

TUGAS AKHIR
ANALISIS DINAMIS RANGKA BATANG 3 DIMENSI
BERDASARKAN ELEMEN HINGGA



Diselesaikan oleh:

Zainuddin Husainy 91310103

JURUSAN TEKNIK SIPIL
FAKULTAS TEKNIK SIPIL DAN PERENCANAAN
UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA
YOGYAKARTA

1998

LEMBAR PENGESAHAN
TUGAS AKHIR
ANALISIS DINAMIS RANGKA BATANG 3 DIMENSI
BERDASARKAN ELEMEN HINGGA

Nama : Zainuddin Husainy

No. Mhs. : 91310103

NIRM : 910051013114120099

Telah diperiksa dan disetujui oleh:

Ir. H. Moch. Teguh, MSCE
Dosen Pembimbing I



Tanggal: 24 Oktober 1998

Ir. H. Susastrawan, MS
Dosen Pembimbing II



Tanggal: 24 Oktober 1998

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	<i>i</i>
HALAMAN PENGESAHAN	<i>ii</i>
DAFTAR ISI	<i>iii</i>
DAFTAR TABEL	<i>v</i>
DAFTAR GAMBAR	<i>vi</i>
KATA PENGANTAR	<i>vii</i>
INTISARI	<i>ix</i>
BAB I PENDAHULUAN	<i>1</i>
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan	3
1.3 Manfaat	3
1.4 Pendekatan Masalah	3
1.5 Rumusan Masalah	4
1.6 Batasan Masalah	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Metode Elemen Hingga	6
2.2 Analisis Struktur	11
2.2.1 Beban Statis	11
2.2.2 Beban Dinamis	15
BAB III LANDASAN TEORI	25
3.1 Transformasi dan Perakitan Elemen	25
3.2 Analisis Getaran	40
3.3 Pengaruh Redaman	46

3.4 Metode Integrasi Numerik Langsung	51
BAB IV PENERAPAN TEORI PADA PROGRAM	57
4.1 Teknik dan Bahasa Pemrograman	57
4.2 Pembacaan Data Struktur	58
4.3 Prosedur Analisis Struktur	62
4.3.1 Analisis Getaran	62
4.3.2 Integrasi Persamaan Gerakan Struktur	63
4.4 Penulisan Hasil Perhitungan	63
4.5 Diagram Alir Program	66
4.6 Penjelasan Variabel	109
BAB V ANALISIS DAN PEMBAHASAN RESPONS STRUKTUR	114
5.1 Spesifikasi Struktur	114
5.1.1 Beban statis	114
5.1.2 Beban dinamis	122
5.2 Penyelesaian Respons Struktur	126
5.3 Penyajian Respons Struktur	134
BAB VI KESIMPULAN DAN SARAN	139
6.1 Kesimpulan	139
6.2 Saran-saran	141
DAFTAR PUSTAKA	143

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Pengaruh nilai β terhadap persamaan (3.93)	53
Tabel 4.1 Data struktur untuk rangka ruang.	58
Tabel 4.2 Data beban dinamis untuk rangka ruang.	60
Tabel 5.1 Cosinus arah elemen rangka batang ruang pada Gambar 5.1.	115
Tabel 5.2 Produk cosinus arah untuk rangka batang ruang pada Gambar 5.1.	115
Tabel 5.3 Matriks Kekakuan Global Struktur kubah Schwedler.	116
Tabel 5.4 Cosinus arah elemen rangka batang ruang pada Gambar 5.1. menurut hasil perhitungan perangkat lunak Castreet Version 1.1.	117
Tabel 5.5 Produk cosinus arah untuk rangka batang ruang pada Gambar 5.1 menurut hasil perhitungan perangkat lunak Castreet Version 1.1.	118
Tabel 5.6 Matriks Kekakuan Global Struktur kubah Schwedler menurut hasil perhitungan perangkat lunak Castreet Version 1.1.	119
Tabel 5.7 Data struktur rangka batang ruang sembilan elemen.	123
Tabel 5.8 Perbandingan antara respons struktur menurut Castreet Version 1.1 dengan respons struktur yang tercantum pada halaman 278 dari pustaka nomor 9.	137

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Diskritisasi portal tiga elemen. _____	7
Gambar 2.2 Konsep ruang berhingga. _____	8
Gambar 2.3 Konsep kesinambungan (a) berurutan; (b) bersebelahan; (c) kesinambungan. _____	9
Gambar 2.4 Konsep konvergensi atau kelelahan. _____	10
Gambar 2.5 (a) Balok dengan massa terdistribusi; (b) Pendekatan massa terkumpul; (c) Respons statis dan dinamis. _____	13
Gambar 2.6 (a) Analogi mekanis untuk sistem berderajat kebebasan tunggal; (b) diagram free-body sebagian. _____	17
Gambar 2.7 (a) Fungsi gaya harmonis untuk sistem berderajat kebebasan tunggal; (b) diagram free-body sebagian. _____	18
Gambar 2.8 (a) Pengaruh Redaman pada sistem berderajat kebebasan tunggal; (b) Diagram free-body sebagian. _____	20
Gambar 2.9 Fungsi segitiga periodik. _____	21
Gambar 2.10 Fungsi gaya sembarang. _____	23
Gambar 3.1 Perputaran sumbu tiga dimensi. _____	25
Gambar 3.2 Elemen rangka ruang; (a) arah lokal; (b) arah global. _____	31
Gambar 5.1 Struktur kubah Schwedler dengan dua belas elemen. _____	114
Gambar 5.2 Struktur rangka batang ruang dengan sembilan elemen. _____	121

♥ HALAMAN PERSEMBAHAN ♥

Dengan memperhatikan

QS An-Nisaa (4) : 36

*Sembahlah Allah dan janganlah kamu mempersekutukan-Nya dengan sesuatupun. Dan **berbuat baiklah kepada dua orang ibu-bapak**, karib-kerabat, anak-anak yatim, orang-orang miskin, tetangga yang dekat dan tetangga yang jauh, teman sejawat, ibnu sabil dan hamba sahayamu. Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang sombong dan membangga-banggakan diri,*

QS Ibrahim (14) : 41

*"Ya Tuhan kami, **beri ampunlah aku dan kedua ibu bapakku** dan sekalian orang-orang mu'min pada hari terjadinya hisab (hari Kiamat)".*

QS Al-Israa (17) : 23

*Dan Tuhanmu telah memerintahkan supaya kamu jangan menyembah selain Dia dan **hendaklah kamu berbuat baik pada ibu bapakmu**. Jika salah seorang di antara keduanya atau kedua-duanya sampai berumur lanjut dalam pemeliharaanmu, maka sekali-kali janganlah kamu mengatakan kepada keduanya perkataan "ah" dan janganlah kamu membentak mereka dan ucapkanlah kepada mereka perkataan yang mulia.*

QS Luqman (31) : 14

*Dan Kami perintahkan kepada manusia (**berbuat baik**) kepada dua orang ibu **bapaknya**; ibunya telah mengandungnya dalam keadaan lemah yang bertambah-tambah, dan menyapihnya dalam dua tahun. **Bersyukurlah kepada-Ku dan kepada dua orang ibu bapakmu**, hanya kepada-Kulah kembalimu.*

maka Tugas Akhir ini saya peruntukkan bagi.....

Ibuku *Siti Ramlah* dan Bapakku *Nadjimuddin Djibril*

kedua orang tuaku yang telah memberikan sebesar-besarnya
doa dan dorongan sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan...

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Wr. Wb.

Alhamdulillahirabbil'alamin, Segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan kekuatan dan kemampuan kepada kami sehingga kami dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Tugas Akhir ini merupakan salah satu syarat yang harus dipenuhi untuk menggapai gelar kesarjanaan pada Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Sipil dan Perencanaan Universitas Islam Indonesia.

Tugas Akhir ini membahas tentang analisis struktur secara dinamis dengan *Newmak' Generalized Acceleration Method*. Pembahasan ditekankan pada penggunaan metode ini dalam menganalisis respons struktur terhadap pembebanan yang diderita struktur.

Kami menyadari sepenuhnya bahwa Tugas Akhir ini masih mengandung kelemahan baik dari segi format penulisan, teknik penyampaian maupun materi tulisan. Oleh karena itu penulis sangat mengharapkan masukan baik berupa saran maupun kritik untuk kesempurnaan penulisan di masa yang akan datang.

Tidak lupa kami menyampaikan terima kasih yang sedalam-dalamnya kepada:

1. Bapak Ir. Widodo, PhD; selaku Dekan Fakultas Teknik Sipil dan Perencanaan Universitas Islam Indonesia.

2. Bapak Ir. H. Tadjuddin BMA; selaku Ketua Jurusan Teknik Sipil FTSP Universitas Islam Indonesia.
3. Bapak Ir. H. Moch. Teguh, MSCE; selaku Dosen Pembimbing I Tugas Akhir.
4. Bapak Ir. H. Susastrawan, MS; selaku Dosen Pembimbing II Tugas Akhir.
5. Keluarga Bapak (Alm) Drs. Sofingi Hadinoto; khususnya Dik Eva yang banyak memberikan dorongan dan semangat dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
6. Adik-adikku Ocik, Lukman, Fauziah.
7. Teman-teman Bientya Diwana, Jl. Welang 70 A, Zunan, Yunan, dan teman-teman lain yang tidak dapat kami sebutkan satu per satu di sini.

Besar harapan penulis semoga Tugas Akhir ini dapat menambah kepustakaan Teknik Sipil khususnya dan khazanah ilmu pengetahuan pada umumnya serta lebih jauh dapat memberikan manfaat bagi penulis dan para pembaca.

Wabillahaufik wal hidayah,

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Yogyakarta, 2 Oktober 1998

INTISARI

Struktur berderajat kebebasan banyak dengan beban dinamis dan beragam lebih beresiko terkena pengaruh yang dapat merugikan struktur. Untuk persoalan struktur dinamis, dikenal beberapa metode yang telah dikembangkan selama beberapa waktu. Berdasarkan kajian yang dilakukan oleh Weaver, ditemukan bahwa metode yang paling stabil adalah *Newmak's Generalized Acceleration Method* atau dikenal juga sebagai metode Newmark - β . Metode ini memiliki dua varian yaitu varian Hilber- α dan Wilson- θ . Dari kedua varian ini, yang paling stabil adalah varian Hilber- α . Dalam Tugas Akhir ini *Newmak's Generalized Acceleration Method* diterapkan dalam analisis struktur rangka batang 3 dimensi. Parameter integrasi yang digunakan adalah $\alpha = -0.1$, $\beta = 0.3025$, dan $\gamma = 0.6$ sebagaimana disarankan oleh Weaver. Analisis dilakukan terhadap struktur rangka batang dengan beban statis dan struktur rangka batang dengan beban dinamis. Hasil perhitungan yang merupakan respons struktur ditampilkan dalam bentuk angka maupun grafik. Untuk tahap perhitungan selanjutnya, respons ini digunakan untuk mencari nilai paling aman bagi struktur.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu permasalahan yang seringkali timbul dalam perencanaan struktur adalah ketahanan atau kemampuan struktur menahan gaya, momen, anjakan, dan akibat lain yang merugikan struktur. Kejadian alam berupa gempa bumi, gaya angin, salju dan faktor alam lain yang kurang diperhitungkan secara matang dalam analisis struktur berakibat struktur tidak mampu menahan beban dengan baik atau paling tidak mengurangi umur rencana struktur tersebut.

Prosedur analisis klasik yang telah dikenal seringkali tidak dapat secara efisien diterapkan dalam perencanaan dan perancangan untuk struktur yang terkena beban dinamis dan atau struktur berderajat kebebasan banyak. Metode-metode seperti Metode Cross, Takabeya, Kani, Clapeyron dan lain-lain membutuhkan lebih banyak persamaan yang harus diselesaikan untuk menganalisis satu elemen struktur, sehingga metode klasik memerlukan prosedur lebih rumit, memori lebih besar dan waktu lebih lama daripada metode yang akan dibahas pada bagian selanjutnya dari tulisan ini. Selain itu jika metode klasik ini digunakan untuk perencanaan struktur dengan beban dinamis memerlukan

penyesuaian-penyesuaian yang relatif lebih banyak, biaya yang dikeluarkan lebih besar sehingga tidak efisien.

Seiring dengan perkembangan kemampuan dalam analisis struktur, dirasakan perlu pengetahuan yang lebih luas dan mendalam tentang respons struktur terhadap berbagai beban yang harus diterima guna ketahanan yang lebih baik tanpa mengorbankan faktor lain. Penerapan teknik analisis yang lebih baik sangat berarti terutama dalam menganalisis struktur dengan jumlah derajat kebebasan banyak dan berhubungan langsung dengan jumlah elemen struktur yang dapat dihitung secara serentak. Semakin efisien penggunaan memori komputer, maka semakin banyak derajat kebebasan yang mampu dihitung dalam sebuah analisis.

Struktur dengan jumlah derajat kebebasan banyak, beban beragam dan dinamis memerlukan perhitungan yang lebih rumit dan detail dibandingkan dengan struktur berderajat kebebasan sedikit dengan beban statis. Analisis dinamis memperhitungkan sumbangan-sumbangan yang diberikan oleh seluruh beban yang bekerja, dari awal sampai akhir rentang waktu analisis, sehingga dapat diketahui respons untuk masing-masing elemen struktur berupa anjakan maksimal dan minimal, gaya maksimal dan minimal, serta waktu terjadinya. Dengan demikian analisis dinamis lebih dapat memberikan jaminan keamanan dan kekuatan jika dibandingkan dengan analisis statis.

1.2 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dari Tugas Akhir ini adalah agar analisis dinamis struktur rangka ruang dapat dilakukan dengan lebih mudah, cepat, teliti, dan murah.

1.3 Manfaat

Secara umum, penulisan Tugas Akhir ini diharapkan dapat memberikan manfaat tentang perilaku struktur terhadap adanya pengaruh dinamis yang bekerja pada sebuah struktur.

Secara lebih khusus manfaat yang diharapkan dari Tugas Akhir ini adalah dapat menjadi salah satu alternatif untuk mempermudah, mempercepat, dan menghemat biaya dalam penyelesaian masalah dinamis struktur rangka ruang.

1.4 Pendekatan Masalah

Kebutuhan struktur rangka ruang untuk beragam keperluan semakin besar dewasa ini, sementara permasalahan penting yang harus diperhatikan adalah kekuatan dan umur rencana struktur tersebut. Faktor kekuatan dan umur rencana struktur harus diperhitungkan secara cermat untuk mendapatkan struktur rangka ruang yang memenuhi standard. Analisis harus dilakukan dengan metode yang sesuai dan tepat sehingga memenuhi persyaratan menurut standard yang berlaku.

1.5 Rumusan Masalah

Untuk menghemat waktu, biaya, tenaga serta memperoleh ketelitian yang lebih baik diperlukan perangkat lunak yang teruji untuk menyelesaikan analisis dinamis struktur rangka ruang. Oleh karena itu kebutuhan akan perangkat lunak untuk analisis dinamis ini sangat mendesak.

1.6 Batasan Masalah

Untuk kemudahan dalam analisis dinamis struktur yang akan dijelaskan pada bagian selanjutnya dari Tugas Akhir ini, perlu kiranya diberikan batasan-batasan agar permasalahan tidak melebar hingga menjadi tidak jelas. Berikut ini adalah syarat batas yang harus diperhatikan guna kesamaan pemahaman dalam mempelajari dan menerapkan analisis ini.

1. Struktur bersifat linier elastis, yaitu struktur hanya dianalisis sampai batas elastis saja, analisis plastis di luar pembahasan dalam Tugas Akhir ini,
2. elemen rangka prismatis, yaitu elemen mempunyai ukuran penampang yang sama sepanjang bentang,
3. beban yang bekerja berupa beban gempa, anjakan awal, kecepatan awal, beban titik buhul, beban elemen yaitu beban terbagi rata, beban terpusat, momen,
4. jumlah derajat kebebasan, elemen rangka, dan sebagainya yang berbilangan bulat harus ≤ 32767 , atau sebanyak memori komputer yang masih tersedia selama proses perhitungan berlangsung,

4. jumlah derajat kebebasan, elemen rangka, dan sebagainya yang berbilangan bulat harus ≤ 32768 , atau sebanyak memori komputer yang masih tersedia selama proses perhitungan berlangsung,
5. satuan yang digunakan harus sama dan tidak bercampur antara satuan US dan satuan SI. Penggunaan satuan yang tidak sama dapat menyebabkan kesalahan dalam perhitungan mengingat prosedur hanya menganggap satuan yang digunakan adalah sama,
6. pola data masukan masih dalam bentuk berurutan, mengingat pola data masukan secara *generated* sebagaimana dalam program *SAP90*, *ETABS*, *SAFE*, *SANS89*, dan lain-lain membutuhkan algoritma yang lebih rumit sehingga pada versi ini tidak digunakan,
7. bahasa pemrograman yang digunakan adalah *Microsoft Visual Basic Version 3.0 for Windows*,
8. hasil analisis dinamis berupa:
 - a. Frekuensi sudut struktur, nilai eigen, vektor eigen yang jika dinormalkan akan memberikan *mode shape* yang diinginkan, hasil ini diperoleh dari prosedur dalam Analisis Getaran,
 - b. Anjakan Maksimal dan Minimal beserta Waktu terjadinya, diperoleh dari Riwayat Waktu Anjakan (*Displacement Time History*),
 - c. Gaya Maksimal dan Minimal beserta Waktu terjadinya, diperoleh dari Riwayat Waktu Gaya Batang (*Member Force Time History*).

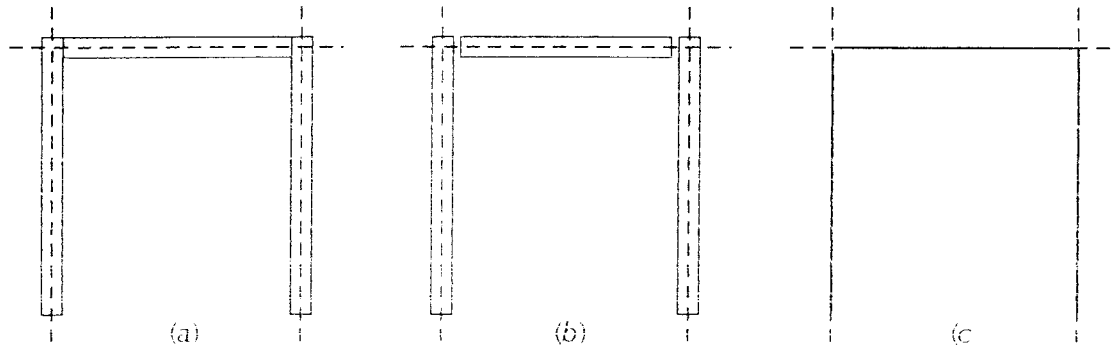
BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Metode Elemen Hingga

Metode Elemen Hingga semula diusulkan dan dikembangkan oleh ahli matematika dan fisika. Dalam perkembangan selanjutnya metode elemen hingga dikembangkan oleh insinyur teknik sipil. Tidak dipungkiri bahwa metode ini telah begitu banyak membantu dalam menganalisis berbagai masalah yang ada dalam kehidupan sehari-hari, tidak terbatas hanya pada masalah rekayasa, tetapi juga pada masalah lain. Konsep mendasar dari metode elemen hingga ini adalah prinsip diskritisasi yaitu membagi suatu benda menjadi benda-benda yang berukuran lebih kecil agar lebih mudah pengelolaannya. Hal ini timbul dari keterbatasan manusia yaitu ketidakmampuan memahami benda-benda di alam semesta dalam bentuk keseluruhan atau utuh. Singkatnya, manusia mendiskritisasikan ruang di sekeliling ke dalam bagian-bagian kecil, dan hasil rakitan dari bagian-bagian kecil ini diwujudkan sehingga merupakan tiruan dari ruang atau benda yang didiskritisasikan tersebut.

Berikut ini diberikan contoh masalah portal yang diidealisasikan berdasarkan prinsip metode elemen hingga yang didiskritisasikan menjadi tiga elemen.

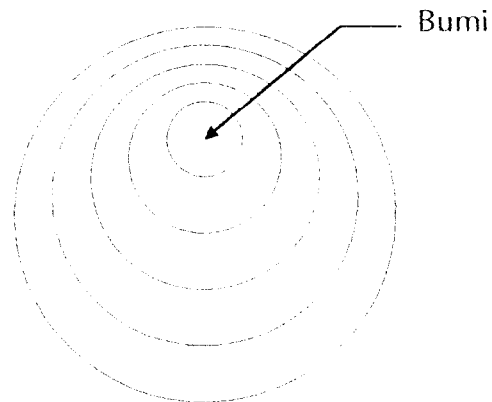


Gambar 2.1 Diskritisasi portal tiga elemen.

Selain contoh di atas, masih banyak contoh lain yang dapat ditemui dalam kehidupan manusia sehari-hari.

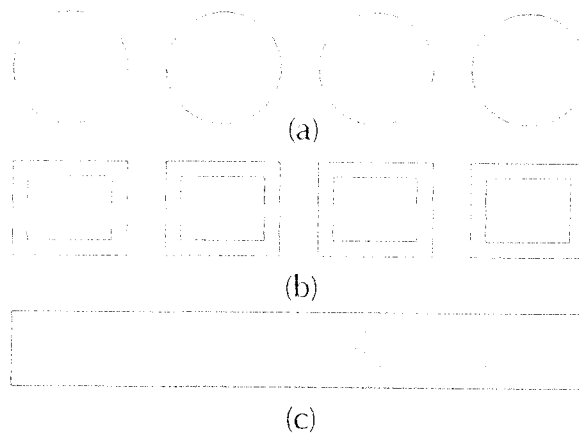
Proses diskritisasi berarti perpendekan dari suatu kenyataan dan kesinambungan. Dalam pengolahan pola diskritisasi dikenal beberapa istilah, antara lain (Desai, 1979):

1. Keberhinggaan : menurut Zeno, ruang adalah berhingga dan dapat dibagi menjadi tidak berhingga dan supaya benda-benda itu ada, benda-benda itu harus mempunyai besaran tertentu. Gambar 2.2 memperlihatkan konsep ruang berhingga. Jika bumi terletak dalam ruang, lalu ruang itu terletak dalam apa?



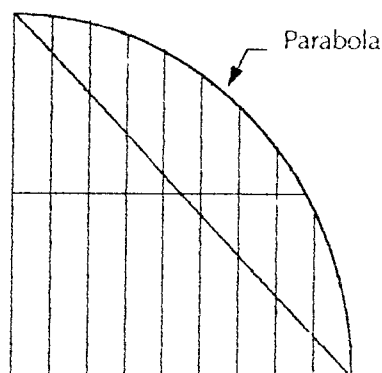
Gambar 2.2 Konsep ruang berhingga.

2. Kesenambungan : Aristoteles mengatakan bahwa suatu besaran yang berkesinambungan terdiri dari elemen-elemen yang dapat dibagi. Misalnya terdapat titik-titik lain di antara dua titik sembarang pada suatu garis, dan ada saat yang lain di antara dua saat dalam suatu periode waktu. Dengan demikian ruang dan waktu adalah berkesinambungan dan dapat dibagi menjadi tidak berhingga. Ide-ide keberhinggaan, pembagian, dan kesinambungan memungkinkan kita untuk membagi benda-benda kontinu menjadi komponen, satuan, atau elemen lebih kecil sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Konsep kesinambungan (a) berurutan; (b) bersebelahan;
(c) kesinambungan.

3. Konvergensi : proses berurutan yang bergerak menuju ke jawaban pasti atau benar. Ide ini serupa dengan apa yang disebut Eudoxus dan Archimedes sebagai metode kelelahan (*method of exhaustion*). Konsep ini digunakan untuk mencari luas yang dibatasi oleh kurva-kurva, ruang yang tersedia diisi dengan bentuk-bentuk yang lebih sederhana dengan luasan dapat dengan mudah dihitung. Luas parabola seperti pada Gambar 2.4 dapat dihitung dengan memakai konsep ini. Archimedes menggambar rangkaian tak berhingga dari segitiga-segitiga kecil sampai diperoleh jawaban yang paling mendekati kebenaran. Di sini terlihat bahwa pencapaian konvergensi dengan cara numerik sangatlah melelahkan.



Gambar 2.4 Konsep konvergensi atau kelelahan.

4. Batas-batas : pendekatan terhadap jawaban yang diinginkan seringkali dilakukan dari sebelah dalam atau sebelah luar, sebelah atas atau sebelah bawah. Sebagai contoh dapat dilihat dari pendekatan luas sebuah lingkaran yang didekati dari sebelah luar lingkaran atau sebelah dalam lingkaran dengan menggambarkan garis-garis yang membentuk segi banyak. Hasil yang diperoleh dengan cara pendekatan dari dalam memberikan hasil di bawah luas eksaknya dan sebaliknya hasil yang diperoleh dari luar memberikan hasil di atas luas eksaknya. Hasil pertama disebut batas bawah, dan hasil kedua disebut batas atas.

5. Kesalahan : harus dipahami bahwa diskritisasi hanyalah memberikan hasil pendekatan. Besar perbedaan jawaban antara hasil dengan jawaban eksak disebut kesalahan. Contoh kesalahan ini adalah perbedaan luas sebuah lingkaran yang didekati dari sebelah dalam (l) terhadap luas eksak lingkaran tersebut (L). Kesalahan yang terjadi dapat dinyatakan sebagai $L-l=\varepsilon$, dengan L = luas eksak, l = luas pendekatan, ε = kesalahan.

