugas Akhir ini disusun untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam mencapai gelar kesarjanaan Strata satu (S1) pada Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik Sipil dan Perencanaan, Universitas Islam Indonesia.

Sebagai obyek studi tugas akhir ini adalah struktur balok kantilever pada Gedung Ramayana Department Store Denpasar-Bali, yang mempunyai balokbalok dengan bentang yang besar.

Selama penyusunan tugas akhir ini, penyusun telah banyak mendapatkan bantuan, bimbingan dan pengarahan dari berbagai pihak, oleh sebab itu penyusun menyampaikan rasa terima kasih yang sebesarnya kepada :

 Ir. Widodo, MSCE, Ph.D selaku Dekan Fakultas Teknik Sipil dan Perencanaan, Universitas Islam Indonesia.

- Ir. H. Tadjuddin BMA, MS selaku Ketua Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik Sipil dan Perencanaan, Universitas Islam Indonesia.
- 3. Ir. H. Susastrawan, MS selaku dosen pembimbing I.
- 4. Ir. H. Sarwidi, MSCE, Ph.D selaku dosen pembimbing II.
- Seluruh karyawan Fakultas Teknik Sipil dan Perencanaan, Universitas Islam Indonesia.
- Ayahanda dan Ibunda tercinta, yang senantiasa memberikan do'a dan dorongan selama menyelesaikan Tugas Akhir.
- Semua pihak yang telah membantu penyusun dalam penulisan tugas akhir ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penyusun hanya dapat berdo'a semoga budi baik semua pihak yang telah memberikan bantuannya, mendapat balasan dari Allah SWT, amin ya robbał 'alamin.

Sebagai penutup dengan segala kerendahan hati, penyusun berharap semoga tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi penyusun khususnya dan pembaca pada umumnya, akhirrul kalam. Wassalamu'alaikum wr wb.

Yogyakarta, September 1999

Penyusun

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL
HALAMAN PENGESAHAN ii
HALAMAN MOTTO iii
HALAMAN PERSEMBAHAN iv
KATA PENGANTAR
DAFTAR ISI
DAFTAR GAMBAR x
DAFTAR TABEL
DAFTAR SIMBOL
DAFTAR LAMPIRAN
BABI PENDAHULUAN
1.1 Latar Belakang Masalah 1
1.2 Rumusan Masalah
1.3 Batasan Masalah 3
1.4 Tujuan 4
1.5 Manfaat 4
1.6 Sistematika Penulisan 5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA
2.1 Pandangan Umum

2.2 Alat Penyerap Getaran (<i>Vibration Absorber</i>)	
2.3 Active Tuned Mass Damper 10	
2.4 Passive Tuned Mass Damper 11	
BAB III LANDASAN TEORI	
3.1 Struktur Dengan Derajat Kebebasan Tunggal (SDOF) 14	
3.2 Struktur dengan Derajat Kebebasan Dua (2-DOF) 16	
3.3 Struktur dengan Derajat Kebebasan Banyak (MDOF) 18	
3.4 Modal Analisis (Prinsip Metode Superposisi) 23	
3.5 Modal analisis untuk getaran bebas	
3.5.1 Getaran bebas tanpa redaman	
3.5.2 Getaran bebas dengan redaman	
BAB IV METODE PENELITIAN	
4.1 Bahan Penelitian	
4.2 Data yang Diperlukan 29	
4.3 Pengolahan Data	
4.4 Pengujian 31	
BAB V ANALISIS, HASIL DAN PEMBAHASAN	
5.1 Analisis	
5.1.1 Balok kantilever sebelum memakai TMD dengan anggapan	
sebagai sistem derajat kebebasan satu (1-DOF)	
5.1.2 Balok kantilever setelah memakai TMD dengan anggapan	
sebagai sistem derajat kebebasan dua (2-DOF)	

5.1.3 Balok kantilever setelah memakai TMD dengan anggapan	
sebagai sistem derajat kebebasan tiga (3-DOF)	. 41
5.1.4 Balok kantilever setelah memakai TMD dengan anggapan	
sebagai sistem derajat kebebasan empat (4-DOF)	. 44
5.1.5 Balok kantilever setelah memakai TMD dengan anggapan	
sebagai sistem derajat kebebasan lima (5-DOF)	49
5.2 Pembahasan	54
5.2.1 Periode getar (T)	55
5.2.2 Simpangan maksimum	55
5.2.3 Kecepatan maksimum	56
5.2.4 Besar simpangan dengan menggunakan redaman (ξ)	
sebesar 1 %, 2 % dan 5 %.	57
BAB VI KESIMPULAN DAN SARAN	65
6.1 Kesimpulan	65
6.2 Saran	66
LAMPIRAN	

DAFTAR GAMBAR

1.	Gambar 2.1 Contoh struktur yang dimodelisasikan sebagai sistem berderajat	
	kebebasan satu	
2.	Gambar 2.2 Model matematis untuk sistem berderajat kebebasan satu 8	
3.	Gambar 2.3 Sistem ATMD yang dilengkapi alat control system 11	
4.	Gambar 2.4 Sistem dari PTMD pada balok kantilever 12	
5.	Gambar 2.5 Salah satu alat ATMD yang dipasang pada gedung Citycorp	
	Center, New York	
6.	Gambar 3.1 Model Struktur, Model matematik, Free hody diagram pada	
	struktur SDOF	
7.	Gambar 3.2 Model yang dilengkapi dengan sebuah TMD 16	
8.	Gambar 3.3 Struktur MDOF 19	
9.	Gambar 3.4 Prinsip Metode Superposisi	
10.	Gambar 5.1 Struktur dan dimensi balok kantilever (tampak atas)	
11.	Gambar 5.2 Pembebanan pada balok kantilever	
12.	Gambar 5.3 Model anggapan 1 DOF	
13.	Gambar 5.4 Grafik simpangan ujung balok kantilever sebelum memakai	
	TMD dengan anggapan derajat kebebasan satu (1DOF)	
14.	Gambar 5.5 Model Anggapan 2 DOF 38	
15.	Gambar 5.6 Grafik simpangan ujung balok kantilever sebelum memakai	
	TMD dengan anggapan derajat kebebasan dua (2DOF) 41	
16.	Gambar 5.7 Model anggapan 3 DOF 41	

17.	Gambar 5.8 Grafik simpangan ujung balok kantilever sesudah memakai
	TMD dengan anggapan derajat kebebasan tiga (3 DOF) 44
18.	Gambar 5.9 Model anggapan 4 DOF
19.	Gambar 5.10 Grafik simpangan ujung balok kantilever sesudah memakai
	TMD dengan anggapan derajat kebebasan empat (4 DOF)
20.	Gambar 5.11 Model anggapan 5 DOF 49
21.	Gambar 5.12 Grafik simpangan ujung balok kantilever sesudah memakai
	TMD dengan anggapan derajat kebebasan lima (5 DOF) 53
22.	Gambar 5.13 Grafik perubahan prosentase nilai periode dasar (T ₁) pada
	setiap variasi jumlah DOF 55
23.	Gambar 5.14 Grafik perubahan prosentase nilai simpangan maksimum
	pada setiap variasi jumlah DOF
24.	Gambar 5.15 Grafik perubahan nilai kecepatan maksimum pada setiap
	variasi jumlah DOF
25.	Gambar 5.16 Grafik simpangan maksimum dengan redaman 1 % pada
	setiap variasi jumlah DOF 63
26.	Gambar 5.17 Grafik simpangan maksimum dengan redaman 2 % pada
	setiap variasi jumlah DOF
27.	Gambar 5.18 Grafik simpangan maksimum dengan redaman 5 % pada
	setiap variasi jumlah DOF

DAFTAR TABEL

1.	Tabel 5.1 Hasil perhitungan simpangan dan kecepatan ujung balok
	kantilever pada setiap variasi jumlah DOF 54
2.	Tabel 5.2 Hasil perhitungan simpangan maksimum dengan menggunakan
	redaman 62

DAFTAR SIMBOL

C	redaman
Ę	damping rasio
F_m	gaya inersia
F_D	gaya redam
F_S	gaya tarik atau desak
$F_{(t)}$	gaya dengan fungsi waktu
m	masa
t	waktu
k	kekakuan
ÿ	percepatan struktur
<i>ý</i>	kecepatan struktur
У	simpangan struktur
<i>Yo</i>	simpangan awal
$\dot{\mathcal{Y}}_0$	kecepatan awal
ω	frekuensi sudut
Φ	normal mode
Т	periode getar (114 Jul (112-))
Z_0	modal amplitudo awal
Zj	modal amplitudo ke-j
\dot{Z}_0	modal kecepatan awal
\dot{Z}_{j}	modal kecepatan ke-j
$\{ { \boldsymbol{\Phi} } \}^{\mathrm{T}}$	tanspose suatu mode
$\{\Phi\}^{-1}$	invers modal matriks
[M*]	generalized mass matriks
[M*] ⁻¹	invers mass matriks

DAFTAR LAMPIRAN

- Lampiran 1 Gambar grafik kecepatan maksimum ujung balok kantilever tiap variasi derajat kebebasan.
- Lampiran 2 Gambar grafik simpangan dengan redaman 1 % tiap variasi derajat kebebasan.
- Lampiran 3 Perhitungan persamaan simpangan dengan redaman 2 %.
- Lampiran 4 Gambar grafik simpangan dengan redaman 2 % tiap variasi derajat kebebasan.
- Lampiran 5 Perhitungan persamaan simpangan dengan redaman 5 %.
- Lampiran 6 Gambar grafik simpangan dengan redaman 5 % tiap variasi derajat kebebasan.



INTISARI

Pembebanan dalam setiap ruangan atau lantai bangunan diperhitungkan berdasarkan fungsinya. Fungsi dari sebuah ruangan bangunan kadang berubah, misalnya yang semula digunakan untuk perkantoran kemudian digunakan untuk ruangan senam aerobic dan *fitness centre*. Perubahan fungsi ini akan mempengaruhi perilaku struktur pendukungnya (dalam hal ini ditinjau pada balok kantilever), sehingga menimbulkan amplitudo (simpangan) getaran pada balok kantilever akibat hentakan-hentakan kaki para pemain. Salah satu alat yang dapat mengurangi amplitudo getaran tersebut adalah "*Tuned Mass Damper*" kemudian disingkat menjadi TMD.

Untuk itu perlu diadakan penelitian untuk membuktikan bahwa alat TMD dapat mengurangi simpangan yang terjadi akibat beban dinamis dan mengetahui besar prosentase pengurangan yang terjadi. Schingga para pembaca mengetahui fungsi dari alat TMD. Penggunaan TMD lebih efektif dari pada menambahkan struktur kaku dalam mengurangi simpangan yang terjadi akibat beban dinamis. Karena penambahan struktur kaku dapat mengurangi bentuk artistik dan juga mengurangi luas ruangan yang ada dibawahnya.

Dasar teori yang digunakan adalah sistem *lumped mass* yaitu masa struktur dianggap tergumpal pada satu titik. Sebelum balok kantilever menggunakan TMD dianggap sistem derajat kebebasan satu atau *Single Degree of Freedom* (SDOF), setelah TMD dipasang sistem berubah menjadi sistem derajat kebebasan dua atau *Two Degree of Freedom* (2 DOF). Bagaimana jika sistem dianggap 3 DOF, 4 DOF, 5 DOF dan lebih dari 5 DOF. Karena sesungguhnya balok kantilever memiliki derajat kebebasan yang tak terhingga.

Dari hasil penelitian menunjukkan alat TMD dapat mengurangi sampai simpangan yang terjadi akibat beban dinamis sebesar 85%. Analisis dengan anggapan sistem 5 DOF atau lebih menunjukan prosentase pengurangan simpangan cenderung sama dibandingkan dengan anggapan sistem 2 DOF, 3 DOF dan 4 DOF. Dalam penelitian ini ditinjau besar simpangan yang terjadi pada ujung balok dan akibat orang melompat pada ujung balok kantilever.

BAB I

PENDAHULUAN

ISLAM

1.1 Latar Belakang

Dalam merencanakan sebuah bangunan harus dipenuhi syarat-syarat yang telah ditentukan, salah satunya adalah dalam hal pembebanan. Pembebanan dalam setiap ruangan atau lantai bangunan diperhitungkan berdasarkan fungsinya. Akan tetapi fungsi ruangan dari sebuah bangunan kadang-kadang dapat berubah disebabkan oleh suatu kebutuhan. Misalnya seorang pengusaha ingin mengembangkan usahanya dalam bidang kebugaran, sehingga ia mengubah ruangan yang semula untuk perkantoran kemudian menjadi ruangan senam atau *fitness*. Struktur masih dapat dikatakan aman apabila perubahan pembebanan masih lebih kecil dari yang disyaratkan.

Perencanaan pembebanan dalam lantai bangunan biasanya berdasarkan pembebanan statis. Apabila pembebanan yang tadinya statis kemudian berubah menjadi dinamis ini sangat mempengaruhi kekuatan pada struktur, terutama pada struktur kantilever. Dari segi struktur, perancangan balok kantilever harus aman terhadap kombinasi pembebanan tetap dan getaran-getaran atau vibrasi-vibrasi yang dialaminya. Kondisi ini diharapkan dapat menjamin rasa aman dan nyaman bagi penghuninya tanpa mengubah segi artistik dari sebuah bangunan. Umumnya beban dinamis yang terjadi pada balok kantilever bisa diakibatkan oleh getaran mesin, gaya gempa dan aktifitas manusia (berlari, melompat), tergantung dari fungsi lantai yang ditumpu balok kantilever. Jika beban dinamis tersebut terjadi terus menerus dan dalam waktu yang cukup lama akan mengakibatkan terjadinya lendutan pada balok kantilever. Oleh sebab itu sifat kaku balok kantilever sangat diperlukan. Apabila lendutan terus menerus bertambah selama beban dinamis dan statis bekerja, pada suatu saat balok kantilever tidak dapat lagi menahan beban yang ada atau terjadi runtuh. Disamping sifat kaku balok kantilever, diperlukan alat yang dapat mengurangi terjadinya amplitudo getaran (simpangan) selama beban dinamis bekerja. Alat yang dapat mengurangi simpangan ini dinamakan *"Tuned Mass Damper"*, yang kemudian disingkat dengan TMD. Disamping untuk mengurangi simpangan yang terjadi, TMD juga berfungsi untuk mengontrol vibrasi-vibrasi atau getaran-getaran yang dialami oleh balok kantilever.

Sistem yang dipergunakan pada balok kantilever yang mengalami lendutan akibat beban dinamis adalah "*Single Degree of Freedom*", yang kemudian disingkat dengan SDOF atau 1 DOF. Dengan adanya penambahan alat TMD maka sistem ini berubah menjadi sistem "*Two Degree of Freedom*" yang kemudian disingkat 2 DOF.

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang dapat dirumuskan dari penelitian ini adalah sebagai berikut ini.

- Apakah alat TMD benar-benar dapat mengurangi simpangan yang terjadi akibat beban dinamis.
- Berapa besar pengaruhnya sebelum memakai dan sesudah memakai alat TMD (berapa prosentase pengurangannya).
- Apakah dalam perhitungan dengan anggapan sistem derajat kebebasan dua (2 DOF) sudah mendekati hasil yang tepat.

1.3 Batasan Masalah

Batasan-batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut ini.

- 1. Simpangan yang ditinjau pada ujung balok kantilever.
- 2. Struktur utama mempergunakan sistem SDOF.
- Dalam analisa beban merata dipakai sistem distribusi beban kemudian masa dianggap berkumpul pada satu titik (*lumped mass*).
- Struktur yang ditinjau terdiri dari batang prismatis, E (modulus elastisitas beton bertulang) dan I (inersia) konstan.
- 5. Tidak ditinjau getaran akibat gempa.
- 6. Hanya dihitung pada gaya (beban) vertikal dan akibat orang melompat.
- Perhitungan hanya sampai dengan anggapan sistem derajat kebebasan lima (5 DOF).
- 8. Alat TMD yang digunakan bersifat pasif (*Passive Tuned Mass Damper*).
- Alat TMD digambarkan dalam bentuk skema dan prinsip kerjanya hanya secara umum.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut ini.

- Untuk membuktikan bahwa alat TMD dapat mengurangi simpangan yang terjadi akibat beban dinamis.
- Untuk mencari berapa prosen pengaruhnya antara sebelum dan sesudah memakai alat TMD.
- Untuk membuktikan apakah dalam perhitungan dengan anggapan sistem derajat kebebasan dua (2 DOF) sudah mendekati hasil hitungan yang tepat.

1.5 Manfaat

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut ini.

- Mengenalkan TMD kepada pembaca tentang fungsi penggunaan alat ini untuk mengurangi getaran pada suatu struktur akibat beban dinamis.
- Untuk menambah pengetahuan dan pemahaman tentang pengaruh variasi jumlah derajat kebebasan pada balok kantilever terhadap nilai simpangan dan kecepatan sebelum dan sesudah penggunaan alat TMD.
- Untuk mendapatkan pengurangan simpangan maksimum yang ideal dengan menggunakan anggapan sistem derajat kebebasan satu (1 DOF) hingga sistem derajat kebebasan lima (5 DOF) pada struktur balok kantilever.

