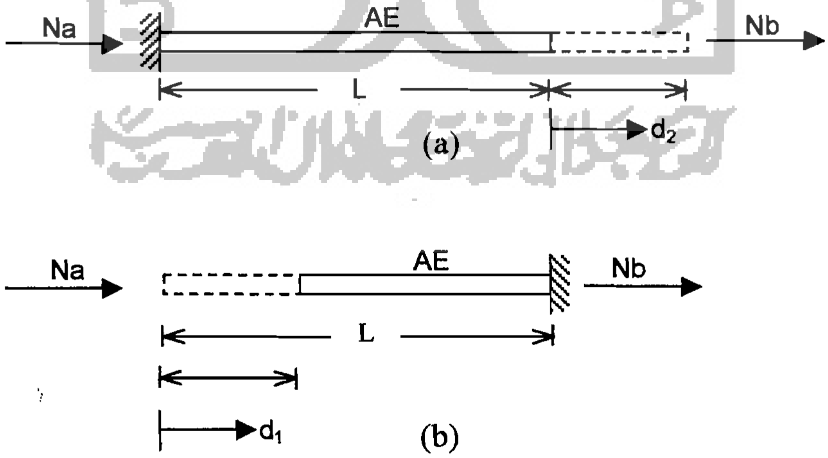
BAB II

LANDASAN TEORI

2.1. Deformasi pada batang

Bila suatu struktur diberi beban, tegangan akan timbul dalam bahannya dan deformasi akan terjadi. Deformasi adalah sembarang perubahan bentuk pada beberapa bagian struktur, sedangkan tegangan menyatakan aksi tersebut yang terjadi secara internal antara elemen-elemen yang berdekatan pada struktur. Deformasi yang terjadi pada batang struktur adalah : deformasi aksial, lentur dan puntir.

2.1.1. Deformasi aksial



Gambar 2.1. Deformasi aksial batang
(Sumber : Holzer, 1985)

Batang pada gambar 2.1 di atas dianggap menerima gaya Na dan Nb di ujung batang. Akibat gaya ini batang akan mengalami deformasi aksial sebesar d_1 atau d_2. Syarat keseimbangan gaya pada gambar 2.1.a adalah seperti persamaan di bawah ini.

$$N_a = -\frac{AE}{L}.\, d_2 \tag{2.1.a}$$

$$N_b = \frac{AE}{L}.\, d_2 \tag{2.1.b}$$

Syarat keseimbangan gaya pada gambar 2.1.b adalah sebagai berikut :

$$N_a = \frac{AE}{L}.\, d_1 \tag{2.2.a}$$

$$N_b = -\frac{AE}{L}.\, d_1 \tag{2.2.b}$$

Jika persamaan (2.1) dan (2.2) digabungkan, maka akan didapatkan persamaan seperti di bawah ini .

$$N_a = \frac{AE}{L}.d_1 - \frac{AE}{L}.d_2 \tag{2.3.a}$$

$$N_b = -\frac{AE}{L}.d_1 + \frac{AE}{L}.d_2 \tag{2.3.b}$$

Persamaan (2.3) dapat ditulis dalam bentuk matrik sabagai berikut :

$$\begin{bmatrix} Na \\ \\ Nb \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\frac{AE}{L} & -\frac{AE}{L} \\ -\frac{AE}{L} & +\frac{AE}{L} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} d_1 \\ \\ d_2 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

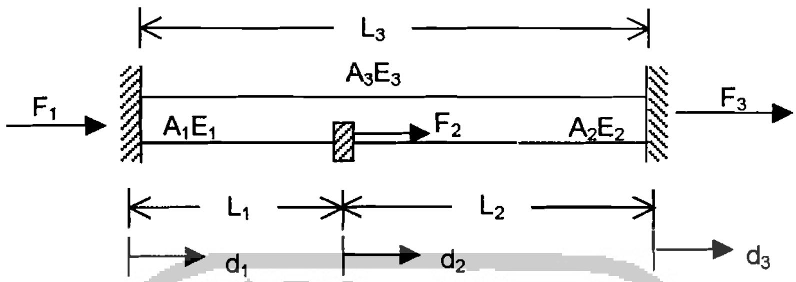
Atau : [N] = [K] . [d] (2.5)

dengan : [N] = Matriks beban luar

[K] = Matriks kekakuan

[d] = Matriks displesmen

Jika batangnya lebih dari satu yang dirangkai dalam satu konstruksi, maka akan kita lihat seperti pada gambar 2.3 di bawah ini :