2.2 Analisis Struktur

2.2.1 Beban Statis

Persoalan dunia rekayasa tidak dapat dilepaskan dari persoalan analisis struktur, baik itu rekayasa mesin, rekayasa kendaraan, rekayasa pesawat, rekayasa perkapalan, dan lain-lain. Usaha untuk menganalisis struktur telah dilakukan sejak lama bahkan sebelum mesin hitung semacam kalkulator digital ditemukan. Sesuai dengan waktu yang terlewati dalam usaha ini, kemajuan yang dicapai telah cukup pesat. Berbagai metode telah ditemukan dan disempurnakan. Konsep-konsep lama dikembangkan dan disesuaikan dengan kemajuan dan ketersediaan mesin penghitung (komputer).

Kemajuan dalam analisis struktur ditandai dengan perkembangan kemampuan untuk memperhitungkan gaya-gaya atau pengaruh-pengaruh dinamis dari luar struktur seperti gaya angin, gaya gempa, dan sebagainya. Sebagai akibat pengaruh ini, struktur selalu memberikan respons dalam rangka mempertahankan kestabilan yang ada. Respons ini dapat berupa perubahan percepatan, kecepatan, anjakan dan lain-lain.

Metode analisis struktur klasik yang telah dikenal seringkali tidak praktis dalam menjawab tuntutan analisis dinamis. Berdasarkan kenyataan ini, dikembangkanlah suatu metode analisis yang diharapkan dapat menjawab permasalahan di atas, yang tidak lain adalah elemen hingga.

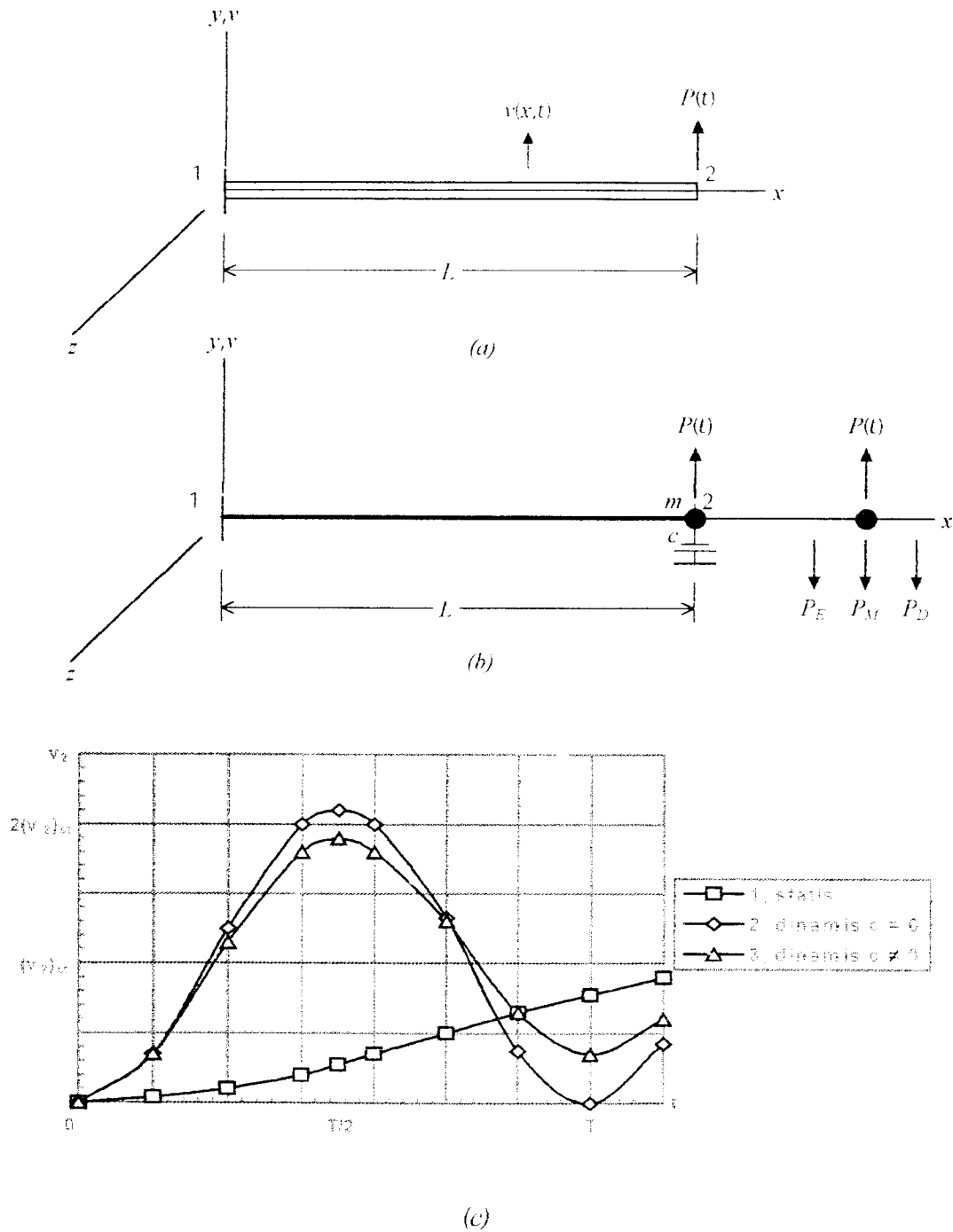
Metode elemen hingga ini tetap mengacu dan sesuai dengan prinsip-prinsip teori analisis struktur klasik, hanya saja metode ini juga menerapkan prinsip-prinsip aljabar matriks yang kemudian diwujudkan dalam program komputer untuk kemudahan dalam penggunaan yang lebih luas, mengingat cara ini cukup melelahkan dan menyita waktu jika dilakukan secara manual. Walaupun demikian ketepatan dan ketelitian yang dihasilkan oleh metode ini dapat dipertanggungjawabkan.

Gambar 2.5 memberikan gambaran mengenai perbedaan antara analisis struktur statis dan analisis struktur dinamis. Balok ini dikenai beban terpusat $P(t)$ pada arah Y di ujuang bebas (titik 2).

Jika beban pada Gambar 2.5(a) diterapkan secara perlahan, anjakan tetap pada titik 2 diberikan oleh

$$(v_2)_{st} = \frac{PL^3}{3EI} \quad (2.1)$$

dengan EI adalah kekakuan lentur penampang balok. Kurva respons pada Gambar 2.5(c) dengan angka 1 menunjukkan dengan penerapan secara perlahan, beban tersebut menghasilkan nilai asimptotis dari $(v_2)_{st}$. Anjakan $v(x)$ pada titik sembarang sepanjang bentang adalah merupakan fungsi dari x saja.



Gambar 2.5 (a) Balok dengan massa terdistribusi; (b) Pendekatan massa terkumpul; (c) Respons statis dan dinamis.

Jika beban pada Gambar 2.5(a) diterapkan secara tiba-tiba, balok tidak hanya akan beranjak, tetapi juga mengalami percepatan pada setiap titik sepanjang bentangan. Dengan demikian, anjakan $v(x,t)$ merupakan fungsi dari ruang (x) dan waktu (t).

Diskritisasi dari Gambar 2.5(a) diberikan pada Gambar 2.5(b). Pada titik 2 terlihat massa terpusat m , mewakili beberapa massa terdistribusi pada balok. Juga terlihat pada titik 2 redaman hipotesis yang menghasilkan gaya disipatif dalam hubungannya terhadap kecepatan. Ketiga gaya pada gambar dengan arah berlawanan dengan beban $P(t)$ adalah gaya elastis,

$$P_I = kv_2(t) = \frac{3EI}{L^3}v_2(t) \quad (2.2)$$

gaya inersia,

$$P_M = m\ddot{v}_2(t) \quad (2.3)$$

dan gaya disipatif,

$$P_D = c\dot{v}_2(t) \quad (2.4)$$

dengan c adalah konstanta redaman. Dari prinsip D'Alembert diketahui

$$P(t) - P_I - P_M - P_D = 0 \quad (2.5)$$

yang menyatakan keseimbangan dinamis dari massa m . Jika persamaan (2.2), (2.3), dan (2.4) dimasukkan ke dalam persamaan (2.5) dengan penataan ulang, maka diperoleh

$$m\ddot{v}_2 + c\dot{v}_2 + kv_2 = P(t) \quad (2.6)$$

Penyelesaian persamaan diferensial gerakan ini menghasilkan respons pada Gambar 2.5(c) yang ditandai dengan kurva 2 dan 3. Kurva 2 adalah respons jika konstanta redaman $c = 0$, dan kurva 3 adalah respons jika konstanta redaman $c \neq 0$.

2.2.2 Beban Dinamis

Berbagai pengaruh baik alami maupun buatan manusia menyebabkan respons dinamis terhadap struktur. Jenis pengaruh yang paling umum adalah kondisi awal, aksi terapan, dan gerakan dukungan. Pengaruh-pengaruh ini memberikan akibat yang berbeda-beda terhadap respons struktur.

Untuk mempelajari struktur berderajat kebebasan banyak, perlu dipahami terlebih dahulu struktur berderajat kebebasan tunggal, mengingat terdapat persamaan prinsip pada keduanya. Struktur kedua merupakan pengembangan dari struktur pertama. Topik untuk struktur berderajat kebebasan tunggal terdiri dari gerakan harmonis bebas dan gerakan harmonis terpaksa dengan dan tanpa redaman, respons terhadap beban sembarang bergantung waktu atau gerak dukungan, dan respons spektra untuk beban dinamis.

Berikut ini diuraikan pengaruh dinamis yang sering diterapkan pada struktur.

1. Getaran bebas tak teredam

Gambar 2.6(a) menunjukkan analogi mekanis untuk sistem berbeberapa kebebasan tunggal. Massa m dan konstanta pegas k ditentukan dari sifat elastis struktur, dan simbol $u(t)$ menandakan koordinat anjakan tunggal. Juga terlihat pada Gambar 2.6(b) percepatan $\ddot{u}(t)$, yang merupakan turunan kedua dari $u(t)$ terhadap waktu ($\ddot{u}(t) = d^2u/dt^2$). Jika anjakan berupa perputaran, maka m , k , dan u dapat diganti dengan I_r , k_r , dan $\delta\theta$ (sudut perputaran kecil).

Dari diagram *free-body* sebagian pada Gambar 2.6(b), dapat dilihat

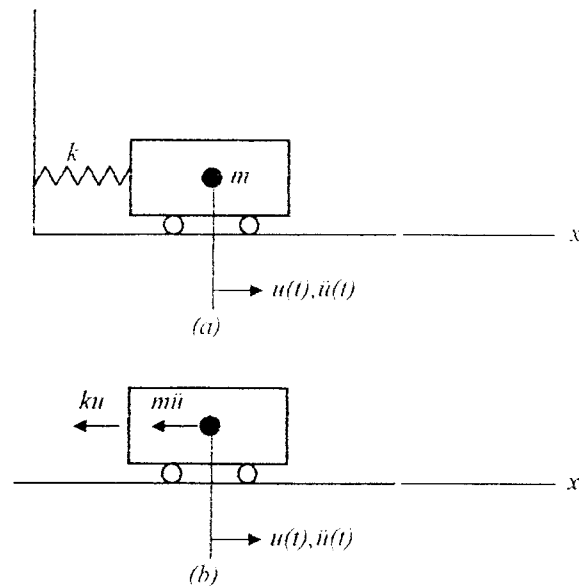
$$-ku - m\ddot{u} = 0 \quad (2.7)$$

yang merupakan terapan dari prinsip D'Alembert untuk keseimbangan dinamis.

Dengan menata ulang persamaan (2.7), diperoleh

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad (2.8)$$

yang berbentuk persamaan diferensial berorde 2.



Gambar 2.6 (a) Analogi mekanis untuk sistem berderajat kebebasan tunggal;
(b) diagram *free-body* sebagian.

2. Fungsi gaya harmonis

Satu fungsi gaya yang penting adalah fungsi harmonis sederhana $P \sin \Omega t$ (atau $P \cos \Omega t$), dengan Ω adalah frekuensi sudut dari fungsi tersebut. Fungsi $P \sin \Omega t$ dapat dilihat pada Gambar 2.7, diterapkan pada sistem berderajat kebebasan tunggal tak teredam. Dari Gambar 2.7 dapat diperoleh persamaan diferensial gerakan, yaitu

$$m\ddot{u} + ku = P \sin \Omega t \quad (2.9)$$

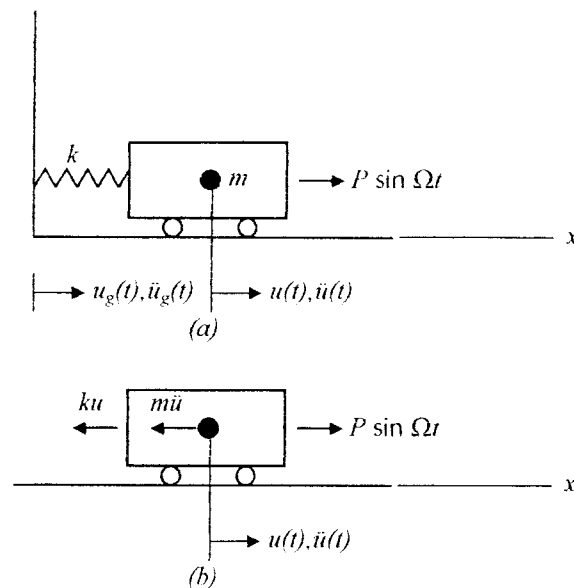
Untuk penyederhanaan, persamaan (2.9) dibagi dengan m sehingga diperoleh

$$\ddot{u} + \omega^2 u = p_m \sin \Omega t \quad (2.10)$$

dengan:

$$\rho_m = \frac{P}{m} \quad (2.11)$$

ρ_m mewakili gaya per satuan massa.



Gambar 2.7 (a) Fungsi gaya harmonis untuk sistem berberajat kebebasan tunggal; (b) diagram *free-body* sebagian.

3. Pengaruh redaman

Pada bagian sebelumnya pengaruh redaman berupa gesekan atau tahanan udara tidak diperhitungkan, sehingga amplitudo getaran bebas tetap konstan terhadap waktu. Pada kenyataan, amplitudo semakin mengecil seiring waktu sehingga getaran teredam secara bertahap. Demikian juga dengan getaran tak teredam terpaksa, secara teori amplitudo getaran dapat berlangsung tanpa batas

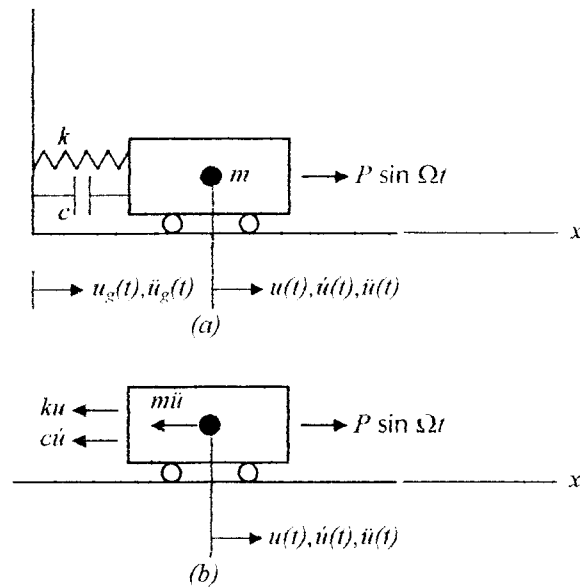
waktu. Walaupun pada kenyataan, terlihat karena pengaruh redaman selalu ada, batas amplitudo dari respons status tetap, bahkan pada resonansi juga ada.

Untuk mendekati keadaan nyata, gaya redaman haruslah diperhitungkan. Gaya ini dapat ditimbulkan oleh beberapa sebab, seperti gesekan antara permukaan licin atau kering, tahanan cairan atau udara, impedansi listrik, gesekan dalam akibat ketidaksempurnaan elastisitas bahan, dan lain-lain. Dari semua sumber energi disipasi ini, kasus dengan gaya redaman sebanding dengan kecepatan, disebut redaman viskos.

Gambar 2.8 memperlihatkan sistem berderajat kebebasan tunggal yang memiliki redaman viskos dalam bentuk peredam. Dengan menganggap cairan viskos pada *dashpot* menahan gerakan sistem sebanding dengan kecepatan sistem, dapat diturunkan persamaan homogen untuk getaran bebas sebagai

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (2.12)$$

koefisien c pada persamaan ini menunjukkan konstanta redaman, yang berdimensi gaya per satuan kecepatan. Pada diagram *free-body* sebagian, gaya redaman bekerja pada arah berlawanan dengan kecepatan.



Gambar 2.8 (a) Pengaruh Redaman pada sistem berderajat kebebasan tunggal;

(b) Diagram *free-body* sebagian.

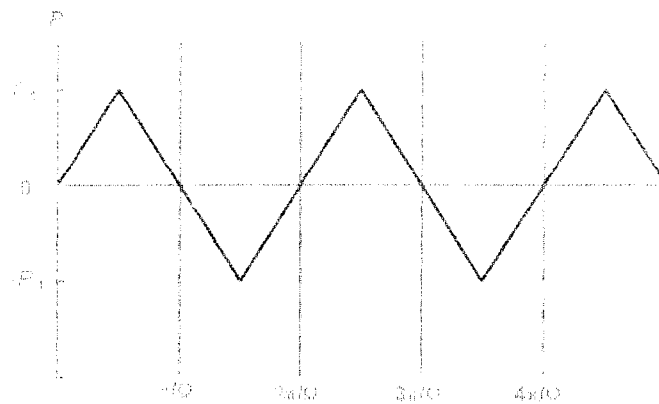
4. Fungsi gaya periodik

Segala bentuk beban dinamis periodik yang lebih rumit daripada fungsi harmonis sederhana $P \sin \Omega t$ (atau $P \cos \Omega t$), dapat dinyatakan dengan seri trigonometri (seri Fourier), sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 P(t) &= a_0 + a_1 \cos \Omega t + a_2 \cos \Omega t \dots + b_1 \sin \Omega t + b_2 \sin \Omega t \dots \\
 &= a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos \Omega t + b_i \sin \Omega t)
 \end{aligned}
 \tag{2.13}$$

Periode gaya adalah $T_f = 2\pi/\Omega$ dan simbol a_0 , a_i , dan b_i adalah konstanta yang ditentukan.

Gambar 2.9 menunjukkan sebuah contoh fungsi gaya periodik berupa fungsi segitiga periodik dengan periode $T_f = 2\pi/\Omega$.



Gambar 2.9 Fungsi segitiga periodik.

5. Fungsi gaya sembarang

Fungsi gaya sembarang adalah berupa beban dinamis yang tidak mempunyai bentuk periodik dan dapat berubah setiap waktu. Gambar 2.10 menunjukkan fungsi gaya umum $P(t')$ yang dinyatakan dalam variabel waktu baru t' . Nilai t' lebih kecil daripada t , yang merupakan waktu saat respons dihitung. Jika fungsi ini diterapkan pada sistem berderajat kebebasan tunggal teredam, persamaan diferensial gerakan menjadi

$$m\ddot{u} + k\dot{u} + cu = P(t') \quad (2.14)$$

Pada sembarang waktu t' , dapat dihitung beda impuls $P dt'$, sebagaimana terlihat pada Gambar 2.10. Impuls ini berpengaruh terhadap massa m berupa pertambahan tiba-tiba dalam kecepatan dan diberikan oleh

$$d\dot{u} = \frac{P dt'}{m} = p_m dt' \quad (2.15)$$

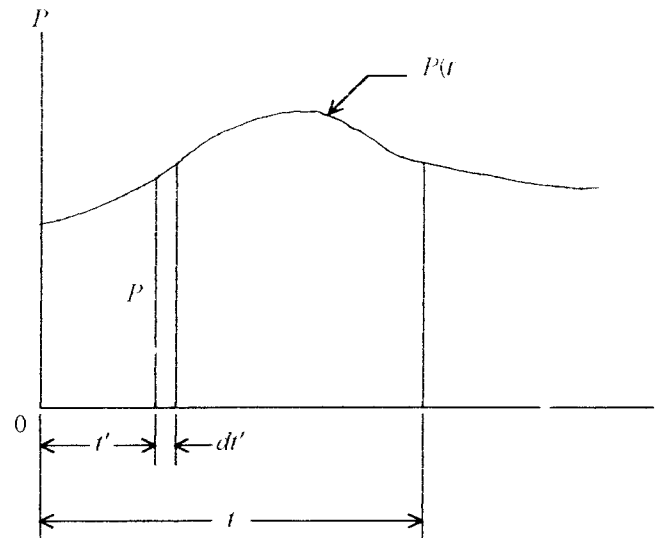
Persamaan (2.15) berlaku terhadap gaya lain (seperti gaya pegas) yang dapat diterapkan pada massa, anjakan dan kecepatan pada waktu t' . Dengan menganggap beda kecepatan sebagai kecepatan awal pada waktu t' , diperoleh beda anjakan dari massa pada waktu t berikutnya sebagai

$$du = e^{-\gamma(t-t')} \frac{p_m dt'}{\omega_d} \sin \omega_d(t-t') \quad (2.16)$$

Mengingat tiap beda impuls antara $t' = 0$ dan $t' = t$ mempunyai sebuah pengaruh, dapat ditentukan anjakan total akibat gaya dengan integrasi berikut ini.

$$u = \frac{e^{-\gamma t}}{\omega_d} \int_0^t e^{\gamma t'} p_m \sin \omega_d(t-t') dt' \quad (2.17)$$

Persamaan (2.17) dikenal sebagai integral Duhamel.



Gambar 2.10 Fungsi gaya sembarang.

6. Perhitungan respons struktur

Untuk menyelesaikan persamaan gerakan terredam maupun tak terredam guna memperoleh respons struktur akibat pengaruh-pengaruh dinamis sebagaimana diterangkan di atas, dapat dilakukan dengan cara (Weaver, 1987) *Normal Mode*, *Component Mode* (khusus untuk struktur rangka), dan Integrasi Numerik Langsung. Hal yang menguntungkan dari cara yang disebut terakhir adalah dapat digunakan baik untuk struktur linier maupun struktur nonlinier, sedangkan cara pertama hanya dapat digunakan pada struktur bersifat linier saja.

Persamaan gerakan baik untuk sistem berderajat kebebasan tunggal maupun sistem berderajat kebebasan banyak, merupakan persamaan non homogen berderajat 2 (*second order equation*). Dengan demikian, penyelesaian persamaan ini harus menerapkan cara-cara integrasi untuk persamaan non

homogen berderajat 2. Terdapat banyak cara integrasi yang tersedia untuk penyelesaian persamaan gerakan ini, antara lain (Weaver, 1987) Integrasi Romberg, Integrasi Gauss-Legendre, Ekstrapolasi dengan Persamaan Eksplisit, Iterasi dengan Persamaan Implisit, Ekstrapolasi Linier Langsung, dan *Newmark's Generalized Acceleration Method*.

Cara yang disebutkan terakhir dikembangkan oleh Nathan M. Newmark dalam makalah yang diterbitkan oleh ASCE, dan lazim disebut sebagai metode Newmark- β . Cara ini mempunyai dua varian yaitu metode Wilson- θ dan metode Hilber- α . Untuk memperoleh respons struktur, dalam Tugas Akhir ini digunakan metode Newmark- β dengan varian Hilber- α .

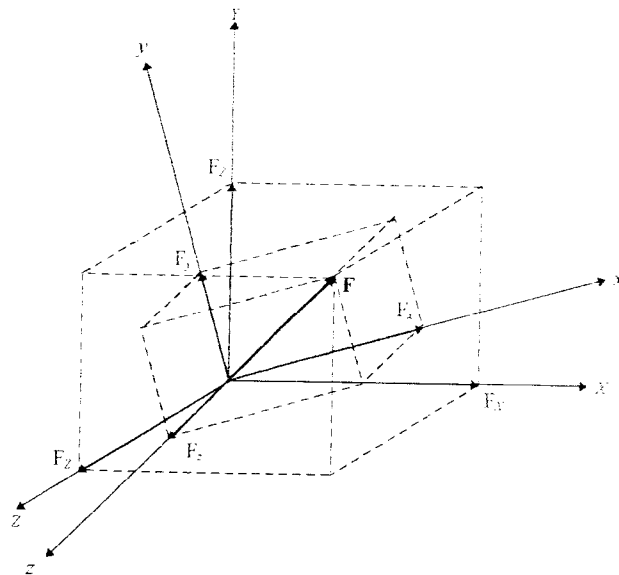
BAB III

LANDASAN TEORI

3.1 Transformasi dan Perakitan Elemen

Untuk elemen dengan sumbu lokal tidak paralel dengan sumbu global, transformasi sumbu harus diterapkan untuk beban titik buhul, anjakan, percepatan, matriks kekakuan, dan matriks massa konsisten. Setelah perakitan, hasil persamaan gerakan akan sesuai dengan arah global pada setiap titik buhul.

Konsep perputaran sumbu juga berlaku pada gaya, momen, translasi, rotasi, kecepatan, koordinat ortogonal, dan lain-lain yang ditunjukkan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Perputaran sumbu tiga dimensi.