- Untuk pengembangan analisis dinamik struktur di lapangan dalam mencapai optimasi perencanaan struktur bangunan, khususnya pada balok kantilever.
- 5. Untuk membuat kenyamanan bagi pengguna atau penghuni gedung yang memiliki struktur balok kantilever dengan bentang yang besar.
- Untuk memberikan batasan jumlah anggapan derajat kebebasan yang lebih mendekati hasil yang tepat dalam perhitungan.

1.6 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah dan memberikan gambaran lengkap tentang penelitian yang dilakukan, maka sistematika penulisan adalah sebagai berikut ini.

BABI PENDAHULUAN

Bab ini berisi uraian tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitaian, dan sistematika penulisan.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini berisi tentang pendapat-pendapat para pakar dinamika struktur dan sumber-sumber pustaka yang berkaitan dengan *Tuned Mass Damper* (TMD).

BAB III LANDASAN TEORI

Pada bab ini berisi beberapa teori yang dijadikan dasar dalam penelitian ini. Diantaranya teori tentang struktur dengan derajat kebebasan tunggal (SDOF), derajat kebebasan dua (2 DOF), dan derajat kebebasan banyak (MDOF).

BAB IV METODE PENELITIAN

Bab ini berisi tentang suatu cara atau metode pelaksanaan penelitian yang dilakukan beserta tahap-tahapannya.

BAB V ANALISIS, HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab ini berisi tentang analisis perhitungan untuk mencari mencari besar simpangan yang terjadi sebelum dan sesudah memakai alat TMD. Serta pembahasan dari hasil yang ditunjukkan dalam bentuk grafik.

BAB VI KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini berisi kesimpulan tentang hasil penelitian yang telah dilakukan serta saran-saran yang diajukan sebagai tindak lanjut dari penelitian ini.



BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

ISLAN

2.1 Pandangan Umum

Studi tentang analisa getaran-getaran pada struktur (dalam hal ini balok kantilever) yang diakibatkan oleh beban dinamis terus mengalami perkembangan dari waktu kewaktu. Untuk menyiasatinya diperlukan rancangan-rancangan atau alat yang dapat mengurangi getaran-getaran akibat beban dinamis. Murray (1991) melaporkan bahwa metode-metode peredam mekanik pasif yang terdiri dari "viscous damping, viscoelastic damping dan tuned mass dampers, telah banyak dipergunakan.

Amplitudo getaran yang terjadi akibat beban dinamis menyebabkan balok kantilever mengalami lendutan. Amplitudo getaran (simpangan) yang terjadi pada balok kantilever akan menghasilkan persamaan simpangan model derajat kebebasan satu (SDOF). Paz (1987) menyatakan :

> "Pada umumnya struktur berkesinambungan (continous structure) mempunyai derajat kebebasan (number degrees of freedom) tak terhingga. Namun dengan proses idealisasi atau seleksi, sebuah model matematis yang tepat dapat mereduksi jumlah derajat kebebasan menjadi suatu jumlah diskrit dan untuk beberapa keadaan dapat menjadi berderajat kebebasan tunggal (single degree of freedom). Pada Gambar 2.1 terlihat beberapa contoh struktur yang dapat dianggap sebagai struktur berderajat kebebasan satu (one degree of freedom) dalam analisa dinamis, yaitu struktur yang

dimodelisasikan sebagai sistem dengan koordinat perpindahan tunggal (single displacement coordinat)



Gambar 2.1 Contoh struktur yang dimodelisasikan sebagai sistem berderajat kebebasan satu (Paz, 1987)

Sistem berderajat kebebasan satu ini dapat dijelaskan secara tepat dengan model matematis pada Gambar 2.2 yang mempunyai elemen-elemen sebagai berikut : (1) elemen massa m menyatakan massa dan sifat inersia dari struktur. (2) elemen pegas k yang menyatakan gaya balik elastis (*elastic restoring force*) dan kapasitas energi potensial dari struktur. (3) elemen redaman c yang menyatakan sifat geseran dan kehilangan energi dari struktur. (4) gaya pengaruh F(t) yang menyatakan gaya luar yang bekerja pada sistem struktur. Gaya-gaya F(t) ditulis demikian untuk menyatakan sebagai fungsi dari waktu.

Dengan mengambil model matematis dari Gambar 2.2, dianggap bahwa tiap elemen dalam sistem menyatakan satu sifat khusus inersia (*property of inertia*) dan pegas k menyatakan elastisitas, akhirnya peredam c menyatakan kehilangan energi.



Gambar 2.2 Model matematis untuk sistem berderajat kebebasan satu

Dengan demikian model matematis dapat memberikan pengetahuan yang lengkap dan teliti tentang sifat model itu sendiri, tapi adanya informasi yang terbatas dan yang hanya mendekati sifat sebenarnya dari sistem fisik. Namun dari sudut pandang praktek, informasi yang didapat dari analisa model matematis cukup memadai untuk memahami sifat dinamis dari sistem fisik, termasuk perencanaan dan keamanan yang diinginkan ".

Dibeberapa kasus, sumber yang dapat menyebabkan getaran pada struktur adalah aktifitas manusia, getaran suatu mesin, gaya gempa dan gaya angin. Aktifitas manusia termasuk berjalan, berlari, melompat, dansa dan sebagainya. Getaran-getaran yang disebabkan aktifitas manusia tanpa disadari dapat menimbulkan lendutan pada struktur terutama pada balok kantilever, sehingga menyebabkan ketidaknyamanan bagi penghuni atau pengguna gedung.

Solusi yang memungkinkan adalah pertama dengan menambah struktur kaku pada struktur balok kantilever, akan tetapi ini akan merubah bentuk artistik sebuah bangunan dan mengurangi luas ruangan (*space*) dibawahnya. Solusi yang kedua adalah dengan menambahkan suatu alat pada struktur tanpa merubah bentuk artistik bangunan tersebut. Alat ini berfungsi untuk menyerap getaran yang terjadi akibat beban dinamis yaitu dikenal dengan nama "*Tuned Mass Damper*" (TMD).

2.2 Alat Penyerap Getaran (Vibration Absorber)

Alat penyerap getaran (*vibration absorber*) adalah suatu alat mekanis yang digunakan untuk mengurangi atau menghilangkan getaran yang tidak diinginkan. Alat tersebut bernama *tuned mass damper*, alat ini merupakan suatu rangkaian sistem yang terdiri dari masa, pegas dan peredam. Sistem ini diciptakan oleh Frahm pada tahun 1909 (Chopra, 1995). Pada akhir dekade ini TMD dengan cepat telah banyak digunakan pada struktur gedung bertingkat banyak. Sebagai contoh gedung yang telah menggunakan TMD yaitu gedung *Centerpoint Tower*, Sidney, Australia, gedung *CN Tower*, Toronto, gedung *John Hancock*, Boston dan gedung *Citycorp Center*, New York. Dari prinsip cara kerjanya yang aktif dan pasif, alat TMD dibedakan menjadi dua macam yaitu :

- 1. Active Tuned Mass Damper (ATMD) dan
- 2. Passive Tuned Mass Damper (PTMD).

2.2.1 Active tuned mass damper (ATMD)

Pada masa sekarang ini alat peredam getaran yang aktif (ATMD) telah banyak dikembangkan dan digunakan oleh negara-negara maju. Aplikasinya terutama pada gedung pencakar langit, yang fungsinya untuk mengantisipasi gerakan bangunan akibat beban angin bahkan bisa juga mengurangi gerakan bangunan akibat gempa. Sebagai contoh salah satu gedung yang memakai ATMD adalah gedung *Citycorp Center*, New York AS. ATMD juga telah banyak diaplikasikan pada bidang otomotif sebagai alat peredam getaran, seperti pada mobil Mercedes Benz. Jepang sebagai salah atu negara produsen mobil juga telah menerapkan alat ini pada industri-industri otomotifnya.

Pada dasarnya ATMD dengan PTMD adalah sama, terdiri dari masa, pegas dan peredam. Yang membedakannya adalah pada ATMD ada suatu komponen mesin yang dapat bekerja secara otomatis apabila ada gaya yang mempengaruhinya (*controlled system*), dapat dilihat pada Gambar 2.5. Alat ATMD lebih banyak diproduksi dikarenakan alat ini bersifat aktif. Mengenai ATMD lebih jauh tidak bisa diceritakan lebih jauh karena keterbatasan informasi dan untuk memecahkan permasalahan disini digunakan alat TMD yang bersifat pasif. Gambar skema alat ATMD yang dipasang pada sebuah struktur bangunan dapat dilihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Sistem ATMD yang dilengkapi alat control system (Ankireddi dan Yang, 1996)

2.2.2 Passive tuned mass damper (PTMD)

PTMD merupakan suatu alat yang memakai metode peredam mekanik pasif. Murray (1991) melaporkan bahwa metode-metode peredam mekanik pasif yang terdiri dari "viscous damping, visco-elastic damping dan tuned mass damper", telah banyak dipergunakan. Viscous damping adalah redaman yang disebabkan gesekan antara benda padat dengan benda cair/gas (udara, air, minyak atau oli). Contohnya adalah piston yang meluncur pada permukaan yang dilumasi, gerakan perahu diatas air, gerakan kendaraan diatas jalan atau diudara.

Viscoelastic damping merupakan alat peredam yang telah lama diperkenalkan dan banyak digunakan, alat ini cocok dipakai pada struktur didaerah rawan gempa. Alat ini biasanya dipasang pada pengaku (*bracing*) diagonal. Sebagai contoh bangunan gedung yang telah memakai alat ini yaitu gedung *World Trade Center* di kota New York. Alat TMD yang dipakai dalam pemecahan masalah balok kantilever adalah bersifat pasif dan dipasang tepat pada ujung balok kantilever. Sistem ini dimulai sehingga, ketika balok kantilever bergetar pada sebuah frekuensi yang disebabkan oleh hentakan-hentakan kaki, alat TMD akan menghasilkan gerakan yang sama. Dengan observasi energinya, gerakan TMD pada gilirannya mengurangi amplitudo getaran pada balok kantilever. Gambar sketsa alat TMD yang dipasang pada balok kantilever dapat dilihat pada Gambar 2.5.

Sebagai contoh gedung yang telah memakai alat TMD yaitu gedung Ramayana Departement Store, yang salah satu lantai bangunannya berubah fungsi dengan perencanaan awal untuk perkantoran kemudian menjadi ruang *fitness center*. Gedung "Terrace on The Park Building" yang didesain oleh Authority of New York dan New Jersey mempunyai enam lantai, gedung ini banyak menggunakan balok kantilever. Salah satu lantainya digunakan untuk ruangan dansa, setelah beberapa lama balok kantilever mengalami lendutan (*displacement*) yang diakibatkan oleh hentakan-hentakan kaki pada saat pengguna gedung menari



Gambar 2.4 Sistem dari PTMD pada balok kantilever (Ankireddi dan Yang, 1996)





BAB III

LANDASAN TEORI

Sebagai dasar teori dalam penelitian *Tuned Mass Damper* (TMD) akan dijelaskan beberapa teori tentang struktur dengan derajat kebebasan tunggal, struktur dengan derajat kebebasan dua (2 DOF) dan struktur dengan derajat kebebasan banyak. Dalam bab ini dijelaskan pula mengenai modal analisis getaran bebas tanpa redaman dan dengan redaman.

3.1 Struktur Dengan Derajat Kebebasan Tunggal (SDOF)

Beban dinamik seperti beban akibat putaran mesin ataupun beban akibat orang melompat-lompat akan membebani secara langsung pada struktur bangunan. Beban tersebut umumnya dianggap bekerja secara langsung pada elevasi lantai tingkat. Misal beban akibat putaran mesin $F_{t0} = F_0 \sin \omega t$, dimana F_{t0} gaya luar yang bekerja terhadap fungsi waktu, F_0 gaya awal, ω frekuensi dari gaya dalam radian per detik, M masa struktur dianggap tergumpal, k kekakuan struktur dan c redaman.

Untuk menyusun persamaan diferensial gerakan suatu masa, maka diambil suatu model struktur dengan derajat kebebasan tunggal seperti Gambar 3.1. Dengan anggapan kolom bangunan terjepit secara penuh, masa struktur tergumpal disuatu titik (M).



Dengan
$$F_M = m \ddot{y}$$
, $F_D = c \dot{y}$, $F_S = k y$. (3.2)

 F_M , F_D , F_S masing-masing adalah gaya inersia, gaya redam dan gaya tarik/desak yang mempresentasikan kekuatan kolom, F_0 adalah beban dinamik dan \ddot{y} , \dot{y} , y masing-masing adalah percepatan , kecepatan dan simpangan.

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.2) ke dalam persamaan (3.1) akan menjadi,

$$m \ddot{y} + c \dot{y} + k y = F_{(t)}.$$
(3.3)

Persamaan diatas disebut persamaan diferensial gerakan (differential equation of motion).

Dalam prinsip dinamika struktur diperoleh hubungan,

$$\frac{k}{m} = \omega^{2}, \qquad \frac{c}{m} = 2 \xi \omega,$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (rad/dt), \quad \omega = angular \ frequency, \qquad (3.4)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (dt), \qquad T = period.$$

3.2 Struktur dengan Derajat Kebebasan Dua (2-DOF)

Struktur balok kantilever mengalami lendutan akibat dari pembebanan dinamis dapat dimodelkan pada sistem derajat kebebasan satu. Sebuah *Tuned Mass Damper* / TMD (*vibration absorber*) dipasang pada sistem utama (balok kantilever) akan menghasilkan sistem derajat kebebasan dua (2-DOF). Sistem ini dapat dimodelkan dengan Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Model yang dilengkapi dengan sebuah TMD

Notasi pada Gambar 3.2 adalah sebagai berikut ini.

- M = masa balok kantilever
- k_1 = kekakuan balok
- $y_I =$ lendutan balok

m = masa TMD (Tuned Mass Damper)

 k_2 – kekakuan TMD

 y_2 = lendutan TMD

 $F_0 \sin \omega t =$ gaya eksternal (beban dinamis pada balok)

Sistem dalam Gambar 3.2 adalah dua-derajat kebebasan dengan fungsi gaya bekerja pada masa M. Persamaan gerakan adalah,

5LAI

$$M \ \ddot{y}_1 + k_1 y_1 + k_2 (y_1 - y_2) = F_0 \sin \omega t,$$

$$m \ \ddot{y}_2 + k_2 (y_2 - y_1) = 0.$$
(3.5a)
(3.5b)

Ambil $y_1 = A \sin \omega t \, dan \, y_2 = B \sin \omega t$, berarti $\ddot{y}_1 = -\omega^2 A \sin \omega t$, dan $\ddot{y}_2 = -\omega^2 B \sin \omega t$. Subsitusikan harga ini ke dalam persamaan (3.5a) dan (3.5b),

$$(k_1 + k_2 - M\omega^2)A - k_2B = F_0,$$
(3.6*a*)

$$-k_1A + (k_1 - m\omega^2)B = 0$$
(3.6*b*)

$$-k_2 A + (k_2 - m\omega^2)B = 0.$$
(3.6b)

sehingga,

$$A = \frac{F_0(k_2 - m\omega^2)}{(k_1 + k_2 - M\omega^2)(k_2 - m\omega^2) - k_2^2}.$$
 (3.7)

Untuk memperkecil amplitudo getaran masa M yakni A = 0, $(k_2 - m\omega^2)$ harus sama dengan nol. Oleh karena itu $k_2 = m\omega^2 \, dan \, \omega^2 = k_2 \, / \, m$.

Dengan demikian penyerap dirancang sedemikian rupa sehingga frekuensi pribadinya sama dengan frekuensi yang mempengaruhinya. Bila hal ini terjadi, amplitudo getaran masa M praktis nol. Secara umum penyerap hanya digunakan bila frekuensi pribadi sistem original mendekati frekuensi gaya. Oleh karena itu $k_1 / M = k_2 / m$ mendekati benar untuk seluruh sistem (Seto, 1985).

3.3 Struktur dengan Derajat Kebebasan Banyak (MDOF)

Pada umumnya suatu struktur akan bergoyang apabila memperoleh pembebanan dari luar misalnya akibat beban angin ataupun akibat gerakan tanah/gempa. Getaran-getaran seperti itu dikelompokkan sebagai getaran dipaksa atau *forced vibration system*. Sedangkan getaran yang diakibatkan dari beban orang yang melompat pada ujung balok kantilever dan mempunyai kondisi awal (*initial condition*), dapat dikategorikan termasuk pada getaran bebas atau *free vibration system*.

