BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Kajian Literatur

2.1.1 Tracer Study

Tracer study merupakan pendekatan yang memungkinkan institusi pendidikan tinggi memperoleh informasi tentang kekurangan yang mungkin terjadi dalam proses pendidikan dan proses pembelajaran dan dapat merupakan dasar untuk perencanaan aktivitas untuk penyempurnaan di masa mendatang. Dengan demikian, informasi yang diberikan oleh lulusan yang berhasil di profesinya diperlukan, misalnya informasi tentang pengetahuan dan penampilan yang relevan (hubungan antara pengetahuan terhadap ketrampilan dan tuntutan pekerjaan, area pekerjaan, posisi profesi). Selain itu, para lulusan dapat juga diminta.untuk menilai kondisi studi yang mereka alami selama mengikuti proses pendidikan dan pembelajaran. (Schomburg, 2003).

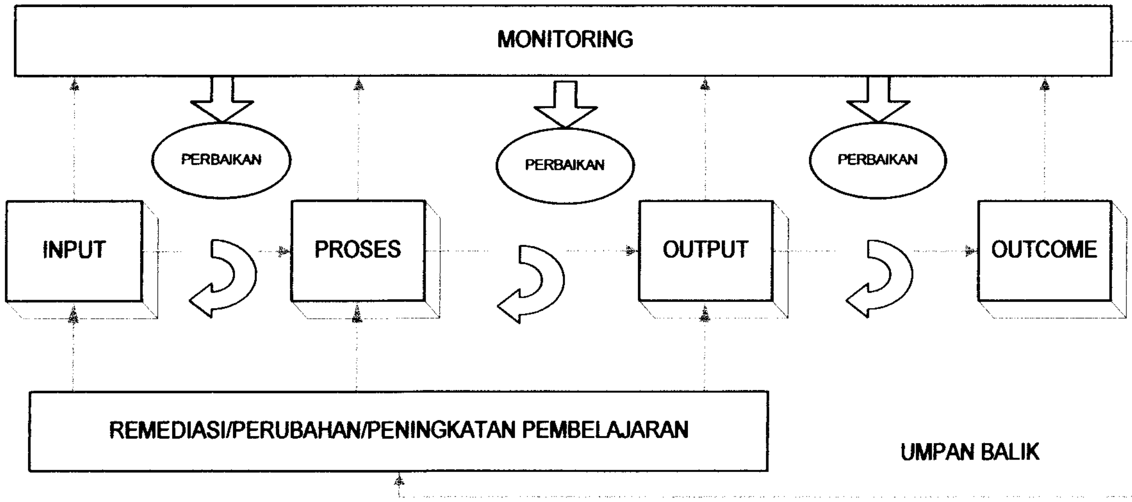
Pendekatan dasar yang digunakan sebagai acuan kegiatan Tracer Study adalah mengkaitkan hubungan antara peran institusi perguruan tinggi dan kebutuhan dunia kerja. Ada tiga hal yang dijadikan dasar pemikiran dalam pelaksanaan kegiatan ini, yaitu :

1. Sistem pendidikan tinggi dipertimbangkan sebagai bagian dari sistem dunia yang nyata. Sistem ini sangat mempengaruhi kondisi kinerja sistem pendidikan tinggi, terutama pada faktor eksternal, antara lain,

kondisi financial, kondisi ekonomi makro/eksternal, konisi ekonomi local-regional dan rencana pembangunan nasional.

2. Komponen sistem pendidikan tinggi yang terdiri dari empat elemen, yaitu :
   a. Input (mahasiswa),
   b. Proses yang didukung sepenuhnya oleh infrastruktur, sumberdaya manusia, ketersediaan financial, sistem informasi, manajemen dan organisasi institusi serta kurikulum,
   c. Output (lulusan perguruan tinggi)
   d. Outcome (keterkaitan lulusan dengan dunia kerja)
3. Dunia kerja secara sederhana dapat dikelompokkan menjadi tiga bagian:
   a. Institusi pemerintah
   b. Institusi swasta
   c. Wirausaha

Hasil studi penelusuran kompetensi lulusan yang dilakukan akan dapat digunakan untuk memperbaiki komponen-komponen tersebut, mulai dari input, proses, output, dan outcome. Seperti digambarkan oleh Universitas Gadjah Mada, dimana UGM telah merancang model pemantauan dan langkah-langkah perbaikan pada setiap komponen sisem pendidikan tinggi. Hal ini diharapkan untuk dapat meningkatkan proses pembelajaran yang berkesinambungan (gambar 1.1).



Gambar 1.1 Model pemantauan dan peningkatan pembelajaran yang berkelanjutan

2.1.2 Indeks Prestasi dan pengaruhnya dalam penerimaan di dunia kerja

Avin Fadilla (2004) menyatakan bahwa gambaran mahasiswa yang lulus dengan indeks prestasi tinggi, masa study cepat, dan mempunyai kepercayaan diri kuat, mereka akan menapak karir baik sebagai pencari kerja, pencipta kerja, ataupun study lanjut lebih mudah. Berdasarkan pengamatan dalam seleksi karyawan menunjukkan bahwa belum semua lulusan Perguruan Tinggi mempunyai persyaratan dasar yang dapat diterima di pasar kerja. Mereka yang lolos seleksi administrasi dalam proses seleksi, biasanya telah memenuhi persyaratan IPK dan syarat administrasi lainnya.