Gambar 2.2. Gabungan batang

Dari gambar 2.2 di atas dan sesuai dengan persamaan (2.3) dapat diperoleh persamaan sebagai berikut :.

$$F_1 = +\frac{A_1E_1}{l_1}\cdot d_1 - \frac{A_1E_1}{l_1}\cdot d_2 + \frac{A_3E_3}{l_3}\cdot d_1 - \frac{A_3E_3}{l_3}.d_3 \qquad (2.6.a)$$

$$F_2 = -\frac{A_1E_1}{l_1}\cdot d_1 + \frac{A_1F_1}{l_1}\cdot d_2 + \frac{A_2F_2}{l_2}\cdot d_2 - \frac{A_2E_2}{l_2}.d_3 \qquad (2.6.b)$$

$$Fl = -\frac{A_3E_3}{l_3}\cdot d_1 - \frac{A_2E_2}{l_2}\cdot d_2 + \frac{A_2E_2}{l_2}\cdot d_3 + \frac{A_3E_3}{l_3}.d_3 \qquad (2.6.c)$$

Jika $k_1 = \frac{A_1E_1}{L_1}, k_2 = \frac{A_2E_2}{L_2}, \text{dan } k_3 = \frac{A_3E_3}{L_3}$, maka persamaan (2.6) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$F_1 = (k_1 + k_3)d_1 + (-k_1)d_2 + (-k_3)d_3 \qquad (2.7.a)$$

$$F_2 = (-k_1)d_1 + (k_1 + k_2)d_2 + (-k_2)d_3 \qquad (2.7.b)$$

$$F_3 = (-k_3)d_1 + (-k_2)d_2 + (k_2 + k_3)d_3 \qquad (2.7.c)$$

Jika persamaan (2.7) ditulis dalam bentuk matrik akan didapat bentuk seperti di bawah ini.

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_1 & -k_3 \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_3 & -k_2 & k_2+k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

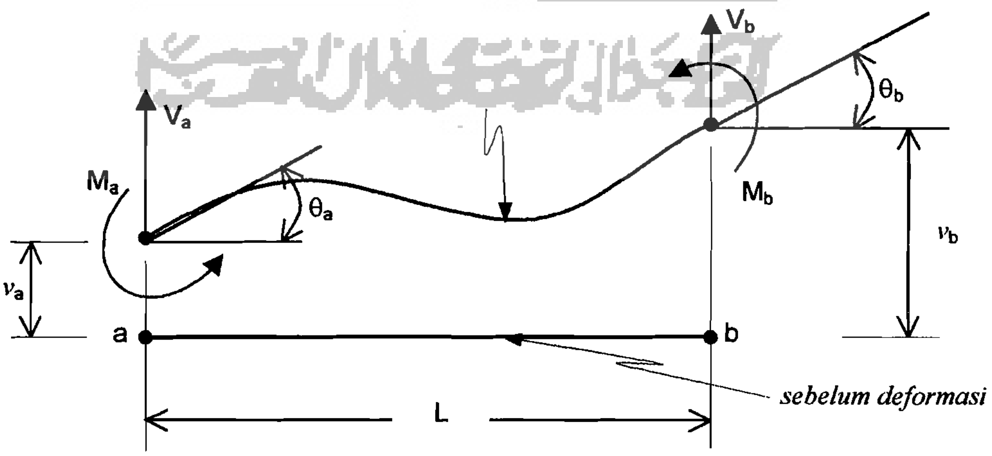
Agar konstruksi seperti gambar 2.3 stabil, harus ada titik yang dikonstrain. Jika titik 1 dikonstrain, sehingga titik 1 tidak dapat bergerak, dengan kata lain $d_1=0$, maka persamaan diatas menjadi :

$$\begin{bmatrix} F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2+k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

Persamaan (2.9) dapat ditulis dalam bentuk :

$$\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2+k_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

2.1.2. Deformasi lentur



Gambar 2.3. Batang lentur

Untuk memperoleh persamaan dasar batang lentur, diturunkan dari persamaan "*Slope deflection*"

$$M_a = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_a + \theta_b - 3\varphi_{ab}\right) \qquad (2.11a.)$$

$$M_b = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_b + \theta_a - 3\varphi_{ab}\right) \qquad (2.11.b)$$

dengan :

$$\varphi_{ab} = \frac{1}{L}\left(y_b - y_a\right) \qquad (2.12)$$

Agar memenuhi syarat keseimbangan, maka :

$$\begin{aligned} V_a &= \frac{1}{L}\left(M_a + M_b\right) \\ Vb &= -\,Va \end{aligned} \qquad (2.13)$$