Dari gambar terlihat vektor gaya \mathbf{F}_X , \mathbf{F}_Y , \mathbf{F}_Z pada arah X , Y , dan Z . Komponen F_x , F_y , F_z pada arah sumbu lokal x , y , dan z . Nilai skalar dari komponen pada arah sumbu global dapat dihitung dari nilai skalar dari komponen pada arah sumbu lokal, sebagai berikut.

$$F_x = (\mathbf{F}_X + \mathbf{F}_Y + \mathbf{F}_Z) \cdot \mathbf{i}' = \lambda_{11}F_X + \lambda_{12}F_Y + \lambda_{13}F_Z$$

$$F_y = (\mathbf{F}_X + \mathbf{F}_Y + \mathbf{F}_Z) \cdot \mathbf{j}' = \lambda_{21}F_X + \lambda_{22}F_Y + \lambda_{23}F_Z$$

$$F_z = (\mathbf{F}_X + \mathbf{F}_Y + \mathbf{F}_Z) \cdot \mathbf{k}' = \lambda_{31}F_X + \lambda_{32}F_Y + \lambda_{33}F_Z$$

Dalam bentuk matriks, ketiga persamaan di atas menjadi:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

atau

$$\mathbf{F}' = \mathbf{R}\mathbf{F} \quad (3.2)$$

Matriks \mathbf{R} berorde 3×3 di atas disebut matriks transformasi, terdiri dari cosinus arah dari sumbu lokal terhadap sumbu global yang dinyatakan dengan notasi λ_{jk} .

Matriks ini bersifat orthogonal, sehingga transformasi balik menghasilkan

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{F}' = \mathbf{R}^T\mathbf{F}' \quad (3.3)$$

Transformasi serentak terhadap vektor gaya \mathbf{F} dan momen \mathbf{M} dapat dinyatakan sebagai

$$\mathbf{A}' = \hat{\mathbf{R}}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Dari persamaan (3.4) di atas terlihat \mathbf{R} adalah matriks transformasi perputaran sumbu terdiri dari dua matriks putaran identik pada posisi diagonal. Transformasi balik menghasilkan

$$\mathbf{A} = \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{A}' = \hat{\mathbf{R}}^T \mathbf{A}' = \begin{bmatrix} \mathbf{R}' & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F}' \\ \mathbf{M}' \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Sebagaimana dinyatakan di atas, vektor anjakan dan vektor lainnya dapat juga ditransformasikan ke dan dari arah lokal dan arah global. Dengan demikian, persamaan gerakan untuk elemen hingga dari sumbu lokal ke sumbu global harus diubah. Untuk ini, persamaan gerakan dapat ditulis kembali menjadi

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{p}(t) + \mathbf{p}_b(t) \quad (3.6)$$

dengan:

$$\mathbf{M} = \hat{\mathbf{R}}^T \mathbf{M}' \hat{\mathbf{R}} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{K} = \hat{\mathbf{R}}^T \mathbf{K}' \hat{\mathbf{R}} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{p}(t) = \hat{\mathbf{R}}^T \mathbf{p}'(t) \quad (3.9)$$

$$\mathbf{p}_b(t) = \hat{\mathbf{R}}^T \mathbf{p}'_b(t) \quad (3.10)$$

Matriks \mathbf{R} mengandung submatriks untuk seluruh titik buhul elemen.

Setelah matriks kekakuan, massa, dan beban titik buhul untuk tiap elemen ditransformasikan ke arah global, kemudian dirakit dengan Metode Kekakuan

Langsung (Weaver, 1980). Metode ini memerlukan penjumlahan sumbangan elemen untuk mendapatkan matriks kekakuan, massa, dan beban titik buhul seluruh struktur, atau dapat dinyatakan sebagai

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_s &= \sum_{i=1}^{ne} \mathbf{M}_i \\
 \mathbf{S}_s &= \sum_{i=1}^{ne} \mathbf{K}_i \\
 \mathbf{A}_s(t) &= \sum_{i=1}^{ne} \mathbf{p}^i(t) \\
 \mathbf{A}_{sb}(t) &= \sum_{i=1}^{ne} \mathbf{p}_{bi}(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

dengan ne adalah jumlah elemen. Pada persamaan di atas, \mathbf{M}_s , \mathbf{S}_s , masing-masing mewakili matriks massa struktur dan matriks kekakuan struktur untuk seluruh titik buhul. Demikian juga untuk vektor gaya $\mathbf{A}_s(t)$ dan $\mathbf{A}_{sb}(t)$ adalah beban aktual dan beban titik buhul ekuivalen untuk seluruh struktur. Dengan demikian, persamaan gerakan tak teredam pada persamaan (3.6) untuk struktur setelah dirakit menjadi

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{D}}_s + \mathbf{S}_s \mathbf{D}_s = \mathbf{A}(t) + \mathbf{A}_{sb}(t)
 \tag{3.12}$$

dengan \mathbf{D}_s dan \mathbf{D}''_s masing-masing adalah vektor anjakan struktur dan vektor percepatan struktur. Persamaan (3.12) menyatakan persamaan gerak struktur untuk seluruh anjakan titik buhul, baik titik buhul terkekang maupun bebas.

Untuk menyelesaikan persamaan (3.12), perlu dilakukan pengaturan ulang dan pemisahan matriks, dengan maksud untuk mempercepat proses dan menghemat penggunaan memori komputer. Pemisahan dimaksudkan untuk meniadakan matriks yang mengandung nol yaitu pada elemen matriks terkekang,

yang menghasilkan nilai nol sehingga memperlambat proses perhitungan dan menghabiskan memori yang tersedia. Proses ini dijelaskan sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ff} & \mathbf{M}_{fr} \\ \mathbf{M}_{rf} & \mathbf{M}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{D}}_f \\ \ddot{\mathbf{D}}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{ff} & \mathbf{S}_{fr} \\ \mathbf{S}_{rf} & \mathbf{S}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_f \\ \mathbf{D}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_f(t) \\ \mathbf{A}_r(t) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Pada persamaan ini, beban titik buhul aktual dan ekuivalen telah digabungkan ke dalam vektor gaya satuan. Indeks *F* (*free*) mewakili anjakan titik buhul bebas, sedangkan *R* (*restrained*) mewakili anjakan titik buhul terkekang. Dengan memisahkan masing-masing bagian matriks anjakan bebas dengan anjakan terkekang, persamaan (3.13) dapat ditulis kembali dalam bentuk

$$\mathbf{M}_{ff} \ddot{\mathbf{D}}_f + \mathbf{M}_{fr} \ddot{\mathbf{D}}_r + \mathbf{S}_{ff} \mathbf{D}_f + \mathbf{S}_{fr} \mathbf{D}_r = \mathbf{A}_f(t) \quad (3.14)$$

dan

$$\mathbf{M}_{rf} \ddot{\mathbf{D}}_f + \mathbf{M}_{rr} \ddot{\mathbf{D}}_r + \mathbf{S}_{rf} \mathbf{D}_f + \mathbf{S}_{rr} \mathbf{D}_r = \mathbf{A}_r(t) \quad (3.15)$$

Jika gerakan dukungan (pada kekangan) adalah nol, kedua persamaan di atas menjadi

$$\mathbf{M}_{ff} \ddot{\mathbf{D}}_f + \mathbf{S}_{ff} \mathbf{D}_f = \mathbf{A}_f(t) \quad (3.16)$$

dan

$$\mathbf{M}_{rf} \ddot{\mathbf{D}}_f + \mathbf{S}_{rf} \mathbf{D}_f = \mathbf{A}_r(t) \quad (3.17)$$

kedua persamaan terakhir ini akan digunakan dalam perhitungan anjakan bebas \mathbf{D}_f dan reaksi dukungan $\mathbf{A}_r(t)$.

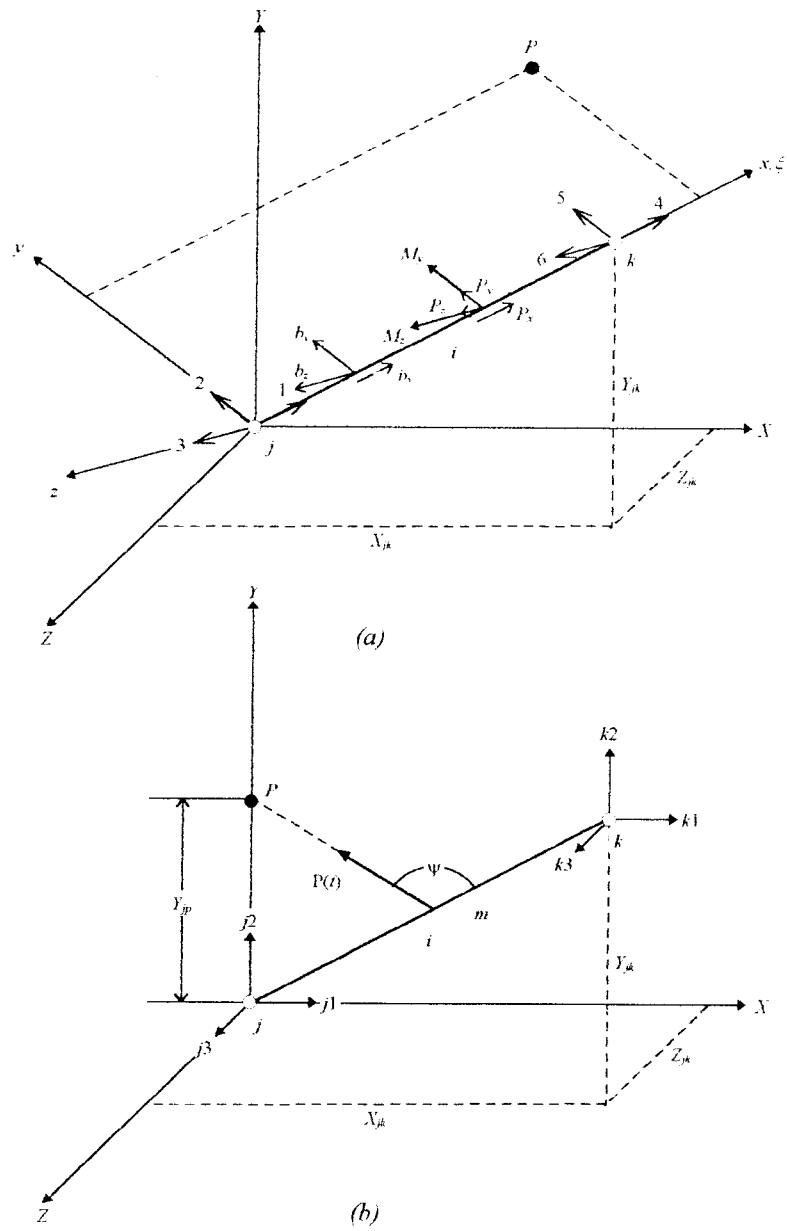
Dalam banyak kasus seringkali dianggap massa setiap elemen terkumpul pada koordinat titik buhul, yaitu pada tempat terdapat kemungkinan terjadi anjakan, lazim disebut Metode Massa Terkumpul. Dengan cara ini, waktu perhitungan yang dibutuhkan akan lebih singkat jika dibandingkan dengan Metode Massa Terdistribusi. Namun demikian, Metode Massa Terdistribusi memberikan hasil yang lebih mendekati hasil sesungguhnya jika dibandingkan dengan Metode Massa Terkumpul untuk jumlah elemen yang sama. Untuk alasan itulah dalam Tugas Akhir ini digunakan pendekatan Massa Terdistribusi. Berikut ini adalah matriks massa terkumpul \mathbf{M}_I untuk seluruh struktur

$$\mathbf{M}_I = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_2 & \dots & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{M}_i & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{M}_{n_n} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

dengan n_n adalah jumlah titik buhul. Submatriks \mathbf{M}_j pada persamaan (3.18) berarti

$$\mathbf{M}_j = \mathbf{M}_j \mathbf{I}_0 \quad (3.19)$$

dengan \mathbf{M}_j adalah massa terkumpul pada titik buhul j , sedangkan \mathbf{I}_0 adalah matriks identitas dengan elemen matriks bernilai 0 pada tempat terjadi anjakan non translasi. Keuntungan dari pendekatan massa terkumpul adalah matriks massa \mathbf{M}_I selalu diagonal, walaupun tidak selalu positif tertentu.



Gambar 3.2 Elemen rangka ruang; (a) arah lokal; (b) arah global.

Matriks kekakuan 6 x 6 untuk arah sumbu lokal adalah:

$$\mathbf{K}' = \begin{bmatrix} \mathbf{K}'_{jj} & \mathbf{K}'_{jk} \\ \mathbf{K}'_{kj} & \mathbf{K}'_{kk} \end{bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & 0 & 1 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Pada matriks kekakuan di atas, terlihat banyak elemen matriks bernilai nol, ini dikarenakan elemen rangka batang tidak memiliki kekakuan pada arah tegak lurus terhadap sumbunya.

Matriks massa 6 x 6 untuk arah sumbu lokal adalah:

$$\mathbf{M}' = \begin{bmatrix} \mathbf{M}'_{jj} & \mathbf{M}'_{jk} \\ \mathbf{M}'_{kj} & \mathbf{M}'_{kk} \end{bmatrix} = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & & & & & \\ 0 & 2 & & & & \\ 0 & 0 & 2 & & & \\ 1 & 0 & 0 & 2 & & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Beban titik buhul ekuivalen pada arah lokal yang disebabkan oleh beban merata pada rangka ruang diberikan oleh:

$$\mathbf{p}'_b(t) = L \int_0^1 \mathbf{f}'^T \mathbf{b}'(t) d\xi \quad (3.22)$$

Untuk rangka ruang, terdapat tiga komponen beban garis bergantung waktu, yaitu:

$$\mathbf{b}'(t) = \{b_x, b_y, b_z\} \quad (3.23)$$

dengan satuan masing-masing gaya per satuan panjang pada arah sumbu lokal x , y , z . Matriks pada persamaan (3.22) di atas dapat dinyatakan kembali sebagai

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_j & \mathbf{f}_k \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

dengan:

$$\mathbf{f}_j = \mathbf{I}_3 \cdot f_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot f_1 \quad (3.25)$$

$$\mathbf{f}_k = \mathbf{I}_3 \cdot f_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot f_2 \quad (3.26)$$

dengan $f_1 = 1 - \xi$ dan $f_2 = \xi$.

Selain beban-beban di atas, struktur rangka ruang juga dapat menahan beban berupa gaya terpusat dan momen bergantung waktu. Komponen gaya dimaksud adalah P_x , P_y , P_z , dan momen M_y , M_z sebagaimana terlihat pada Gambar 3.2 (M_x tidak ada mengingat elemen rangka tidak dapat menahan momen searah dengan sumbu memanjangnya).

Gaya terpusat dan momen bergantung waktu dapat dihitung menurut:

$$p_{M2} = M_z \frac{df_1}{dx} = \frac{M_z}{L} \frac{df_1}{d\xi} = -\frac{M_z}{L} \quad (3.27)$$

$$p_{M3} = -M_y \frac{df_1}{dx} = -\frac{M_y}{L} \frac{df_1}{d\xi} = \frac{M_y}{L} \quad (3.28)$$

$$\rho_{M5} = M_z \frac{df_2}{dx} = \frac{M_z}{L} \frac{df_2}{d\xi} = \frac{M_z}{L} = -\rho_{M2} \quad (3.29)$$

$$\rho_{M6} = -M_y \frac{df_2}{dx} = -\frac{M_y}{L} \frac{df_2}{d\xi} = -\frac{M_y}{L} = \rho_{M3} \quad (3.30)$$

Untuk mengubah elemen matriks dari koordinat lokal ke koordinat global, diperlukan matriks transformasi yang sesuai. Pada Gambar 3.2 terlihat titik P untuk penentuan bidang lentur. Titik ini terletak pada bidang x - y dan bukan pada sumbu lokal x . Jika mungkin, titik P ini dapat dianggap sebagai titik buhul lain pada struktur yang koordinatnya diketahui.

Vektor yang diwakili oleh garis seperti tergambar dapat menyatakan gaya, momen, anjakan pada koordinat titik buhul dari titik hubungan suatu struktur. Komponen vektor pada Gambar 3.2 di atas diperoleh dengan cara memproyeksikan komponen-komponen X , Y , dan Z ke sumbu lokal x , y , dan z . Berikut ini diberikan komponen x , y , dan z dari vektor tergambar menurut koordinat x

$$\begin{aligned} x &= X \cos xX + Y \cos xY + Z \cos xZ \\ y &= X \cos yX + Y \cos yY + Z \cos yZ \\ z &= X \cos zX + Y \cos zY + Z \cos zZ \end{aligned} \quad (3.31)$$

atau dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos xX & \cos xY & \cos xZ \\ \cos yX & \cos yY & \cos yZ \\ \cos zX & \cos zY & \cos zZ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

atau dalam notasi ringkas

$$\mathbf{A}' = \hat{\mathbf{R}}\mathbf{A} \quad (3.33)$$

dengan:

$\cos xX$ = sudut yang dibentuk oleh sumbu lokal x dengan sumbu global X ,

\mathbf{A}' = komponen dalam sistem koordinat lokal,

\mathbf{R} = matriks transformasi,

\mathbf{A} = komponen dalam sistem koordinat global.

Untuk penentuan elemen matriks pada persamaan (3.32) di atas, diperlukan koordinat titik P yaitu x_p, y_p, z_p yang terletak pada bidang x - y dari sistem koordinat lokal. Cosinus arah dari sumbu lokal x menurut elemen struktur diberikan oleh:

$$\cos xX = \frac{x_k - x_j}{L}, \quad \cos xY = \frac{y_k - y_j}{L}, \quad \cos xZ = \frac{z_k - z_j}{L} \quad (3.34)$$

Cosinus arah dari sumbu lokal z menurut elemen struktur dapat dihitung dari keadaan vektor Z harus tegak lurus bidang yang dibentuk oleh dua vektor sembarang pada bidang x - y dari koordinat lokal. Kedua vektor ini dapat berupa vektor X dari titik buhul j ke titik buhul k menurut sumbu x dan vektor P dari titik buhul j ke titik P . Kondisi orthogonal dapat dinyatakan oleh perkalian silang antara vektor X dan P sebagai berikut.

$$\vec{Z} = \vec{X} \times \vec{P} \quad (3.35)$$

Dengan menerapkan perkalian silang seperti pada persamaan (3.35) di atas, diperoleh

$$z_x \hat{i} + z_y \hat{j} + z_z \hat{k} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x_k - x_j & y_k - y_j & z_k - z_j \\ x_p - x_j & x_p - x_j & x_p - x_j \end{vmatrix} \quad (3.36)$$

dengan \hat{i} , \hat{j} , dan \hat{k} adalah vektor satuan menurut koordinat umum X, Y dan Z. Dengan demikian, cosinus arah dari sumbu lokal z menurut elemen struktur adalah

$$\cos zX = \frac{z_x}{|Z|}, \quad \cos zY = \frac{z_y}{|Z|}, \quad \cos zZ = \frac{z_z}{|Z|} \quad (3.37)$$

dengan:

$$\begin{aligned} z_x &= (y_k - y_j)(z_p - z_j) - (z_k - z_j)(y_p - y_j) \\ z_y &= (z_k - z_j)(x_p - x_j) - (x_k - x_j)(z_p - z_j) \\ z_z &= (x_k - x_j)(y_p - y_j) - (y_k - y_j)(x_p - x_j) \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$|Z| = \sqrt{z_x^2 + z_y^2 + z_z^2} \quad (3.39)$$

Cosinus arah dari sumbu lokal y dapat dihitung dari kondisi orthogonal antara sebuah vektor Y menurut sumbu lokal y dan vektor satuan X_1 dan Z_1 menurut sumbu lokal y dan z , dengan demikian

$$\bar{Y} = \bar{X}_1 \times \bar{Z}_1 \quad (3.40)$$

Dengan menerapkan perkalian silang seperti pada persamaan (3.35) di atas, maka diperoleh

$$y_x \hat{i} + y_y \hat{j} + y_z \hat{k} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos xX & \cos xY & \cos xZ \\ \cos zX & \cos zY & \cos zZ \end{vmatrix} \quad (3.41)$$

dengan demikian,

$$\cos yX = \frac{y_x}{|Y|}, \quad \cos yY = \frac{y_y}{|Y|}, \quad \cos yZ = \frac{y_z}{|Y|} \quad (3.42)$$

dengan:

$$\begin{aligned} y_x &= \cos xY \cos zZ - \cos xZ \cos zY \\ y_y &= \cos xZ \cos zX - \cos xX \cos zZ \\ y_z &= \cos xX \cos zY - \cos xY \cos zX \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$|Y| = \sqrt{y_x^2 + y_y^2 + y_z^2} \quad (3.44)$$

Dari uraian di atas, terlihat bahwa cosinus arah dari matriks transformasi \mathbf{R} pada persamaan (3.33) dapat diperoleh jika koordinat titik-titik pada kedua ujung dari sebuah elemen (titik j dan k) dan koordinat sebuah titik P pada bidang x - y pada koordinat lokal diketahui. Penentuan koordinat titik P seringkali ditempatkan pada sumbu lokal y , walaupun demikian koordinat titik P dapat merupakan titik sembarang pada bidang yang dibentuk oleh sumbu lokal x - y .

Matriks transformasi \mathbf{R} pada persamaan (3.32) untuk koordinat titik buhul pada kedua ujung dari suatu elemen struktur rangka ruang, diberikan oleh:

$$\hat{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_1 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Matriks kekakuan struktur, matriks massa konsisten struktur, matriks beban struktur dapat diperoleh dengan menerapkan operasi matriks seperti tertera pada persamaan (3.6), (3.7), (3.8), dan (3.9).

Sebagaimana telah dijelaskan sebelumnya, matriks struktur di atas kemudian dirakit dengan Metode Kekakuan Langsung. Adapun masing-masing matriks dimaksud adalah:

Matriks kekakuan struktur:

$$\mathbf{K} = \hat{\mathbf{R}}^T \mathbf{K} \hat{\mathbf{R}} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} C_{xx}^2 & & & & & & \\ C_{xx}C_{xy} & C_{xy}^2 & & & & & \\ C_{xx}C_{xz} & C_{xy}C_{xz} & C_{xz}^2 & & & & \\ -C_{xx}^2 & -C_{xx}C_{xy} & -C_{xx}C_{xz} & C_{xx}^2 & & & \\ -C_{xx}C_{xy} & -C_{xy}^2 & -C_{xy}C_{xz} & C_{xx}C_{xy} & C_{xy}^2 & & \\ -C_{xx}C_{xz} & -C_{xy}C_{xz} & -C_{xz}^2 & C_{xx}C_{xz} & C_{xy}C_{xz} & C_{xz}^2 & \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Pada matriks kekakuan struktur di atas, hanya cosinus arah dari sumbu lokal x (sumbu elemen) yang mempengaruhi matriks kekakuan struktur.

3.2 Analisis Getaran

Jika tidak terdapat gaya, persamaan (3.16) yang merupakan persamaan gerakan tak teredam untuk anjakan titik buhul bebas dari struktur terdiskritisasi dapat ditulis kembali dalam bentuk homogen sebagai

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{S}\mathbf{D} = \mathbf{0} \quad (3.49)$$

dan mempunyai penyelesaian sebagai berikut.

$$\mathbf{D}_i = \Phi_i \sin(\omega_i t + \alpha_i) \quad (i = 1, 2, 3 \dots, n) \quad (3.50)$$

dengan:

n = jumlah derajat kebebasan,

Φ_i = vektor amplitudo titik buhul atau disebut juga *mode shape* untuk mode ke- i dari getaran,

ω_i = frekuensi sudut mode ke- i ,

α = sudut fase.

Dengan menurunkan dua kali persamaan (3.49) terhadap waktu t , diperoleh

$$\ddot{\mathbf{D}}_i = -\omega_i^2 \Phi_i \sin(\omega_i t + \alpha_i) \quad (3.51)$$

Substitusi persamaan (3.50) dan (3.51) ke dalam persamaan (3.49) untuk menghilangkan $\sin(\omega_i t + \alpha_i)$, diperoleh

$$(\mathbf{S} - \omega_i^2 \mathbf{M})\Phi = \mathbf{0} \quad (3.52)$$

Bentuk persamaan (3.52) ini adalah masalah aljabar eigen. Menurut teori persamaan homogen, terdapat penyelesaian untuk persamaan ini hanya jika determinan dari koefisien matriks adalah sama dengan nol, atau

$$|\mathbf{S} - \omega_i^2 \mathbf{M}| = 0 \quad (3.53)$$

Penguraian determinan persamaan di atas menghasilkan sebuah polinomial berorde n yang disebut persamaan karakteristik. Ke- n akar persamaan dari polinomial ini adalah nilai karakteristik atau disebut juga nilai eigen. Substitusi akar-akar persamaan ini pada persamaan (3.52) menghasilkan vektor karakteristik atau vektor eigen Φ_i dengan sembarang konstanta. Vektor eigen dapat diperoleh pada sembarang kolom dari matriks *adjoint* \mathbf{H}^a dari matriks karakteristik \mathbf{H}_i , yang diperoleh dari persamaan (3.52) sebagai berikut.

$$\mathbf{H}_i \Phi_i = \mathbf{0} \quad (3.54)$$

dengan:

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{S} - \omega_i^2 \mathbf{M} \quad (3.55)$$

Cara paling efisien untuk penyelesaian persoalan getaran struktur adalah dengan mengubah persamaan di atas ke dalam bentuk standard simetris sebagai berikut.

$$(\mathbf{A} - \lambda_i \mathbf{I}) \mathbf{X}_i = \mathbf{0} \quad (3.56)$$

dengan:

\mathbf{A} = matriks simetris,

\mathbf{I} = matriks identitas,

λ_i = nilai eigen ke- i ,

\mathbf{X}_i = vektor eigen untuk n persamaan homogen.