Struktur balok kantilever merupakan struktur yang mempunyai bentuk fisik kontinyu, maka pada struktur-struktur seperti itu mempunyai derajat yang tak terhingga dan hal ini akan menyulitkan dalam analisis. Suatu penyederhanaan yang biasa dipakai dalam analisis adalah bahwa masa struktur dianggap tergumpal pada sebuah titik (*lumped mass*) atau beberapa titik. Dan pada struktur bangunan gedung bertingkat banyak, umumnya masa struktur dapat digumpalkan pada setiap lantai. Dengan demikian struktur yang tadinya mempunyai derajat kebebasan tak terhingga akan menjadi struktur dengan derajat kebebasan terbatas.

Untuk memperoleh persamaan diferensial gerakan pada struktur bertingkat banyak, maka dapat digunakan anggapan *shear huilding* sebagaimana pada struktur dengan derajat kebebasan tunggal (SDOF). Penyelesaian formulasi gerakan pada balok kantilever dianggap sama dengan struktur bangunan gedung bertingkat banyak.



Pada struktur bangunan gedung bertingkat-3 seperti pada Gambar 3.3, maka struktur akan mempunyai tiga derajat kebebasan, sehingga struktur yang mempunyai n-tingkat akan mempunyai n-derajat kebebasan dan mempunyai nmodes.

Untuk memperoleh persamaan diferensial gerakan pada struktur MDOF umumnya disusun berdasarkan atas goyangan struktur menurut *first mode* atau mode pertama yaitu goyangan yang $y_3 > y_2 > y_1$. Berdasarkan keseimbangan dinamik pada *free body diagram* Gambar 3.3, maka akan diperoleh persamaan seperti di bawah ini,

$$m_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 + k_1 y_1 - c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - k_2 (y_2 - y_1) - F_1(t) = 0,$$
(3.8a)

$$m_2 y_2 + c_2 (y_2 - y_1) + k_2 (y_2 - y_1) - c_3 (y_3 - y_2) - k_3 (y_3 - y_2) - F_2 (t) = 0, (3.8b)$$

$$m_3 \ddot{y}_3 + c_3 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + k_3 (y_3 - y_2) - F_3 (t) = 0.$$

(3.8c)

dengan menyusun persamaan diatas menurut parameter yang sama (percepatan, kecepatan, dan simpangan), maka persamaan (3.8) dapat ditulis menjadi matrik uraian seperti di bawah ini,

$$m_{t}\ddot{y}_{1} + (c_{1} + c_{2})\dot{y}_{1} - c_{2}\dot{y}_{2} + (k_{1} + k_{2})y_{1} - k_{2}y_{2} = F_{1}(t), \qquad (3.9a)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 - c_2 \dot{y}_1 + (c_2 + c_3) \dot{y}_2 - c_3 \dot{y}_3 - k_2 y_1 + (k_2 + k_3) y_2 - k_3 y_3 = F_2(t), \qquad (3.9b)$$

$$m_3 y_3 - c_3 y_2 + c_3 y_3 - k_3 y_2 + k_3 y_3 = F_3(t).$$
(3.9c)

Selanjutnya persamaan (3.9) dapat ditulis menjadi matrik ekspresi,

$$[M]\{\ddot{Y}\}+[C]\{\dot{Y}\}+[K]\{Y\}=\{F_{(i)}\},$$
(3.10)

1

yang mana matrik ekspresi di atas (matrik-matrik masa, redaman, dan kekakuan) masing-masing adalah,

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{3} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{1} + c_{2} & -c_{2} & 0 \\ -c_{2} & c_{2} + c_{3} & -c_{3} \\ 0 & -c_{3} & c_{3} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1} + k_{2} & -k_{2} & 0 \\ -k_{2} & k_{2} + k_{3} & -k_{3} \\ 0 & -k_{3} & k_{3} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1} + k_{2} & -k_{2} & 0 \\ -k_{2} & k_{2} + k_{3} & -k_{3} \\ 0 & -k_{3} & k_{3} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{1} \\ y_{2} \\ y_{3} \end{bmatrix}, \qquad dan \quad \{F_{(0)}\} = \begin{bmatrix} F_{1} \\ F_{2} \\ F_{3} \end{bmatrix}$$

Pada getaran bebas struktur MDOF ($F_{(0)}=0$), maka persamaan (3.10) menjadi,

$$[M] \{ \ddot{Y} \} = [C] \{ \dot{Y} \} + [K] \{ Y \} = 0.$$
(3.11)

apabila "damping ratio (ξ)" relatif kecil, maka ω_D (*damped frequency*) nilainya hampir sama dengan ω (*undamped frequency*), sehingga struktur dianggap tanpa redaman (C = 0), maka persamaan (3.11) menjadi,

$$[M] \{Y\} + [K] \{Y\} = 0.$$
(3.12)

Karena persamaan (3.12) adalah persamaan differensial gerakan tanpa redaman, maka respon struktur akan bersifat harmonik, sehingga

$$\{Y\} = \{\Phi\} \sin(\omega t),$$

$$\{Y\} = \{\Phi\} \cos(\omega t),$$

$$\{Y\} = -\omega^2 \{\Phi\} \sin(\omega t).$$

$$(3.13)$$

$$(3.14)$$

$$(3.15)$$

Dalam hal ini { Φ } adalah vektor "mode shape"

114

Substitusi persamaan (3.13) dan (3.15) ke dalam persamaan (3.12) maka,

$$-\omega^{2}[M] \{\Phi\} \sin(\omega t) + [K] \{\Phi\} \sin(\omega t) = \{0\}, \qquad (3.16a)$$

in i

$$\{[K] - \omega^2[M]\} \{\Phi\} = \{0\}$$
 (3.16b)

Persamaan (3.16b) merupakan persamaan "eigen problem", selanjutnya

$$\omega_i^2[M] \{ \Phi_i \} = [K] \{ \Phi_i \}, \qquad (3.17a)$$

$$\omega_j^2[M] \{ \Phi_j \} = [K] \{ \Phi_j \} \qquad (3.17b)$$

Apabila transpose persamaan (3.17a) di *postmultiply* dengan $\{\Phi_j\}$, maka

$$\left(\omega_i^2[\mathcal{M}]\!\left\{\Phi_i\right\}\right)^T \left\{\Phi_j\right\} = \left(\left[K\right]\!\left\{\Phi_i\right\}\right)^T \left\{\Phi_j\right\},\tag{3.18}$$

karena matrik masa [M] dan matrik kekakuan [K] adalah matrik simetri, maka

$$[M]^{\mathrm{T}} = [M] \operatorname{dan} [K]^{\mathrm{T}} = [K], \operatorname{sehingga}$$
$$\omega_i^2 [M] \{\Phi_i\}^T \{\Phi_j\} = \{\Phi_i\}^T [K] \{\Phi_j\}.$$
(3.19)

Apabila persamaan (3.17b) dikalikan $\{\Phi_i\}^T$, maka
$$\omega_j^2 \left\{ \Phi_j \right\}^T [M] \left\{ \Phi_j \right\} = \left\{ \Phi_j \right\}^T [K] \left\{ \Phi_j \right\}.$$
(3.20)

Apabila persamaan (3.19) dikurangi dengan persamaan (3.20), maka akan diperoleh,

$$\left(\omega_i^2 - \omega_j^2\right) \left\{ \Phi_i \right\}^T [M] \left\{ \Phi_j \right\} = 0, \qquad (3.21)$$

karena $\omega_i^2 \neq \omega_j^2$, maka $\omega_i^2 - \omega_j^2 \neq 0$, sehingga

$$\{\boldsymbol{\Phi}_i\}^T[\mathcal{M}]\{\boldsymbol{\Phi}_j\}=0.$$
(3.22)

Kondisi *orthogonal* berlaku pada matrik kekakuan [K] dan kondisi *orthogonal* dianggap berlaku juga terhadap matrik redaman [C], maka

$$\{ \boldsymbol{\Phi}_{i} \}^{T} [K] \{ \boldsymbol{\Phi}_{j} \} = 0 \qquad i \neq j ,$$

$$\{ \boldsymbol{\Phi}_{i} \}^{T} [C] \{ \boldsymbol{\Phi}_{j} \} = 0 \qquad i \neq j .$$

$$(3.23.a)$$

$$(3.23.b)$$

Untuk menyelesaikan persamaan simultan pada persamaan (3.16), maka persamaan (3.16) dapat ditulis kembali menjadi persamaan (3.24),

$$\{[K] - \omega^2 [M]\} \{\Phi\} = \{0\}.$$
(3.24)

Persamaan (3.24) akan ada penyelesaiannya (nontrivial solution) atau suatu sistim akan ada amplitudo yang terbatas apabila nilai determinan $(\{[K]-\omega^2[M]\})$ adalah nol, maka

$$|[K] - \omega^2 [M]| = 0.$$
 (3.25)

Determinan persamaan (3.25) akan menghasilkan persamaan polinomial dengan *degree-n* yang menghasilkan nilai ω , maka dengan mensubstitusikan ke dalam persamaan (3.24) akan menghasilkan nilai vektor "*mode shape*" { Φ }.

3.4 Modal Analisis (Prinsip Metode Superposisi)

Metode ini dipakai khusus untuk penyelesaian problem dinamik analisis dengan beberapa syarat tertentu yaitu respon struktur masih elastik dan struktur mempunyai standar *mode shapes*. Penyelesaian persamaan diferensial gerakan struktur MDOF dengan cara ini yang harus dicari adalah nilai-nilai koordinat mode shapes $\{\Phi\}_{ij}$.

Pada kondisi standar, struktur yang mempunyai n-derajat kebebasan akan mempunyai n-modes atau n-pola/ragam goyangan. Pada prinsip ini masingmasing modes akan memberikan kontribusi pada simpangan horisontal tiap-tiap masa seperti ditunjukkan pada Gambar 3.4. Pada prinsip ini, simpangan masa ke-i atau Y_i dapat diperoleh dengan menjumlahkan pengaruh atau kontribusi tiap-tiap modes. Kontribusi mode ke-j terhadap simpangan horisontal masa ke-i tersebut dinyatakan dalam produk antara $\{\Phi\}_{ij}$ dengan suatu modal amplitudo Z_j atau seluruh kontribusi tersebut kemudian dinyatakan dalam,

$$Y_{1} = \Phi_{11}Z_{1} + \Phi_{12}Z_{2} + \Phi_{13}Z_{3} + \dots + \Phi_{1n}Z_{n}$$

$$Y_{2} = \Phi_{21}Z_{1} + \Phi_{22}Z_{2} + \Phi_{23}Z_{3} + \dots + \Phi_{2n}Z_{n}$$

$$Y_{3} = \Phi_{31}Z_{1} + \Phi_{32}Z_{2} + \Phi_{33}Z_{3} + \dots + \Phi_{3n}Z_{n}$$

$$(3.26)$$

$$\dots$$

$$Y_{n} = \Phi_{1n}Z_{1} + \Phi_{1n}Z_{2} + \Phi_{1n}Z_{3} + \dots + \Phi_{1n}Z_{n}$$

Suku pertama, kedua, ketiga dan seterusnya sampai suku ke-n pada ruas kanan persamaan (3.26) diatas adalah merupakan kontribusi mode pertama, kedua, ketiga dan seterusnya sampai kontribusi mode ke-n.



Persamaan (3.26) tersebut dapat ditulis dalam bentuk yang lebih kompak,

$$\{Y\} = [\Phi][Z].$$
 (3.27)

Derifatif pertama dan kedua, persamaan (3.27) adalah,

$$\{\vec{y}\} = [\Phi]\{\vec{z}\}, \qquad (3.28a)$$

$$\overline{\mathbf{Z}} \{ \vec{y} \} = [\Phi] \{ \vec{z} \}. \tag{3.28b}$$

Sebagai pembahasan selanjutnya akan ditinjau pengaruh mode ke-1. Misalnya diambil struktur yang mempunyai 3-derajat kebebasan, maka suku pertama akan berbentuk,

$$\left\{ \Phi_{11} \quad \Phi_{21} \quad \Phi_{31} \right\} \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} \\ \Phi_{31} & \Phi_{32} & \Phi_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_1 \\ \hat{Z}_2 \\ \hat{Z}_3 \end{bmatrix}.$$
 (3.29)

Dengan memakai prinsip hubungan ortogonal, dimana i tidak sama dengan j, maka untuk mode ke-1 persamaan (3.29) akan menjadi,

$$\{\Phi_{11} \quad \Phi_{21} \quad \Phi_{31}\} \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{cases} \Phi_{11} \\ \Phi_{21} \\ \Phi_{31} \end{cases} \ddot{Z}_1.$$
(3.30)

Untuk mode ke-j, maka secara umum persamaan (3.30) juga dapat ditulis dengan,

$$\{\Phi\}_{j}^{T}[M]\{\Phi\}_{j}\ddot{Z}_{j}.$$
(3.31)

Berdasarkan persamaan (3.29) itu, maka dapat didefenisikan suatu generalisasi masa, redaman dan kekakuan sebagai berikut,

$$M_{j}^{*} = \{\Phi\}_{j}^{T} [M] \{\Phi\}_{j}, \qquad (3.32a)$$

$$C_{j}^{*} = \{\Phi\}_{j}^{T} [M] \{\Phi\}_{j}, \qquad (3.32b)$$

$$K_{j}^{*} = \{\Phi\}_{j}^{T} [M] \{\Phi\}_{j}. \qquad (3.32c)$$

3.5 Modal analisis untuk getaran bebas

Contoh pemakaian modal analisis dapat diterapkan pada prinsip getaran bebas, yaitu suatu getaran yang diakibatkan oleh adanya kondisi awal.

3.5.1 Getaran bebas tanpa redaman

Untuk membahas pemakaian modal analisis pada struktur getaran bebas tanpa redaman, maka perlu disampaikan prinsip-prinsip pokoknya. Pada persamaan (3.26) dinyatakan bahwa simpangan struktur dapat diperoleh dengan menjumlahkan produk antara koordinat *mode shapes* dengan faktor amplitudo Z untuk setiap mode yang ada. Untuk itu disamping *mode shapes*, faktor amplitudo tersebut harus dicari terlebih dahulu. Prinsip tersebut dapat dinyatakan dalam persamaan yaitu,

$$\{Y\} = [\Phi]\{Z\}.$$
 (3.33)

Dengan demikian maka faktor amplitudo Z adalah,

$$\{Z\} = [\Phi]^{+1} \{Y\}, \tag{3.34}$$

dengan $[\Phi]^{-1}$ adalah nilai inverse atas modal matriks dan $\{Y\}$ adalah vektor simpangan horisontal.

Prinsip pemakaian modal analisis ini dapat dilakukan dengan memberikan nilai-nilai simpangan awal yang kemudian dinyatakan dalam vektor simpangan $\{Y\}$ pada persamaan (3.34) tersebut. Apabila faktor amplitudo Z pada persamaan (3.34) telah dihitung, maka respon struktur dapat diperoleh dengan substitusi kembali persamaan tersebut ke dalam persamaan (3.33).

Secara manual yang menjadi masalah adalah bagaimana memperoleh nilai inverse modal matriks $[\Phi]^{-1}$ seperti pada persamaan (3.34). Nilai tersebut salah satunya dapat diperoleh dengan memperhatikan generalized mass matriks sebagai berikut,

$$\left[\boldsymbol{M}^{*}\right] = \left[\boldsymbol{\Phi}\right]^{T} \left[\boldsymbol{M}\right] \left[\boldsymbol{\Phi}\right], \tag{3.35}$$

dengan $[\Phi]$ adalah modal matrik.

Dari persamaan (3.35) ,maka akan diperoleh,

$$[\Phi]^{-1} = [M^*]^{-1} [\Phi]^T [M].$$
(3.36)

Suatu alasan mengapa *generalized mass matriks* dipakai, karena mariks masa adalah matriks diagonal, sehingga perkalian dapat dilakukan secara lebih mudah. Apabila nilai inverse modal matriks seperti pada persamaan (3.36) telah dihitung, maka faktor amplitudo Z pada persamaan (3.34) dapat dihitung.

Pada getaran bebas tanpa redaman, maka penyelesaian persamaan yang dalam hal ini dinyatakan dalam modal amplitudo Z_j adalah,

$$Z_{j} = Z_{0} \cos(\omega_{j}t) + \frac{\dot{Z}_{0}}{\omega_{j}} \sin(\omega_{j}t) . \qquad (3.37)$$

Selanjutnya simpangan masa dapat dihitung berdasarkan,

A

$$Y_{j} = \Phi_{ij} Z_{1} + \Phi_{ij} Z_{2} + \Phi_{ij} Z_{3} \dots \Phi_{ij} Z_{n}.$$
 (3.38)

3.5.2 Getaran bebas dengan redaman

LIN

Jika suatu struktur mempunyai rasio redaman tertentu, maka modal amplitudo Z_1 dapat dihitung berdasarkan,

$$Z_{j} = e^{-\zeta \omega_{j}t} \left\{ Z_{j(0)} \cos\left(\omega_{dj}t\right) + \frac{\dot{Z}_{j(0)}}{\omega_{dj}} \sin\left(\omega_{dj}t\right) \right\}, \qquad (3.39)$$

dimana,

 ξ = rasio redaman tertentu (%)

 $Z_{j(0)}$ = modal amplitudo awal (cm)

 $\omega_{\rm j}$ = frekuensi sudut (rad/detik)

$$\omega_{\rm dj} = \omega_j \sqrt{1 - \xi^2} \tag{3.40}$$

= frekuensi sudut dengan rasio redaman tertentu (rad/dctik)

$$t = waktu (detik).$$

Selanjutnya persamaan simpangan masanya sama dengan persamaan pada getaran bebas tanpa redaman (Widodo, 1996).