Dengan mengkombinasikan persamaan (2.11),(2.12) dan (2.13) akan didapat :

$$Va \ = \alpha\left(12ya + 6L\theta a - 12yb + 6L\theta b\right) \qquad (2.14.a)$$

$$Ma = \alpha\left(6Lya + 4L^2\theta a - 6Lyb + 2L^2\theta b\right) \qquad (2.14.b)$$

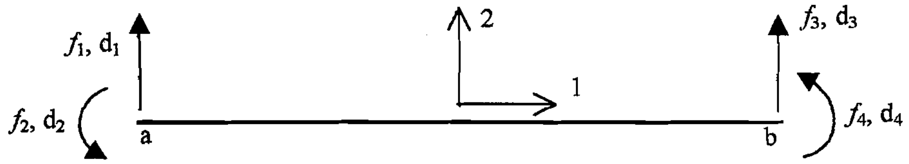
$$Vb \ = \alpha\left(-12ya - 6\theta a + 2yb - 6L\theta b\right) \qquad (2.14.c)$$

$$Mb = \alpha\left(6Lya + 2L^2\theta a - 6Lyb + 4L^2\theta b\right) \qquad (2.14.d)$$

Jika ditulis dalam bentuk matrik :

$$\begin{bmatrix} Va \\ Ma \\ Vb \\ Mb \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ya \\ \theta a \\ yb \\ \theta b \end{bmatrix} \qquad (2.15)$$

Untuk memudahkan proses hitungan dengan metode matriks maka indeks pada persamaan (2.15) diganti dengan nomor urut. Begitu pula dengan notasi yang lain diganti sesuai dengan gambar berikut ini :



Gambar 2.4. Batang lentur (bentuk matrik)

Dengan demikian persamaan (2.15) dapat disusun kembali menjadi :

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

Secara simbolis dapat ditulis sebagai berikut

$$f = k \, . \, d \tag{2.17}$$

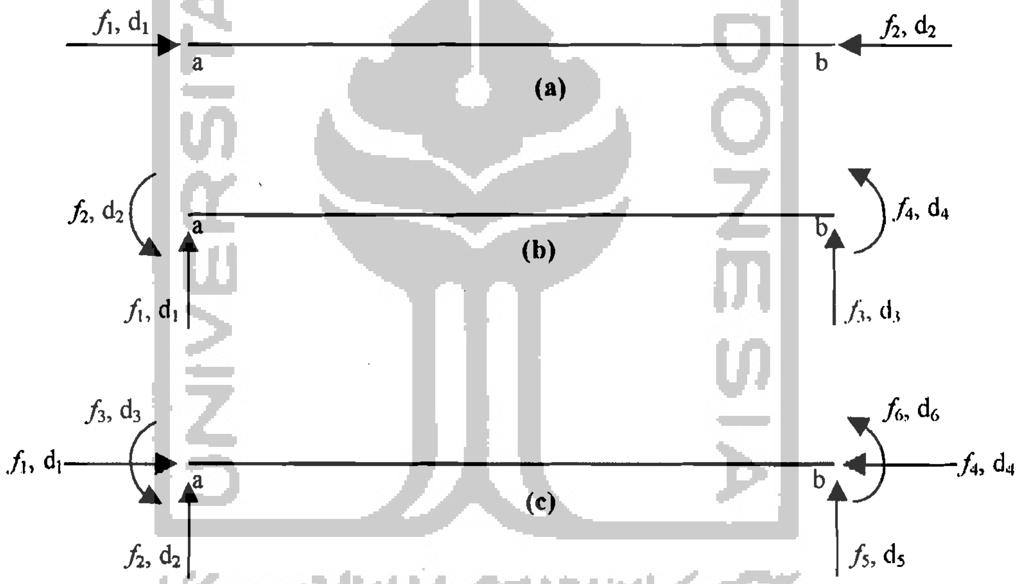
dengan :

$$k = \alpha \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}, \quad \alpha = \frac{EI}{L^3} \tag{2.18}$$

2.1.3. Kombinasi Deformasi Aksial dan Lentur pada Portal

Karena adanya beban luar, pada portal batang akan terjadi deformasi aksial dan deformasi lentur. Karenanya persamaan dasarnya merupakan gabungan antara persamaan dasar batang yang mengalami deformasi aksial dan batang yang berdeformasi lentur.