2.2 Populasi dan Sampel

Populasi adalah kumpulan yang lengkap dari seluruh elemen beserta karakteristiknya yang menjadi objek penyelidkan atau penelitian. Yang dimaksud karakteristik disini adalah sifat-sifat, ciri-ciri, atau hal-hal yang dimiliki oleh elemen. Sedangkan sampel adalah sebagian dari populasi. n = banyaknya elemen sampel yang biasa disebut besarnya sampel atau *sampel* size. Jumlah n pasti lebih kecil dari N. Pemilihan populasi atau sampel dalam penelitian didasarkan pada empat kriteria :

a. Tersedianya sumber daya yang ada, seperti dana, waktu dan tenaga
b. Sifat objek yang diteliti : mudah rusak atau tidak
c. Keseragaman atau keragaman bagian populasinya
d. Ukuran populasi : luas tidaknya ruang lingkup objek populasi penelitian yang dilakukannya.

Sampling adalah cara pengumpulan data kalau hanya elemen sampel yang diteliti, Hasil pengolahan dari sampling disebut dengan perkiraan atau *estimate*. Metode penarikan sampel lebih praktis, lebih murah harganya serta memerlukan waktu dan tenaga lebih sedikit dibandingkan dengan sensus. Oleh karena itu, dalam prakteknya sering digunakan penarikan sampel yang akan memberikan nilai taksiran atau penduga. Data hasil penarikan sampel (sampling) merupakan nilai penduga karena adanya kesalahan penarikan sampel (*sampling error*).

Keuntungan Menggunakan Metode Sampling adalah sebagai berikut :

1. Hasil pemeriksaan sampel sangat objektif dan dipertahankan (objective and defensible)
2. Metode sampling memungkinkan untuk menentukan banyaknya elemen sampel sebelum pemeriksaan dilakukan
3. Metode sampling memungkinkan untuk memperkirakan besar kesalahan sampling (sampling error)
4. Metode sampling merupakan metode yang lebih tepat untuk mengambil kesimpulan tentang data dalam jumlah banyak (large mass of data) bila di bandingkan dengan pemeriksaan secara menyeluruh.
5. Metode sampling dapat menghemat biaya, tenaga, dan waktu

6. Hasil penelitian sampel dari beberapa pemeriksaan dapat digabungkan dan dapat dievaluasikan
7. Memungkinkan untuk mengadakan evalusi yang objektif

Sampling untuk pemeriksaan ,Johanes Supranto

2.3 Teknik Pengambilan Sampel (*Sampling*)

Metode penarikan sampel (sampling) adalah cara pengumpulan data yang hanya mengambil sebagian elemen populasi atau karakteristik yang ada dalam populasi. Cara pengumpulan data yang lain adalah sensus. Sensus adalah cara pengumpulan data yang mengambil setiap elemen pupolasi atau karakteristik yang ada dalam populasi.

Beberapa alasan tidak digunakannya sensus sebagai metode pengumpulan data antara lain sebagai berikut :

1) Objek penelitian yang homogeny
2) Objek penelitian yang mudah rusak
3) Penghematan biaya dan waktu
4) Masalah ketelitian
5) Ukuran populasi
6) Faktor ekonomis

Metode sampling pada dasarnya dapat dibedakan atas dua macam, yaitu sampling random dan sampling nonrandom.

1) Sampling Random (sampling acak)

   Sampling random atau sampling acak adalah cara pengambilan sampel dengan semua objek atau elemen populasi memiliki kesempatan yang sama untuk terpilih sebagai sampel. Hasil dari sampling rando, memiliki sifat yang objektif.

Yang termasuk sampling random antara lain sampling random sederhana, sampling berlapis, sampling sistematis, dan sampling kelompok.

a. Sampling random sederhana

Sampling random sederhana adalah bentuk sampling random yang sifatnya sederhana, tiap sampel yang berukuran sama memiliki probabilitas yang sama untuk terpilih dari populasi.

Sampling random sederhana dapat dilakukan dengan menggunakan dua metode, yaitu :

a) Metode undian

Metode undian adalah yang prosesnya dilakukan dengan menggunakan pola pengundian.

b) Metode tabel random

Metode tabel random adalah metode yang prosesnya dilakukan dengan menggunakan tabel bilangan random. Tabel bilangan random adalah tabel yang dibentuk dari bilangan biasa yang diperoleh secara berturut-turut dengan sebauh proses random serta disusun ke dalam suatu tabel.

b. Sampling berlapis (*sampling stratified*)

Sampling berlapis adalah bentuk sampling random yang populasi atau elemen populasinya dibagi dalam kelompok-kelompok yang disebut *strata*. Sampling stratified dilakukan apabila :

a) Elemen-elemen populasi heterogen;

b) Ada kriteria yang akan dipergunakan sebagai dasar untuk menstratifikasikan populasi ke dalam stratum-stratum, misalnya variabel yang akan diteliti;

c) Ada data pendahuluan dari populasi mengenai kriteria yang akan digunakan untuk stratifikasi;

d) Dapat diketahui dengan tepat jumlah satuan-satuan individu dari setiap stratum dalam populasi.