BAB IV

METODE PENELITIAN

Metode penelitian merupakan suatu urutan atau tata cara pelaksanaan penelitian dalam rangka mencari jawaban atas permasalahan penelitian yang diajukan. Tahapan-tahapan yang dilakukan adalah mencari bahan penelitian, datadata yang diperlukan, kemudian dilakukan pengolahan data, dan terakhir diadakan pengujian.

4.1 Bahan penelitian

Sebagai bahan penelitian tugas akhir ini yaitu suatu gedung yang ruangan atau lantainya berubah fungsi, pada awalnya untuk perkantoran yang kemudian dipakai untuk ruang senam dan *fitness*. Sebagian lantai tersebut didukung oleh balok kantilever yang mempunyai bentang cukup panjang.

4.2 Data yang diperlukan

Pada penelitian tugas akhir ini, ditinjau struktur balok kantilever dengan menggunakan prinsip *lumped mass*. Data-data yang diperlukan adalah sebagai berikut :

- 1. beban mati lantai yang didukung balok kantilever,
- 2. dimensi balok kantilever,
- 3. berat sendiri balok kantilever,

- 4. besar kekakuan balok kantilever,
- 5. masa dan kecepatan orang yang melompat pada ujung balok kantilever,
- 6. asumsi besar masa dan kekakuan alat TMD, dan
- 7. struktur balok adalah beton bertulang.

Data-data penulisan tugas akhir ini, mengacu pada buku-buku, pendapat para ahli dan teori-teori yang berhubungan. Sedangkan data input gedung yang ditinjau diperoleh dari data tugas akhir pada proyek Ramayana Department Store di Denpasar, Bali (Ngakan, 1997).

4.3 Pengolahan data

Setelah data terkumpul, maka dilakukanlah pengolahan dan analisis data dengan langkah-langkah sebagai berikut :

- 1 menghitung beban merata balok (q),
- 2 menghitung masa balok dengan prinsip "lumped mass",
- 3 menghitung inersia balok (I_b) ,
- 4 menghitung kekakuan balok (k_b) ,
- 5 menghitung kecepatan pada saat orang melompat (v)
- 6 membuat persamaan diferensial gerakan,
- 7 membuat persamaan eigenvalue problem,
- 8 menghitung frekuensi sudut (ω),
- 9 menghitung mode shape (Φ_{i}),
- 10 menghitung waktu getar alami (T),

- 11 membuat modal matriks $[\Phi]$,
- 12 menghitung generalized mass matrix $|M^*|$,
- 13 menghitung invers mass matrix $[M^*]^{-1}$,
- 14 menghitung invers modal matriks $[\Phi]^{\perp}$,
- 15 menghitung kecepatan awal (\dot{Y}) ,
- 16 menghitung modal ampilitudo awal (Z_{θ}) .
- 17 membuat persamaan modal amplitudo tiap variasi masa balok (Z_j) dengan dan tanpa redaman,
- 18 membuat persamaan simpangan tiap variasi masa (Y_j) dengan dan tanpa redaman,
- 19 membuat persamaan kecepatan tiap variasi masa (\dot{Y}_i) dengan dan tanpa redaman dan
- 20 membuat grafik-grafik simpangan, kecepatan dengan dan tanpa redaman.

Untuk mencari nilai *mode shape*, digunakan program MATLAB sedangkan membuat grafik memakai program excel.

4.4 Pengujian

Pengujian yang dilakukan dalam tugas akhir ini meliputi perhitungan variasi anggapan derajat kebebasan satu (1 DOF) sampai derajat kebebasan lima (5 DOF) pada bentang balok kantilever. Sebelum balok kantilever menggunakan alat TMD dianggap variasi 1 DOF dan sesudah penggunaan TMD dianggap variasi 2 DOF, 3 DOF, 4 DOF dan 5 DOF. Perbandingan masa TMD dengan

masa balok diambil asumsi 1/100 (Simiu and Scanlan, 1978) dan besarnya tetap sampai variasi 5 DOF. Hal ini dapat dilihat dari penjelasan berbagai variasi anggapan derajat kebebasan (DOF) berikut ini.

1. Variasi 1 DOF

 $m_1 = 10,36 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$

- 2. Variasi 2 DOF $m_1 = 10,36 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$ $m_2 = 0,1036 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$ (TMD) 3. Variasi 3 DOF $m_1 = 7,30 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$ $m_2 = 6,71 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$ $m_3 = 0,1036 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$ (TMD) 4. Variasi 4 DOF $m_1 = 4,867 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$ $m_2 = 4,867 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$ $m_3 = 5,495 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$ $m_4 = 0,1036 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$ (TMD)
- 5. Variasi 5 DOF

$$m_1 = 3,6505 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$$

 $m_2 = 3,6505 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$
 $m_3 = 3,6505 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$
 $m_4 = 4,490 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$
 $m_5 = 0,1036 \text{ kg/dt}^2/\text{cm}$ (TMD)

Dari hasil hitungan dengan variasi jumlah derajat kebebasan pada balok kantilever, maka diperoleh grafik-grafik simpangan dan kecepatan. Setelah itu dilakukan pembahasan dan perbandingan tiap variasi tersebut untuk mengetahui perubahan yang terjadi pada saat sebelum dan sesudah penggunaan TMD akibat beban dinamis yang terjadi pada struktur balok kantilever.



BAB V

ANALISIS, HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis perhitungan balok kantilever sebelum memakai *Tuned Mass Damper* struktur dianggap + DOF, setelah memakai TMD struktur diangap 2 DOF, 3 DOF, 4 DOF, dan 5 DOF. Hasil dari perhitungan berupa persamaan yang kemudian digambarkan dalam bentuk grafik. Dari hasil tersebut dilakukan pembahasan dengan membandingkan besar simpangan, kecepatan dan periode awal pada setiap variasi jumlah DOF.

5.1 Analisis 70/80 60/80 500 cm 500 cm450 cm

Gambar 5.1 Denah lantai dan balok

Untuk analisis balok kantilever dengan menggunakan alat TMD sebagai bahan penelitian yaitu gedung Ramayana Department Store Denpasar, Bali, sebagian gambar denah lantai dua yang didukung balok kantilever dapat dilihat pada Gambar 5.1.

Pembebanan Plat



Gambar pembebanan dapat dilihat pada Gambar 5.2.

Gambar 5.2 Pembebanan pada balok kantilever

Bałok kantilever merupakan suatu struktur yang mempunyai derajat kebebasan yang tak terhingga. Untuk mempermudah analisis maka dipakai sistem *"lumped mass"* yaitu masa struktur dianggap tergumpal pada satu atau beberapa titik. Beban merata yang terdiri dari berat lantai dan berat sendiri balok dibagi menjadi beberapa bagian yang sama. Dengan demikian struktur akan berubah dianggap mempunyai beberapa sistem derajat kebebasan, disini perhitungan hanya sampai anggapan sistem lima derajat kebebasan (5 DOF).

5.1.1 Balok Kantilever sebelum memakai TMD dengan anggapan sebagai sistem derajat kebebasan satu (1 DOF)



Perhitungan sistem anggapan 1 DOF seperti terlihat pada Gambar 5.3 dijelaskan

 $V_2 L = V_2$. 4,50 m = 2,25 m w = 2,25 m . 3180 kg/m + 3000 kg (P) = 10155 kg $m_1 = w/g = 10155$ kg / 980 cm/dt² = -10,36 kg dt²/cm

 $k_1 = 3 EI / L^3$

berikut ini.

dimana $E = 2 .10^5 \text{ kg/cm}^2$

 $I = 1/12 \cdot 50 \cdot 80^3 - 2133333,33 \text{ cm}^4$

$$k_1 = 3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 2133333333 / 450^3 = 14047 \text{ kg/cm}.$$

Percepatan sudut, periode, dan frekuensi masing-masing didapat,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{14047}{10.36}} = 36,8224 \text{ rad/sec},$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{36,8224} = 0.1706 \text{ sec},$$

$$f = -1/T = 1/0,1706 - 5,8616 \text{ Hz}.$$
Persamaan simpangan
$$y = y_0 \cos(\omega t) + \frac{\dot{y}_0}{\omega} \sin(\omega t),$$
dimana simpangan awal dianggap $y_0 = 0.$

aimana sirr υ,

Kecepatan awal dihitung dengan menggunakan rumus kekekalan energi pada benda tumbukan : $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$, yaitu kecepatan pada saat setelah orang melompat lalu menumbuk ujung balok kantilever. Sebagai asumsi diambil $m_1 =$ masa orang (± 60 kg) dan $m_2 =$ masa balok, didapat $v^2 = -j_{\phi} = 1,84$ cm/det. Persamaan simpangan.

$$Y = 0.0499 \sin(36.8224)$$

Persamaan kecepatan,

$$\dot{Y} = 1,8374 \cos(36,8224 t).$$

Dari persamaan diatas diperoleh gambar grafik simpangan ujung balok kantilever dapat dilihat pada Gambar 5.4.



Gambar 5.4 Grafik simpangan ujung balok kantilever sebelum memakai TMD TMD dengan anggapan derajat kebebasan satu (1DOF)

5.1.2 Balok Kantilever setelah memakai TMD dengan anggapan sebagai sistem derajat kebebasan dua (2 DOF)



Perhitungan sistem anggapan 2 DOF seperti terlihat pada Gambar 5.5 dijelaskan berikut ini.

 $m_1 = 10,36$ kg dt²/cm $k_1 = 14047$ kg/cm $m_2 = 0.1036$ kg dt²/cm $k_2 = 140,47$ kg/cm

Satuan unit masa $-1 \text{ kg t}^2/\text{cm}$

kekakuan = 1000 kg/cm.

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10,36 & 0 \\ 0 & 0,1036 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14,1871 & -0,14047 \\ -0,14047 & 0,14047 \end{bmatrix}$$

Persamaan eigen problem,



Generalized mass matrix

$$\left[\mathcal{M}^{*}\right] = \left[\mathbf{\Phi}\right]^{T} \left[\mathcal{M}\right] \left[\mathbf{\Phi}\right]$$

$$\begin{bmatrix} 0,0947 & 0,9955 \\ 0,1045 & -0,9945 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10,36 & 0 \\ 0 & 0,1036 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,0947 & 0,1045 \\ 0,9955 & -0,9945 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1956 & 0 \\ 0 & 0,2156 \end{bmatrix}$$

Nilai invers mass matrix

$$\begin{bmatrix} \mathcal{M}^* \end{bmatrix}^{\perp} = \begin{bmatrix} 5,1130 & 0\\ 0 & 4,6383 \end{bmatrix}.$$

Menghitung invers modal matrix,

$$\left[\boldsymbol{\Phi}\right]^{-1} = \left[\boldsymbol{M}^*\right]^{-1} \left[\boldsymbol{\Phi}\right]^T \left[\boldsymbol{M}\right]$$

$$\begin{bmatrix} 5,1130 & 0 \\ 0 & 4,6383 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,0947 & 0.9955 \\ 0,1045 & -0.9945 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10,36 & 0 \\ 0 & 0,1036 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,0174 & 0.5272 \\ 5,0225 & -0,4778 \end{bmatrix}$$

Menghitung modal amplitudo awal,
$$\{Z_{o}\} = \begin{bmatrix} \Phi \end{bmatrix}^{-1} \{Y_{o}\}$$

$$\{Z_{o}\} = \begin{bmatrix} 5,0174 & 0.5272 \\ 5,0225 & -0,4778 \end{bmatrix} \begin{cases} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Menghitung modal kecepatan awal
$$\{Z_{o}\} = \begin{bmatrix} \Phi \end{bmatrix}^{-1} \{Y_{o}\}$$

$$\{Z_{o}\} = \begin{bmatrix} 5,0174 & 0.5272 \\ 5,0225 & -0,4778 \end{bmatrix} \begin{cases} 11.84 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{cases} 9,2320 \\ 9,2414 \end{bmatrix}.$$

Persamaan modal amplitudo
$$Z_{i} = Z_{o} \cos(\omega_{j}t) + \frac{Z_{o}}{\omega_{j}} \sin(\omega_{j}t)$$

$$Z_{1} = 0,2636 \sin(35,0271 t)$$

 $Z_2 = 0,2387 \sin(38,7092 t).$

Persamaan simpangan horizontal

$$\{Y\}_{ij} = \begin{bmatrix} \Phi_{11}Z_1 + \Phi_{12}Z_2 \\ \Phi_{21}Z_1 + \Phi_{22}Z_2 \end{bmatrix}$$

$$Y_{1} = 0,0250 \sin(35,0271 t) + 0,0249 \sin(38,7092 t)$$

$$Y_{2} = 0,2624 \sin(35,0271 t) - 0,2374 \sin(38,7092 t).$$

Persamaan kecepatan

$$\vec{y}_1 = -0,8757 \cos(35,0271 t) + 0,9639 \cos(38,7092 t)$$

 $\vec{y}_2 = -9,1911 \cos(35,0271 t) - 9,1896 \cos(38,7092 t).$

Dari persamaan diatas diperoleh gambar grafik simpangan ujung balok kantilever dapat dilihat pada Gambar 5.6.



Gambar 5.6 Grafik simpangan ujung balok kantilever sesudah memakai TMD dengan anggapan derajat kebebasan dua (2 DOF)

5.13. Balok kantilever setelah memakai TMD dengan anggapan sebagai sistem derajat kebebasan tiga (3 DOF)



Gambar 5.7 Model anggapan 3 DOF

Perhitungan sistem anggapan 3 DOF seperti terlihat pada Gambar 5.7 dijelaskan berikut ini.

$$m_{1} = 7,30 \quad \text{kg dt}^{2}/\text{cm} \qquad k_{1} = 112373 \text{ kg/cm}$$

$$m_{2} = 6,71 \quad \text{kg dt}^{2}/\text{cm} \qquad k_{2} = 112373 \text{ kg/cm}$$

$$m_{3} = 0,1036 \text{ kg dt}^{2}/\text{cm} \qquad k_{3} = 140,47 \text{ kg/cm}$$
Satuan unit massa = 1 kg dt²/cm.
Kekakuan = 10000 kg/cm.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,30 & 0 & 0 \\ 0 & 6,71 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1036 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{1} + k_{2} & -k_{2} & 0 \\ -k_{2} & k_{2} + k_{3} & -k_{3} \\ 0 & k_{3} & k_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22,4746 & -11,2373 & 0 \\ -11,2373 & 10,2513 & -0,014 \\ 0 & -0,014 & 0,014 \end{bmatrix}$$
Persamaan Eigenproblem

$$\begin{bmatrix} 22,4746 - 7,30\lambda & -11,2373 & 0 \\ -11,2373 & 11,2513 - 6,71\lambda & -0,014 \\ 0 & -0,014 & 0,014 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{1} \\ \Phi_{2} \\ \Phi_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

didapat,

 $\lambda_1 = 0,1352$ $\omega_1 = -36,7696$ $T_1 = 0,1708$ $\lambda_2=0,\!6262$ $\omega_2 = -79,1328$ $T_2 = 0,0794$ $\lambda_3 = 4,1297$ $\omega_3 = 203,2166$ $T_3 = 0,0309.$

0,014

Mode shape,

$$\Phi_{1} = \begin{cases} 0,0016\\ 0,0031\\ 1,0000 \end{cases}, \quad \Phi_{2} = \begin{cases} 0,5176\\ 0,8247\\ -0,2279 \end{cases}, \quad \Phi_{3} = \begin{cases} 0,8257\\ -0,5638\\ 0,0191 \end{cases}$$

Modal matrix,

$$\begin{bmatrix} \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0016 & 0,5176 & 0,8257 \\ 0,0031 & 0,8247 & -0,5638 \\ 1 & -0,2279 & 0,0191 \end{bmatrix}$$

Invers modal matrix,

$$[\Phi]^{-1} = \begin{bmatrix} 0,1158 & 0,2034 & 0,9992 \\ 0,5792 & 0,8481 & -0,0036 \\ 0,8487 & -0,5320 & 0,0003 \end{bmatrix}$$

tung modal amplitudo awal,
$$\{Z_o\} = [\Phi]^{-1} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} .$$

tung modal kecepatan awal,
$$\{Z_o\} = [\Phi]^{-1} \begin{cases} 0 \\ 1,84 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{cases} 0,3743 \\ 1,5605 \\ 0,0729 \\ 0 \end{bmatrix} .$$