Untuk lebih jelasnya kedua persamaan dasarnya akan dituliskan kembali seperti di bawah ini :



Gambar 2.5. (a). deformasi aksial
(b). d eformasi letur
(c). kombinasi deformasi aksial dan lentur

Seperti nampak pada gambar 2.5, maka dapat disusun suatu persamaan yang merupakan gabungan persamaan (2.10) dan persamaan (2.29), sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{bmatrix} = \alpha . \begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 & -\beta & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6L & 0 & -12 & 6L \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & -6L & 2L^2 \\ -\beta & 0 & 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 12 & -6L \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} \tag{2.19.a}$$

$$\alpha = \frac{EI}{L^3}, \ \beta = \frac{AL^2}{I} \tag{2.19.b}$$

2.2. MCODE dan JCODE

JCODE (Joint Code) adalah satu set angka yang terdiri atas nomer-nomer derajat kebebasan pada suatu titik. MCODE (Member Code) merupakan nomer-nomer derajat kebebasan ujung-ujung suatu batang. JCODE dan MCODE merupakan notasi bantu yang digunakan untuk mempermudah perhitungan matrik dalam menyusun matrik kekakuan, matrik beban luar dan lainnya.

Gambar 2.6. Derajat Kebebasan (d.o.f)

Dari gambar di atas dapat disusun

JCODE (1) = [0 0 0] artinya Join Code titik 1 nomer derajat kebebasan arah sb x = 0, arah sb y = 0, puntir = 0.

JCODE (2) = [0 0 1]

JCODE (3) = [0 0 2]

JCODE (4) = [0 0 3]

MCODE merupakan gabungan dari dua JCODE ujung-ujung batang

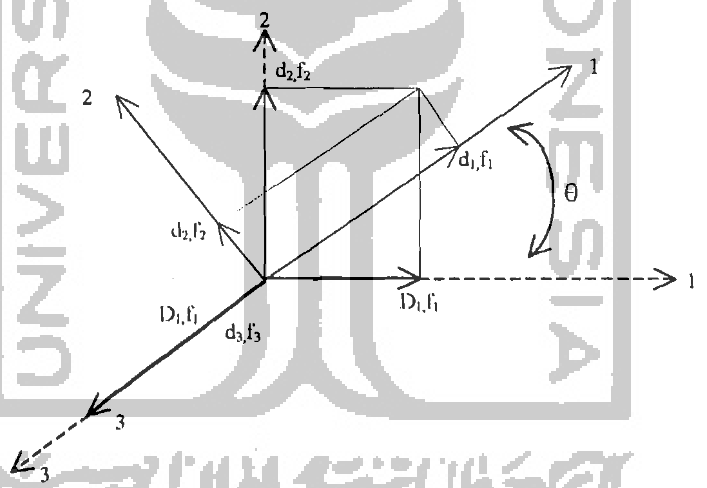
MCODE (1) = [0 0 0 0 0 1] merupakan penggabungan JCODE (1) dan JCODE (2).

MCODE (2) = [0 0 1 0 0 2]

MCODE (3) = [0 0 2 0 0 3]

2.3. Transformasi Koordinat

Pada analisa struktur koordinat lokal batang harus sesuai dengan koordinat global struktur. Agar koordinat lokal dan global sama, diperlukan transformasi koordinat. Untuk lebih jelasnya dapat kita lihat pada gambar 2.7 di bawah ini.



Gambar 2.7. Transformasi Koordinat

Gambar 2.7. menunjukkan sistem koordinat global (sistem koordinat struktur) dengan garis putus-putus, dimana sumbu 1/sumbu x adalah sumbu horizontal dan sumbu 2/sumbu y adalah sumbu vertikal. Sedangkan sistem koordinat lokal ditunjukkan dengan garis penuh, dimana sumbu1/sumbu x diambil sumbu batang dan sumbu 2/sumbu y adalah sumbu tegak lurus batang. Dari gambar 2.8 didapat persamaan-persamaan :

$$d_1 = D_1 \cos\theta + D_2 \sin\theta \tag{2.20.a}$$

$$d_2 = -D_1 \sin\theta + D_2 \cos\theta \tag{2.20.b}$$

$$d_3 = D_3 \tag{2.20.c}$$

dengan :

$$\cos\theta = \frac{\text{X nomer titik besar - X nomer titik kecil}}{L} \tag{2.21.a}$$

$$\sin\ \theta = \frac{\text{Y nomer titik besar - Y nomer titik kecil}}{L} \tag{2.21.b}$$

Persamaan (2.20) dapat ditulis dalam bentuk matrik

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

dengan :

d_1 = Deformasi lokal ujung 1

d_2 = Deformasi lokal ujung 2

D_1 = Deformasi global ujung 1

D_2 = Deformasi global ujung 2

Jika diambil matrik rotasional :

$$\lambda = \begin{bmatrix} c & s & 0 \\ -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ c = \cos\theta,\ s = \sin\theta \tag{2.23}$$