2.4 Pengumpulan Data Statistik dengan Kuesioner

Dalam penelitian ini digunakan kuesioner sebagai metode pengumpulan data yang merupakan serangkaian pertanyaan yang diserahkan pada responden untuk diisi. Jawaban dari pertanyaan-pertanyaan yang diajukan diisi oleh responden tanpa bantuan peneliti. Pertanyaan yang diajukan harus jelas dan tidak membingungkan responden. Adapun kelemahan dari metode ini adalah :

a. Kemungkinan tidak memperoleh jawaban dari responden sehingga mengakibatkan kuesioner tersebut tidak dapat digunakan.
b. Kemungkinan tidak dapat mengecek kebenaran dari jawaban responden.

Cara pengumpulan data menurut Sofyan Efendi dan Masri Singarimbun (1995) merupakan prosedur yang sistematis dan standar, guna memperoleh data kuantitatif. Cara pengumpulan data dapat dikelompokkan menjadi beberapa macam. Cara yang lazim digunakan adalah metode interview (wawancara), metode kuesioner, tes dan skala obyektif, observasi tingkah laku dan metode proyektif.

2.5 Analisis Regresi

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering melihat suatu peristiwa atau keadaan terjadi disebabkan oleh peristiwa yang lain. Untuk mengetahui hubungan antara kejadian tersebut, terutama untuk menelusuri pola hubungan yang modelnya belum diketahui maka analisis regresi dapat dijadikan alat untuk membantu menganalisis hubungan tersebut.

Analisis regresi memiliki 3 kegunaan yaitu, deskripsi, kendali, dan prediksi (peramalan). Tetapi manfaat utama dari kebanyakan penyelidikan statistik dalam dunia bisnis dan ekonomi adalah mengadakan prediksi atau peramalan yaitu memperkirakan atau menaksir besarnya efek kuantitatif dari suatu kejadian terhadap kejadian lain. Taksiran atau perkiraan mengenai kejadian yang mungkin terjadi pada masa mendatang semacam ini, sangat berguna bagi prencanaan maupun penentuan kebijakan.

Dalam analisis regresi dikenal dua macam variabel atau peubah yaitu, variabel bebas (independent variabel) adalah suatau variabel yang nilainya telah diketahui, dan ada variabel tidak bebas (dependent variabel) yaitu variabel yang nialainya belum diketahui dan yang akan diramalkan.

2.5.1 Regresi Linier Berganda

Regresi linier berganda pada dasarnya sama dengan regresi sederhana, perbedaannya hanya pada jumlah variabel bebasnya saja. Regresi linier berganda mengamati pengaruh lebih dari satu variabel bebas (independent variable) terhadap variabel tidak bebas (dependent variable), minimal ada dua buah variabel bebas (independent Variable).

Secara matematis regresi linier berganda dapat dituliskan dalam persamaan berikut :

$$\hat{Y} = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \cdots + b_kX_k$$

Apabila b_1, b_2, . . . , b_k sudah dihitung sebagai penduga parameter B_1, B_2, . . . , B_k, berdasarkan data dari sampel, maka $\hat{Y}$ dapat digunakan untuk meramalkan Y, setelah X_1, X_2, . . . , $X_k$diketahui nilainya.

2.5.2 Matriks dan Operasi Matriks

Matriks adalah susunan bilangan yang berbentuk empat persegi panjang. Ukuran matriks diberikan oleh jumlah baris (garis horizontal) dan kolom (garis vertikal) yang dikandungnya. Sebuah matriks dengan hanya satu kolom disebut *matriks kolom* atau *vektor kolom,* sebuah matriks dengan hanya satu baris disebut *matriks baris* atau *vektor baris.* Karena berbentuk empat persegi panjang, maka matriks memiliki dimensi yang disebut ordo. Ordo adalah banyaknya baris dan kolom dalam sebuah matriks, contohnya 2x2 maka matriks tersebut mempunyai 2 baris dan 2 kolom. Ada beberapa macam matriks, antara lain :

1. Matriks bujur sangkar.

   Yakni matriks yang jumlah barisnya sama dengan jumlah kolom (n x n).

   contoh : $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

2. Matriks Diagonal.

   Contoh matriks diagonal : $\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$

3. Matriks Identitas.

   Contoh matriks identitas : $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Operasi matriks, antara lain sebagai berikut :

1. Dua buah matriks dikatakan sama jika :

- Tipenya sama
- Semua elemen-elemennya sama.