Menghitung modal amplitudo awal,

$$\left\{Z_{o}\right\} = \left[\Phi\right]^{-1} \left\{\begin{matrix} 0\\ 0\\ 0 \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} 0\\ 0\\ 0 \end{matrix}\right\}.$$

Menghitung modal kecepatan awal,

$$\{\dot{Z}_{o}\} = \begin{bmatrix} \Phi \end{bmatrix}^{-1} \begin{cases} 0 \\ 1,84 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{cases} 0,3743 \\ 1,5605 \\ -0,9789 \end{cases}$$

Persamaan modal amplitudo

$$Z_{j} = Z_{n} \cos(\omega_{j}t) + \frac{Z_{n}}{\omega_{j}} \sin(\omega_{j}t)$$

$$Z_{1} + 0,0102 \sin (36,7696 t),$$

$$Z_{2} = 0,0197 \sin (79,1328 t),$$

$$Z_{3} = -0,0048 \sin (203,2166 t).$$

Persamaan simpangan horizontal,

$$\left\{Y\right\}_{ii} = \begin{bmatrix} \Phi_{13}Z_1 + \Phi_{12}Z_2 + \Phi_{13}Z_3 \\ \Phi_{21}Z_1 + \Phi_{22}Z_2 + \Phi_{23}Z_3 \\ \Phi_{31}Z_1 + \Phi_{32}Z_3 + \Phi_{33}Z_3 \end{bmatrix}$$

 $Y_{1} = 1,632 \ 10^{-5} \sin(36,7696 t) \pm 0,0102 \sin(79,1328 t) - 0,0040 \sin(203,2166 t)$ $Y_{2} = 3,162 \ 10^{-5} \sin(36,7696 t) \pm 0,0162 \sin(79,1328 t) \pm 0,0027 \sin(203,2166 t)$ $Y_{3} = 0,0102 \ \sin(36,7696 t) - 0,0045 \sin(79,1328 t) - 0,0001 \sin(203,2166 t).$

Persamaan kecepatan,

 $\dot{Y}_{1} = 0,0006 \cos (36,7696 t) + 0,8072 \cos (79,1328 t) - 0,8129 \cos (203,2166 t)$ $\dot{Y}_{2} = 0,0016 \cos (36,7696 t) + 1,2820 \cos (79,1328 t) + 0,5487 \cos (203,2166 t)$ $\dot{Y}_{3} = 0,3750 \cos (36,7696 t) - 0,3561 \cos (79,1328 t) - 0,0203 \cos (203,2166 t).$

Dari persamaan diatas diperoleh gambar grafik simpangan ujung balok kantilever dapat dilihat Gambar 5.8.



Gambar 5.8 Grafik simpangan ujung balok kantilever setelah memakai TMD dengan anggapan derajat kebebasan tiga (3 DOF)

5.1.4. Balok kantilever setelah memakai TMD dengan anggapan sebagai sistem derajat kebebasan empat (4 DOF)





Perhitungan sistem anggapan 1 DOF seperti terlihat pada Gambar 5.9 dijelaskan berikut ini. $m_1 = 4,867$ kg dt²/cm $k_1 = 379259 \text{ kg/cm}$ $m_2 = 4,867$ kg dt²/cm $k_2 = 379259 \text{ kg/cm}$ $m_3 = 5,495 \text{ kg dt}^2/\text{cm}$ $k_3 = 379259 \text{ kg/cm}$ $m_{\rm d} = 0,1036 \, \mathrm{kg} \, \mathrm{dt}^2/\mathrm{cm}$ $k_4 = 140,47$ kg/cm Satuan unit massa $-1 \text{ kg dt}^2/\text{cm}.$ Kekakuan = 10000 kg/cm. $\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,876 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 0 4,876 0 () 0 5,495 0 0.1036 $\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_1 & 2 & -k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_1 + k_3 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 75,8518 & -37,9259 & 0 & 0 \\ 37,9259 & 75,8518 & 37,9259 & 0 \\ 0 & -37,9259 & 37,9399 & -0,014 \\ 0 & 0 & -0,014 & 0,014 \end{bmatrix}$

Persamaan Eigenproblem

ľ	78,8518-4,8672	-37,9259	0	0	$\left \left(\Phi_{1} \right) \right $	(0)
ļ	- 37,9259	75,8518-4,8672	- 37,9259	0	$ \Phi_{\gamma} $	ŏ
Ĺ	0	- 37,9259	37,9399 - 5,495 <i>λ</i>	0,014	ϕ_{i}	* = { 0 }
L	0	0	-0,014	0,014 - 0,1036λ	$ \Phi_{\perp} $	0





didapat,

$\lambda_1 = -0,1350$	$\omega_1 = -36,7423$	$T_1 = 0,1709$
$\lambda_2 = -1,4422$	$\omega_2 = 120,0916$	$T_2 = -0,0523$
$\lambda_3 = 11,6132$	ω ₃ 340,7815	$T_3 = 0,0184$
$\lambda_4 = 24,9615$	ω ₄ - 499,6149	$T_4 = 0,0126.$

Mode shape, ISLAM
$\Phi_{1} = \begin{cases} 0,0004\\ 0,0008\\ 0,0012\\ 1 \end{cases}, \Phi_{2} = \begin{cases} 0,3227\\ 0,5855\\ 0,7398\\ -0,0765 \end{cases}, \Phi_{3} = \begin{cases} 0,7435\\ 0,3769\\ -0,5524\\ 0,0065 \end{cases}, \Phi_{4} = \begin{cases} 0,6113\\ -0,7392\\ 0,2826\\ -0,0015 \end{cases}.$
Modal matrix,
$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0,3227 & 0,7435 & 0,6113 \\ 0,0008 & 0,5855 & 0,3769 & -0,7392 \\ 0,0012 & 0,7398 & -0,5524 & 0,2826 \\ 1 & -0,0765 & 0,0065 & -0,0015 \end{bmatrix}$ Invers modal matrix, $\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,0195 & 0,0386 & 0,0643 & 0,9999 \\ 0,3033 & 0,5504 & 0,7837 & -0,0015 \\ 0,7158 & 0,3628 & -0,5993 & 0,0001 \\ 0,6052 & -0,7318 & 0,3152 & 0 \end{bmatrix}$

Menghitung modal amplitudo awal.

$$\left\{ \boldsymbol{Z}_{n} \right\} = \left[\boldsymbol{\Phi} \right]^{-1} \begin{cases} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} \end{cases} = \begin{cases} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} \end{cases}$$

Menghitung modal kecepatan awal,

$$\left\{ \dot{Z}_{o} \right\} = \left[\Phi \right]^{+} \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1.84 \\ 0 \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0,1183 \\ 1,4420 \\ -1,1028 \\ 0,5800 \end{matrix} \right\}.$$

Persamaan modal amplitudo,

$$Z_{i} = Z_{o} \cos(\omega_{i}t) + \frac{\dot{Z}_{a}}{\omega_{i}} \sin(\omega_{j}t),$$

$$Z_{1} = -0,0032 \sin(-36,7423/t),$$

$$Z_{2} = -0,0120 \sin(-120,0916/t),$$

$$Z_{3} = -0,0032 \sin(-340,7815/t),$$

$$Z_{4} = -0,0012 \sin(-499,6149/t).$$

Persamaan simpangan horizontal,

$$\{Y\}_{ij} = \begin{bmatrix} \Phi_{11}Z_1 + \Phi_{12}Z_2 + \Phi_{13}Z_3 + \Phi_{14}Z_4 \\ \Phi_{21}Z_4 + \Phi_{22}Z_2 + \Phi_{23}Z_3 + \Phi_{24}Z_4 \\ \Phi_{31}Z_1 + \Phi_{32}Z_2 + \Phi_{33}Z_3 + \Phi_{34}Z_4 \\ \Phi_{41}Z_1 + \Phi_{42}Z_2 + \Phi_{43}Z_3 + \Phi_{44}Z_4 \end{bmatrix}$$

 $Y_{\pm} = 1,28 \ 10^{-6} \sin (36,7423 \ t) \pm 0,0039 \sin (120,0916 \ t) \pm 0,0024 \sin (340,7815 \ t) \pm 0,0007 \sin (499,6149 \ t)$

ш

- $Y_2 = 2,56 \ 10^{-6} \sin (36,7423 \ t) + 0,0070 \sin (120,0916 \ t) 0,0012 \sin (340,7815 \ t) 0,0009 \sin (499,6149 \ t)$
- $Y_3 = 3,84 \ 10^{-6} \sin (36,7423 \ t) \pm 0,0089 \sin (120,0916 \ t) \pm 0,0018 \sin (340,7815 \ t) \pm 0,0003 \sin (499,6149 \ t)$
- $Y_{+} = 0,0032 \quad \sin(36,7423 \ t) = 0,0009 \ \sin(120,0916 \ t) = 2,08 \ 10^{-5} \ \sin(340,7815 \ t) = 1,80 \ 10^{-6} \ \sin(499,6149 \ t).$

Persamaan kecepatan,

- $\dot{Y}_{\perp} = 4,703 \ 10^{-5} \cos(36,7423 t) \pm 0,4684 \cos(120,0916 t) 0,8179 \cos(340,7815 t) \pm 0,3497 \cos(499,6149 t)$
- $\dot{Y}_2 = 9,406 \ 10^{-6} \cos(36,7423 t) + 0,8406 \cos(120,0916 t) 0,4089 \cos(340,7815 t) 0,4496 \cos(499,6149 t)$
- $\dot{Y}_3 = 1,4109 \ 10^4 \cos(36,7423 t) + 1,0688 \cos(120,0916 t) + 0,6143 \cos(340,7815 t) + 0,1499 \cos(499,6149 t)$
- $\dot{Y}_4 = 0,1176\cos(36,7423t) 0,1081\cos(120,0916t) 0,0071\cos(340,7815t) 0,0009\cos(499,6149t).$

Dari persamaan diatas diperoleh gambar grafik simpangan ujung balok kantilever dapat dilihat pada Gambar 5.10.



Gambar 5.10 Grafik simpangan ujung balok kantilever sesudah memakai TMD dengan anggapan derajat kebebasan empat (4 DOF)

5.1.5 Balok kantilever setelah memakai TMD dengan anggapan sebagai sistem derajat kebebasan lima (5 DOF)



Perhitungan sistem anggapan 1 DOF seperti terlihat pada Gambar 5.3 dijelaskan berikut ini.



	179,797	- 89,8985	0	0	0 7
	- 89,8985	179,797	- 89,8985	0	0
[K] =	0	89,8985	179,797	- 89,8985	0
	0	0	- 89,8985	89,912	-0,014
	0	0	0	-0,014	0,014

Persamaan Eigenproblem,



Modal matrix,

	0,0002	0,2213	0,5767	0,6795	0,4550	Í
	0,0003	0,4194	0,6294	-0,1645	-0,6784	
[Φ]=	0,0005	0,5734	0,1104	-0,6397	0,5566	
	0,0007	0,6671	- 0,5090	0,3193	-0,1514	
	1	0,0368	0,0031	- 0,0008	0,0002	ļ

Invers modal matrix,

$[\Phi]^{-1} = \begin{bmatrix} 0,0059 & 0,0116 & 0,0174 \\ 0,1925 & 0,3647 & 0,4986 \\ 0,5300 & 0,5786 & 0,1014 \\ 0,6568 & -0,1590 & -0,618 \\ 0,4515 & -0,6732 & 0,5523 \end{bmatrix}$	$\begin{array}{r} 0,0309\\ 0,7772\\ -0,6267\\ 3 0,4135\\ -0,2012\end{array}$	1 0,0009 0,0001 0,0001 0
Menghitung model amplitudo avel	- AL	
$\{Z_o\} = [\Phi]^{-1} \begin{cases} 0\\0\\0\\0\\0 \end{cases} = \begin{cases} 0\\0\\0\\0\\0 \end{cases}$	O Z M V	
Manahitan and Juli		
Menghitung modal kecepatan awal	≥	
$\left\{ \dot{Z}_{\alpha} \right\} = \left[\Phi \right]^{-1} \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.84 \\ 0 \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0,0569 \\ 1,4301 \\ -1,1532 \\ 0,7608 \\ -0,3702 \end{matrix} \right\}$	2J	

Persamaan modal amplitudo ,

$$Z_{j} = Z_{o} \cos(\omega_{j} t) + \frac{\dot{Z}_{o}}{\omega_{j}} \sin(\omega_{j} t)$$
$$Z_{1} = -0.0015 \sin(36.7423 t)$$
$$Z_{2} - -1.4301 \sin(160.8415 t)$$

 $Z_3 = -1,1532 \sin (473,0011 t)$ $Z_4 = 0,7608 \sin (743,0606 t)$ $Z_5 = -0,3702 \sin (927,2066 t).$

Persamaan simpangan horizontal,

$$\{Y\}_{ij} = \begin{bmatrix} \Phi_{11}Z_1 + \Phi_{12}Z_2 + \Phi_{13}Z_3 + \Phi_{14}Z_4 + \Phi_{15}Z_5 \\ \Phi_{21}Z_1 + \Phi_{22}Z_2 + \Phi_{23}Z_3 + \Phi_{24}Z_4 + \Phi_{25}Z_5 \\ \Phi_{31}Z_1 + \Phi_{32}Z_2 + \Phi_{33}Z_3 + \Phi_{34}Z_4 + \Phi_{35}Z_5 \\ \Phi_{41}Z_1 + \Phi_{42}Z_2 + \Phi_{43}Z_3 + \Phi_{44}Z_4 + \Phi_{45}Z_5 \\ \Phi_{51}Z_1 + \Phi_{52}Z_2 + \Phi_{53}Z_3 + \Phi_{54}Z_4 + \Phi_{55}Z_5 \end{bmatrix}$$

 $\mathcal{F}_{\pm} = 0.30 \ 10^{-6} \sin (36,7423 \ t) \pm 0.0020 \sin (160,8415 \ t) - 0.0014 \sin (473,0011 \ t) \pm 0.0007 \sin (743,0606 \ t) - 0.0002 \sin (927,2058 \ t)$

$$Y_2 = -0.45 \ 10^{-6} \sin (36,7423 \ t) + 0.0037 \sin (160,8415 \ t) - 0.0015 \sin (473,0011 \ t) - 0.0002 \sin (743,0606 \ t) - 0.0003 \sin (927,2058 \ t)$$

$$Y_3 = 0,75 \ 10^{-6} \sin (36,7423 \ t) + 0,0051 \sin (160,8415 \ t) - 0,0003 \sin (473,0011 \ t) - 0,0006 \sin (743,0606 \ t) - 0,0002 \sin (927,2058 \ t)$$

$$Y_{+} = 1,05 \ 10^{-6} \sin (36,7423 \ t) \pm 0,0059 \sin (160,8415 \ t) \pm 0,0012 \sin (473,0011 \ t) \pm 0,0003 \sin (743,0606 \ t) \pm 0,0001 \sin (927,2058 \ t)$$

$$Y_{5} = 0,0015 \sin (36,7423 \ t) - 0,0003 \sin (160,8415 \ t) - 7,44 \ 10^{-6} \sin (473,0011 \ t) - 0,80 \ 10^{-6} \sin (743,0606 \ t) - 0,08 \ 10^{-6} \sin (927,2058 \ t).$$

Persamaan kecepatan,

$$\dot{y}_{\perp} = 1,1023 \ 10^{-5} \cos(36,7423 \ t) + 0,3217 \cos(160,8415 \ t) - 0,6622 \cos(473,0011 \ t) + 0,5201 \cos(743,0606 \ t) - 0,1854 \cos(927,2066 \ t)$$
$$\dot{y}_{\perp} = 1,6534 \ 10^{-5} \cos(36,7423 \ t) + 0,5951 \cos(160,8415 \ t) - 0,7095 \cos(473,0011 \ t) - 0,1486 \cos(743,0606 \ t) - 0,2782 \cos(927,2066 \ t)$$

$$\dot{Y}_{3} = 2,7557 \ 10^{-5} \cos(36,7423 t) \pm 0,8203 \cos(160,8415 t) - 0,1419 \cos(473,0011 t) - 0,4458 \cos(743,0606 t) - 0,1854 \cos(927,2066 t))$$

$$\dot{Y}_{4} = 3,8579 \ 10^{-5} \cos(36,7423 t) \pm 0,9490 \cos(160,8415 t) \pm 0,5676 \cos(473,0011 t) \pm 0,2229 \cos(743,0606 t) \pm 0,0927 \cos(927,2066 t))$$

$$\dot{Y}_{5} = 0,0551 \cos(36,7423 t) - 0,0482 \cos(160,8415 t) - 3,5191 \ 10^{-3} \cos(473,0011 t) - 5,9445 \ 10^{-4} \cos(743,0606 t) - 7,4176 \ 10^{-5} (927,206 t))$$

Dari persamaan diatas diperoleh gambar grafik simpangan ujung balok kantilever dapat dilihat pada Gambar 5.12.