Persaamaan (2.22) dapat ditulis dalam bentuk :

$$[d_a] = [\lambda]\,[D_a] \qquad (2.24)$$

Analog dengan persamaan (2.22) akan dapat diperoleh :

$$\begin{bmatrix} d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} \qquad (2.25)$$

atau : $[d_a] = [\lambda]\,[D_a]$ (2.26)

Dengan menggabungkan persamaan (2.24) dan (2.26) akan diperoleh :

$$\begin{bmatrix} d_a \\ d_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_a \\ D_b \end{bmatrix} \qquad (2.27)$$

atau : $[\,d\,] = [\,\lambda\,]\,[\,D\,]$ (2.28)

Analog dengan persamaan (2.28) dapat disusun persamaan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \end{bmatrix} \qquad (2.29)$$

atau : $[f] = [\lambda]\,[F]$ (2.30)

maka : $[F] = [\lambda]^T\,[f]$ (2.31)

Dari persamaan (2.3) dan (2.31) akan diperoleh :

$$[F] = \lambda^T\,kd \qquad (2.32)$$

Dari persamaan (2.32) dan (2.28) dapat diperoleh :

$$F = \lambda^T\,k\,\lambda\,D \qquad (2.33)$$

2.4. Matriks Kekakuan.

2.4.1. Kekakuan Struktur batang Biasa.

Dari persamaan (2.33) dan (2.17) diperoleh :

$$k = \lambda^T \, k \, \lambda \tag{2.34}$$

sehingga :

$$\begin{aligned} k &= \begin{bmatrix} \lambda^T & 0 \\ 0 & \lambda^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ab} \\ k_{ba} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda^T k_{aa} \lambda & \lambda^T k_{ab} \lambda \\ \lambda^T k_{ba} \lambda & \lambda^T k_{bb} \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ab} \\ k_{ba} & k_{bb} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.35}$$

dengan : $k_{aa} = \lambda^T \, k_{aa} \, \lambda$ (2.36.a)

$k_{ab} = \lambda^T \, k_{ab} \, \lambda$ (2.36.b)

$k_{ba} = \lambda^T \, k_{ba} \, \lambda$ (2.36.c)

$k_{bb} = \lambda^T \, k_{bb} \, \lambda$ (2.36.d)

Nilai-nilai k_{aa}, k_{ab}, k_{ba}, k_{bb} adalah merupakan matriks kekakuan batang pada sistem koordinat lokal, seperti pada persamaan di bawah ini :

$$[k] = \left[\begin{array}{c|c} k_{aa} & k_{ab} \\ \hline k_{ba} & k_{bb} \end{array}\right] = \alpha . \left[\begin{array}{ccc|ccc} \beta & 0 & 0 & -\beta & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6L & 0 & -12 & 6L \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & -6L & 2L^2 \\ \hline -\beta & 0 & 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 12 & -6L \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & -6L & 4L^2 \end{array}\right] \tag{2.37}$$

Sehingga diperoleh :

$$k_{aa} = \alpha.\begin{bmatrix} c & -s & 0 \\ s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6L \\ 0 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c & s & 0 \\ -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \alpha.\begin{bmatrix} \beta c^2 + 12s^2 & cs(\beta - 12) & -6Ls \\ cs(\beta - 12) & \beta s^2 + 12c^2 & 6Lc \\ -6Ls & 6Lc & 4L^2 \end{bmatrix} \qquad (2.38)$$

Dengan cara yang sama dapat diperoleh dan dihitung nilai-nilai k_{ab}, k_{ba}, k_{bb} sehingga akan dapat diperoleh matrik kekakuan batang pada sistem koordinat glonal seperti di bawah ini :

$$[k] = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 & g_4 & -g_1 & -g_2 & g_4 \\ g_2 & g_3 & g_5 & -g_2 & -g_3 & g_5 \\ g_4 & g_5 & g_6 & -g_4 & -g_5 & g_7 \\ -g_1 & -g_2 & -g_4 & g_1 & g_2 & -g_4 \\ -g_2 & -g_3 & -g_5 & g_2 & g_3 & -g_5 \\ g_4 & g_5 & g_7 & -g_4 & -g_5 & g_6 \end{bmatrix} \qquad (2.39)$$

dengan : $g_1 = \alpha.(\beta.c^2 + 12.s^2)$ (2.40.a)

$g_2 = \alpha.cs.(\beta - 12)$ (2.40.b)

$g_3 = \alpha.(\beta.s^2 + 12.c^2)$ (2.40.c)