Persamaan (3.52) dapat dinyatakan dalam persamaan (3.56) dengan memfaktorkan matriks kekakuan \mathbf{S} atau matriks massa \mathbf{M} dengan menggunakan Metode Akar Cholesky. Dari pemfaktorkan matriks \mathbf{S} diperoleh

$$\mathbf{S} = \mathbf{U}^T \mathbf{U} \quad (3.57)$$

dengan \mathbf{U} adalah matriks segitiga atas.

Substitusi persamaan (3.57) ke dalam persamaan (3.52) akan memberikan

$$(\mathbf{U}^T \mathbf{U} - \omega_i^2 \mathbf{M}) \Phi_i = \mathbf{0} \quad (3.58)$$

kemudian persamaan ini dikalikan dengan \mathbf{U}^{-T} dan $\mathbf{I} = \mathbf{U}^{-1} \mathbf{U}$ dimasukkan setelah matriks \mathbf{M} , memberikan

$$\mathbf{U}^{-T} (\mathbf{U}^T \mathbf{U} - \omega_i^2 \mathbf{M} \mathbf{U}^{-1} \mathbf{U}) \Phi_i = \mathbf{0} \quad (3.59)$$

atau dapat dinyatakan sebagai

$$(\mathbf{M}_U - \lambda_i \mathbf{I}) \Phi_{ui} = \mathbf{0} \quad (3.60)$$

dengan:

$$\mathbf{M}_{U_i} = \mathbf{U}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{U}^{-1} \quad \lambda_i = \frac{1}{\omega_i^2} \quad \Phi_{U_i} = \mathbf{U} \Phi_i \quad (3.61)$$

Persamaan (3.60) telah berbentuk standard simetris seperti persamaan (3.56). Matriks \mathbf{A} digantikan oleh \mathbf{M}_{U_i} yang selalu berbentuk simetris. Sebagai akibat dari pemfaktoran matriks \mathbf{S} , maka nilai eigen λ_i adalah $1/\omega_i^2$. Vektor eigen Φ_{U_i} pada persamaan (3.60) berhubungan dengan Φ_i berdasarkan persamaan (3.61). Hal ini memerlukan perubahan koordinat menjadi serangkaian koordinat baru dengan matriks kekakuan sama dengan \mathbf{I} . Setelah nilai eigen dan vektor eigen diperoleh dari persamaan (3.60), frekuensi sudut dan *mode shape* pada koordinat asli dapat dinyatakan sebagai

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} \quad \Phi_i = \mathbf{U}^{-1} \Phi_{U_i} \quad (3.62)$$

karena pada koordinat yang baru matriks \mathbf{M}_{U_i} simetris, maka seluruh vektor eigen bersifat bebas linier. Dua vektor eigen Φ_{U_i} dan Φ_{U_j} berhubungan dengan nilai eigen λ_i dan λ_j yang bersifat orthogonal satu dengan lainnya. Dengan demikian,

$$\Phi_{U_i}^T \Phi_{U_j} = 0 \quad (i \neq j) \quad (3.63)$$

Pada koordinat aslinya vektor eigen Φ_{U_i} dan Φ_{U_j} bersifat orthogonal terhadap matriks kekakuan \mathbf{S} dan matriks massa \mathbf{M} , sebagai berikut.

$$\Phi_i^T \mathbf{S} \Phi_j = \Phi_{U_i}^T \mathbf{U}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{U}^{-1} \Phi_{U_j} = \Phi_{U_i}^T \Phi_{U_j} = 0 \quad (3.64)$$

Pada analisis getaran untuk struktur, mungkin saja ditemui frekuensi terulang (nilai eigen terulang) sebagai akar persamaan karakteristik. Jika nilai eigen berulang m -kali, disebut *multiplicity* m . Dengan demikian dapat diketahui m vektor eigen bebas linier berhubungan dengan nilai eigen terulang, tetapi vektor ini tidak unik. Serangkaian nilai eigen baru selalu dapat dibentuk sebagai gabungan linier dari rangkaian asli dan masih memenuhi masalah nilai eigen, yaitu

$$\mathbf{M}_U \sum_{i=1}^m c_i \Phi_{Ui} = \lambda_m \sum_{i=1}^m c_i \Phi_{Ui} \quad (3.65)$$

dengan:

c_i = pengali dari vektor modal ke- i ,

λ_m = nilai eigen terulang.

Jika matriks kekakuan \mathbf{S} semi tertentu, matriks kekakuan tidak dapat difaktorkan sebagaimana dijelaskan di atas, karena paling tidak terdapat satu *mode rigid-body* dengan $\omega_i = 0$. Sebagai gantinya, jika diperlukan lebih mungkin memfaktorkan matriks massa \mathbf{M} menggunakan teknik reduksi yang diperkenalkan oleh Guyan untuk memperoleh matriks positif tertentu. Jika matriks massa bersifat diagonal (seperti pada metode massa terkumpul), faktorisasinya menjadi

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}^{1/2} \mathbf{M}^{1/2} \quad (3.66)$$

dengan $\mathbf{M}^{1/2}$ mengandung elemen diagonal yang sama dengan akar persamaan elemen diagonal pada matriks massa \mathbf{M} . Untuk ini, transformasi ke bentuk standard simetris menghasilkan

$$(\mathbf{S}_M - \lambda_i \mathbf{I}) \Phi_{Mi} = \mathbf{0} \quad (3.67)$$

dengan:

$$\mathbf{S}_M = \mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{S} \mathbf{M}^{-1/2} \quad \lambda_i = \omega_i^2 \quad \Phi_{Mi} = \mathbf{M}^{1/2} \Phi_i \quad (3.68)$$

Pada persamaan pertama dari persamaan (3.68) matriks $\mathbf{M}^{1/2}$ mengandung kebalikan dari elemen diagonal dari matriks $\mathbf{M}^{1/2}$. Setelah nilai eigen dan vektor eigen diperoleh dari persamaan (3.67), dapat ditentukan frekuensi sudut dan *mode shape* berdasarkan hubungan

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_i} \quad \Phi_i = \mathbf{M}^{-1/2} \Phi_{Mi} \quad (3.69)$$

Penyelesaian bentuk persamaan homogen seperti pada persamaan (3.56) di atas dapat dilakukan dengan banyak cara, seperti Faddeev-Leverrier's Method (Constantinides, A., 1987), The Power Method (Carnahan, Brice, et. al., 1969), Rutishauser's Method, Danilevsky's Method, Inverse Iteration Method (Weaver, W., Jr., 1987), Metode Transformasi yang termasuk Jacobi's Method, Givens's Method, Householder-QR (Mathews, J. H., tanpa tahun), Elementary Similarity Transformation (Constantinides, A., 1987), dan lain-lain.



Untuk penyelesaian persamaan eigen dalam analisis getaran dengan elemen hingga, matriks kekakuan maupun matriks massa mempunyai bentuk simetris. Bentuk ini memberi kemudahan dalam penyelesaian persamaan eigen dan untuk penyelesaian paling efisien adalah menggunakan metode khusus untuk matriks simetris yaitu Metode Householder-QR. Penyelesaian persamaan ini dapat juga dilakukan dengan metode Jacobi, namun perlu dilakukan penyesuaian terhadap bentuk matriks yang simetris ini, sehingga diperoleh prosedur paling efisien. Pada program yang disertakan, metode Jacobi yang telah disesuaikan untuk bentuk matriks simetris diterapkan dalam sub program FIND_EIGENPAIRS.

3.3 Pengaruh Redaman

Pengaruh redaman pada struktur tidak dipahami secara baik sebagaimana pengaruh kekakuan dan massa pada struktur. Walaupun demikian, pada kenyataannya redaman struktur selalu ada dan memainkan peranan penting dalam kestabilan struktur.

Jika struktur terdiskritisasi dianggap mempunyai redaman viskos, persamaan aksi gerakan struktur diberikan oleh:

$$M\ddot{D} + C\dot{D} + SD = A \quad (3.70)$$

yang hanya berlaku untuk anjakan titik buhul bebas. Matriks redaman **C** memiliki bentuk umum sebagai berikut.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & \dots & C_{2n} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & \dots & C_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n1} & C_{n2} & C_{n3} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

Menurut Rayleigh, matriks redaman dianggap berhubungan linier dengan matriks massa dan matriks kekakuan, dan dinyatakan sebagai

$$\mathbf{C} = a\mathbf{M} + b\mathbf{S} \quad (3.72)$$

dengan a dan b adalah konstanta. Persamaan (3.72) di atas disebut redaman sebanding karena matriks \mathbf{C} berbanding lurus terhadap kombinasi linier dari \mathbf{S} dan \mathbf{M} . Pada keadaan tertentu, persamaan (3.70) dibebaskan oleh transformasi yang sama seperti pada sistem struktur tak teredam. Dengan demikian, pada koordinat prinsipal diketahui

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{D}}_p + \mathbf{C}_p \dot{\mathbf{D}}_p + \mathbf{S}_p \mathbf{D}_p = \mathbf{A}_p \quad (3.73)$$

dengan:

$$\mathbf{C}_p = \Phi^T \mathbf{C} \Phi = a\mathbf{M}_p + b\mathbf{S}_p \quad (3.74)$$

Simbol \mathbf{C}_p merupakan elemen matriks diagonal yang disebut matriks redaman prinsipal, yang terdiri dari gabungan linier antara \mathbf{M}_p dan \mathbf{S}_p . Jika matriks modal dinormalkan terhadap matriks massa \mathbf{M} , matriks redaman pada koordinat normal menjadi

$$\mathbf{C}_N = \Phi_N^T \mathbf{C} \Phi_N = a\mathbf{I} + b\omega^2 \quad (3.75)$$

Matriks diagonal ω^2 dalam persamaan (3.75) mengandung nilai karakteristik ω_i^2 untuk kasus tak teredam, dan berbentuk

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

dengan demikian, persamaan gerakan ke- i pada koordinat normal adalah

$$\ddot{D}_{Ni} + (a + b\omega_i^2)\dot{D}_{Ni} + \omega_i^2 D_{Ni} = A_{Ni} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.77)$$

bersama ini juga diperkenalkan notasi

$$C_{Ni} = 2n_i = a + b\omega_i^2 \quad \gamma_i = \frac{n_i}{\omega_i} \quad (3.78)$$

dengan:

C_{Ni} = konstanta redaman modal untuk normal mode ke- i ,

γ = rasio redaman modal yang berhubungan dengan C_{Ni} .

Dengan meniasukkan persamaan (3.78) ke dalam persamaan (3.77), maka diperoleh

$$\ddot{D}_{Ni} + 2n_i\dot{D}_{Ni} + \omega_i^2 D_{Ni} = A_{Ni} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.79)$$

Berdasarkan persamaan (3.78), rasio redaman modal γ_i dapat dinyatakan sebagai

$$\gamma_i = \frac{a + b\omega_i^2}{2\omega_i} \quad (3.80)$$

persamaan ini merupakan bentuk dasar dari persamaan (3.72) yang berguna untuk memperlihatkan akibat dari beragam nilai konstanta a dan b . Jika diambil nilai $a = 0$, sedangkan $b \neq 0$, maka matriks redaman berbanding lurus terhadap matriks kekakuan dan disebut redaman relatif karena berhubungan dengan kecepatan relatif dari koordinat anjakan. Ini juga menyatakan rasio redaman pada mode prinsipal berbanding lurus terhadap frekuensi sudut tak teredam untuk mode tersebut. Dengan demikian persamaan (3.79) menjadi

$$\gamma_i = \frac{b\omega_i}{2} \quad (3.81)$$

Sebaliknya jika $a \neq 0$ dan $b = 0$, maka matriks redaman berbanding lurus terhadap matriks massa dan disebut redaman absolut karena berhubungan dengan kecepatan absolut dari koordinat anjakan, diberikan oleh

$$\gamma_i = \frac{a}{2\omega_i} \quad (3.82)$$

terlihat bahwa rasio redaman untuk tiap mode berbanding terbalik dengan frekuensi sudut tak teredam untuk mode tersebut.

Pendekatan paling sederhana adalah dengan menganggap bahwa persamaan gerakan dibebaskan dengan penggunaan matriks modal yang diperoleh untuk struktur tanpa redaman. Dengan kata lain matriks Φ dianggap

orthogonal tidak saja terhadap matriks \mathbf{M} dan \mathbf{S} , juga terhadap matriks \mathbf{C} , atau dapat dinyatakan

$$\Phi_j^T \mathbf{C} \Phi_i = \Phi_i^T \mathbf{C} \Phi_j = 0 \quad (i \neq j) \quad (3.83)$$

akibat dari anggapan ini adalah bahwa hasil operasi $\mathbf{C}_p = \Phi^T \mathbf{C} \Phi$ sangat kecil sehingga dapat diabaikan. Untuk kepraktisan, lebih mudah mendapatkan rasio redaman γ_1 untuk mode alami getaran dengan percobaan atau anggapan dibandingkan dengan penentuan angka redaman pada matriks \mathbf{C} secara langsung. Biasanya rasio redaman γ_1 (untuk mode pertama dari getaran) didapatkan dari percobaan langsung di lapangan atau dari data yang telah tersedia. Nilai rasio redaman ini untuk struktur logam adalah sekitar 0.01 s.d. 0.05, sedangkan untuk beton bertulang adalah 0.05 s.d. 0.10. Berdasarkan nilai rasio redaman γ_1 dapat pula ditentukan rasio redaman γ_i (untuk mode lainnya) dengan pendekatan

$$\gamma_i = \gamma_1 \left(\frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^{e_1} \quad (0.5 \leq e_1 \leq 0.7) \quad (3.84)$$

Persamaan (3.79) dapat ditulis kembali menjadi

$$\ddot{D}_{Ni} + 2\gamma_i \omega_i \dot{D}_{Ni} + \omega_i^2 D_{Ni} = A_{Ni} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.85)$$

dengan $C_{Ni} = 2\gamma_i \omega_i$. Untuk keperluan praktis dan agar persamaan ini dapat berlaku pada struktur dengan redaman rendah, ditentukan $0 \leq \gamma_i \leq 0.20$ untuk seluruh mode. Perlu diperhatikan bahwa konsep ini berdasarkan koordinat

normal untuk sistem tak teredam dan rasio redaman ditentukan pada koordinat tersebut.

Jika redaman modal dianggap berada pada koordinat normal struktur, dapat ditentukan matriks redaman \mathbf{C} pada koordinat asli (fisik) struktur. Matriks ini dapat diperoleh dengan cara transformasi balik sebagai berikut.

$$\mathbf{C} = \Phi_N^{-T} \mathbf{C}_N \Phi_N^{-1} \quad (3.86)$$

Berdasarkan hubungan $\Phi_N^{-1} = \Phi_N^T \mathbf{M}$, persamaan di atas dapat ditulis kembali menjadi

$$\mathbf{C} = \mathbf{M} \Phi_N \mathbf{C}_N \Phi_N^T \mathbf{M} \quad (3.87)$$

Bentuk transformasi pada persamaan (3.87) di atas sangat cocok diterapkan jika tidak seluruh mode alami termasuk dalam analisis. Persamaan ini dijadikan sebagai prosedur dasar untuk menentukan matriks redaman struktur yang terdapat pada sub program DIRECT_NUMERICAL_INTEGRATION.

3.4 Metode Integrasi Numerik Langsung

Menurut kajian yang telah dilakukan Weaver, prosedur analisis respons struktur yang paling baik adalah prosedur *Newmark's Generalized Acceleration Method* dengan varian Hilber- α . Hal yang menarik dari metode ini adalah perbaikan kontrol terhadap redaman numerik, yang diwakili oleh parameter α dalam persamaan gerakan struktur.

Untuk mempelajari secara lengkap *Newmark's Generalized Acceleration Method* varian Hilber- α , diberikan persamaan gerakan struktur teredam untuk struktur berderajat kebebasan tunggal sebagai berikut.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = P(t) \quad (3.88)$$

Selanjutnya, persamaan gerakan struktur teredam untuk struktur berderajat kebebasan banyak dalam bentuk matriks adalah

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{D}} + \mathbf{S}\mathbf{D} = \mathbf{A}(t) \quad (3.89)$$

Untuk penentuan respons struktur berderajat kebebasan tunggal, perlu diketahui kecepatan awal, anjakan awal dan beban pada waktu $t_0 = 0$. Percepatan awal dapat diberikan oleh

$$\ddot{u}_0 = \frac{1}{m}(P_0 - ku_0 - c\dot{u}_0) \quad (3.90)$$

yang diturunkan dari persamaan (3.88) pada waktu $t_0 = 0$. Dengan cara yang sama untuk struktur berderajat kebebasan banyak, persamaan (3.89) memberikan

$$\ddot{\mathbf{D}}_0 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{S}\mathbf{D}_0 - \mathbf{C}\dot{\mathbf{D}}_0) \quad (3.91)$$

Untuk penentuan respons struktur, metode Newmark mengusulkan pendekatan kecepatan dan anjakan pada sistem berderajat kebebasan tunggal pada waktu t_{j-1} sebagai berikut.

$$\dot{u}_{j+1} = \left[\dot{u}_j + (1-\gamma)\ddot{u}_j + \gamma\ddot{u}_{j+1} \right] \Delta t_j \quad (3.92)$$

$$u_{j+1} = \left[u_j + \dot{u}_j \Delta t_j + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{u}_j + \beta \ddot{u}_{j+1} \right] (\Delta t_j)^2 \quad (3.93)$$

Parameter γ pada persamaan (3.92) menghasilkan redaman algoritmik dalam rentang waktu Δt_j . Jika $\gamma < 1/2$, akan terjadi redaman buatan negatif, sebaliknya jika $\gamma > 1/2$ redaman yang terjadi adalah positif. Untuk menghindari hal ini, nilai γ haruslah sama dengan $1/2$, dengan demikian persamaan (3.92) menjadi berbentuk *trapezoid*.

Parameter β pada persamaan (3.93) mengontrol ragam percepatan pada tenggang waktu Δt_j . Berikut diberikan tabel pengaruh nilai β terhadap persamaan (3.93)

Tabel 3.1 Pengaruh nilai β terhadap persamaan (3.93)

Nilai β	Bentuk persamaan (3.93)	Identik dengan
0	$u_{j+1} = u_j + \dot{u}_j \Delta t_j + \frac{1}{2} \ddot{u}_j (\Delta t_j)^2$	Metode percepatan tetap
1/4	$u_{j+1} = u_j + \dot{u}_j \Delta t_j + \frac{1}{4} (\ddot{u}_j + \ddot{u}_{j+1}) (\Delta t_j)^2$	Metode percepatan rata-rata
1/6	$u_{j+1} = u_j + \dot{u}_j \Delta t_j + \frac{1}{6} (2\ddot{u}_j + \ddot{u}_{j+1}) (\Delta t_j)^2$	Metode percepatan linier

Analisis respons struktur dengan derajat kebebasan banyak dapat menerapkan prinsip yang diturunkan dari struktur derajat kebebasan tunggal sebagaimana dijelaskan di atas. Teknik yang digunakan dalam analisis ini adalah penerapan ekstrapolasi linier langsung terhadap anjakan tambahan yang diselesaikan dengan masalah *pseudostatic*.

Persamaan (3.92) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\mathbf{D}}_i &= \left[(1-\gamma) \ddot{\mathbf{D}}_i + \gamma \ddot{\mathbf{D}}_{i+1} \right] \Delta t_i \\ &= \ddot{\mathbf{D}}_i \Delta t_i + \gamma \ddot{\mathbf{D}}_i \Delta t_i\end{aligned}\quad (3.94)$$

Demikian halnya dengan persamaan (3.93) dapat pula dinyatakan sebagai

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{D}_i &= \left[\dot{\mathbf{D}}_i \Delta t_i + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{\mathbf{D}}_i + \beta \ddot{\mathbf{D}}_{i+1} \right] (\Delta t_i)^2 \\ &= \dot{\mathbf{D}}_i \Delta t_i + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{D}}_i (\Delta t_i)^2 + \beta \Delta \ddot{\mathbf{D}}_i (\Delta t_i)^2\end{aligned}\quad (3.95)$$

Penyelesaian untuk $\Delta \mathbf{D}_i$ pada persamaan (3.95) memberikan

$$\Delta \ddot{\mathbf{D}}_i = \frac{1}{\beta (\Delta t_i)^2} \Delta \mathbf{D}_i - \frac{1}{\beta \Delta t_i} \Delta \dot{\mathbf{D}}_i - \frac{1}{2\beta} \Delta \ddot{\mathbf{D}}_i \quad (3.96)$$

Substitusi persamaan (3.96) pada persamaan (3.94) menghasilkan

$$\Delta \dot{\mathbf{D}}_i = \frac{\gamma}{\beta \Delta t_i} \Delta \mathbf{D}_i - \frac{\gamma}{\beta} \Delta \dot{\mathbf{D}}_i - \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \Delta t_i \ddot{\mathbf{D}}_i \quad (3.97)$$

Untuk ringkasnya,

$$\hat{\mathbf{Q}}_i = \frac{1}{\beta \Delta t_i} \dot{\mathbf{D}}_i + \frac{1}{2\beta} \ddot{\mathbf{D}}_i \quad (3.98)$$

dan

$$\hat{\mathbf{R}}_i = \frac{\gamma}{\beta} \dot{\mathbf{D}}_i + \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \Delta t_i \ddot{\mathbf{D}}_i \quad (3.99)$$

Persamaan (3.96) dan (3.97) dapat ditulis kembali menjadi

$$\Delta \ddot{\mathbf{D}}_j = \frac{1}{\beta(\Delta t_j)^2} \Delta \mathbf{D}_j - \hat{\mathbf{Q}}_j \quad (3.100)$$

$$\Delta \dot{\mathbf{D}}_j = \frac{\gamma}{\beta \Delta t_j} \Delta \mathbf{D}_j - \hat{\mathbf{R}}_j \quad (3.101)$$

Untuk memperbaiki kontrol redaman numerik, Hilber dkk. mengusulkan parameter α ke dalam persamaan gerakan pada waktu t_{j-1} , sebagai berikut.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{D}}_{j+1} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{D}}_{j+1} + (1 + \alpha) \mathbf{S} \mathbf{D}_{j+1} - \alpha \mathbf{S} \mathbf{D}_j = \mathbf{A}_{j+1} \quad (3.102)$$

dengan mengurangi persamaan gerakan pada waktu t_j dari persamaan (3.102) akan memberikan

$$\mathbf{M} \Delta \ddot{\mathbf{D}}_j + \mathbf{C} \Delta \dot{\mathbf{D}}_j + (1 + \alpha) \mathbf{S} \Delta \mathbf{D}_j - \alpha \mathbf{S} \Delta \mathbf{D}_{j-1} = \Delta \mathbf{A}_j \quad (3.103)$$

Substitusi persamaan (3.100) dan (3.101) pada persamaan (3.103) memberikan

$$\hat{\mathbf{S}}_\alpha \Delta \mathbf{D}_j = \Delta \hat{\mathbf{A}}_{\alpha j} \quad (3.104)$$

dengan:

$$\hat{\mathbf{S}}_\alpha = \hat{\mathbf{S}} + \alpha \mathbf{S} \quad (3.105)$$

dengan:

$$\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{S} + \frac{1}{\beta(\Delta t_j)^2} \mathbf{M} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t_j} \mathbf{C} \quad (3.106)$$

$$\Delta \hat{\mathbf{A}}_{aj} = \Delta \hat{\mathbf{A}}_j + \alpha \mathbf{S} \Delta \mathbf{D}_{j-1} \quad (3.107)$$

dengan:

$$\Delta \hat{\mathbf{A}}_j = \Delta \mathbf{A}_j + \mathbf{M} \hat{\mathbf{Q}}_j + \mathbf{C} \hat{\mathbf{R}}_j \quad (3.108)$$

Dari persamaan-persamaan di atas, diketahui anjakan total, kecepatan total dan percepatan total pada waktu t_{j+1} masing-masing diberikan oleh persamaan

$$\mathbf{D}_{j+1} = \mathbf{D}_j + \Delta \mathbf{D}_j \quad (3.109)$$

$$\dot{\mathbf{D}}_{j+1} = \dot{\mathbf{D}}_j + \Delta \dot{\mathbf{D}}_j \quad (3.110)$$

$$\ddot{\mathbf{D}}_{j+1} = \ddot{\mathbf{D}}_j + \Delta \ddot{\mathbf{D}}_j \quad (3.111)$$

Untuk langkah waktu pertama, ditentukan $\Delta \mathbf{D}_{j-1} = 0$ pada persamaan (3.111).

Mengingat banyaknya operasi yang harus dilakukan dalam analisis ini, dirasakan perlu penerapan metode ini ke dalam bentuk program komputer untuk penggunaan yang lebih luas.

Dalam Tugas Akhir ini, metode di atas dituangkan ke dalam kode komputer berupa sub program yang dinamakan `DIRECT_NUMERICAL_INTEGRATION`. Program ini dapat melakukan perhitungan sampai sebanyak 32768 elemen atau sebanyak memori yang mampu disediakan komputer, sehingga dapat digunakan secara luas untuk memperoleh respons struktur yang diinginkan.