$A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ u & v & w \end{pmatrix}$ $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ maka matriks A = matriks O jika

x = 0, y = 0, z = 0

u = 0, v = 0, w = 0

2. Suatu matriks dikatakan matriks kolom jika matriks tersebut hanya memiliki satu lajur elemen-elemen kea rah kolom.

   $A = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ maka matriks orde 3 x 1 ini disebut matriks kolom 3 x 1.

3. Suatu matriks dikatakan matriks baris jika matriks tersebut hanya mempunyai satu laur elemem-elemen k arah baris.

   $B = (1 \quad 2 \quad 0)$ maka matriks 1 x 3 ini disebut matriks baris 1 x 6.

4. Penjumlahan

a. Dua matriks A & B dapat dijumlahkan jika kedua matriks tersebut berjenis sama.

   $A_{(2x3)} + B_{(2x3)} = C_{(2x3)}$

   $A_{(ij)} + B_{(ij)} = C_{(ij)}$ dengan i = baris dan j = kolom

b. A + B = B + A

c. (A+ B) + C = A + (B + C)

5. Perkalian 2 matriks

   Matriks A berjenis m x n dapat dikalikan dengan B yang berjenis n x p menghasilkan C berjenis m x p.

   $A_{mxn} + B_{nxp} = C_{mxp}$

Pada perkalian matriks jumlah kolom satu matriks tidak sama dengan jumlah baris matriks lain.

$$AB \neq BA$$

6. Harga Determinan

Syarat untuk menghitung determinan adalah matriksnya berbentuk bujur sangkar.

$$|A| = \sum (-1)^{i+j} a_{ij} k_{ij}$$

i = baris

j = kolom

k_{ij} = harga determinan matriks kofaktor $= \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix}$

k_{ij} adalah kofaktor elemen (a_{ij}), yang merupakan determinan minor matriks A_{ij} setelah diperhitungkan tanda + atau – yang tergantung pada baris i dan kolom j.

2.5.3 Determinan

Dengan suatu hasil kali dasar dari suatu matriks A, $n \times n$ kita akan memberikan makna pada setiap hasil kali dari n anggota dari A, yang dua diantaranya tidak ada yang berasal dari baris atau kolom yang sama.

Misalkan ada 2 hasil kali dasar dari matriks-matriks :

$$a = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Digunakan jembatan keledai (*mnemonic*). Rumus pertama dengan mengalikan anggota-anggota pada panah kanan dan mengurangkannya dengan hasil kali anggota-anggota pada panah kiri. Rumus kedua diperoleh dengan menulis ulang kolom pertama dan kedua. Kemudian determinan dihitung dengan menjumlahkan hasil kali pada panah kanan dan mengurangkannya dengan hasil kali pada panah kiri.

$$a = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

$$(a) \qquad\qquad\qquad (b)$$

2.5.4 Mencari koefisien Regresi dengan menggunakan matriks

Jika asumsi diatas dapat dipenuhi, maka penggunaan metode kuadrat terkecil akan menghasilkan *Best Linier unbiased Estimator* terhadap koefisien $\underline{B}$. misalkan, $\underline{b}$ sebagai penduga $\underline{B}$ merupakan vector kolom dengan k baris sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{Y} = \underline{Xb} + \underline{e} \Rightarrow \underline{e} = \underline{Y} - \underline{Xb}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_i \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}}_{\underline{e}} = \underbrace{\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_i \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}}_{\underline{Y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & \dots & X_{k1} \\ X_{12} & X_{22} & & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{1i} & X_{2i} & & X_{ki} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{1n} & X_{2n} & & X_{kn} \end{bmatrix}}_{\underline{X}} \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix}}_{b}$$

$$e_i = Y_i - b_1X_{1i} - b_2X_{2i} - \ldots - b_kX_{ki}$$

$$\sum e_i^2 = \sum(Y_i - b_1X_{1i} - b_2X_{2i} - \ldots - b_kX_{ki})^2$$

$$e^Te = \left(\underline{Y} - \underline{Xb}\right)^T\left(\underline{Y} - \underline{X}b\right) = \underline{Y}^T\underline{Y} - 2\underline{b}^T\underline{b}^T\underline{Y} + \underline{b}^T\underline{b}^T\underline{Xb}$$

($\underline{b}^T\underline{b}^T\underline{Y}$ = suatu scalar, maka dari itu sama dengan transposnya $\underline{Y}^T\underline{Xb}$

Estimasi vektor $\underline{B}$ dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, ialah vektor $\underline{b}$ sedemikian rupa sehingga jumlah kuadrat kesalahan pengganggu, $e^T e = \sum e_i^2 =$ minimum. Caranya ialah dengan melakukan penurunan parsial $\sum e_i^2$ terhadap komponen vektor b dan menyamakannya dengan 0.