$g_4 = -\alpha.6L.s$ (2.40.d))

$g_5 = \alpha.6L.c$ (2.40.e)

$g_6 = \alpha.4L^2$ (2.40.f)

$g_7 = \alpha.2L^2$ (2.40.g)

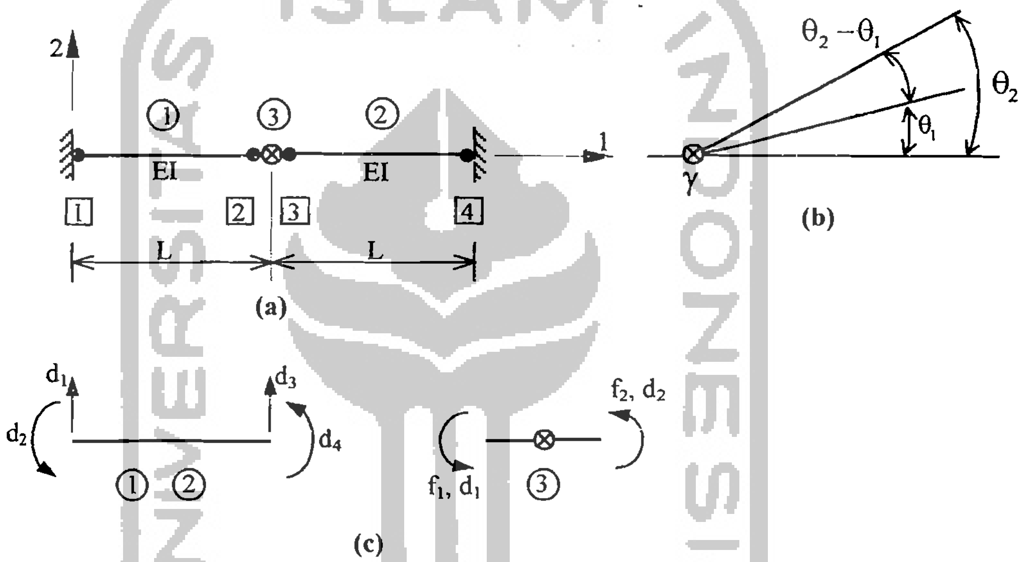
dan : $$\beta = \frac{AL^2}{I} \quad (2.40.h)$$

$$\alpha = \frac{EI}{L^3} \quad (2.40.i)$$

$$c = \cos\theta \quad (2.40.j)$$

$$s = \sin\theta \quad (2.40.k)$$

2.4.2. Kekakuan Struktur batang Spring.



Gambar 2.9. Pertemuan batang biasa dan batang spring
(a). pertemuan batang biasa dan batang spring
(b). rotasional spring
(c). batang biasa dan batang spring.

(*Sumber : Holzer, 1985*)

Jika momen pada sisi kanan dan kiri spring adalah f_1 dan f_2 dan rotasinya adala d_1 dan d_2, maka persaman momennya adalah :

$$f_1 + f_2 = 0, \text{ atau } f_2 = -f_1 \quad (2.41)$$

Rotasi relatif pada sisi kanan ke kiri adalah d_2-d_1, dan momen yang menyebabkan rotasi ini, diperhitungkan dari kanan adalah :

$$f_2 = \gamma.(\theta_2 - \theta_1) \tag{2.42.a}$$

$$f_1 = -f_2 = \gamma.(\theta_1 - \theta_2) \tag{2.42.b}$$

dengan : $\gamma = 4L^2\alpha S$ (2.42.c)

$$\alpha = \frac{EI}{L^3} \tag{2.42.d}$$

S = faktor kekakuan batang Spring

Jika persamaan di atas ditulis dalam bentuk matrik akan diperoleh persamaan seperti di bawah ini :

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \gamma.\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} \tag{2.43}$$

Dalam bentuk lain matrik kekakuan batang Spring dapat diilustrasikan seperti di bawah ini.

$$[k] = \alpha.S.\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4L^2 & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4L^2 & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{2.44}$$

2.4.3. Menyusunan Matrik kekakuan Struktur

Setelah matrik kekakuan batang biasa dan matrik kekakuan batang spring didapatkan, keduanya disusun sesuai dengan MCODE masing-masing batang dengan persamaan di bawah ini.

$$K = \sum_{i=1}^{NE} K^{(1)} = K^{1} + K^{2} + K^{(3)} + \ldots + K^{n} \tag{2.45}$$

2.5. Matrik Beban Luar

Pada tiap-tiap batang berlaku rumus f = k.d, dan pada sistem struktur berlaku rumus.