Gambar 5.12 Grafik simpangan ujung balok kantilever sesudah memakai TMD dengan anggapan derajat kebebasan lima (5 DOF)

Dari grafik simpangan ujung balok kemudian dicari nilai simpangan maksimumnya. Untuk mencari nilai kecepatan maksimumnya yaitu dengan memasukkan nilai t = 0 kedalam persamaan kecepatan pada ujung balok kantilever. Gambar grafik kecepatan dapat dilihat pada lampiran.

Hasil keseluruhan perhitungan simpangan dan kecepatan maksimum pada ujung balok akntilever dapat dilihat pada Tabel 5.1.

Jumlah derajat kebebasan (DOF)	umlah derajat Frekuensi kebebasan sudut ω (DOF) (rad/det) 1 DOF 36.8224		Simpangan Y max (cm)	Kecepatan Ý max (cm/det)
1 DOF			0.0499	1.8374
2 DOF	35.0271	0.1794	0.0426	1.8396
3 DOF	36.7696	0.1708	0.0189	1.8323
4 DOF	36.7423	0.1709	0.0103	1.8322
5 DOF 36.7423		0.1709	0.0070	1.8322

Tabel 5.1	Hasil	perhitungan	simpangan	dan	kecepatan	ujung	balok	kantilever
pada setiap variasi jumlah DOF				F				

5.2 Pembahasan

Struktur balok kantilever akan bergetar jika ada beban dinamik yang bekerja pada lantai yang ditumpu balok kantilever, dengan tinjauan orang yang melompat pada ujung balok kantilever. Getaran itu menimbulkan amplitudo getaran (simpangan maksimum yang dihasilkan akibat pengaruh dinamis yang ditinjau dari titik kesetimbangannya) yang dapat dilihat dari hasil grafik-grafik simpangan.

Sebuah *Tuned Mass Damper* (TMD) dipasang pada ujung balok kantileyer yang menghasilkan sistem dua derajat kebebasan (*two degree of freedom*). Lalu digunakan variasi model (dengan anggapan sistem 1 DOF, 2 DOF, 3 DOF, 4 DOF dan 5 DOF) untuk mengetahui perubahan simpangan sebelum dan sesudah penggunaan TMD.

5.2.1 Periode getar (T)

Nilai T dapat diperoleh dari penyelesaian persamaan eigenproblem atau secara praktis menggunakan program MATLAB (The Math Work Inc, 1996).



Gambar 5.13 Grafik perubahan prosentase nilai periode dasar (T₁) pada setiap variasi jumlah DOF

Pada Gambar 5.13 menunjukkan ternyata dengan anggapan beberapa derajat kebebasan nilai periode dasar hampir sama besarnya, kecuali untuk anggapan 2 DOF ada kenaikan sebesar 5,1583 % ,bila diambil acuan dari nilai T₁ sebesar 0,1706 detik.

Dengan hasil ini berarti balok kantilever bisa dianggap sebagai sistem lumped mass dengan anggapan lebih dari satu derajat kebebasan (1 DOF)

5.2.2 Simpangan maksimum

Pada Gambar 5.14 menunjukkan bahwa simpangan maksimum di ujung balok kantilever semakin berkurang dari anggapan 1 DOF sampai dengan anggapan 5 DOF. Sebelum penggunaan TMD, variasi 1 DOF simpangan maksimumnya sebesar 0,0499 cm sebagai tinjauan 100 %. Setelah pemakaian TMD variasi 2 DOF simpangan maksimumnya 0,0426 cm atau turun sebesar 14,63 %. Variasi 3 DOF simpangan maksimumnya 0,0189 cm atau turun sebesar 62,12 %. Variasi 4 DOF simpangan maksimumnya 0,0103 cm atau turun sebesar 79,36 %. Variasi 5 DOF simpangan maksimumnya 0,0070 cm atau turun sebesar 85,97 %.



Gambar 5.14 Grafik perubahan prosentase nilai simpangan maksimum pada setiap variasi jumlah DOF

5.2.3 Kecepatan maksimum

Grafik kecepatan diperoleh dari persamaan yang diturunkan dari persamaan simpangan tiap variasi jumlah derajat kebebasan. Kemudian dengan memasukan nilai t = 0 kedalam persamaan kecepatan akan didapat besarnya kecepatan maksimum.

Pada Gambar 5.15 menunjukkan bahwa nilai kecepatan maksimum tiap variasi jumlah derajat kebebasan (DOF) mendekati hasil dari nilai kecepatan awal yaitu 1,84 cm/detik. Mulai dari variasi 1 DOF ke variasi 5 DOF cenderung sama. Jika dihitung pengurangan kecepatan dari kecepatan awal terhadap variasi 1 DOF,

2 DOF, 3 DOF, 4 DOF dan 5 DOF, maka diperoleh pengurangan sebesar 0.14 %, 0.02 %, 0.42 %, 0.423 % dan 0.423 %.



masukkan kedalam persamaan (3.40)
$$\omega_{dr} = \omega_j \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$\omega_{\rm d1} = 36.8206$$
.

5.2.4

Persamaaaan modal amplitudo persamaan (3.39)

$$Z_{j} = e^{-\mathcal{I}(0)t} \left\{ Z_{j(0)} \cos\left(\omega_{dj}t\right) + \frac{Z_{j(0)}}{\omega_{dj}} \sin\left(\omega_{dj}t\right) \right\}$$

modal amplitudo simpangan awal $(Z_{i(0)}) = 0$

modal amplitudo kecepatan awal $(\dot{Z}_{J_{(0)}}) = 1,84$ cm/detik
$$Z_1 = e^{(-0.36827)} \{0.0499 * \sin(36.82067)\}.$$

Persamaan simpangan

$$Y_{j} = \Phi_{j}Z_{j}$$

$$Y_{1} = e^{(-0.3682t)} \{0.0499 * \sin(36.8206t)\}.$$

2. Variasi dengan anggapan sistem derajat kebebasan dua (2-DOF)

 $\omega_{d1} - 35,0253 \text{ rad/detik}$ $\omega_{d2} = 38,7073 \text{ rad/detik}$ $Z_0 = 0$ $\dot{Z}_{1(0)} = 9,2320 \text{ cm/dtk}$ $\dot{Z}_{2(0)} = 9,2414 \text{ cm/dtk}.$

Persamaan modal amplitudo,

4

$$Z_1 = e^{(-0.3503t)} \{0.2636 \sin(35.0253t) \\ Z_2 = e^{(-0.3871t)} \{0.2387 \sin(38.7073t)\}$$

Persamaan simpangan,

$$Y_{1} = 0.0947 \ e^{(-0.3503 \ t)} \{0.0249 \sin (35.0253 \ t)\} + 0.1045 \ e^{(-0.3871 \ t)} \{0.0249 \sin (38.7073 \ t)\},$$

$$Y_{2} = 0.9955 \ e^{(-0.3503 \ t)} \{0.0249 \sin (35.0253 \ t)\} - 0.9945 \ e^{(-0.3871 \ t)} \{-0.2374 \sin (38.7073 \ t)\}.$$

3. Variasi dengan anggapan sistem derajat kebebasan tiga (3-DOF)

$$\omega_{d1} = 36,7678 \text{ rad/detik}$$

 $\omega_{d2} = 79,1288 \text{ rad/detik}$
 $\omega_{d3} = 203,2064 \text{ rad/detik}$
 $Z_{(0)} = 0$
 $\dot{Z}_1(0) = 0,3743 \text{ cm/dtk}$
 $\dot{Z}_2(0) = 1,5605 \text{ cm/dtk}$
 $\dot{Z}_3(0) = -0.9789 \text{ cm/dtk}$

Persamaan modal amplitudo didapat

$$Z_1 = e^{(-0.3677t)} \{0.0102 \sin(36.7678t) \}$$

$$Z_2 = e^{(-0.7913t)} \{0.0197 \sin(79.1288t) \}$$

$$Z_3 = e^{(-2.0322t)} \{-0.0048173 \sin(203.2064t) \}$$

Persamaan simpangan

$$\begin{split} Y_1 &= 0.0016 * e^{(-0.3677\,t)} \{ 1.632 * 10^{-5} * \sin(36.7678\,t) \} + 0.5176 * e^{(-0.7913\,t)} \{ 0.0102 * \sin(79.1288\,t) \} + 0.8257 * e^{(-2.0321\,t)} \{ -3.9776 * 10^{-3} * \sin(203.2064\,t) \} \\ Y_2 &= 0.0031 * e^{(-0.3677\,t)} \{ 3.1620 * 10^{-5} \sin(36.7678\,t) \} + 0.8247 * e^{(-0.7913\,t)} \{ 0.0162 * \sin(79.1288\,t) \} - 0.5638 * e^{(-2.0321\,t)} \{ 2.7160 * 10^{-3} * \sin(203.2064\,t) \} \\ Y_3 &= e^{(-0.3677\,t)} \{ 0.0102 * \sin(36.7678\,t) \} - 0.2279 * e^{(-0.7913\,t)} \{ -4.4896 * 10^{-3} * \sin(79.1288\,t) \} + 0.0191 * e^{(-2.0321\,t)} \{ -9.2010 * 10^{-5} * \sin(203.2064\,t) \} \end{split}$$

4. Variasi dengan anggapan sistem derajat kebebasan empat (4-DOF)

Л II.

$$\omega_{d1} = 36,7405 \text{ rad/detik}$$
 $\omega_{d2} = 120,0856 \text{ rad/detik}$
 $\omega_{d3} = 340,7815 \text{ rad/detik}$
 $\omega_{d4} = 499,5899 \text{ rad/detik}$
 $Z_{(0)} = 0$
 $\dot{Z}_{1(0)} = 0,1183 \text{ cm/dtk}$
 $\dot{Z}_{2(0)} = 1,4420 \text{ cm/dtk}$
 $\dot{Z}_{3(0)} = -1,1028 \text{ cm/dtk}$
 $\dot{Z}_{1(0)} = 0,580 \text{ cm/dtk}.$

Persamaan modal amplitudo

$$Z_1 = e^{-0.3674} \{ 3.2199 \ 10^{-3} \ (36.7405 \ t) \}$$
$$Z_2 = e^{-1.2009} \{ 0.0120 \ (120.0856 \ t) \}$$
$$Z_3 = e^{-3.4078} \{ -3.2361 \ 10^{-3} \ (340.7815 \ t) \}$$
$$Z_4 = e^{-4.9961} \{ 1.1609 \ 10^{-3} \ (499.6149 \ t) \}.$$

Persamaan simpangan,

$$\begin{split} Y_1 &= 0.0004 * e^{(-0.3674t)} \Big\{ 1.2879 * 10^{-6} * \sin(36.7405t) \Big\} + 0.3227 * e^{(-1.2009t)} \{ 3.8724 * 10^{-3} \\ &\sin(120.0856t) \} + 0.7435 * e^{(-3.4078t)} \{ -2.406 * 10^{-3} * \sin(340.78415t) \} + 0.6113 * \\ &e^{(-4.996t)} \{ 7.0966 * 10^{-4} \sin(499.5899t) \} \\ Y_2 &= 0.0008 * e^{(-0.3674t)} \Big\{ 2.5759 * 10^{-6} * \sin(36.7405t) \Big\} + 0.5855 * e^{(-1.2009t)} \{ 7.0260 * 10^{-3} \\ &\sin(120.0856t) \} + 0.3769 * e^{(-3.4078t)} \{ -1.219710^{-3} * \sin(340.78415t) \} - 0.7392 * \\ &e^{(-4.9961t)} \{ -0.858110^{-3} \sin(499.5899t) \} \\ Y_3 &= 0.0012 * e^{(-0.3674t)} \Big\{ 3.7559 * 10^{-5} * \sin(36.7405t) \Big\} + 0.7398 * e^{(-1.2009t)} \{ 8.8776 * 10^{-3} \\ &\sin(120.0856t) \} - 0.5524 * e^{(-3.4078t)} \{ -1.7876 * 10^{-3} * \sin(340.78415t) \} + 0.2826 * \\ &e^{(-4.9961t)} \{ 2.2807 * 10^{-4} \sin(499.589t) \} \\ Y_4 &= e^{(-0.3674t)} \Big\{ 3.2199 * 10^{-3} * \sin(36.7405t) \Big\} - 0.0765 * e^{(-12009t)} \{ -9.180 * 10^{-4} \\ &\sin(120.0856t) \} + 0.0065 * e^{(-3.4078t)} \{ -2.1035 * 10^{-5} * \sin(340.78415t) \} - 0.0015 * \\ &e^{(-4.9961t)} \{ -1.7414 * 10^{-6} \sin(499.5899t) \} \end{split}$$

5. Variasi dengan anggapan sistem derajat kebebasan lima (5-DOF)

$$\begin{split} & \omega_{d1} = 36,7405 \quad \text{rad/detik} & \omega_{d2} = 160,8335 \quad \text{rad/detik} \\ & \omega_{d3} = 472,9774 \quad \text{rad/detik} & \omega_{d4} = 743,0234 \quad \text{rad/detik} \\ & \omega_{d5} = 927,1602 \quad \text{rad/detik} & & & & \\ & Z_{(0)} = 0 & & & \\ & \dot{Z}_{1(0)} = 0,0569 \quad \text{cm/dtk} & & & \dot{Z}_{2(0)} = 1,4301 \quad \text{cm/dtk} \\ & \dot{Z}_{3(0)} = -1,1532 \quad \text{cm/dtk} & & & \dot{Z}_{4(0)} = 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ & \dot{Z}_{5(0)} = -0,3702 \quad \text{cm/dtk}. \end{split}$$

t A I

Persamaan modal amplitudo

$$Z_{1} = e^{(-0.3674t)} \{0.0015487 \sin(36.7405t) \}$$

$$Z_{2} = e^{(-1.6084t)} \{0.0088918 \sin(160.8335t) \}$$

$$Z_{3} = e^{(-4.7298t)} \{-0.0024382 \sin(472.9774t) \}$$

$$Z_{4} = e^{(-7.4306t)} \{-0.0010239 \sin(743.0243t) \}$$

$$Z_{5} = e^{(-9.2724t)} \{-0.00039928 \sin(927.1602t) \}$$

Persamaan simpangan

$$Y_{1} = 0.0002 * e^{(-0.3674t)} \{3.0974 * 10^{-7} * \sin(36.7405 t)\} + 0.2213 * e^{(-1.6084t)} \{1.9678 * 10^{-3} \sin(160.8335 t)\} + 0.5767 * e^{(-4.73t)} \{1.1064 * 10^{-3} * \sin(472.9774 t)\} + 0.6795 * e^{(-7.4306t)} \{-6.9574 * 10^{-4} * \sin(743.0243 t) + 0.455 * e^{(-9.2720t)} \{-1.8167 * 10^{-4} * \sin(927.1602 t)\}$$

 $Y_{2} = 0.0003 * e^{(-0.3674t)} \{4.6461 * 10^{-7} * \sin(36.7405t)\} + 0.4194 * e^{(-1.6084t)} \{3.7292 * 10^{-3} \sin(160.8335t)\} + 0.6294 * e^{(-4.73t)} \{-1.5346 * 10^{-3} * \sin(472.9774t)\} - 0.1645 * e^{(-7.4306t)} \{1.6843 * 10^{-4} * \sin(743.0243t) - 0.6784 * e^{(-9.2720t)} \{2.7084 * 10^{-4} * \sin(927.1602t)\}$

$$Y_3 = 0.0005 \ e^{(-0.3674 t)} \{7.7435 \ 10^{-7} \sin (36.7405 t)\} + 0.5734 \ e^{(-1.6084 t)} \{5.0986 \ 10^{-3} + 1.008 \ 10^{-3} \} + 0.5734 \ e^{(-1.6084 t)} \{5.0986 \ 10^{-3}$$

 $\sin(160.8335 t) + 0.1104 e^{(-4.73 t)} \{-2.6918 \ 10^{-4}\} \sin(472.9774 t) \} \cdot 0.6397$ $e^{(-7.4306 t)} \{6.5499 \ 10^{-4}\} \sin(743.0243 t) + 0.5566 e^{(-9.272 t)} \{-2.2224 \ 10^{-5}\}$

$$r^{1}\sin(927.1602t)$$

 $Y_{4} = 0.0007 \ e^{(-1.8371 \ t)} \{1.0855 \ 10^{-6} \sin(36.6934 \ t)\} + 0.6671 \ e^{(-8.0421 \ t)} \{5.9389 \ 10^{-3} \sin(160.6403 \ t)\} + 0.509 \ e^{(-23.6501 \ t)} \{1.2425 \ 10^{-3} \sin(472.4095 \ t)\} + 0.3193 \\ e^{(-37.153 \ t)} \{3.2735 \ 10^{-4} \sin(742.1312 \ t) - 0.1541 \ e^{(-46.3603 \ t)} \{6.0448 \ 10^{-5} \}$

sin(926.0469 t)}

$$Y_{5} = e^{(-0.3673t)} \{1.5487 * 10^{-3} * \sin(36.7405t)\} - 0.0368 * e^{(-1.6084t)} \{-3.2722 * 10^{-4} * \sin(160.8335t)\} + 0.0031 * e^{(-4.73t)} \{-7.5584 * 10^{-6} * \sin(472.9774t)\} - 0.0008 * e^{(-7.4306t)} \{8.1912 * 10^{-7} * \sin(743.0243t) + 0.0002 * e^{(-9.2720t)} \{-7.9856 * 10^{-8} * \sin(927.1602t)\}$$

Dengan cara yang sama didapat juga persamaan simpangan dengan redaman 2% dan 5 %. Hitungan dan gambar grafik simpangan pada lampiran.