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b_0} = 2\sum(Y_i - b_0 - b_1 X_{1i} - b_2 X_{2i} - \cdots - b_k X_{ki})(X_0) = 0$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b_1} = 2\sum(Y_i - b_0 - b_1 X_{1i} - b_2 X_{2i} - \cdots - b_k X_{ki})(X_{1i}) = 0$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b_2} = 2\sum(y_i - b_0 - b_1 X_{1i} - b_2 X_{2i} - \cdots - b_k X_{ki})(X_{2i}) = 0$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b_k} = 2\sum(Y_i - b_0 - b_1 X_{1i} - b_2 X_{2i} - \cdots - b_k X_{ki})(X_{ki}) = 0$$

maka akan diperoleh persamaan normal sebagai berikut.

$$\begin{array}{lllll}
nb_0 + b_1 \sum X_{1i} + b_1 \sum X_{2i} + \cdots + b_k \sum X_{ki} = \sum Y_i \\
b_0 \sum X_{1i} + b_1 \sum X_{1i}^2 + b_2 \sum X_{1i} X_{2i} + \cdots + b_k \sum X_{1i} X_{ki} = \sum X_{1i} Y_i \\
b_0 \sum X_{2i} + b_1 \sum X_{1i} + b_2 \sum X_{2i}^2 + \cdots + b_k \sum X_{2i} X_{ki} = \sum X_{2i} Y_i \\
\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\
b_0 \sum X_{ki} + b_1 \sum X_{ki} X_{1i} + b_2 \sum X_{ki} X_{2i} + \cdots + b_k \sum X_{ki}^2 = \sum X_{ki} Y_i
\end{array}$$

Dinyatakan dalam bentuk matriks, persamaan normal diatas akan menjadi $X^T X b = X^T Y$. Dengan demikian , b sebagai penduga B dapat diperoleh dengan rumus berikut.

$$\boxed{b = (X^T X)^{-1} X^T Y}$$

X dengan rank $k < n$, $(X^T X)^{-1}$ = invers $X^T X$

Apabila $k = 2$ $\rightarrow$ $\hat{Y} = b_1 + b_2 X_2$ (hubungan mencakup 2 variabel Y dan X).

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} \\ 1 & X_{12} & X_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_i \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad \Rightarrow X^T X b = X^T Y$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} \\ 1 & X_{12} & X_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_i \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} n & \sum X_{1i} & \sum X_{2i} \\ \sum X_{1i} & \sum X_{1i}^2 & \sum X_{1i}X_{2i} \\ \sum X_{2i} & \sum X_{2i}X_{1i} & \sum X_{2i}^2 \end{bmatrix}}_{\underline{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}}_{\underline{b}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \sum Y_i \\ \sum X_{1i}Y_i \\ \sum X_{2i}Y_i \end{bmatrix}}_{\underline{H}}$$

$\underline{A}\ \underline{b} = \underline{H}$

$\underline{b} = \underline{A}^{-1}\ \underline{H}$

$\underline{A}^{-1} = invers\ \underline{A}$

$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\underline{A})} Adj\ (\underline{A}) = \frac{1}{|A|} Adj\ (\underline{A}) = \frac{K^T}{|A|}$, K^T = transpos matriks kofaktor K.

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}$$

$K_{11} = (\sum X_{1i}^2)(\sum X_{2i}^2) - (\sum X_{2i}X_{1i})(\sum X_{1i}X_{2i})$

$K_{12} = -\{(\sum X_{1i})(\sum X_{2i}^2) - (\sum X_{2i})(\sum X_{1i}X_{2i})\}$

$K_{13} = (\sum X_{1i})(\sum X_{2i}X_{1i}) - (\sum X_{2i})(\sum X_{1i}^2)$

$K_{21} = -\{(\sum X_{1i})(\sum X_{2i}^2) - (\sum X_{2i}X_{1i})(\sum X_{2i})\}$

$K_{22} = (n)(\sum X_{2i}^2) - (\sum X_{2i})(\sum X_{2i})$

$K_{23} = -\{(n)(\sum X_{2i}X_{1i}) - (\sum X_{2i})(\sum X_{1i})\}$

$K_{31} = (\sum X_{1i})(\sum X_{1i}X_{2i}) - (\sum X_{1i}^2)(\sum X_{2i})$

$K_{32} = -\{(n)(\sum X_{1i}X_{2i}) - (\sum X_{1i})(\sum X_{2i})\}$

$K_{33} = (n)(\sum X_{1i}^2) - (\sum X_{1i})(\sum X_{1i})$

$det\ (A) = a_{11}K_{11} + a_{12}K_{22} + a_{13}K_{33}$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\underline{A})} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \\ K_{31} & K_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{13} \\ K_{23} \\ K_{33} \end{bmatrix}$$

$$b = (X^T X)^{-1} X^T Y = \underline{A}^{-1} X^T Y$$

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{\det(\underline{A})} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \\ K_{31} & K_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{13} \\ K_{23} \\ K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum Y_i \\ \sum X_{1i} Y_i \\ \sum X_{2i} Y_i \end{bmatrix}$$

$$b_1 = \frac{1}{\det(\underline{A})} \{(K_{11})(\sum Y_i) + (K_{21})(\sum X_{1i} Y_i) + (K_{31})(\sum X_{2i} Y_i)\}$$

$$b_2 = \frac{1}{\det(\underline{A})} \{(K_{12})(\sum Y_i) + (K_{22})(\sum X_{1i} Y_i) + (K_{32})(\sum X_{2i} Y_i)\}$$

$$b_3 = \frac{1}{\det(\underline{A})} \{(K_{13})(\sum Y_i) + (K_{23})(\sum X_{1i} Y_i) + (K_{33})(\sum X_{2i} Y_i)\}$$

Untuk mendapatkan penduga tak bias untuk σ^2, harus digunakan rumus berikut :

$$\boxed{S_e^2 = \frac{e^T e}{n-k}}$$

$\underline{e}^T \underline{e} = \sum e_i^2$, n = banyaknya observasi

k = banyaknya variabel.