$$[F] = [K] \cdot [D] \tag{2.46}$$

dengan : [F] = Matriks beban luar

[K] = Matriks kekakuan struktur

[D] = Matriks displesmen titik buhul pada koordinat global

dimana :

$$[F] = [\overline{F}] - [\hat{F}] \tag{2.47}$$

dan :

$[\overline{F}]$ = Matrik beban titik

$[\hat{F}]$ = Matrik gaya-gaya dalam primer (*fixed-end force*)

2.5.1. Beban pada titik buhul

Beban pada titik buhul dihitung dengan urutan sebagai berikut :

1. Matrik beban luar pada masing-masing titik buhul $\overline{F}^i$ disusun kembali dengan indeks sesuai derajat kebebasan pada JCODE, sehingga didapat $\overline{F}^{(i)}$

$$\overline{F}^i \xrightarrow{\text{JCODE}} \overline{F}^{(i)} \tag{2.48}$$

2. Matrik beban luar titik buhul suatu struktur $\overline{F}$ adalah penjumlahan dari beban luar masing-masing titik buhul. $\overline{F}^{(i)}$

$$\overline{F} = \sum_{i=1}^{NJ} \overline{F}^{(i)} \tag{2.49}$$

2.5.2. Gaya Ujung Batang

Gaya-gaya ujung batang/gaya-gaya primer (sering disebut juga momen primer) atau *fixed-end force*, $\hat{F}$,dihitung dengan memperhatikan hal-hal seperti di bawah ini :

1. Tiap batang yang menerima beban pada batang, dihitung vektor *fixed-end force* pada koordinat lokal, f^I, kemudian ditransferkan ke koordinat global $\hat{F}^i$
2. Dengan bantuan MCODE, $\hat{F}^i$ ditransformasikan sesuai dengan nomer derajat kebebasannya, sehingga diperoleh $\hat{F}^{(i)}$

$$\hat{F}^i \xrightarrow{\text{MCODE}} \hat{F}^{(i)} \tag{2.50}$$

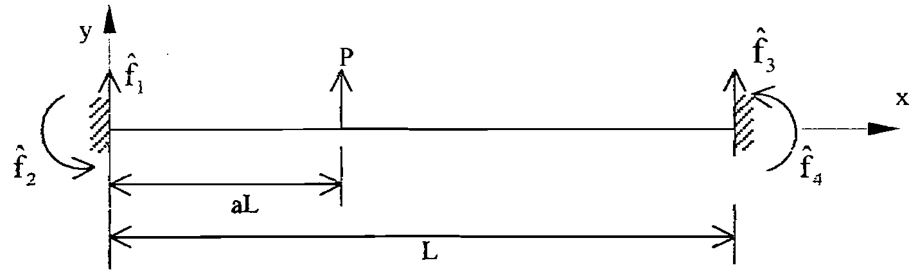
3. *Fixed-end force* untuk semua sistem struktur adalah penjumlahan *fixed-end force* masing-masing batangnya.

$$\hat{F} = \sum_{i=1}^{NE} \hat{F}^{(i)} \tag{2.51}$$

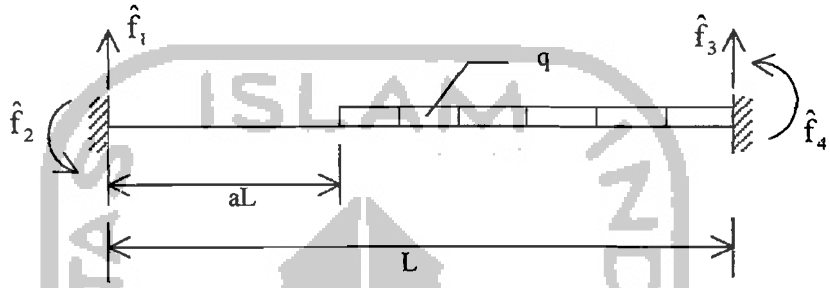
Vektor gaya dalam tiap-tiap batang dapat dihitung dengan rumus di bawah ini. :

$$\bar{f} = f^i + \hat{f}^i \tag{2.52}$$

Rumus-rumus *fixed-end force* yang digunakan akan disajikan di bawah ini



(a)



(b)

Gambar 2.10. *Fixed-end force*
(a). beban terpusat.
(b). beban terbagi merata.