BAB IV

PENERAPAN TEORI PADA PROGRAM

4.1 Teknik dan Bahasa Pemrograman

Perkembangan bahasa komputer semakin maju dan saat ini telah sampai pada generasi kelima, yaitu generasi *Object Oriented Programming* (OOP) yang memudahkan penulisan program dalam lingkungan sistem operasi berbasis grafis seperti Windows, OS/2 Warp, Unix, Xenix, Sun Solaris dan lain-lain. Bahasa pemrograman ini terus berkembang ditandai dengan semakin banyak bahasa pemrograman yang berorientasi *object*, seperti MS Visual Basic, MS Visual C++, Borland Delphi, Sun Java dan lain-lain.

Beberapa keunggulan yang ditawarkan dalam bahasa jenis ini adalah:

1. Penulisan kode program lebih singkat jika dibandingkan dengan bahasa pemrograman non OOP untuk program yang sama pada lingkungan operasi berbasis grafis, hal ini dapat terjadi mengingat bahasa ini telah menyimpan sekumpulan kode untuk manipulasi *object* pada sistem operasi,
2. pengaturan *property* dari *object* tertentu menjadi lebih mudah,
3. pemrogram dapat lebih berkonsentrasi pada prosedur perangkat lunak yang dibuat.

Dalam Tugas Akhir ini, digunakan bahasa MS Visual Basic Version 3.0 mengingat bahasa ini adalah bahasa pemrograman yang didukung penuh oleh Microsoft dan *vendor* pihak ketiga, terbukti dari terpasangnya bahasa ini dalam produk Microsoft seperti MS Word, MS Excel, MS Access, MS Powerpoint dan dikenal dengan nama Visual Basic for Application (VBA).

4.2 Pembacaan Data Struktur

Perhitungan persoalan struktur di lapangan perlu disesuaikan dengan kemampuan perangkat lunak yang disediakan untuk struktur tersebut. Berdasarkan batasan yang diberikan pada Bab I, perangkat lunak untuk Tugas Akhir ini dibuat berdasarkan teori pada Bab III yaitu diperuntukkan bagi struktur rangka ruang dengan beban beragam, baik statis, dinamis maupun gabungan keduanya. Berikut ini adalah format penulisan data masukan yang harus dipenuhi untuk memberikan informasi tentang struktur ke perangkat lunak.

Tabel 4.1 Data struktur untuk rangka ruang.

Tipe data	Jumlah baris	Variabel pada baris data
Identifikasi permasalahan	1	Judul permasalahan
Parameter struktur	1	NN, NE, NRN, E, RHO
Data rangka ruang		
(a) Koordinat titik buhul	NN	J, X(J), Y(J), Z(J)
(b) Informasi batang	NE	J, JN(J), KN(J), AX(J), IP
Koordinat ^a titik P	1	XP, YP, ZP
(c) Kekangan titik buhul	NRN	J, NRL(3J-2), NRL(3J-1), NRL(3J)

Keterangan: ^aPerlu jika IP = 1.

Tabel 4.1 memperlihatkan beberapa parameter yang digunakan untuk informasi struktur. Identifikasi permasalahan sebagai keterangan tentang nama permasalahan struktur dapat menampung jumlah karakter maksimum sebanyak 256 byte. Parameter struktur terdiri dari jumlah titik buhul (NN), jumlah batang (NE), jumlah titik buhul terkekang (NRN), modulus elastisitas (E), dan kerapatan massa batang (RHO). Data rangka ruang terdiri dari kordinat titik buhul (J , $X(J)$, $Y(J)$, $Z(J)$), dengan jumlah baris masukan sebanyak jumlah titik buhul (NN), informasi batang dengan jumlah baris masukan sebanyak jumlah batang (NE) mengandung informasi nomor batang (J), titik buhul awal ($JN(J)$), titik buhul akhir ($KN(J)$), luas penampang ($AX(J)$), dan IP yang menunjukkan perlu tidaknya titik buhul P untuk penentuan bidang lentur dalam memperoleh cosinus sudut batang. Jika titik P diperlukan, maka koordinat titik P diberikan dalam baris selanjutnya (XP , YP , ZP). Kekangan titik buhul sebanyak NRN baris terdiri dari titik buhul (J), kekangan arah X ($NRL(3J-2)$), kekangan arah Y ($NRL(3J-1)$), kekangan arah Z ($NRL(3J)$).

Tabel 4.2 Data beban dinamis untuk rangka ruang.

Tipe data	Jumlah baris	Variabel pada baris data
Parameter dinamis	1	NTS, DT, DampingRatio
Kondisi awal		
(a) Parameter kondisi	1	NNID, NNIV
(b) Anjakan	NNID	J, D0(3J-2), D0(3J-1), D0(3J)
(c) Kecepatan	NNIV	J, V0(3J-2), V0(3J-1), V0(3J)
Gaya terapan		
(a) Parameter beban	1	NLN, NEL
(b) Beban titik buhul	NLN	J, ASS(3J-2), ASS(3J-1), ASS(3J)
(c) Beban garis	NEL	J, BL(1, J), BL(2, J), BL(3, J), BL(4, J), BL(5, J), BL(6, J)
Percepatan tanah		
(a) Parameter percepatan	1	IGA
(b) Faktor percepatan ^b	1	GAX, GAY, GAZ
Fungsi gaya		
(a) Parameter fungsi	1	NFO
(b) Ordinat fungsi	NFO	K, T(K), FO(K)
Pilihan keluaran		
(a) Jumlah titik buhul untuk keluaran	NNO	JNO(J)
(b) Jumlah elemen untuk keluaran	NEO	IEO(J)

Keterangan: ^bPerlu jika IGA = 1.

Pada Tabel 4.2 terlihat urutan data beban dinamis diawali dengan satu baris data mengenai jumlah tenggang waktu (NTS), tenggang waktu (DT), dan nilai rasio redaman (DampingRatio). Kondisi awal terdiri dari parameter kondisi menunjukkan jumlah titik buhul dengan anjakan awal (NNID), jumlah titik buhul dengan kecepatan awal (NNIV), anjakan awal pada titik buhul J, D0(3J-2), D0(3J-1), D0(3J) sebanyak jumlah titik buhul dengan anjakan awal (NNID), kecepatan awal pada titik buhul J, V0(3J-2), V0(3J-1), V0(3J) sebanyak jumlah titik buhul

sejumlah satu baris yang terdiri dari jumlah titik buhul terbebani (NLN) dan jumlah batang terbebani (NEL), beban titik buhul pada titik buhul J, ASS(3J-2), ASS(3J-1), ASS(3J)) sebanyak jumlah titik buhul terbebani (NLN), beban garis pada titik buhul J, BL(1, J), BL(2, J), BL(3, J), BL(4, J), BL(5, J), BL(6, J) sebanyak jumlah batang terbebani (NEL). Percepatan tanah terdiri dari parameter percepatan yang diwakili oleh variabel IGA menunjukkan ada tidaknya percepatan tanah ditandai dengan angka 1 untuk ada dan angka 0 untuk tidak ada. Jika pada struktur terdapat percepatan tanah, maka pada baris berikutnya berisi data tentang percepatan dalam arah sumbu utama, yaitu $X \Rightarrow GAX$, $Y \Rightarrow GAY$, $Z \Rightarrow GAZ$. Baris terakhir dalam data beban dinamis adalah fungsi gaya mewakili penggambaran perubahan gaya yang bekerja pada struktur dengan parameter fungsi sebanyak satu baris berisi jumlah ordinat fungsi (NFO), dan ordinat fungsi yang terdiri dari waktu ke- n (K), waktu dalam analisis T(K), dan ordinat FO(K).

Prosedur pembacaan data struktur dan data beban dinamis dilakukan dalam dua sub program yaitu:

1. (1) STRUCTURAL_DATA_ST

Pembacaan data struktur.

Parameter: AX(), COSN(), E, EL(), ID(), Filenumber, JN(), KN(), NDoF, NE, NN, NND, NNR, NRL(), NRN, RHO, RNO(), X(), Y(), Z().

2. (7) DYNAMIC_LOAD_ST

Pembacaan data beban dinamis struktur.

Parameter: ASS(), BL(), CMS(), D0(), DampingRatio, DT, EL(), Filenumber, FO(), GAC(), ID(), IGA, JN(), KN(), LNO(), NDoF, NEL, NELO(), NFO, NIDO(), NIVO(), NLN, NN, NND, NNID, NNIV, NTS, Ramp(), Stepp(), T(), V0().

4.3 Prosedur Analisis Struktur

Penerapan teori dalam kode komputer harus dituangkan secara efisien dan efektif. Setelah pembacaan data struktur dan data beban dinamis untuk rangka ruang terlewati, prosedur analisis struktur dapat dilakukan. Secara garis besar prosedur analisis struktur dibagi menjadi analisis getaran dan integrasi persamaan gerakan struktur.

4.3.1 Analisis Getaran

Prosedur analisis getaran dilakukan dalam empat sub program yaitu:

1. (2) STIFFNESS_AND_CONSISTENT_MASS_MATRIX_ST
Perhitungan matriks kekakuan dan matriks massa konsisten struktur.
Parameter: AX(), CMS(), COSN(), E, EL(), ID(), JN(), KN(), NDoF, NE, SS(), RHO.
2. (3) STANDARD_SYMMETRIC
Perubahan masalah nilai eigen ke bentuk standard simetris.
Parameter: CMU(), CMS(), Decomposed, NDoF, SS(), U().
3. (4) FIND_EIGENPAIRS
Mendapatkan nilai eigen dari frekuensi alami dan vektor eigen.
Parameter: CMU(), NDoF, CV(), PHI().
4. (5) TRANSFORM_EIGENVECTORS
Pentransformasian vektor eigen ke koordinat asli.
Parameter: CV(), Decomposed, NDoF, PHI(), U().

4.3.2 Integrasi Persamaan Gerakan Struktur

Prosedur integrasi persamaan gerakan struktur dilakukan dalam satu sub program yaitu:

(8) DIRECT_NUMERICAL_INTEGRATION

Parameter: ASS(), Alpha, Beta, CMS(), CV(), D0(), DampingRatio, DF(), DT, Filenumber, Gamma, NDoF, NTS, Stepp(), PHI(), Ramp(), Singular, SS(), V0().

4.4 Penulisan Hasil Perhitungan

Hasil perhitungan dari proses terdahulu ditulis dalam bentuk data keluaran yang dapat dibaca untuk tahap perhitungan selanjutnya. Penulisan dapat dilakukan secara langsung ke printer atau ditulis dahulu ke dalam bentuk file. File keluaran diberi nama sesuai dengan nama file masukan dengan *extension* yang berbeda. File keluaran ditulis dalam format text dengan *extension* .TXT agar mudah dibuka dan dibaca oleh perangkat lunak pengolah dokumen teks, seperti MS-Windows Notepad, MS-Edit, Word Star, SideKick, dan lain-lain. Untuk pencetakan ke printer dapat dilakukan dengan memanfaatkan fasilitas yang tersedia dalam perangkat lunak tersebut. Dengan prinsip yang sama dengan penulisan data masukan, penulisan hasil perhitungan mengikuti format sesuai dengan tabel sebagai berikut.

Tabel 4.3 Data hasil perhitungan untuk rangka ruang.

Tipe data	Jumlah baris	Variabel pada baris data
Identifikasi permasalahan	1	Judul permasalahan
Parameter struktur	1	NN, NE, NRN, RHO
Data rangka ruang		
(a) Koordinat titik buhul	NN	J, X(J), Y(J), Z(J)
(b) Informasi batang	NE	J, JN(J), KN(J), AX(J), EL(J)
(c) Kekangan titik buhul	NRN	J, NRL(3J-2), NRL(3J-1), NRL(3J)
Jumlah derajat kebebasan	1	NDoF
Jumlah titik buhul terkekang	1	NRN
Hasil analisis getaran		
(a) Mode getaran	NDoF	J
(b) Frekuensi sudut	NDoF	
(c) Vektor eigen	NDoF	J, EE(3J-2), EE(3J-1), EE(3J)
Parameter dinamis	1	NTS, DT, DampingRatio
Kondisi awal		
(a) Parameter kondisi	1	NNID, NNIV
(b) Anjakan	NNID	J, D0(3J-2), D0(3J-1), D0(3J)
(c) Kecepatan	NNIV	J, V0(3J-2), V0(3J-1), V0(3J)
Gaya terapan		
(a) Parameter beban	1	NLN, NEL
(b) Beban titik buhul	NLN	J, ASS(3J-2), ASS(3J-1), ASS(3J)
(c) Beban garis	NEL	J, BL(1, J), BL(2, J), BL(3, J), BL(4, J), BL(5, J), BL(6, J)
Percepatan tanah		
(a) Parameter percepatan	1	IGA
(b) Faktor percepatan ^b	1	GAX, GAY, GAZ
Fungsi gaya		
(a) Parameter fungsi	1	NFO
(b) Ordinat fungsi	NFO	K, T(K), FO(K)
Pilihan keluaran		
(a) Jumlah titik buhul dan elemen untuk keluaran	1	NNO, NEO
(b) Titik buhul untuk keluaran	NNO	JNO()
(c) Elemen untuk keluaran	NEO	IEO()

Respons riwayat waktu		
(a) Anjakan titik buhul	NNO	DS0()
Anjakan maksimum	1	AMDMax
Waktu terjadi anjakan maksimum	1	TMax
Anjakan minimum	1	AMDMin
Waktu terjadi anjakan minimum	1	TMin
(b) Gaya aksial elemen	NEO	AMD
Gaya maksimum	1	AMDMax
Waktu terjadi gaya maksimum	1	TMax
Gaya minimum	1	AMDMin
Waktu terjadi gaya minimum	1	TMin

Keterangan: ^bAbaikan jika IGA = 0.

Penulisan hasil perhitungan dilakukan dalam tiga sub program yaitu:

1. (6) RESULT1_ST

Penulisan hasil analisis getaran ke file.

Parameter: AX(), CMS(), CV(), Decomposed, E, EL(), Filenumber, ID(), JN(), KN(), NDoF, NE, NN, NND, NNR, NRL(), NRN, PHI(), RHO, RNO(), Title, X(), Y(), Z().

2. (7) DYNAMIC_LOAD_ST

Penulisan data dinamis ke file.

Parameter: ASS(), BL(), CMS(), D0(), DampingRatic, DT, EL(), Filenumber, FO(), GAC(), ID(), IGA, JN(), KN(), LNO(), NDoF, NEL, NELO(), NFO, NIDO(), NIVO(), NLN, NN, NND, NNID, NNIV, NTS, Ramp(), Stepp(), T(), V0().

3. (9) RESULT2_ST

Penulisan hasil analisis dinamis ke file.

Parameter: AX(), COSN(), D0(), DF(), DT, E, EL(), Filenumber, ID(), IEO(), JN(), JNO(), KN(), NDoF, NEO, NND, NNO, NRL(), NTS.

Penjelasan tentang variabel dalam sub program yang diberikan pada sub bab 4.1, 4.2, dan 4.3 dapat dilihat pada sub bab 4.6.

4.5 Diagram Alir Program

Untuk memudahkan pembacaan, berikut ini diberikan arti dari diagram menurut standard yang digunakan dalam perangkat lunak ABC FlowCharter 3.0. Arti diagram ini digunakan pada seluruh diagram alir yang terdapat dalam Tugas Akhir ini.

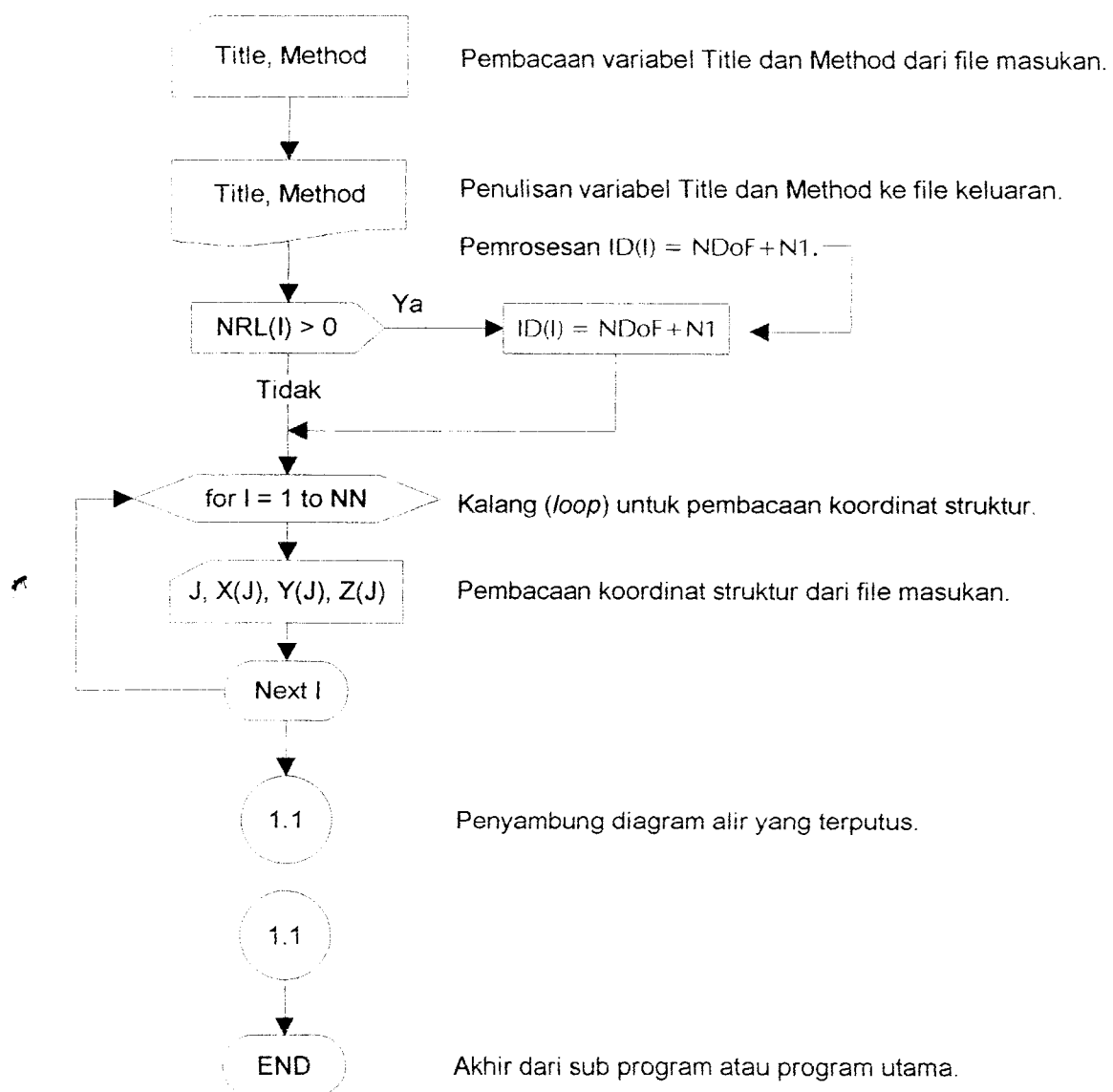
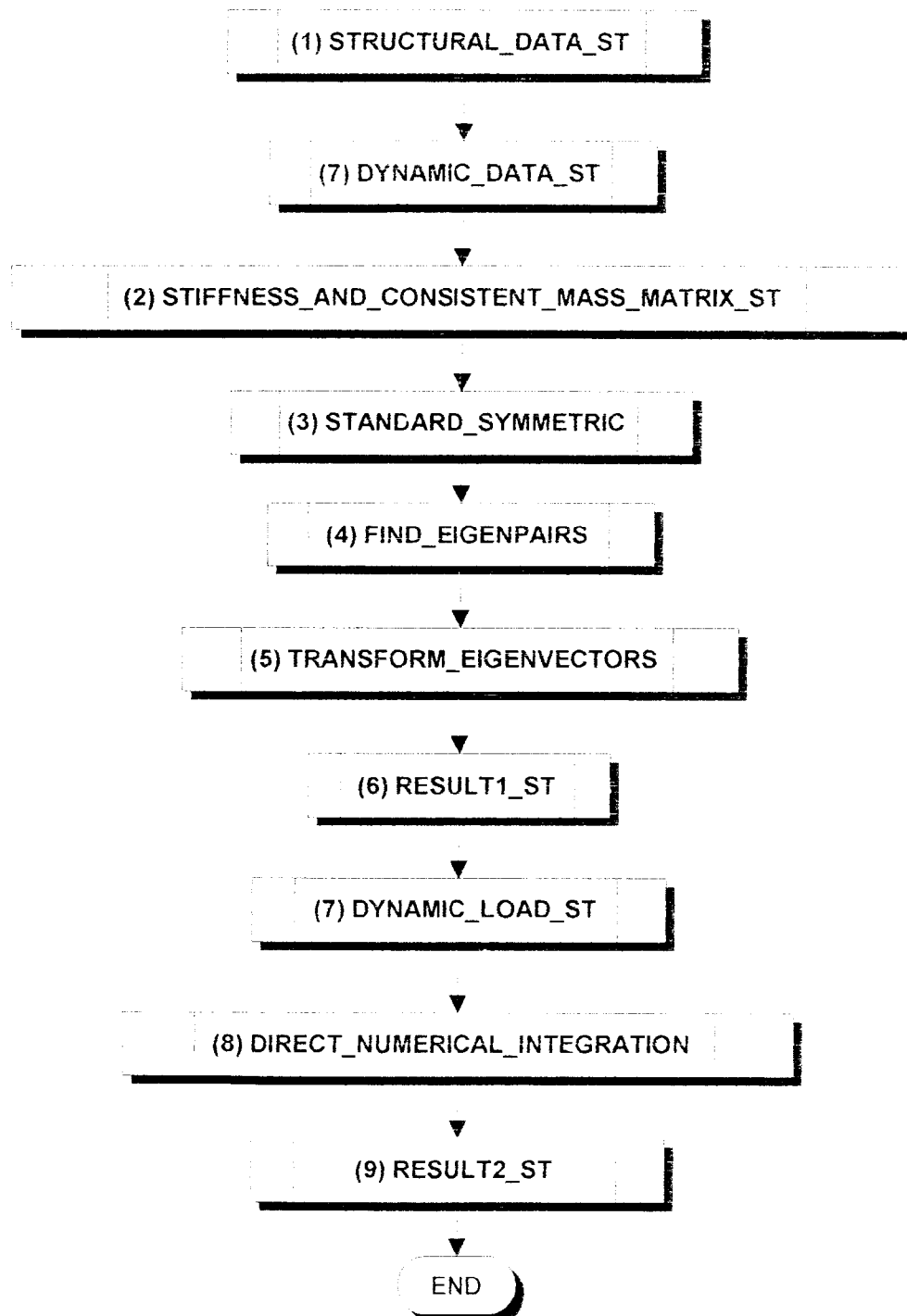


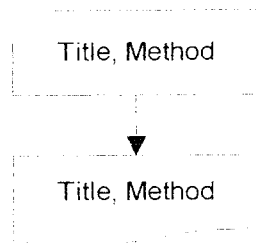
Diagram alir program utama secara garis besar adalah:



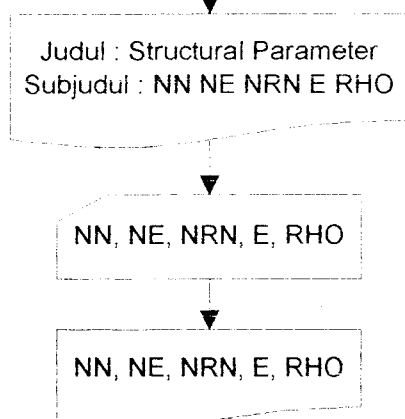
Secara lebih terinci, diagram alir untuk masing-masing sub program adalah:

(1) STRUCTURAL_DATA_ST

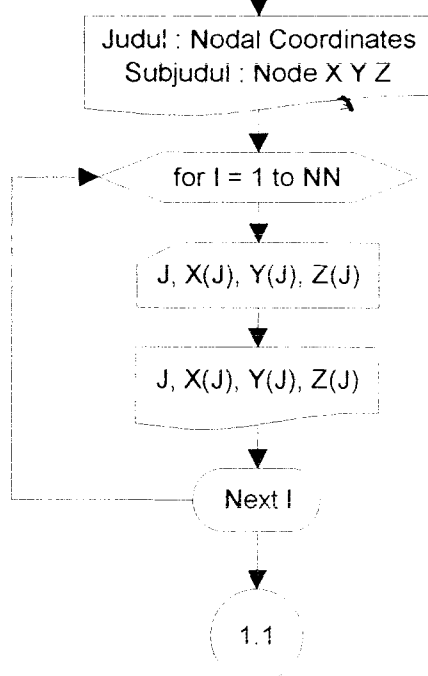
1. Judul Problem



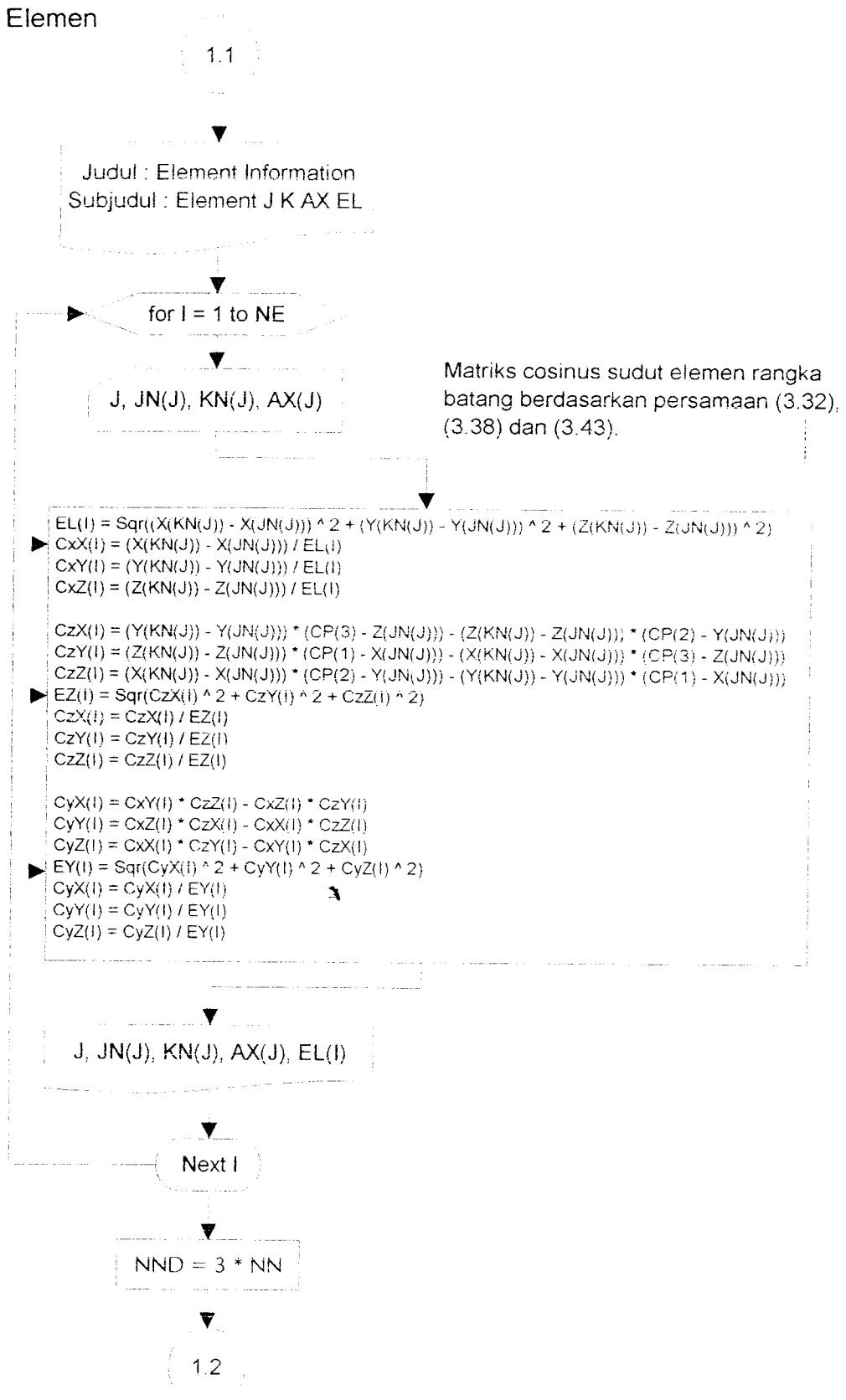
2. Parameter Struktur



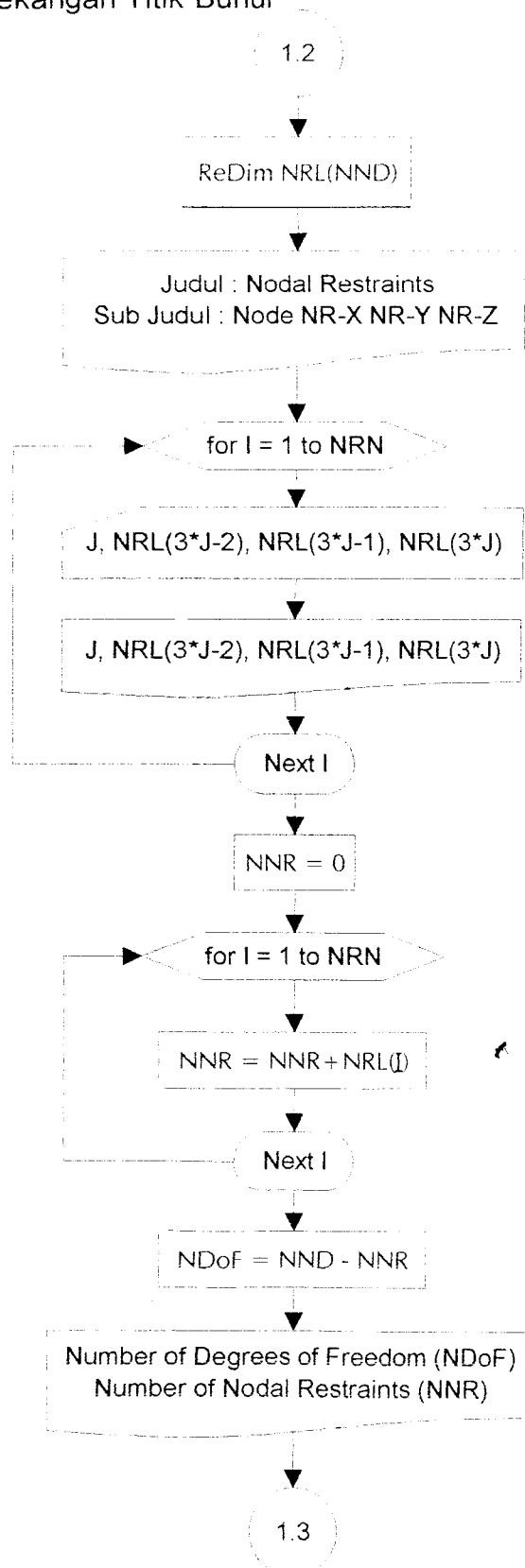
3. Koordinat Titik Buhul



4. Data Elemen

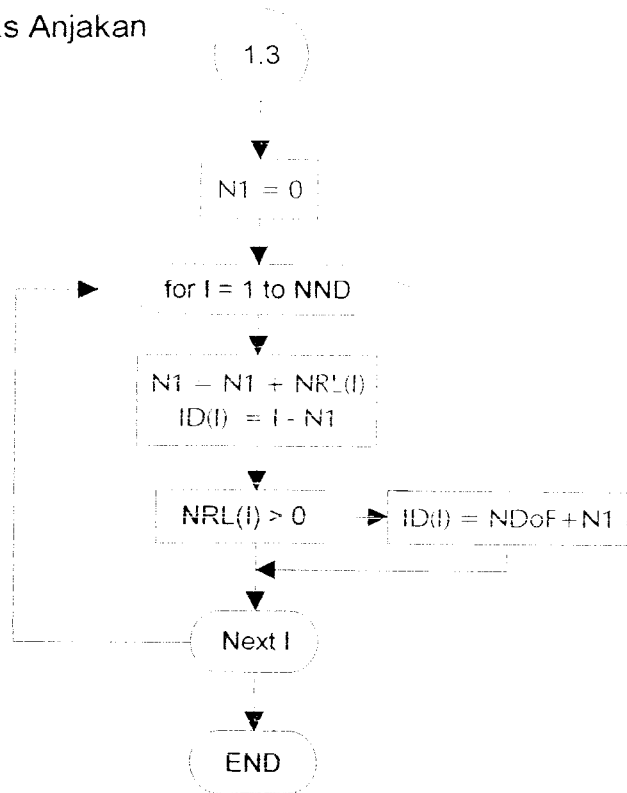


5. Kekangan Titik Buhul



Indeks berdasarkan persamaan (3.48).

6. Indeks Anjakan

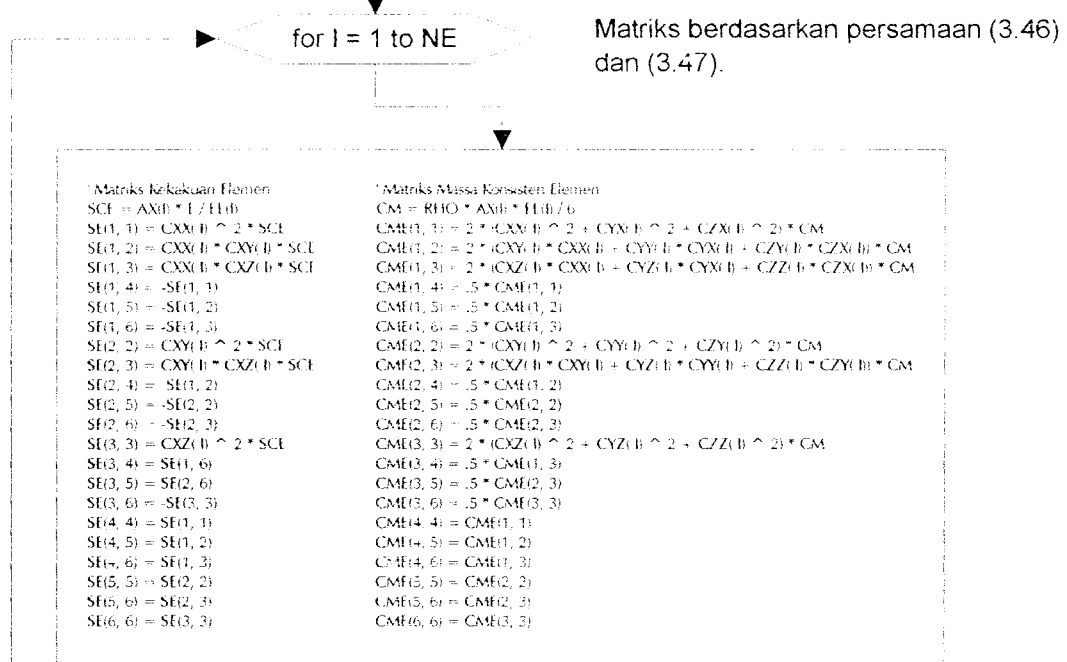


(2) STIFFNESS_MATRIX_AND_CONSISTENT_MASS_MATRIX

1. Penentuan dimensi array untuk matriks kekakuan dan matriks massa

```
Redim SS(NDoF, NDoF)
Redim CMS(NDoF, NDoF)
```

2. Matriks kekakuan elemen dan matriks massa konsisten elemen



3. Perhitungan indeks anjakan elemen

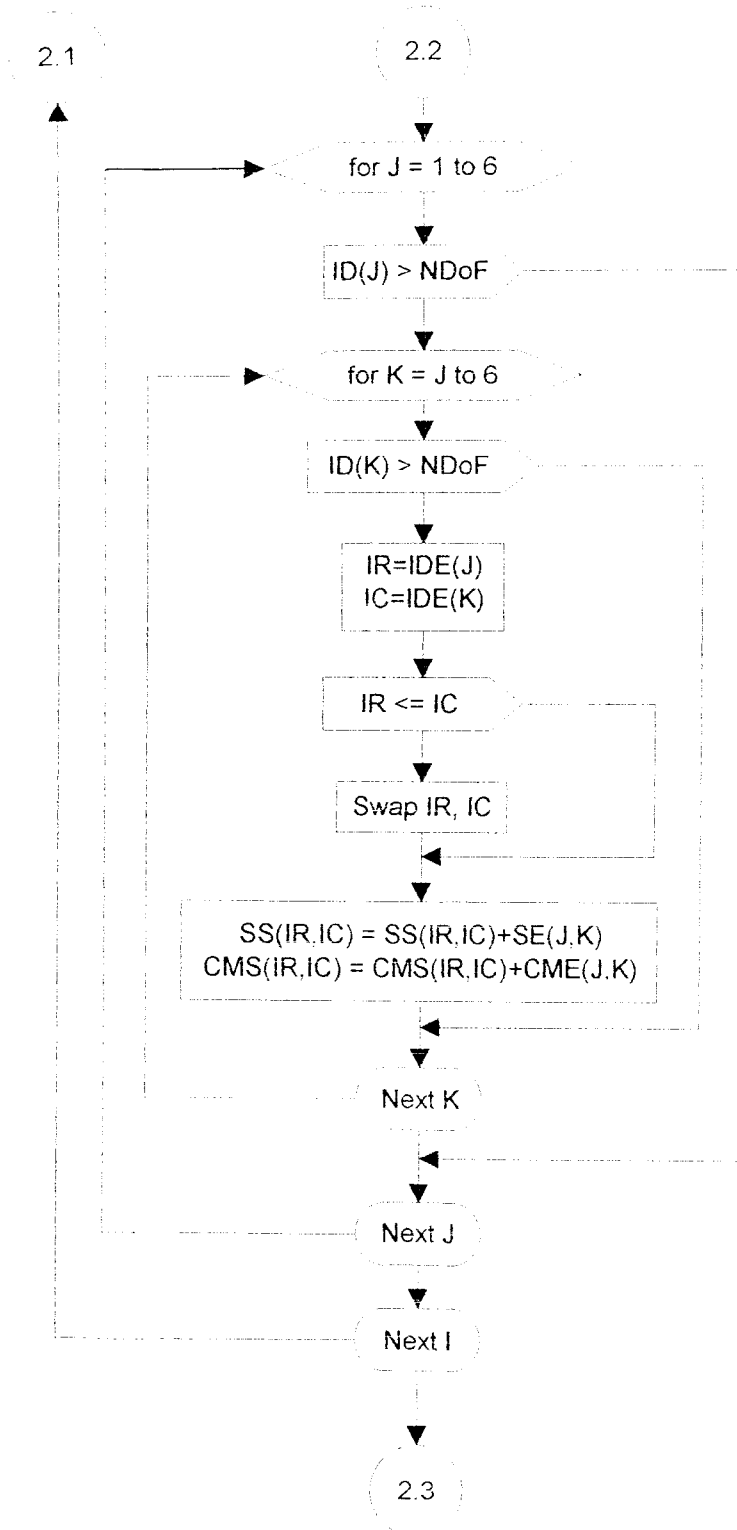
```
IDE(1) = ID(3*JN(I)-2)
IDE(2) = ID(3*JN(I)-1)
IDE(3) = ID(3*JN(I))
IDE(4) = ID(3*KN(I)-2)
IDE(5) = ID(3*KN(I)-1)
IDE(6) = ID(3*KN(I))
```

Indeks berdasarkan persamaan (3.48).

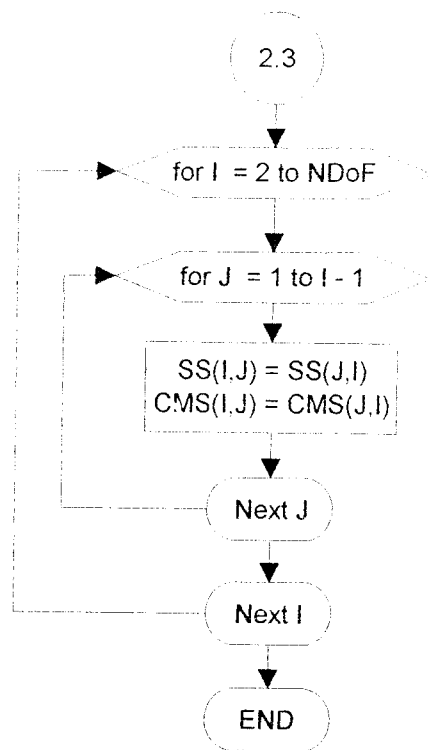
2.1

2.2

4. Perubahan ke matriks kekakuan struktur dan matriks massa konsisten struktur



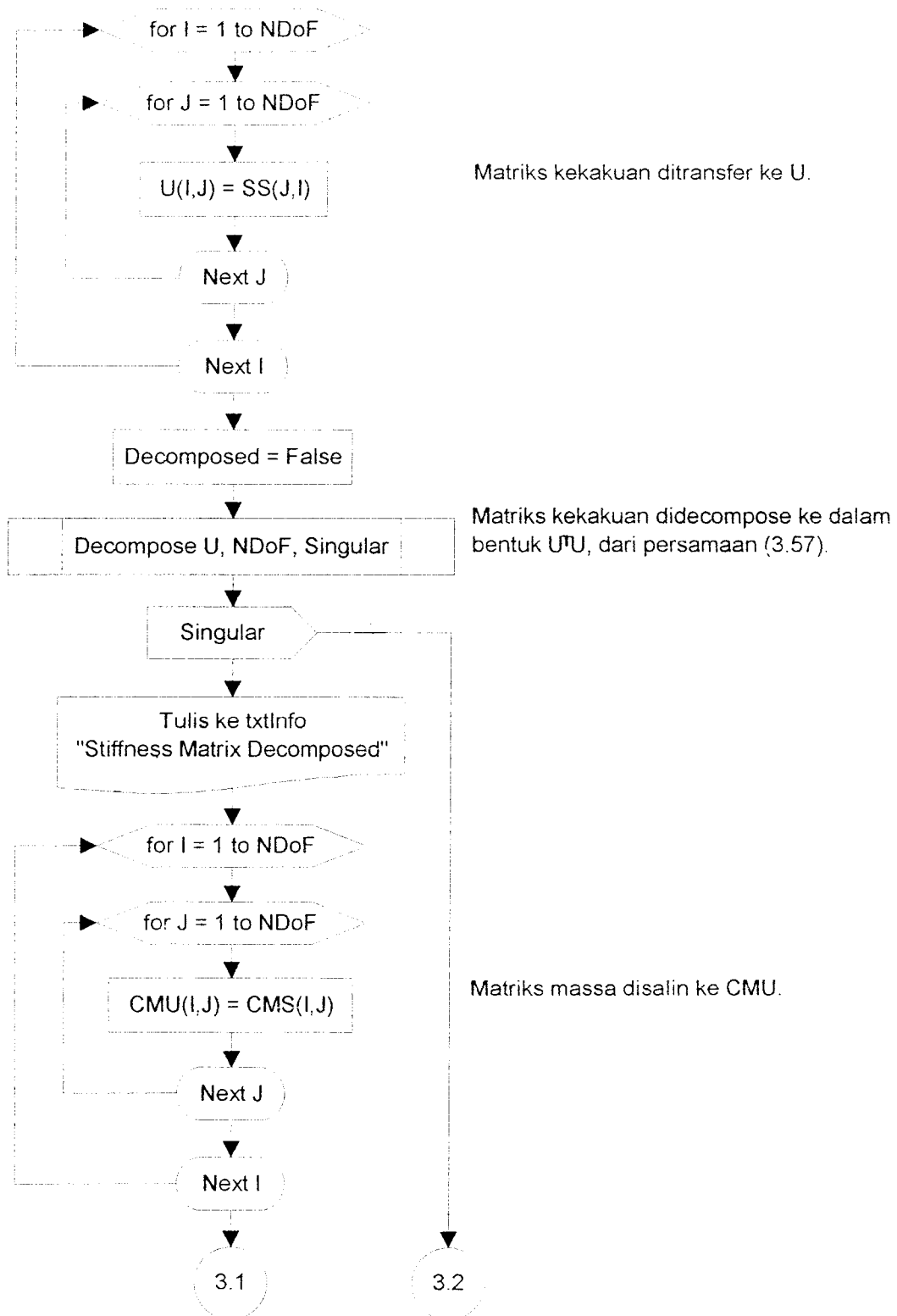
3. Pengisian segitiga atas matriks kekakuan struktur dan matriks massa konsisten struktur



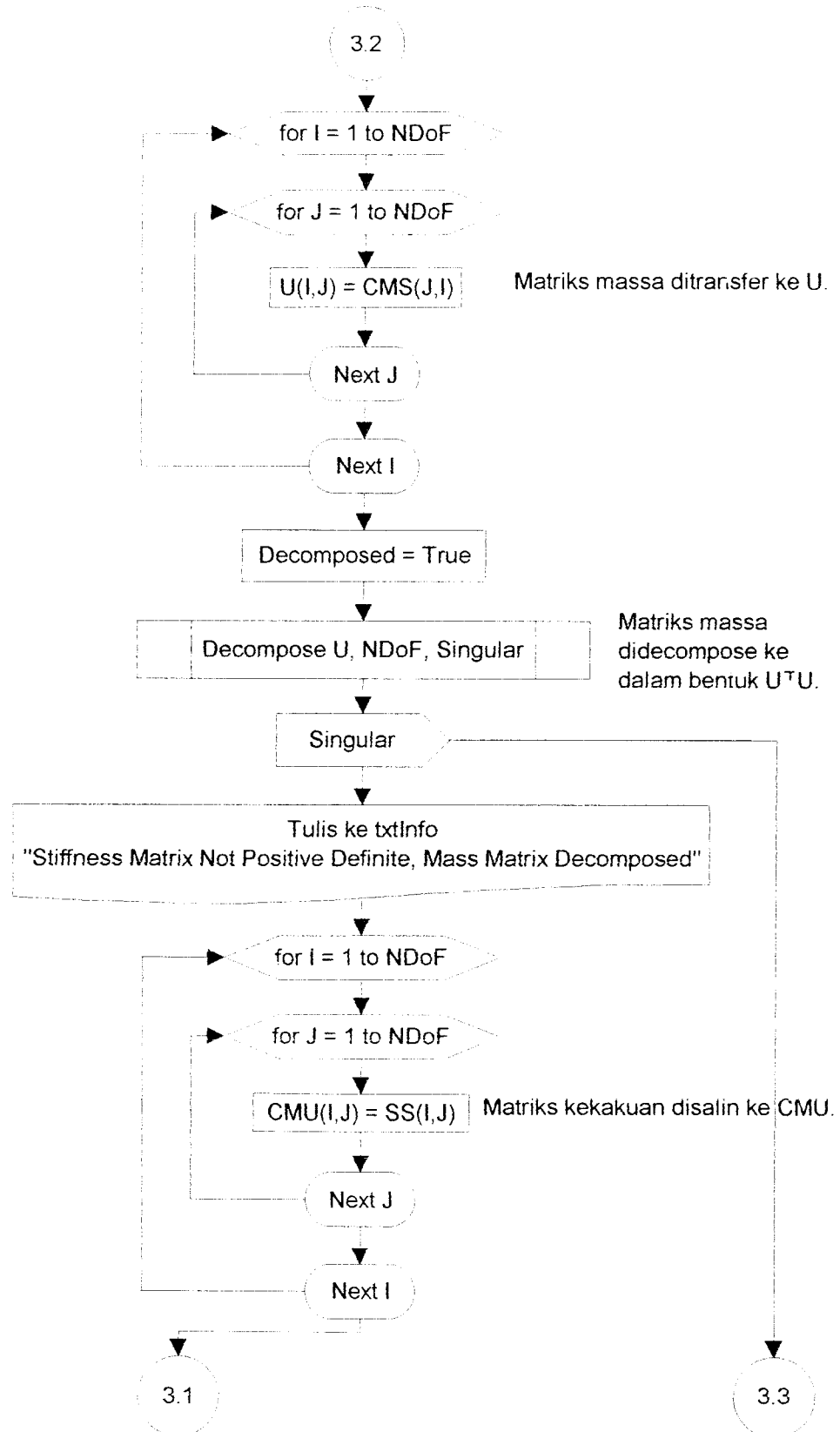
Segitiga atas matriks persamaan (3.46) dan (3.47).