Kesalahan baku regresi sama dengan simpangan baku (standard deviation) dari kesalahan pengganggu, dengan simbol

$$S_e = \sqrt{S_e^2} = \sqrt{\frac{1}{n-k} \quad \underline{e}^T \underline{e}} = \sqrt{\frac{1}{n-k} \quad \sum e_i^2}$$

S_e mengukur variasi Y terhadap garis regresi $\hat{Y}$, sebab $e = Y - \hat{Y}$.

$$\underline{e}^T \underline{e} = \left(\underline{Y} - \underline{X}b\right)^T \left(\underline{Y} - \underline{X}b\right)$$

$$= Y^T Y - 2b^T X^T Y + b^T X^T X b$$

$$= Y^T Y - 2b^T X^T Y + b^T X^T X (X^T X)^{-1} X^T Y$$

$$= Y^T Y - 2b^T X^T Y + b^T X^T Y$$

$$= Y^T Y - b^T X^T Y$$

$$Y^TY = (Y_1, Y_2, \dots Y_i \dots, Y_n)\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_i \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = Y_1^2 + Y_2^2 + \dots + Y_i^2 + \dots + Y_n^2$$

$$= \sum Y_i^2$$

$$X^TY = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1i} & \dots & X_{1n} \\ X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{2i} & \dots & X_{2n} \\ \vdots & & & & & \\ X_{j1} & X_{j2} & \dots & X_{ji} & \cdots & X_{jn} \\ & & & & & \\ X_{k1} & X_{k2} & \cdots & X_{ki} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_i \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum X_{1i} Y_i \\ \sum X_{2i} Y_i \\ \vdots \\ \sum X_{ji} Y_i \\ \\ \sum X_{ki} Y_i \end{bmatrix}$$

$$b^TX^TY \;\; = (b_1, b_2, \dots, b_n)\begin{bmatrix} \sum X_{1i} Y \\ \sum X_{2i} Y_i \\ \vdots \\ \sum X_{ki} Y_i \end{bmatrix} = b_1 \sum X_{1i} Y + b_2 \sum X_{2i} Y_i + \dots +$$

$$b_k \sum X_{ki} Y_i$$

$$\underline{e}^T\underline{e} = \sum e_i^2 = \sum Y_i^2 - b_1 \sum X_{1i} Y - b_2 \sum X_{2i} Y_i - \cdots - b_k \sum X_{ki} Y_i$$

$$\sum e_i^2 = \sum\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2$$

Perkiraan $var(\underline{b}) = S_b^2 = S_e^2(X^TX)^{-1}$

Apabila $\underline{D} = (X^TX)^{-1}$ dan $S_{bj}^2 = S_e^2 d_{jj}$, dimana d_{jj} = elemen matriks dari baris j dan kolom j terletak pada diagonal pokok,

$$\underline{D} = (X^TX)^{-1} = \underline{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\underline{A})}\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}$$

$$S_{b_1}^{\;2} = S_e^2 d_{11} = \frac{S_e^2}{\det(\underline{A})}(K_{11}) \;,\; S_{b_1} = \sqrt{S_{b_1}^{\;2}}$$

$$S_{b_2}^{\;2} = S_e^2 d_{22} = \frac{S_e^2}{\det(\underline{A})}(K_{22}) \;,\; S_{b_2} = \sqrt{S_{b_2}^{\;2}}$$

$$S_{b_3}^{\;2} = S_e^2 d_{33} = \frac{S_e^2}{\det(\underline{A})}(K_{33}) \;,\; S_{b_3} = \sqrt{S_{b_3}^{\;2}}$$

$S_e\ d_{11}$, $S_e\ d_{22}$, $S_e\ d_{33}$ merupakan kesalahan baku dari penduga b_1, b_2, dan b_3, dan biasanya ditulis dibawah nilai masing-masing penduga tersebut. Makin kecil kesalahan baku penduga, makin baiklah (makin teliti) penduga tersebut. Metode kuadrat terkecil akan memberikan/menghasilkan kesalahan baku yang minimum bagi setiap penduga. Artinya, metode lain tidak akan menghasilkan kesalahan baku yang lebih kecil atau sama, apabila dibandingkan dengan metode kuadrat terkecil, itulah sebabnya penduga pada metode kuadrat terkecil diberi nama BLUE (Best Linier Unbiased Estimator).