(*Sumber : Holzer,1985*)

Dari gambar2.10(a) di atas , rumus *fixed-end force* yang digunakan untuk beban titik pada batang adalah :

$$\hat{f} = P\begin{bmatrix} -1 - a^2(2a-3) \\ -La(1-a)^2 \\ a^2(2a-3) \\ La^2(1-a) \end{bmatrix} \tag{2.53.a}$$

$$\text{dengan : } a = \frac{x}{L} \tag{2.53.b}$$

Berdasarkan gambar 2.10.(b). rumus *fixed-end force* untuk beban terbagi merata pada batang adalah sebagai berikut :

$$f = p.L \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(1 - a^4 + 2a^3 - 2a \\ -\frac{L}{12}(1 - 3a^4 + 8a^3 - 6a^{2)} \\ -\frac{1}{2}(1 - a^4 - 2a^3) \\ \frac{L}{12}(1 + 3a^4 - 4a^3) \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

2.5.3 Matrik Displesmen

Setelah matrik kekakuan [K] dan matrik gaya luar [F] diperoleh, matrik displesmen seluruh titik buhul sistem struktur [D] bisa dihitung dengan persamaan

$$[D] = [F] \, . \, [K]^{-1} \quad (2.55)$$

2.5.4 Gaya Dalam Batang

Untuk menghitung gaya dalam batang, displesmen masing-masing batang harus diketahui terlebih dahulu. Adapun langkah-langkah untuk menghitung displesmen masing-masing batang adalah sebagai berikut :

1 Dengan bantuan MCODE, matrik displesmen struktur, [D], ditransformasikan sesuai dengan nomer derajat kebebasannya, sehingga diperoleh [D^i]

$$D \xrightarrow{\text{MCODE}} D^i \quad (2.56)$$

2. Matrik displesmen batang pada sistem koordinat global [D^i], dikalikan dengan matrik transformasi [λ] sehingga diperoleh matrik displesmen masing-masing batang pada koordinat lokal [d^i].

$$[\, d^i \,] = [\, \lambda \,] \, [\, D^i \,] \quad (2.57)$$

3. Matrik displesmen masing-masing batang pada koordinat lokal [d^i] digunakan untuk mencari gaya dalam masing-masing batang dengan menggunakan persamaan (2.52), yaitu : $\bar{f} = f^i + \hat{f}^i$

Dengan : $f^i = k^i \,.\, d^i$ (2.58)

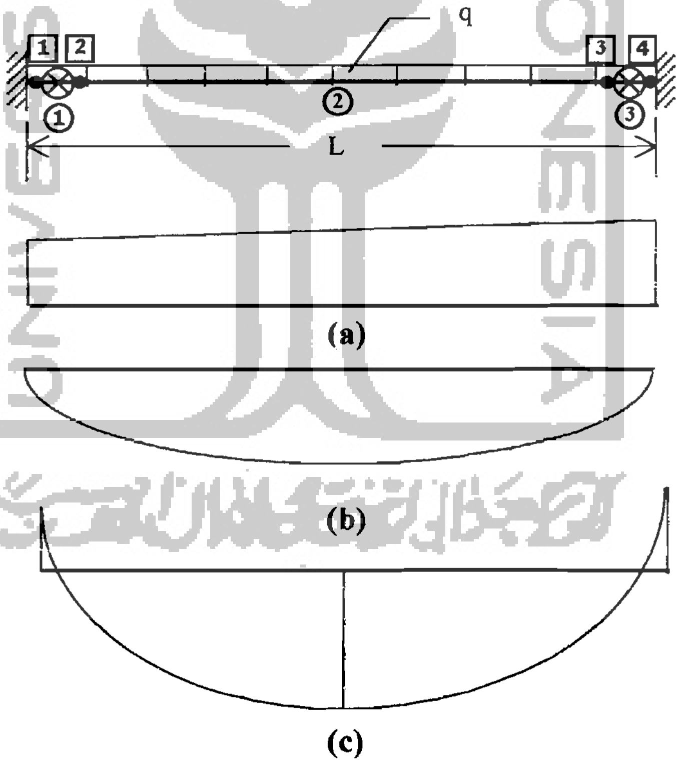
2.5.5 Gaya Pada Titik Buhul

Gaya-gaya titik buhul dihitung dengan mentransformasikan kembali gaya dalam masing-masing batang.

$$P_j = \sum_{i=1}^{NE} \lambda^{iT} f^i \qquad (2.59)$$

2.6. Momen Lapangan

Momen lapangan didapat dengan perhitungan superposisi momen gaya dalam pada ujung-ujung batang dan momen pada bentangan akibat beban luar.



Gambar 2.10. *Bending Moment Diagram*
(a). akibat momen ujung pada gaya batang
(b). akibat beban luar
(c). superposisi dari momen (a) dan (b)