(3) STANDARD_SYMMETRIC

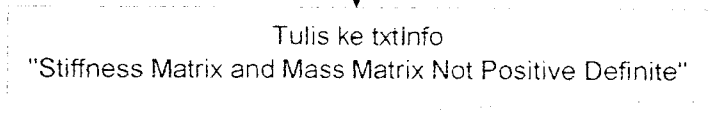
1. Decompose Matriks Kekakuan dan Salin Matriks Massa ke CMU



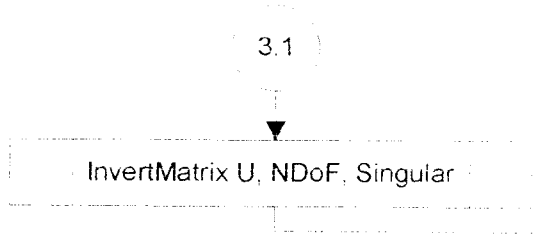
2. Decompose Matriks Massa dan Salin Matriks Kekakuan ke CMU



3.3

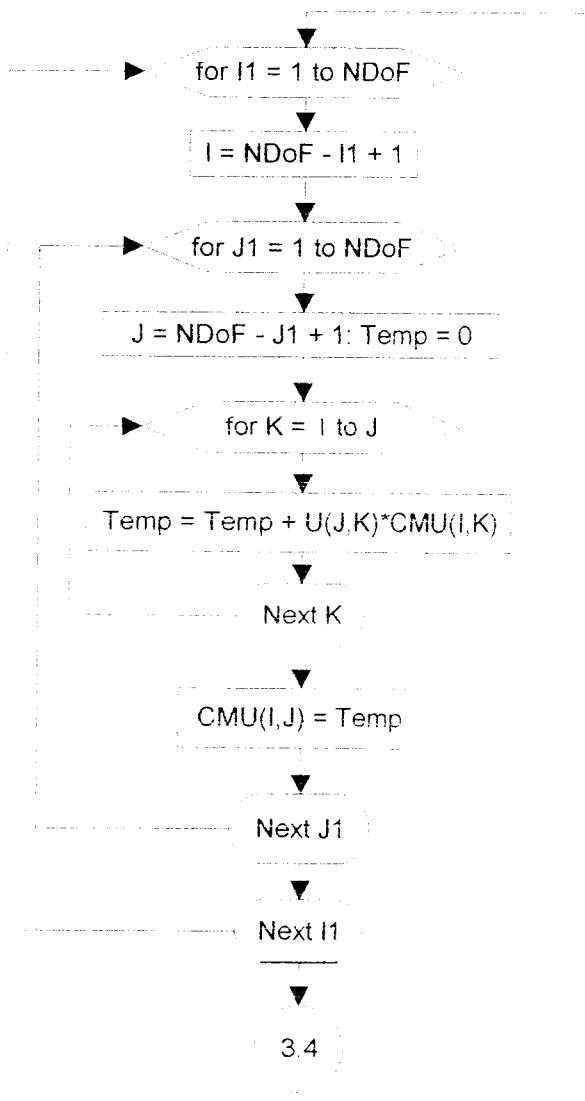


3. Perhitungan inverse transpose dari matrix U.



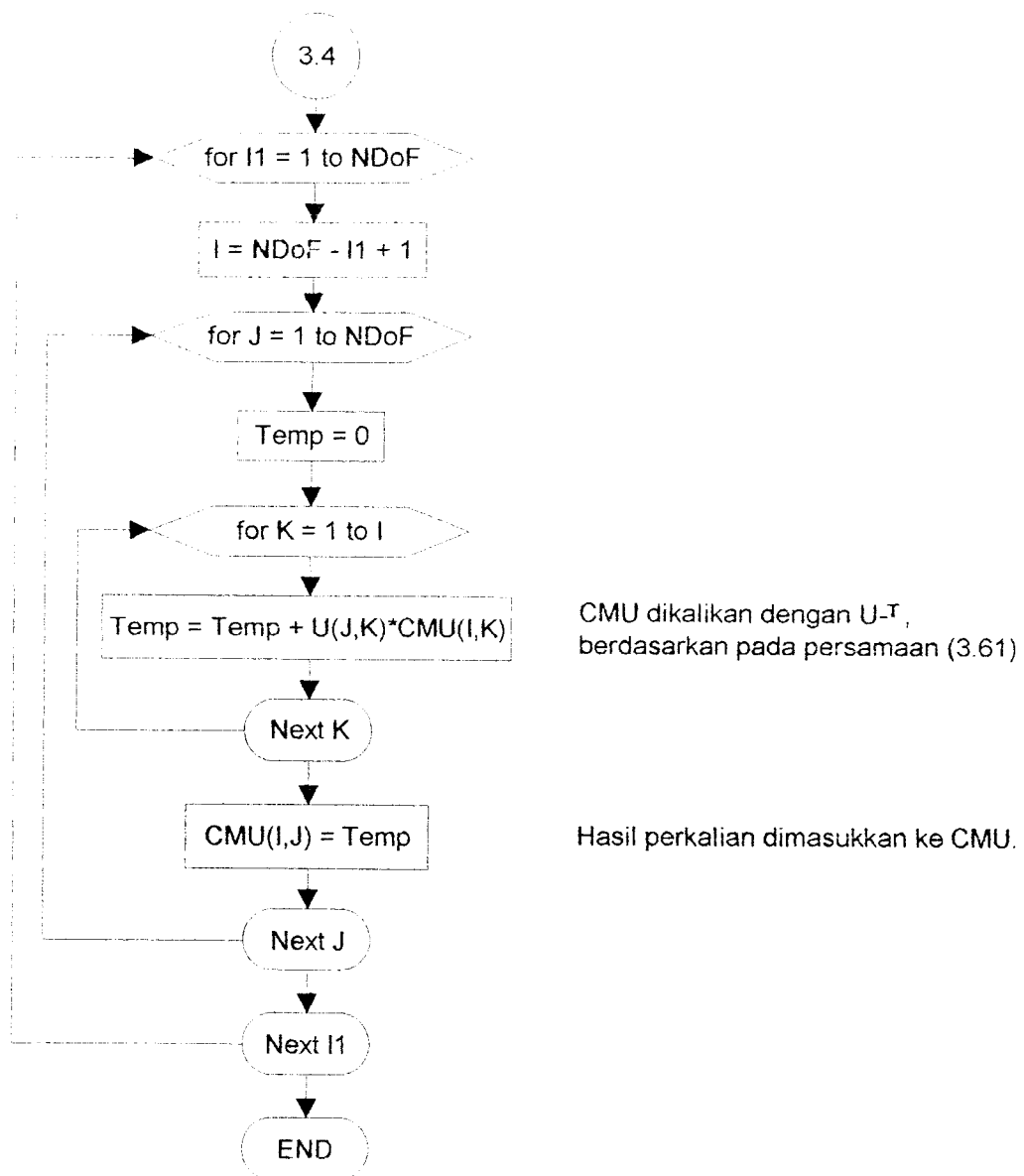
Sub program InvertMatrix dipanggil untuk mendapatkan invers transpose dari matriks U.

4. Perubahan ke bentuk standard simetris



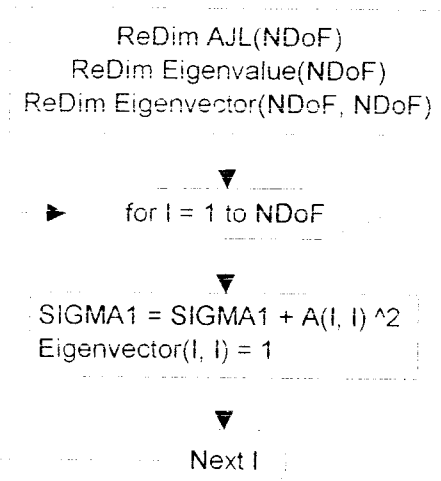
CMU dikalikan dengan U^T berdasarkan pada persamaan (3.61)

Hasil perkalian dimasukkan ke CMU.

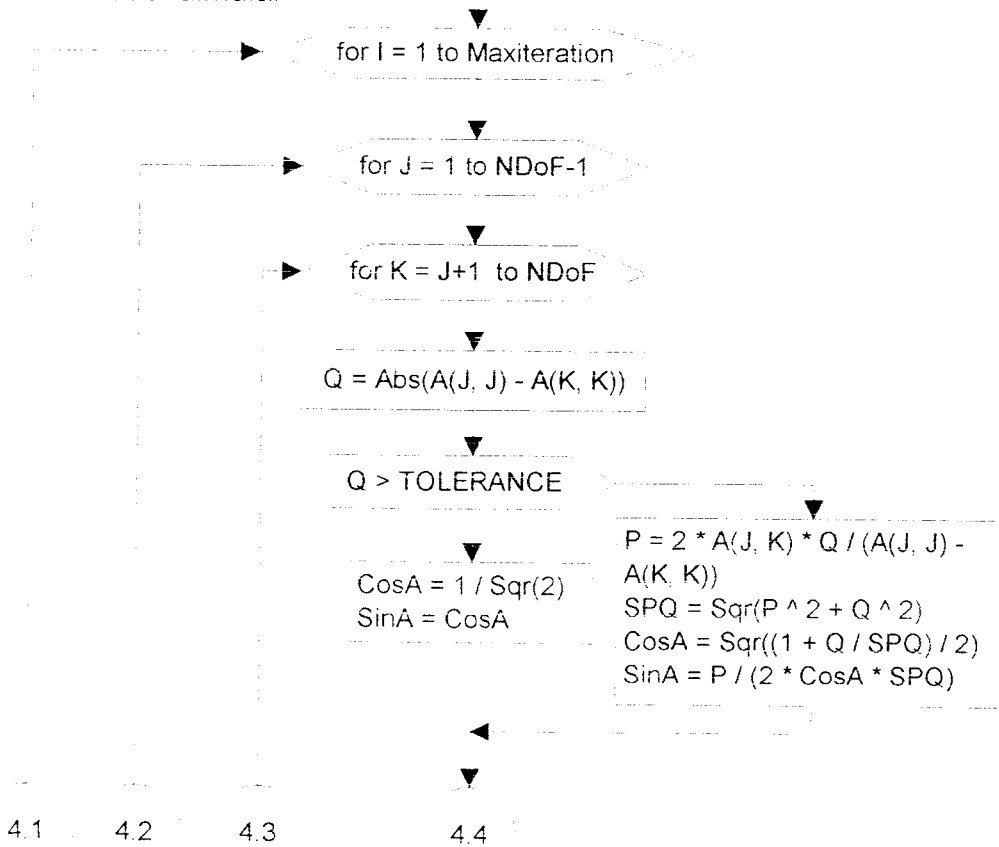


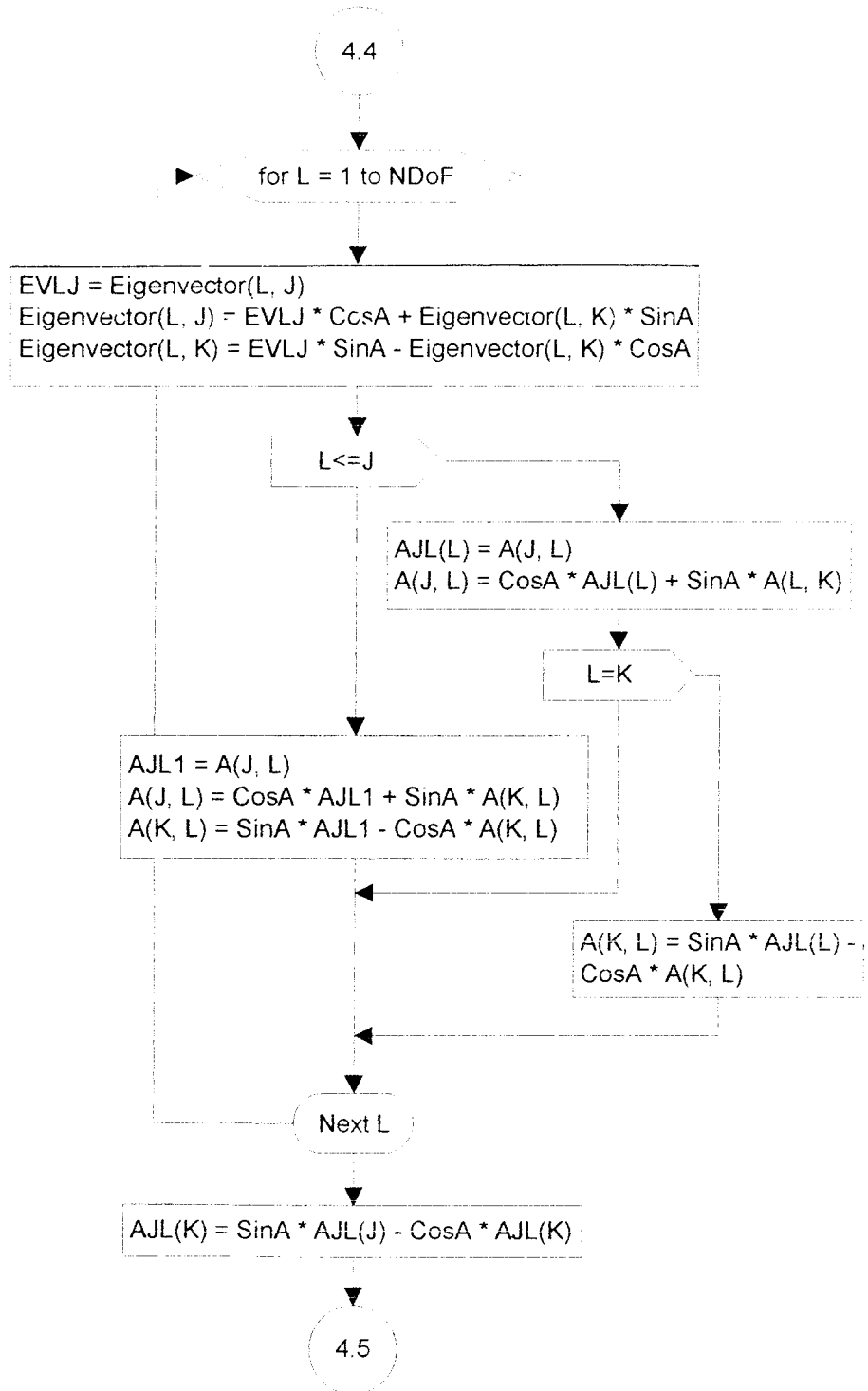
(4) FIND_EIGENPAIRS

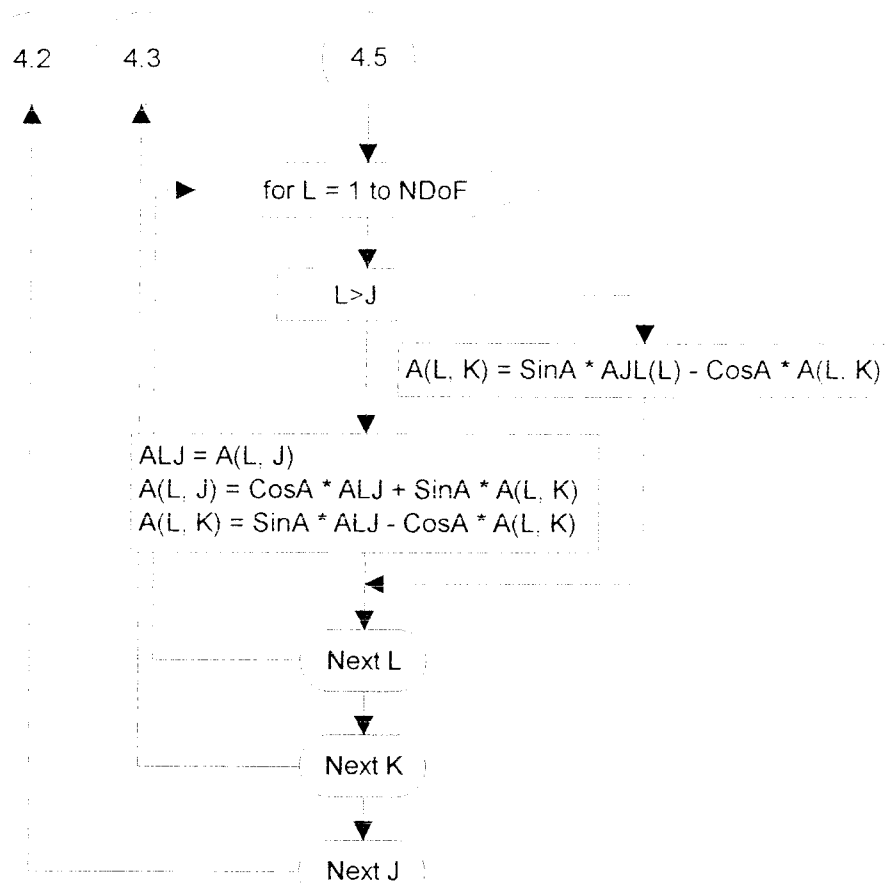
1. Set up matriks vektor eigen sebagai matriks identitas



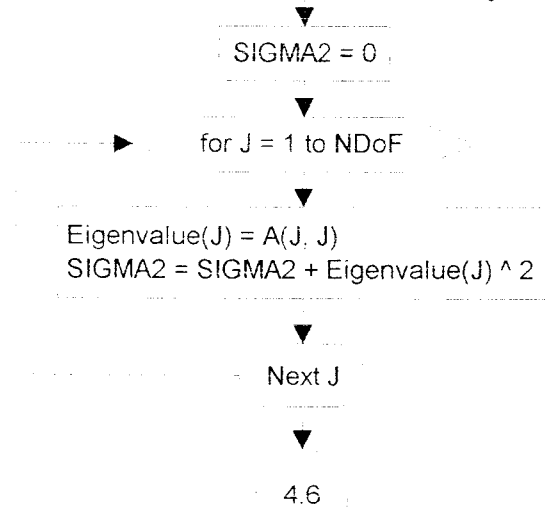
2. Iterasi Jacobi dimulai



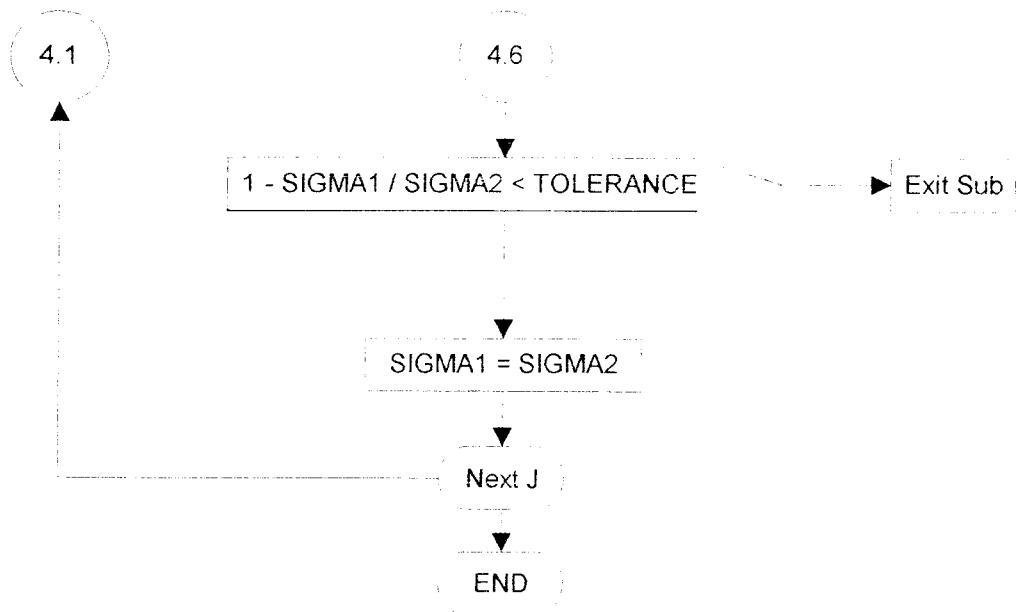




3. Tentukan Sigma2 untuk A tertransformasi dan uji konvergensi



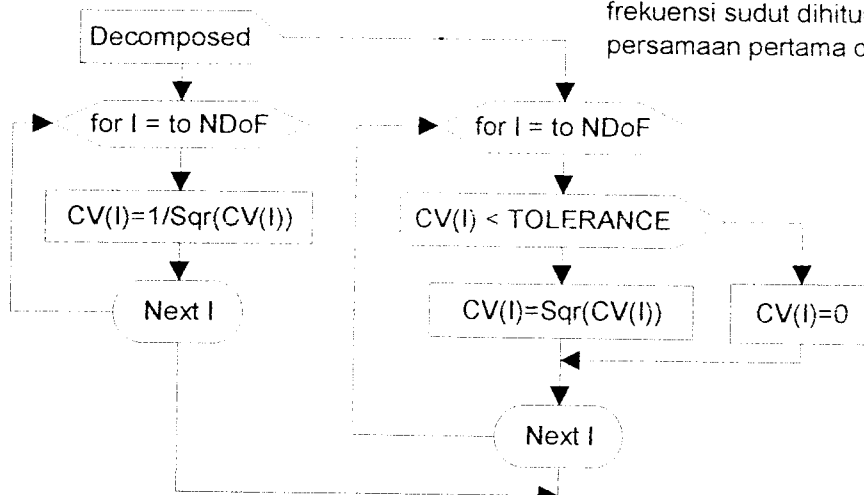
4.6



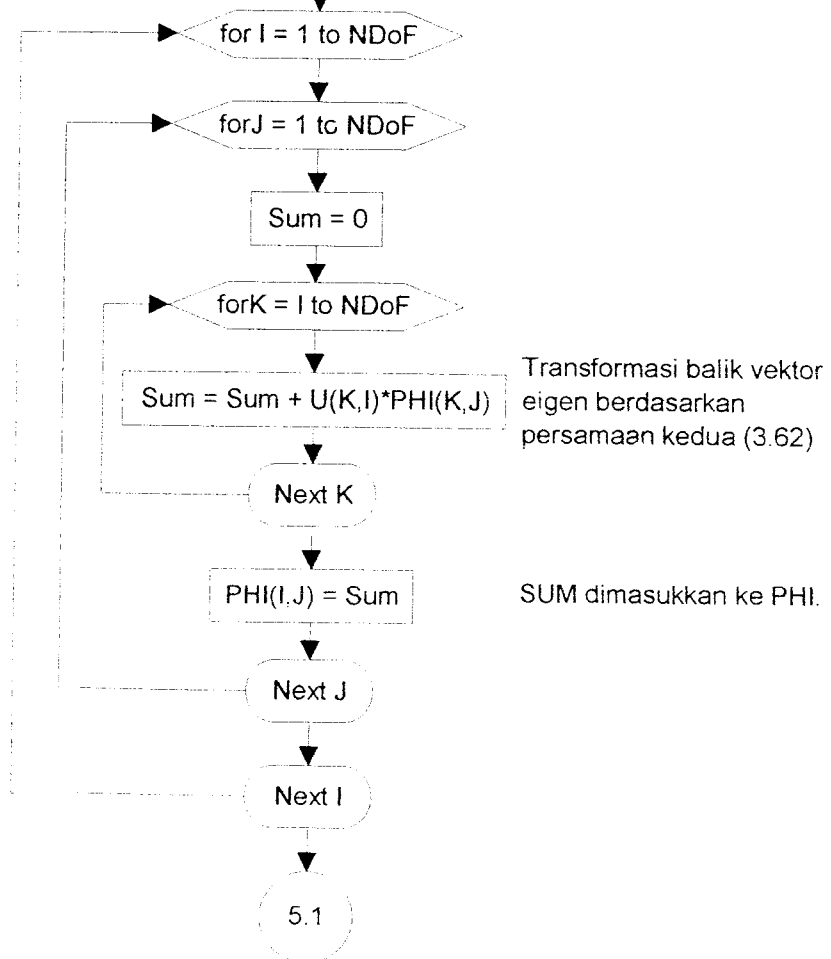
(5) TRANSFORM_EIGENVECTOR

1. Perhitungan Frekuensi Sudut

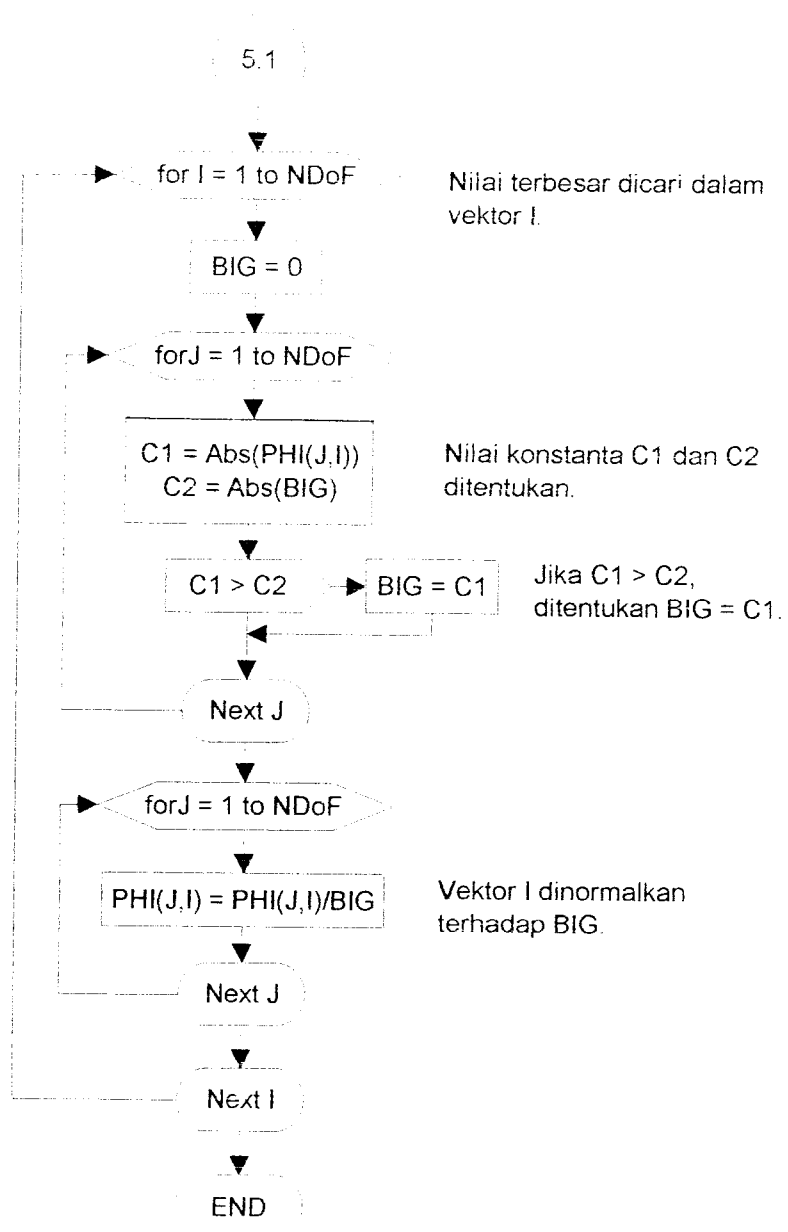
Jika matriks massa terdekomposisi, frekuensi sudut dihitung berdasarkan persamaan pertama dari (3.62)