Hasil perhitungan simpangan maksimum dengan menggunakan redaman 1%, 2% dan 5% dapat dilihat pada Tabel 5.2. Gambar grafik simpangan maksimum terhadap variasi jumlah DOF dengan redaman 1%, 2% dan 5% pada Gambar 5.16, Gambar 5.17 dan Gambar 5.18.

Tabel 5.2 Hasil perhitungan simpangan maksimum dengan menggunakan redaman

Variasi jumlah DOF	Simpangan Ymax dengan $\xi = 1 \%$	Simpangan <i>Y</i> max dengan ξ – 2 %	Simpangan Y max dengan $\xi = 5 \%$
1 DOF	0.026581	0.018480	0.006312
2 DOF	0.002025	0.000968	0.000140
3 DOF	0.003533	0.000966	0.000121
4 DOF	0.001313	0.000376	0.000009
5 DOF	0.000461	0.000088	0.000005



Gambar 5.16 Grafik simpangan maksimum dengan redaman 1 % pada setiap variasi jumlah DOF



Gambar 5.17 Grafik simpangan maksimum dengan redaman 2 % pada setiap variasi jumlah DOF



Gambar 5.18 Grafik simpangan maksimum dengan redaman 5 % pada setiap variasi jumlah DOF

Pada Gambar 5.16, Gambar 5.17 dan Gambar 5.18 yaitu grafik simpangan maksimum dengan redaman 1%, 2% dan 5 % pada setiap variasi jumlah DOF, dari gambar tersebut menunjukkan pola pengurangan yang serupa. Mulai dari variasi 1 DOF sampai 2 DOF terjadi penurunan cukup besar, variasi 2 DOF ke 3 DOF naik sedikit dan akhirnya turun terus pada variasi 3 DOF sampai 5 DOF. Hal ini menunjukkan bahwa sesungguhnya balok kantilever yang mempunyai derajat kebebasan tak terhingga dapat dihitung dengan anggapan derajat kebebasan dua (2 DOF). Tetapi lebih baik lagi dengan menggunakan anggapan derajat kebebasan lima (5 DOF) atau lebih karena perubahan simpangannya kecil sekali.



BAB VI

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab terakhir ini akan dijelaskan kesimpulan dari hasil penelitian dan saran-saran yang dapat diajukan sebagai tindak lanjutnya.

6.1. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian penggunaan *Tuned Mass Damper* (TMD) untuk mengurangi simpangan akibat beban dinamis pada balok kantilever adalah sebagai berikut ini.

- Dari hasil penelitian ini pada gambar grafik terlihat perbedaan besar simpangan ujung balok kantilever sebelum dengan sesudah memakai alat TMD, hal ini membuktikan bahwa alat TMD benar-benar dapat mengurangi simpangan yang diakibatkan oleh beban dinamis.
- 2. Simpangan maksimum pada ujung balok kantilever berkurang sesudah penggunaan TMD. Pada grafik simpangan terjadi pengurangan dari varias 1 DOF (sebelum ada TMD) ke variasi 2 DOF, 3 DOF, 4 DOF dan 5 DOF (setelah ada TMD) dengan masing-masing pengurangannya sebesar 14,63 %, 62,12 %, 79,36 % dan 85,97%. Ini menunjukkan bahwa alat TMD dapat mengurangi simpangan akibat beban dinamis sampai dengan ± 85 %.

- 3. Nilai periode dasar (T₁) dan besarnya kecepatan maksimum tiap variasi jumlah DOF cenderung sama. Ini menunjukkan bahwa dengan anggapan derajat kebebasan lebih dari dua (3 DOF, 4 DOF,, n DOF) bisa dipakai sebagai dasar perhitungan.
- Pada grafik simpangan maksimum dengan redaman 1 %, 2 % dan 5%, terjadi pengurangan nilai simpangan maksimum dengan pola pengurangan yang serupa dengan grafik simpangan tanpa redaman.
- 5. Pada variasi anggapan 5 DOF atau variasi model terakhir dari grafik simpangan maksimum dengan dan tanpa redaman, terjadi simpangan yang cenderung bergerak menurut phase yang sama. Sehingga semakin banyak variasi masa, maka grafik simpangan maksimum yang terjadi cenderung menyerupai fungsi harmonik. Hal ini menunjukkan bahwa hitungan dengan anggapan lima derajat kebebasan (5 DOF) atau lebih akan memberikan hasil hitungan yang lebih baik dari pada dengan anggapan dua derajat kebebsan (2 DOF).

6.2 Saran

Saran yang dapat disampaikan adalah sebagai berikut ini.

- Perlu diadakan penelitian tentang pemakaian sistem "Distributed mass" untuk menghitung perubahan simpangan yang terjadi akibat beban dinamik pada balok kantilever sebelum dan sesudah penggunaan TMD.
- Perlu diadakan penelitian yang serupa jika simpangan awal pada balok ketika orang mulai melompat pada ujung balok kantilever, dihitung dan dimasukkan ke dalam data hitungan awal.

- Perlu diadakan penelitian yang serupa pada struktur gedung bertingkat tinggi yang rawan terhadap getaran akibat efek dinamik, seperti angin, gerakan tanah atau gempa.
- 4. Perlu diadakan penelitian yang serupa dengan jumlah orang lebih dari satu atau berkelompok dan pada saat melompat saling bergantian.
- Perlu diadakan penelitian apabila alat TMD tidak diletakkan pada ujung balok kantilever atau diletakkan pada bagian tengah balok, dan bagaimana jika diletakkan pada plat lantainya.



6. Perlu diadakan penelitian apabila alat TMD yang dipakai lebih dari

DAFTAR PUSTAKA

Ankireddi, S. dan H.T.Y. Yang, 1996, SIMPLE ATMD CONTROL METHODOLOGY TALL BUILDINGS SUBJECT TO WIND LOADS, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol 122, No.1 (Januari), P 83 s/d 91.

Chopra, A.K., 1995, DYNAMICS OF STRUCTURES, Prentice Hall.

- Clough, R.W. dan J. Penzein, **DYNAMICS OF STRUCTURES**, Second Edition, 1992.
- Mahendrajaya, N.N., 1997, APLIKASI TMD UNTUK MENGURANGI AMPITUDO GETARAN PADA BALOK KANTILEVER, Tugas Akhir, Universitas Atma Jaya, Yogyakarta.
- Paz, M., 1987, DINAMIKA STRUKTUR TEORI DAN PERHITUNGAN, (terjemahan), Edisi kedua, Erlangga, Jakarta.

Seto, W. W., 1985, GETARAN MEKANIS, (Terjemahan), Erlangga, Jakarta.

Simiu, E. dan R.H. Scanlan, 1978, WIND EFFECTS ON STRUCTURES, Third Edision, A Wiley-Interscience Publication, New York.

The Math Works : Inc, 1996, MATLAB, THE LANGUAGE OF TECHNICAL

COMPUTING : USING MATLAB VERSION 5, The Math Works, Inc, Nattick, Massachusetts, December.

Widodo, 1996, DIKTAT KULIAH ANALISA DINAMIKA STRUKTUR,

Jurusan Teknik Sipil, Universitas Islam Indonesia, Yogyakarta.





Gambar Grafik kecepatan balok kantilever sesudah dipasang TMD dengan asumsi derajat kebebasan tiga (3 DOF)







Gambar Grafik kecepatan balok kantilever sesudah dipasang TMD dengan asumsi derajat kebebasan lima (5 DOF)





Gambar Grafik simpangan dengan redaman 1% pada anggapan derajat kebebasan tiga (3 DOF)



Perhitungan persamaan simpangan dengan redaman 2%

 $\xi = 2 \%$

5

1. Variasi dengan anggapan derjat kebebasan satu (1 DOF) $\omega_1 = -36.8224$ (percepatan sudut tanpa redaman)

masukkan kedalam rumus (3.40) $\omega_{di} = \omega_i \sqrt{1 - \xi^2}$

$$\omega_{\rm d1} = -36.8150$$

Persamaaaan modal amplitudo rumus (3.39) :

$$Z_{j} = e^{-\zeta \omega_{j} t} \left\{ Z_{j(0)} \cos\left(\omega_{dj} t\right) + \frac{Z_{j(0)}}{\omega_{dj}} \sin\left(\omega_{dj} t\right) \right\}$$

modal amplitudo simpangan awal $(Z_{j(0)}) = 0$ modal amplitudo kecepatan awal $(\dot{Z}_{j(0)}) = 1.84$ cm/dctik

$$Z_1 = e^{(-0.3682t)} \{0.0499 * \sin(36.8206t)\}$$

Persamaan simpangan

$$Y_{j} = \Phi_{j} Z_{j}$$

$$Y_{1} = e^{(-0.7364t)} \{0.0499 * \sin(36.815t)\}$$

2. Variasi dengan anggapan sistem derajat kebebasan dua (2-DOF)

 $\omega_{d1} = 35,0201 \text{ rad/detik}$ $\omega_{d2} = 38,7015 \text{ rad/detik}$ $Z_0 = 0$ $\dot{Z}_{1(0)} = 9,2320 \text{ cm/dtk}$ $\dot{Z}_{2(0)} = 9,2320 \text{ cm/dtk}$ $\dot{Z}_{2(0)} = 9,2414 \text{ cm/dtk}$

Persamaan modal amplitudo, $Z = a^{(-0.70051)} (0.262)$

$$Z_1 = e^{-(-0.7742/)} (0.2030 \sin(53.02017))$$

 $Z_2 = e^{(-0.7421)} \{0.2388 \sin(38.70151)$

Persamaan simpangan, $Y_1 = 0.0947e^{(-0.7005t)} \{0.0249\sin(35.0201t)\} + 0.1045e^{(-0.7422t)} \{0.0250\sin(38.7015t)\}$ $Y_2 = 0.9955e^{(-0.7005t)} \{0.2624\sin(35.0201t)\} - 0.9945e^{(-0.3871t)} \{-0.2375\sin(38.7015t)\}$

3. Variasi dengan anggapan sistem derajat kebebasan tiga (3-DOF)

$$\begin{split} \omega_{d1} &= 36,7622 \quad \text{rad/detik} \\ \omega_{d2} &= 79,1170 \quad \text{rad/detik} \\ Z_{(0)} &= 0 \\ \dot{Z}_{1(0)} &= 0,3743 \text{ cm/dtk} \\ \dot{Z}_{3(0)} &= -0,9789 \text{ cm/dtk} \end{split}$$

Persamaan modal amplitudo didapat,

 $Z_1 = e^{(-0.7354t)} \{0.0102 \sin(36.7622t) \\ Z_2 = e^{(-1.5827t)} \{0.0197 \sin(79.1170t) \\ Z_3 = e^{(-1.0643t)} \{-0.004818 \sin(203.1759t) \}$

Persamaan simpangan,

$$\begin{aligned} Y_1 &= 0.0016e^{(-0.7354t)} \left\{ 1.632 * 10^{-5} \sin(36.7622t) \right\} + 0.5176e^{(-1.5827t)} \left\{ 0.0102 \\ \sin(79.1170t) \right\} + 0.8257e^{(-4.0643t)} \left\{ -3.9782 * 10^{-3} \sin(203.1759t) \right\} \\ Y_2 &= 0.0031e^{(-0.7354t)} \left\{ 3.1620 * 10^{-5} \sin(36.7622t) \right\} + 0.8247e^{(-1.5827t)} \left\{ 0.0162 \\ \sin(79.1170t) \right\} - 0.5638e^{(-4.0643t)} \left\{ 2.7164 * 10^{-3} \sin(203.1759t) \right\} \\ Y_3 &= e^{(-0.7354t)} \left\{ 0.0102\sin(36.7622t) \right\} - 0.2279e^{(-1.5827t)} \left\{ 1.0232 * 10^{-3} \\ \sin(79.1170t) + 0.0191e^{(-4.0643t)} \left\{ -9.2024 * 10^{-5} \sin(203.1759t) \right\} \end{aligned}$$

4. Variasi dengan anggapan sistem derajat kebebasan empat (4-DOF)

$\omega_{\rm cl} = 36,7405 \text{ rad/detik}$ $\omega_{\rm cl} = 120,0856 \text{ rad/detik}$				
$\omega_{d3} - 340,7815 \text{ rad/detik}$ $\omega_{d4} = 499,5899 \text{ rad/detik}$				
$\mathbf{Z}_{(0)} = 0$				
$\dot{Z}_{1(0)} = 0,1183$ cm/dtk $\dot{Z}_{2(0)} = 1,4420$ cm/dtk				
$\dot{Z}_{3(0)} = -1,1028 \text{ cm/dtk}$ $\dot{Z}_{4(0)} = -0,580 \text{ cm/dtk}$				
Persamaan modal amplitudo,				
$Z_1 = e^{-0.7348} \{ 3.2204 \ 10^{-3} \ (36.7349 \ t) \}$				
$Z_2 = e^{-2.4018} \{ 0.0120 (120.0676 t) \}$				
$Z_3 = e^{-0.3(30)} \{ -3.2367 \ 10^{-3} (340.7133 \ t) \}$				
$Z_4 = e^{-1/23} \{ 1.1611 \ 10^{-5} (499.5150 \ t) \}$				
Persamaan simpangan				
$V = 0.0004 * a^{(-0.73487)} 1.2882 * 10^{-6} * a^{(-2.40187)} 0.2227 * a^{(-2.40187)} 0.28724 * 10^{-1}$				
$r_1 = 0.0004$ e $(1.2002 \cdot 10^{-5} \sin(50.75497)) + 0.5227$ e $(3.8724 \cdot 10^{-5})$				
$\sin(120.0676t)\} + 0.7435 * e^{(-6.8156t)} \{-2.4065 * 10^{-3} * \sin(340.7133t)\} + 0.6113 *$				
$e^{(-9.9923t)}$ {7.0978 * 10 ⁻⁴ sin(499.5150t)}				
$Y_2 = 0.0008 * e^{(-0.7348t)} \left\{ 2.5763 * 10^{-6} * \sin(36.7349t) \right\} + 0.5855 * e^{(-2.4018t)} \left\{ 7.0260 * 10^{-3} \right\}$				
$\sin(120.0676t)$ + 0.3769 * $e^{(-6.8156t)}$ {-1.2199 * 10 ⁻³ * $\sin(340.7133t)$ } - 0.7392 *				
$e^{(-9.9923t)}\{-0.8528*10^{-3}\sin(499.5150t)\}$				
$Y_3 = 0.0012 * e^{(-0.7348t)} \left\{ 8.8645 * 10^{-6} * \sin(36.7349t) \right\} + 0.7398 * e^{(-2.4018t)} \left\{ 8.8776 * 10^{-3} \right\}$				
$\sin(120.0676t)\} - 0.5524 * e^{(-6.8156t)} \{1.7879 * 10^{-3} * \sin(340.7133t)\} + 0.2826 * 0.0000000000000000000000000000000000$				
$e^{(-9.9923t)}$ {3.2813*10 ⁻⁴ sin(499.5150t)}				
$Y_4 = e^{(-0.7348t)} \left\{ 3.2204 * 10^{-3} * \sin(36.7349t) \right\} - 0.0765 * e^{(-2.4018t)} \left\{ -9.180 * 10^{-4} \right\}$				
$\sin(120.0676t)$ + 0.0065 * $e^{(-6.8156t)}$ {-2.1039 * 10 ⁻⁵ * $\sin(340.7133t)$ } - 0.0015 *				
$e^{(-9.9923t)} \{-1.7416 * 10^{-6} \sin(499.5150t)\}$				

5. Variasi dengan anggapan sistem derajat kebebasan lima (5-DOF)

$$\begin{split} \omega_{d1} &= 36,7349 \quad \text{rad/detik} \\ \omega_{d3} &= 160,8093 \quad \text{rad/detik} \\ \omega_{d3} &= 160,8093 \quad \text{rad/detik} \\ \omega_{d4} &= 742,9120 \quad \text{rad/detik} \\ \omega_{d4} &= 742,9120 \quad \text{rad/detik} \\ Z_{(0)} &= 0 \\ \dot{Z}_{1(0)} &= 0,0569 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{2(0)} &= 1,4301 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{3(0)} &= -1,1532 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{5(0)} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} \end{split}$$