2.5.5 Pengujian Hipotesis Koefisien Regresi

Pengujian hipotesis dilakukan untuk menguji hipotesis bahwa koefisien regresi parsial B_j mempunyai nilai B_{j0}, maka hipotesis dirumuskan sebagai berikut :

H_0 : $B_j = B_{j0}$

1. H_a : $B_j < B_{j0}$
2. H_a : $B_j > B_{j0}$
3. H_a : $B_j \neq B_{j0}$

Langkah-langkah dalam melakukan pengujian hipotesis adalah sebagai berikut :

1. Membuat hipotesis

H_0 : $B_j = 0$ (tidak ada pengaruh X_j terhadap Y)

I. H_a : $B_j < 0$ (ada pengaruh negatif X_j terhadap Y)

II. H_a : $B_j > 0$ (ada pengaruh positif X_j terhadap Y)

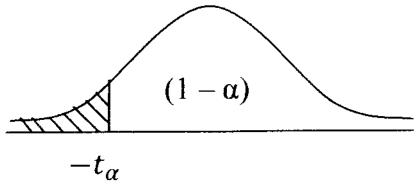
III. H_a : $B_j \neq 0$ (ada pengaruh X_j terhadap Y)

2. Menghitung t_0 sebagai kriteria pengujian.

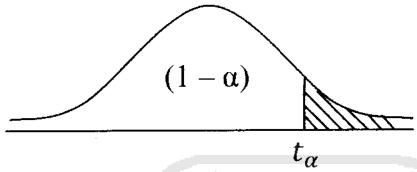
$$t_0 = \frac{b_j - B_{j0}}{S_{bj}}, \qquad df = n - k$$

3. Menentukan tingkat signifikansi α. Dengan melihat tabel t didapat :

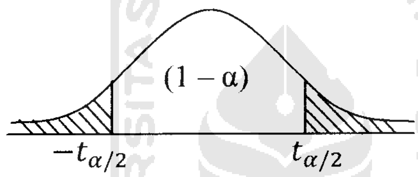
I.



II.



III.



4. Membandingkan nilai t_0 (t_{hit}) dengan nilai t_α atau $t_{\alpha/2}$ (t_{tabel}).

5. Membuat kesimpulan.

   I. Jika $t_0 \leq -t_\alpha$, berdasarkan kurva daerah penerimaan, maka H_0 ditolak dapat disimpulkan bahwa ada pengaruh negatif X_j terhadap Y.

   II. Jika $t_0 > t_\alpha$, berdasarkan kurva daerah penerimaan, maka H_0 ditolak dapat disimpulkan bahwa ada pengaruh positif X_j terhadap Y.

   III. Jika $-t_{\alpha/2} \leq t_0 \leq t_{\alpha/2}$, berdasarkan kurva daerah penerimaan, maka H_0 diterima dan dapat disimpulkan bahwa tidak ada pengaruh X_j terhadap Y.

2.5.6 Koefisien Korelasi

Koefisien korelasi antara X dan Y sering diberi symbol r_{xy} atau r saja.

$$r_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{\sqrt{\sum x_i^2}\sqrt{\sum y_i^2}}, \qquad x_i = X_i - \overline{X}, \qquad y_i = Y_i - \overline{Y}$$

Apabila kita mempunyai 3 variabel Y, X_1, X_2, maka :

$$r_{x_1y} = r_{1y} = \frac{\sum x_{1i} y_i}{\sqrt{\sum x_{1i}^2}\sqrt{\sum y_i^2}}, \qquad x_{1i} = X_{1i} - \overline{X}_1, \qquad y_i = Y_i - \overline{Y}$$

(Koefisien Korelasi antara X_2 dan Y)

$$r_{x_2y} = r_{2y} = \frac{\sum x_{2i} y_i}{\sqrt{\sum x_{2i}^2}\sqrt{\sum y_i^2}}, \qquad x_{2i} = X_{2i} - \overline{X}_2, \qquad y_i = Y_i - \overline{Y}$$

(Koefisien Korelasi antara X_3 dan Y)

$$r_{x_1x_2} = r_{12} = \frac{\sum x_{1i} x_{2i}}{\sqrt{\sum x_{1i}^2}\sqrt{\sum x_{2i}^2}}, \qquad x_{1i} = X_{1i} - \overline{X}_1, \qquad x_{2i} = X_{2i} - \overline{X}_2$$

(Koefisien Korelasi antara X_2 dan X_3)

Koefisien korelasi antara dua variabel sering disebut Koefisien Korelasi Linier Sederhana (KKLS).

Jika kita ingin mengetahui kuatnya hubungan antara variabel Y dengan beberapa variabel X lainnya (misalnya antara Y dengan X_2 dan X_3), maka kita harus menggunakan koefisien korelasi yang disebut Koefisien Korelasi Linier Berganda (KKLB) rumusnya adalah sebagai berikut :

$$\text{KKLB} = R_{y.12} = \frac{r_{1y}^2 + r_{2y}^2 - 2r_{1y}r_{2y}r_{12}}{1 - r_{12}^2}$$

2.5.7 Koefisien Determinasi

Apabila KKLB dikuadratkan, maka akan diperoleh Koefisien Penentuan (KP) (*Coefficient of Determination*), yaitu suatu nilai untuk mengukur besarnya sumbangan (*share*) dari beberapa variabel X terhadap variasi (naik turunnya) Y. Kalau $Y' = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2$. KP mengukur besarnya sumbangan X_1 dan X_2 terhadap variasi, atau naik turunnya Y.

$$KP = R^2_{y.12}$$

Apabila dikalikan dengan 100% akan diperoleh persentase sumbangan X_1 dan X_2 terhadap naik turunnya Y.

2.5.8 Koefisien Korelasi Parsial

Kalau variabel Y berkorelasi dengan X_1 dan X_2, maka koefisien korelasi antara Y dan X_1 (= X_2 konstan) antara Y dan X_2(= X_1 konstan) dan antara X_1 dan X_2 (= Y konstan) disebut Koefisien korelasi Parsial (KKP) dengan rumus sebgai berikut :

$$r_{1y.3} = \frac{r_{1y} - r_{2y}r_{12}}{\sqrt{1 - r^2_{2y}}\sqrt{1 - r^2_{12}}}$$

(Koefisien Korelasi Parsial X_1 dan Y, kalau X_2 konstan)

$$r_{2y.1} = \frac{r_{2y} - r_{1y}r_{12}}{\sqrt{1 - r^2_{1y}}\sqrt{1 - r^2_{12}}}$$

(Koefisien Korelasi Parsial X_2 dan Y, kalau X_1 konstan)

$$r_{12.y} = \frac{r_{12} - r_{1y}r_{2y}}{\sqrt{1 - r^2_{1y}}\sqrt{1 - r^2_{2y}}}$$

(Koefisien Korelasi Parsial X_2 dan X_1, kalau Y konstan)

2.5.9 Pengujian Hipotesis Koefisien Korelasi

Koefisien korelasi sebenarnya dari populasi dilambangkan dengan ρ. Didalam prakteknya, kita tdak mengetahui nilai ρ akan tetapi dapat diestimasi berdasarkan data sampel. Kalau r adalah penduga ρ, maka r dihitung berdasarkan rumus :

$$r_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{\sqrt{\sum x_i^2}\sqrt{\sum y_i^2}}\ ,\ x_i = X_i - \overline{X},\ y_i = Y_i - \overline{Y}.$$

Pengujian hipotesis dilakukan untuk menguji koefisien korelasi r , maka hipotesis dirumuskan sebagai berikut :

H_0 : $\rho = r$

1. H_a : $\rho < r$
2. H_a : $\rho > r$
3. H_a : $\rho \neq r$

Langkah-langkah dalam melakukan pengujian hipotesis adalah sebagai berikut :

1. Membuat hipotesis

   H_0 : $\rho = 0$ (tidak ada hubungan X_j terhadap Y)

   I. H_a : $\rho < 0$ (ada hubungan negatif X_j terhadap Y)

   II. H_a : $\rho > 0$ (ada hubungan positif X_j terhadap Y)

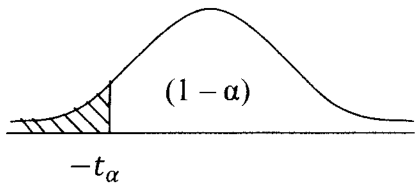
   III. H_a : $\rho \neq 0$ (ada hubungan X_j terhadap Y)

2. Menghitung t_0 sebagai kriteria pengujian.

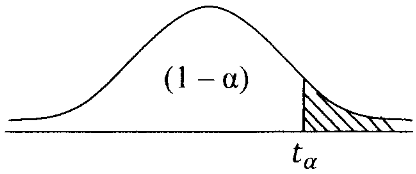
$$t_0 = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}, \qquad df = n - k$$

3. Menentukan tingkat signifikansi α. Dengan melihat tabel t didapat :

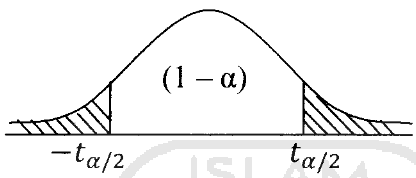
I.



II.



III.



4. Membandingkan nilai t_0 (t_{hit}) dengan nilai t_α atau $t_{\alpha/2}$ (t_{tabel}).

5. Membuat kesimpulan.

   I. Jika $t_0 \leq -t_\alpha$, berdasarkan kurva daerah penerimaan, maka H_0 ditolak dapat disimpulkan bahwa ada hubungan negatif X_j terhadap Y.

   II. Jika $t_0 > t_\alpha$, berdasarkan kurva daerah penerimaan, maka H_0 ditolak dapat disimpulkan bahwa ada hubungan positif X_j terhadap Y.

   III. Jika $-t_{\alpha/2} \leq t_0 \leq t_{\alpha/2}$, berdasarkan kurva daerah penerimaan, maka H_0 diterima dan dapat disimpulkan bahwa tidak ada hubungan X_j terhadap Y.