Persamaan modal amplitudo sebagai berikut,

 $Z_{1} = e^{(-0.7348t)} \{0.0015489\sin(36.7349t) \\ Z_{2} = e^{(-3.2)68t)} \{0.0088931\sin(160.8093t) \\ Z_{3} = e^{(-9.460t)} \{-0.0024385\sin(472.9065t) \\ Z_{4} = e^{(-14.8612t)} \{0.0010241\sin(742.912t) \\ Z_{5} = e^{(-18.5441t)} \{-0.00039934\sin(927.0211t) \} \}$

Persamaan simpangan,

$$Y_{1} = 0.0002 * e^{(-0.73487)} \{3.0978 * 10^{-7} * \sin(36.73497)\} + 0.2213 * e^{(-3.21687)} \{1.968 * 10^{-3} \sin(160.80937)\} + 0.5767 * e^{(-9.467)} \{-1.4063 * 10^{-3} * \sin(472.90657)\} + 0.6795 * e^{(-14.86127)} \{6.9588 * 10^{-4} * \sin(742.9127) + 0.455 * e^{(-18.54417)} \{-1.817 * 10^{-4} * \sin(927.02117)\}$$

- $$\begin{split} Y_2 &= 0.0003 * e^{(-0.7348t)} \{4.6467 * 10^{-7} * \sin(36.7349 t)\} + 0.4194 * e^{(-3.2168t)} \{3.7298 * 10^{-3} \sin(160.8093 t)\} + 0.6294 * e^{(-9.46t)} \{-1.5348 * 10^{-3} * \sin(472.9065 t)\} 0.1645 * e^{(-14.8612t)} \{-1.6846 * 10^{-4} * \sin(742.912 t) 0.6784 * e^{(-18.5441t)} \{2.7091 * 10^{-4} * \sin(927.0211 t)\} \} \end{split}$$
- $$\begin{split} Y_3 &= 0.0005 * e^{(-0.7348t)} \{ 7.7445 * 10^{-7} * \sin(36.7349t) \} + 0.5734 * e^{(-3.2168t)} \{ 5.0993 * 10^{-3} \sin(160.8093t) \} + 0.1104 * e^{(-9.46t)} \{ -2.6921 * 10^{-4} * \sin(472.9065t) \} 0.6397 * e^{(-14.8612t)} \{ -6.5512 * 10^{-3} * \sin(742.912t) + 0.5566 * e^{(-18.5441t)} \{ -2.2227 * 10^{-4} * \sin(927.0211t) \} \} \end{split}$$
- $$\begin{split} Y_4 &= 0.0007 * e^{(-0.7348t)} \{1.0842 * 10^{-6} * \sin(36.7349t)\} + 0.6671 * e^{(-3.2168t)} \{5.9326 * 10^{-3} \sin(160.8093t)\} 0.509 * e^{(-9.46t)} \{1.2412 * 10^{-3} * \sin(472.9065t)\} + 0.3193 * e^{(-14.8612t)} \{3.2699 * 10^{-4} * \sin(742.912t) 0.1541 * e^{(-18.5441t)} \{6.046 * 10^{+5} * \sin(927.0211t)\} \end{split}$$
- $Y_5 = e^{(-0.7348t)} \{1.5489 * 10^{-3} * \sin(36.7349t)\} 0.0368 * e^{(-3.2168t)} \{-3.2727 * 10^{-4} * \sin(160.8093t)\} + 0.0031 * e^{(-9.46t)} \{-7.5594 * 10^{-6} * \sin(472.9065t)\} 0.0008 * e^{(-14.8612t)} \{-8.1928 * 10^{-7} * \sin(742.912t) + 0.0002 * e^{(-18.5441t)} \{-7.9868 * 10^{-8} * \sin(927.0211t)\}$



Gambar Grafik simpangan dengan redaman 2% pada anggapan derajat kebebasan tiga (3 DOF)



Perhitungan persamaan simpangan dengan redaman 5%

 $\xi = 5 \%$

1. Variasi dengan anggapan derajat kebebasan satu (1 DOF)

 $\omega_1 = 36.8224$ (percepatan sudut tanpa redaman)

masukkan kedalam rumus (3.40) $\omega_{di} = \omega_i \sqrt{1-\xi^2}$

$$\omega_{\rm d1} = -36.7763$$

Persamaaaan modal amplitudo rumus (3.39) :

$$Z_{j} = e^{-\frac{z}{\omega_{j}t}} \left\{ Z_{j(0)} \cos\left(\omega_{dj}t\right) + \frac{Z_{j(0)}}{\omega_{dj}} \sin\left(\omega_{dj}t\right) \right\}$$

modal amplitudo simpangan awal $(Z_{j(0)}) = 0$ modal amplitudo kecepatan awal $(\hat{Z}_{j(0)}) = 1,84$ cm/detik

$$Z_1 = e^{(-1.8411t)} \{0.0499 * \sin(36.7763t)\}$$

Persamaan simpangan

$$Y_j = \Phi_j Z_j$$

$$Y_1 = e^{(-1.841+t)} \{0.0499 * \sin (36.7763t)\}$$

2. Variasi dengan anggapan sistem derajat kebebasan dua (2-DOF)

 $\omega_{d1} = 34,9833 \text{ rad/detik}$ $\omega_{d2} = 38,6608 \text{ rad/detik}$ $Z_0 = 0$ $\dot{Z}_{1(0)} = 9,2320 \text{ cm/dtk}$ $\dot{Z}_{2(0)} = 9,2414 \text{ cm/dtk}$

Persamaan modal amplitudo, $Z_{1} = e^{(-1.7514t)} \{0.2639 \sin(34.9833)\}$

$$Z_{2} = e^{(-1.9354t)} \{0.2390 \sin(38.6608t)\}$$

Persamaan simpangan, $Y_1 = 0.0947e^{(-1.7514t)} \{0.0249 \sin(34.9833t)\} + 0.1045e^{(-1.9354t)} \{0.0250 \sin(38.6608t)\}$ $Y_2 = 0.9955e^{(-1.7514t)} \{0.2627 \sin(34.9833t)\} - 0.9945e^{(-1.9354t)} \{-0.2377 \sin(38.6608t)\}$

3. Variasi dengan anggapan sistem derajat kebebasan tiga (3-DOF)

$$\begin{split} \omega_{d1} &= 36,7236 \quad \text{rad/detik} \\ \omega_{d2} &= 79,0338 \quad \text{rad/detik} \\ Z_{(0)} &= 0 \\ \dot{Z}_{1(0)} &= 0,3743 \text{ cm/dtk} \\ \dot{Z}_{3(0)} &= -0,9789 \text{ cm/dtk} \end{split}$$

$$\begin{split} \omega_{d3} &= 202,9624 \text{ rad/detik} \\ \dot{Z}_{2(0)} &= 1,5605 \text{ cm/dtk} \\ \dot{Z}_{3(0)} &= -0,9789 \text{ cm/dtk} \end{split}$$

Persamaan modal amplitudo didapat,

 $Z_1 = e^{(-1.8385t)} \{0.0102 \sin(36.7236t)\}$ $Z_2 = e^{(-3.9566t)} \{0.0197 \sin(79.0338t)\}$ $Z_3 = e^{(-10.1608t)} \{-0.0048231 \sin(202.9624t)\}$

Persamaan simpangan,

$$\begin{split} Y_1 &= 0.0016e^{(-1.8385t)} \left\{ 1.632 * 10^{-5} \sin(36.7236t) \right\} + 0.5176e^{(-3.9566t)} \left\{ 0.0102 \\ &\sin(79.0338t) \right\} + 0.8257e^{(-10.1608t)} \left\{ -3.9824 * 10^{-3} \sin(202.9624t) \right\} \\ Y_2 &= 0.0031e^{(-1.8385t)} \left\{ 3.1620 * 10^{-5} \sin(36.7236t) \right\} + 0.8247e^{(-3.9566t)} \left\{ 0.0162 \\ &\sin(79.0338t) \right\} - 0.5638e^{(-10.1608t)} \left\{ 2.7193 * 10^{-3} \sin(202.9624t) \right\} \\ Y_3 &= e^{(-1.8385t)} \left\{ 0.0102 \sin(36.7236t) \right\} - 0.2279e^{(-3.9566t)} \left\{ -4.4896 * 10^{-3} \\ &\sin(79.0338t) + 0.0191e^{(-10.1608t)} \left\{ -9.2121 * 10^{-5} \sin(202.9624t) \right\} \end{split}$$

4. Variasi dengan anggapan sistem derajat kebebasan empat (4-DOF)

$\omega_{d1} = 36,6963 \text{ rad/detik}$ $\omega_{d2} = 340,3552 \text{ rad/detik}$	$\omega_{d2} = 119,9414$ rad/detik
$Z_{(0)} = 0$	00 ₀₄ 190,990 Rud detik
$\dot{Z}_{1(0)} = 0,1183$ cm/dtk	$\dot{Z}_{2(0)} = 1,4420$ cm/dtk
$\dot{Z}_{3(0)} = -1,1028 \text{ cm/dtk}$	$\dot{Z}_{4(0)} = 0,580$ cm/dtk

Persamaan modal amplitudo,

 $\begin{array}{l} Z_1 = e^{-1.8371} \left\{ \begin{array}{l} 3.2238 \ 10^{-3} \ (36.6963 \ t) \end{array} \right\} \\ Z_2 = e^{-6.0046} \left\{ \begin{array}{l} 0.0120 \ (119.9414 \ t) \end{array} \right\} \\ Z_3 = e^{-17.0391} \left\{ \begin{array}{l} -3.2401 \ 10^{-3} \ (340.3552 \ t) \end{array} \right\} \\ Z_4 = e^{-24.9807} \left\{ \begin{array}{l} 1.1623 \ 10^{-3} \ (499.990 \ t) \end{array} \right\} \end{array}$

Persamaan simpangan,

- Persamaan simpangan, $Y_1 = 0.0004 * e^{(-1.8371t)} \{ 1.2895 * 10^{-6} * \sin(36.6963t) \} + 0.3227 * e^{(-6.0046t)} \{ 3.8789 * 10^{-3} \}$ $\sin(119.9414t)\} + 0.7435 * e^{(-17.0391t)} \{-2.4090 * 10^{-3} * \sin(340.3352t)\} + 0.6113 * (-10.0113) + 0.0113 *$ $e^{(-24.9807\,t)}\{7.1051*10^{-4}\sin(498.990\,t)\}$
- $\sin(119.9414t)$ + 0.3769 * $e^{(-17.0391t)}$ {-1.2212 * 10⁻³ * $\sin(340.3352t)$ } - 0.7392 * $e^{(-24.9807t)} \{-0.85917 * 10^{-3} \sin(498.990t)\}$
- $Y_3 = 0.0012 * e^{(-1.8371t)} 3.8686 * 10^{-6} * \sin(36.6963t) + 0.7398 * e^{(-6.0046t)} (8.8924 * 10^{-3}) + 0.7398 * e^{(-6.0046t)} + 0.7398 * e^{(-6.0046t)}$ $\sin(119.9414t)$ = 0.5524 * $e^{(-17.0391t)}$ {1.7898 * 10⁻³ * $\sin(340.3352t)$ } + 0.2826 * $e^{(-24.9807t)}$ {3.2847*10⁻⁴ sin(498.990t)}
- $Y_{\rm T} = e^{(-1.8371t)} \left\{ 1.1623 \times 10^{-3} \times \sin(36.6963t) \right\} 0.0765 \times e^{(-6.0046t)} \left\{ -9.1953 \times 10^{-4} \right\}$ $\sin(119.9414t)$ + 0.0065 * $e^{(-17.0391t)}$ {-2.1061 * 10⁻⁵ * $\sin(340.3352t)$ } - 0.0015 * $e^{(-24.9807t)} \{-1.7434*10^{-6}\sin(498.990t)\}$

5. Variasi dengan anggapan sistem derajat kebebasan lima (5-DOF)

$$\begin{split} \omega_{d1} &= 36,6934 \quad \text{rad/detik} & \omega_{d2} &= 160,6403 \quad \text{rad/detik} \\ \omega_{d3} &= 472,4095 \quad \text{rad/detik} & \omega_{d4} &= 742,1312 \quad \text{rad/detik} \\ \omega_{d5} &= 926,0469 \quad \text{rad/detik} & z_{(0)} &= 0 \\ \dot{Z}_{1(0)} &= 0,0569 \quad \text{cm/dtk} & \dot{Z}_{2(0)} &= 1,4301 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{3(0)} &= -1,1532 \quad \text{cm/dtk} & \dot{Z}_{4(0)} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{5(0)} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= -0,3702 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} \\ \dot{Z}_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk} & z_{10} &= 0,7608 \quad \text{cm/dtk$$

Persamaan modal amplitudo sebagai berikut,

 $Z_1 = e^{(-1.8371t)} \{0.0015507 \sin(36.6934t) \}$ $Z_2 = e^{(-8.0421t)} \{0.0089025 \sin(160.6403t) \}$ $Z_3 = e^{(-23.6501t)} \{-0.0024411 \sin(472.9065t) \}$ $Z_4 = e^{(-371530t)} \{0.0010252 \sin(742.1312t) \}$ $Z_5 = e^{(-40.3603t)} \{-0.00039926 \sin(926.0469t) \}$

- Persamaan simpangan, $Y_1 = 0.0002 * e^{(-1.8371t)} \{3.1014 * 10^{-7} * \sin(36.6934 t)\} + 0.2213 * e^{(-8.0421t)} \{1.9701 * 10^{-3} \sin(160.6403 t)\} + 0.5767 * e^{(-23.6501t)} \{-1.4078 * 10^{-3} * \sin(472.4095 t)\} + 0.6795 * e^{(-37.153t)} \{6.9662 * 10^{-4} * \sin(742.1312 t) + 0.455 * e^{(-46.3603t)} \{-1.8166 * 10^{-4} * \sin(926.0469 t)\}$
- $$\begin{split} Y_2 &= 0.0003 * e^{(-1.837)t} \{4.6521 * 10^{-7} * \sin(36.6934 t)\} + 0.4194 * e^{(-8.042)t} \{3.7298 * 10^{-3} \sin(160.6403 t)\} + 0.6294 * e^{(-23.650)t} \{-1.5364 * 10^{-3} * \sin(472.4095 t)\} 0.1645 * e^{(-37.153t)} \{-1.6865 * 10^{-4} * \sin(742.1312 t) 0.6784 * e^{(-46.3603t)} \{2.7086 * 10^{-4} * \sin(926.0469 t)\} \end{split}$$
- $$\begin{split} Y_3 &= 0.0005 * e^{(-1.837)t} \{ 7.7535 * 10^{-7} * \sin(36.6934t) \} + 0.5734 * e^{(-8.042)t} \{ 5.1047 * 10^{-3} \sin(160.6403t) \} + 0.1104 * e^{(-23.650)t} \{ -2.695 * 10^{-3} * \sin(472.4095t) \} 0.6397 * e^{(-37.153t)} \{ -6.5582 * 10^{-4} * \sin(742.1312t) + 0.5566 * e^{(-46.360)t} \{ -2.2223 * 10^{-4} * \sin(926.0469t) \} \end{split}$$
- $\begin{aligned} Y_4 &= 0.0007 * e^{(-1.837)t} \{1.0855 * 10^{-6} * \sin(36.6934 t)\} + 0.6671 * e^{(-8.042)t} \{5.9389 * 10^{-3} \sin(160.6403 t)\} 0.509 * e^{(-23.650)t} \{1.2425 * 10^{-3} * \sin(472.4095 t)\} + 0.3193 * e^{(-37.153t)} \{3.2735 * 10^{-4} * \sin(742.1312 t) 0.1541 * e^{(-40.3603t)} \{6.0448 * 10^{-5} * \sin(926.0469 t)\} \end{aligned}$
- $Y_5 = e^{(-1.8371t)} \{1.5507 * 10^{-3} * \sin(36.6934t)\} 0.0368 * e^{(-8.0421t)} \{-3.2761 * 10^{-4} * \sin(160.6403t)\} + 0.0031 * e^{(-23.6501t)} \{-7.5674 * 10^{-6} * \sin(472.4095t)\} 0.0008 * e^{(-37.153t)} \{-8.2016 * 10^{-7} * \sin(742.1312t) + 0.0002 * e^{(-46.3603t)} \{-7.9852 * 10^{-8} * \sin(926.0469t)\}$



Gambar Grafik simpangan dengan redaman 5% pada anggapan derajat kebebasan tiga (3 DOF)



Gambar Grafik simpangan dengan redaman 5% pada anggapan derajat kebebasan empat (4 DOF)



Gambar Grafik simpangan dengan redaman 5% pada anggapan derajat kebebasan lima (5 DOF)