2. Transformasi Balik Vektoreigen

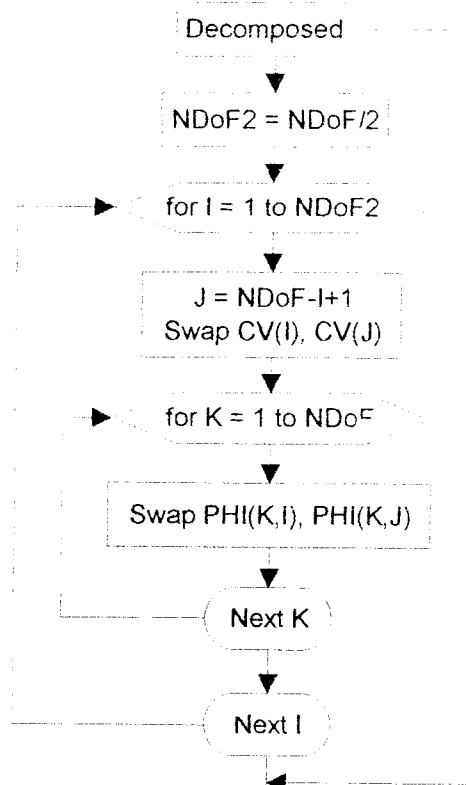


3. Penormalan vektor eigen terhadap vektor eigen terbesar

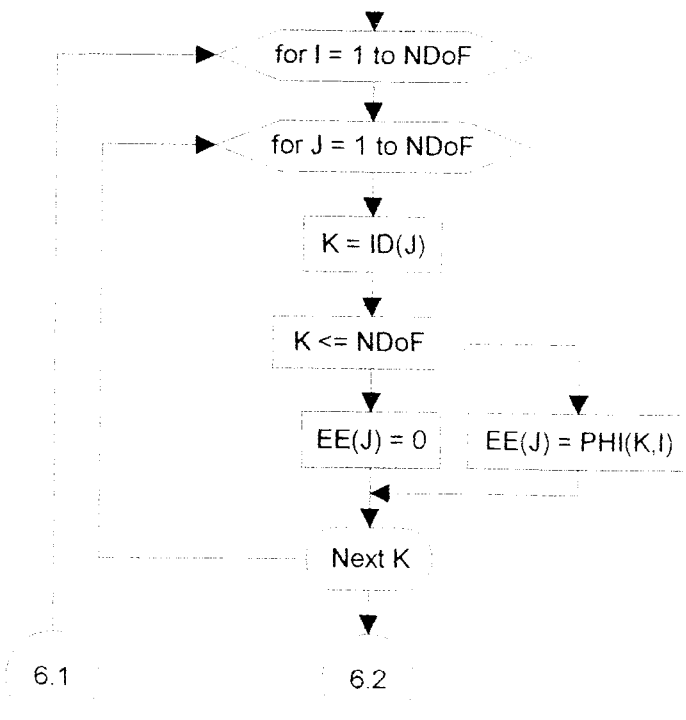


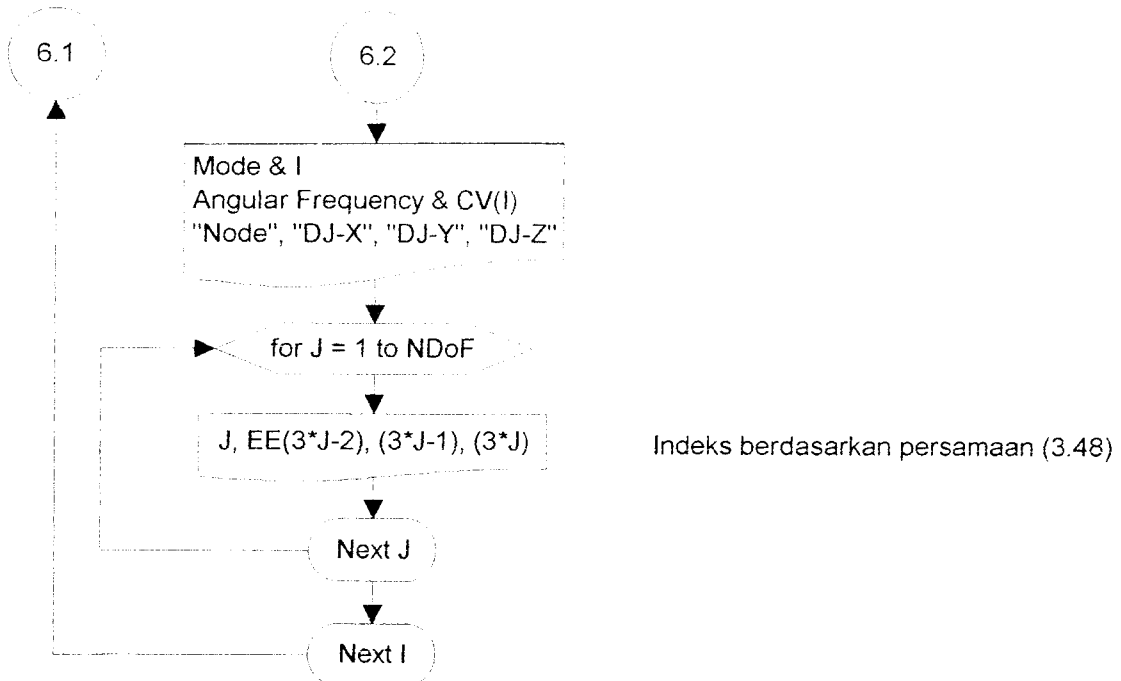
(6) RESULT1_ST

1. Pengurutan kembali frekuensi sudut dan vektor eigen

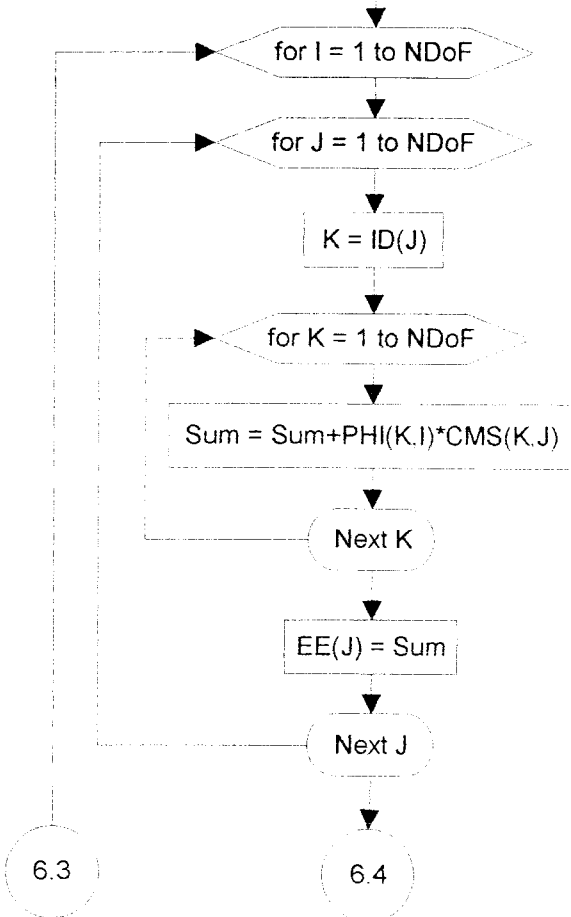


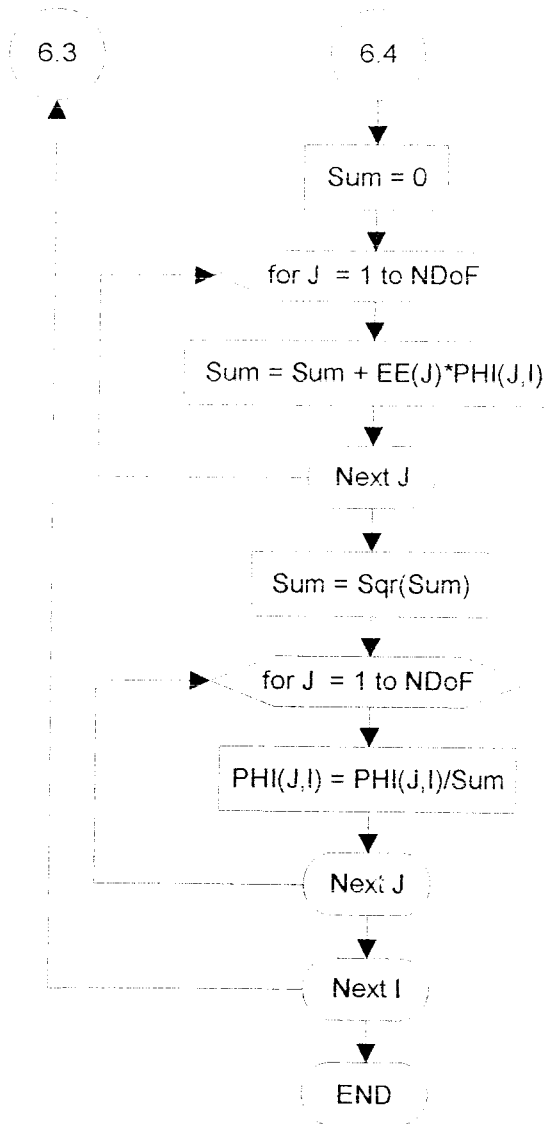
2. Penulisan frekuensi sudut dan vektor eigen





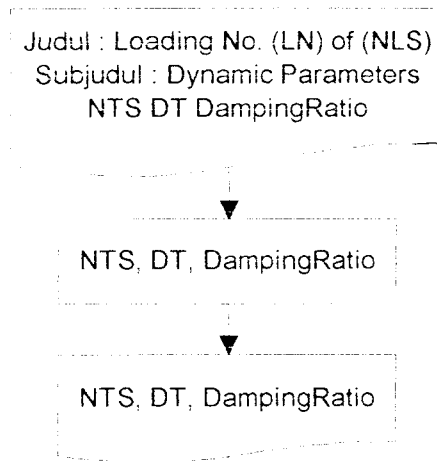
3. Penormalan vektor eigen terhadap matriks massa



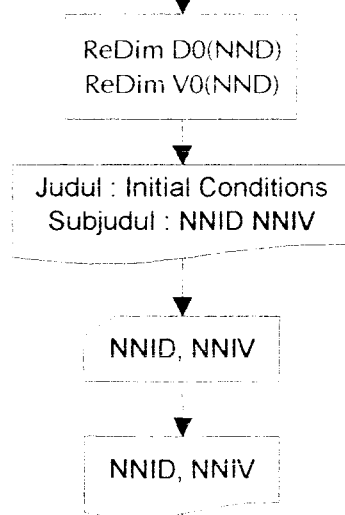


(7) DYNAMIC_LOAD_ST

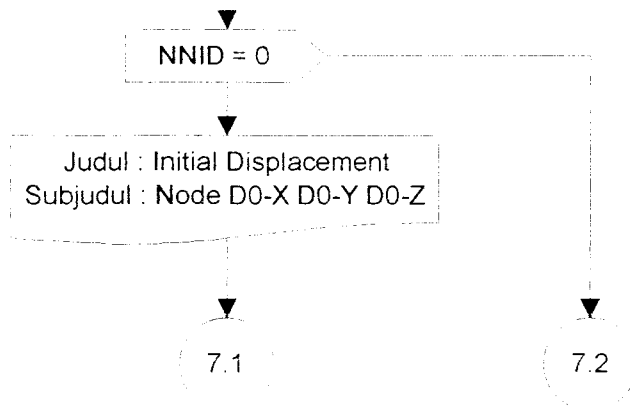
1. Parameter Dinamis

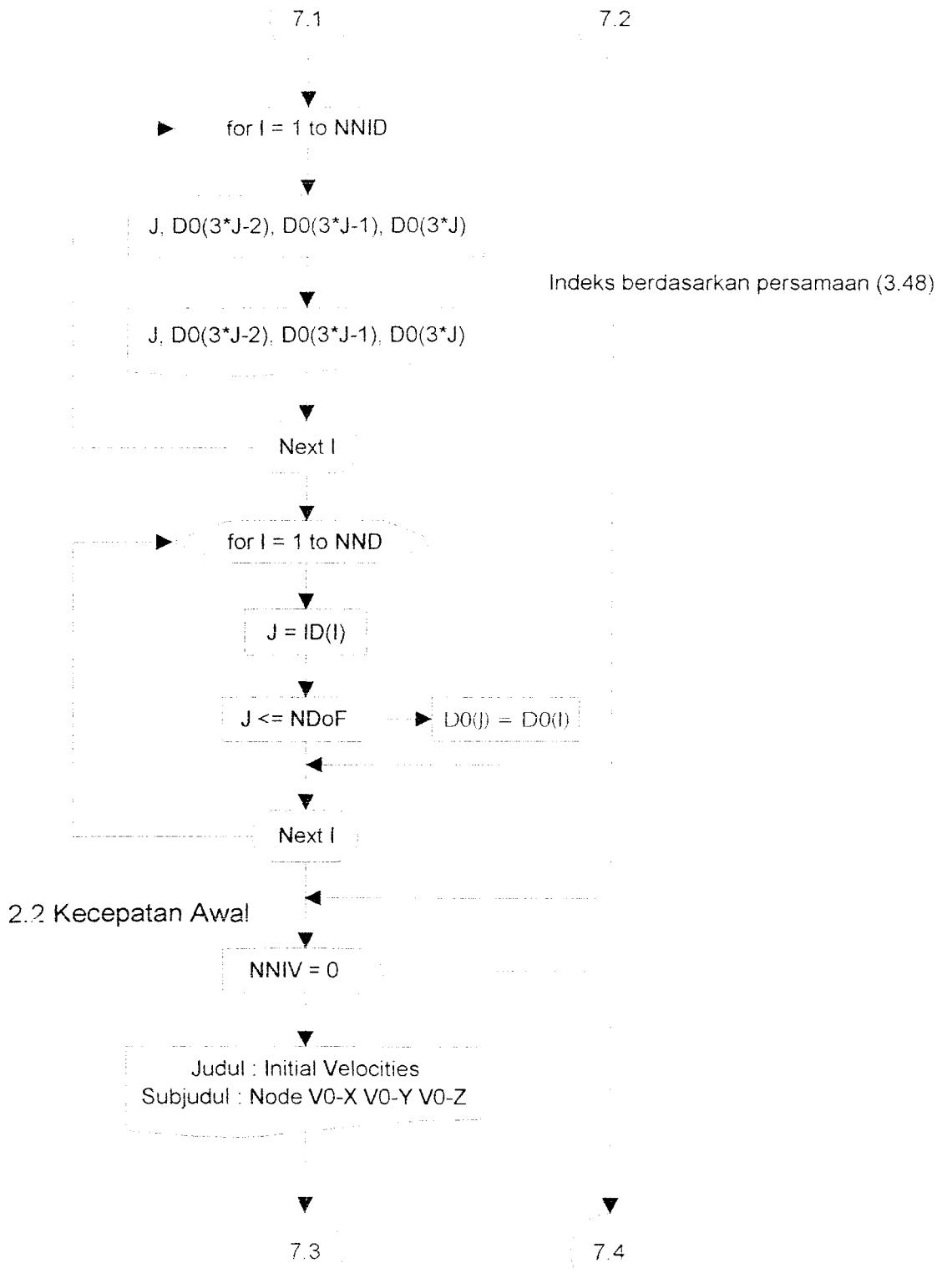


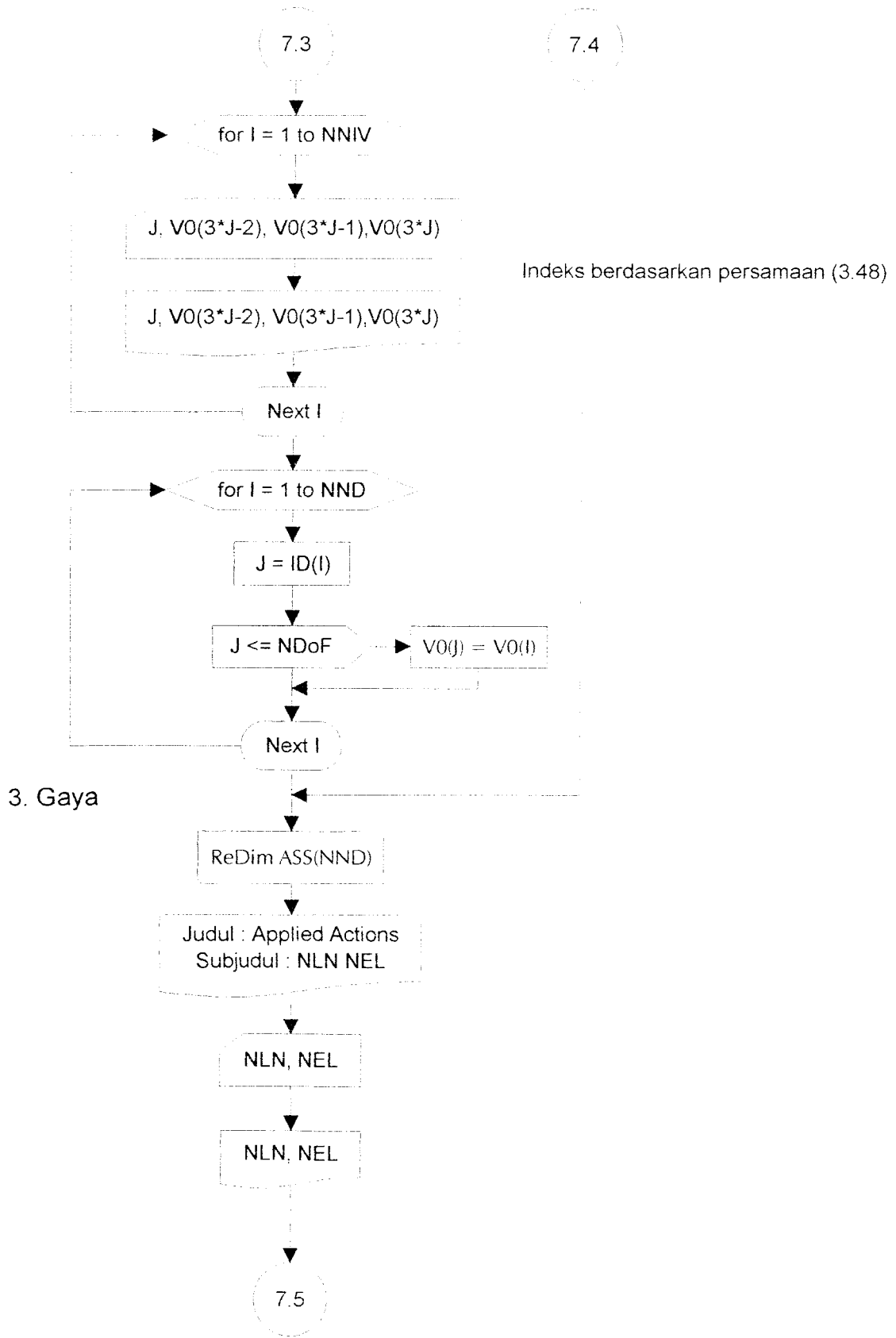
2. Kondisi Awal



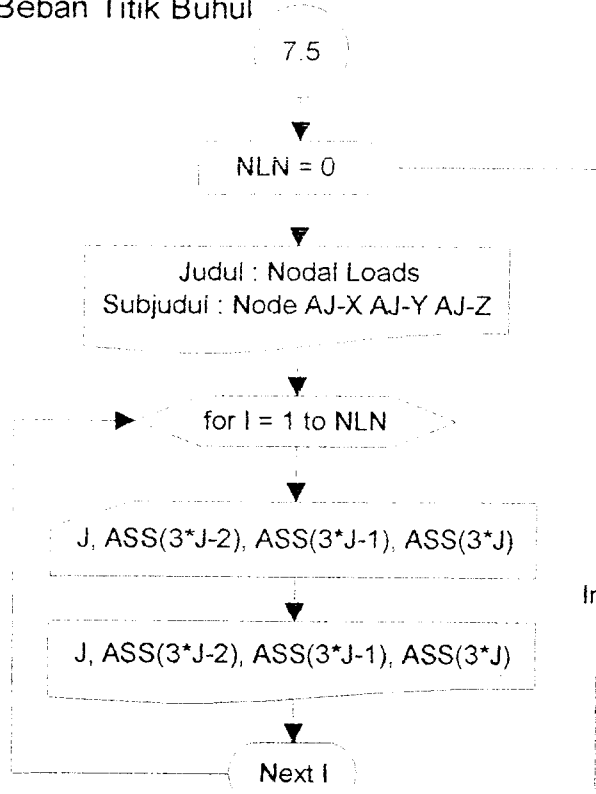
2.1 Anjakan Awal





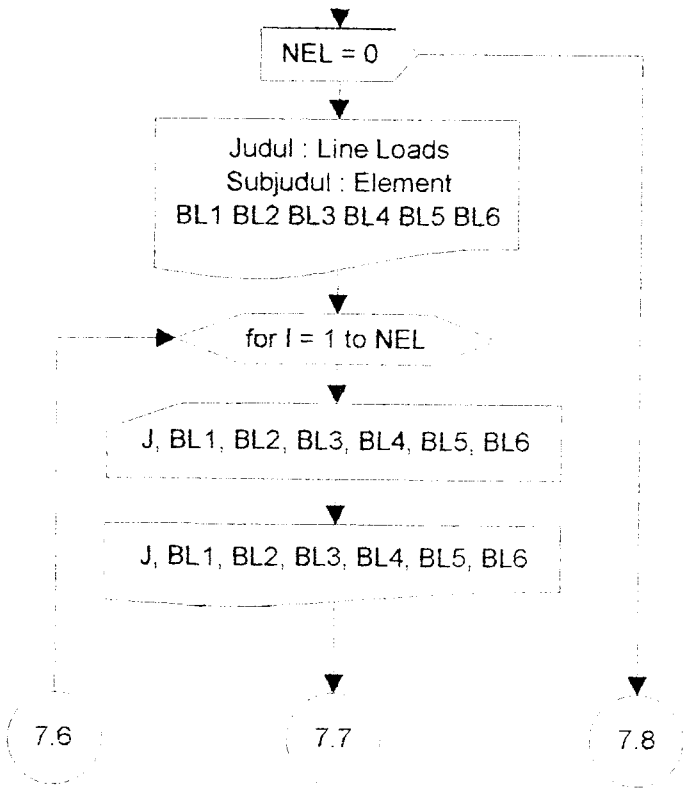


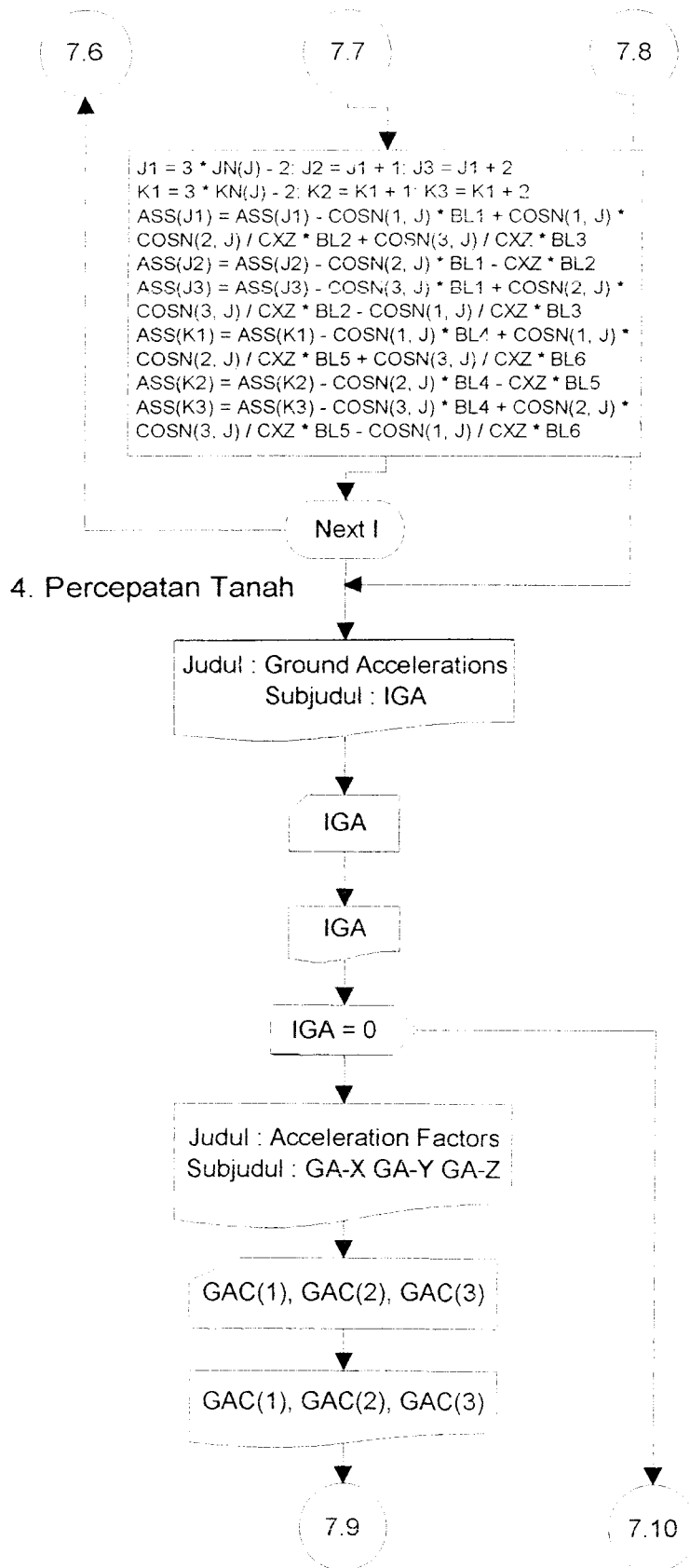
3.1 Beban Titik Buhul

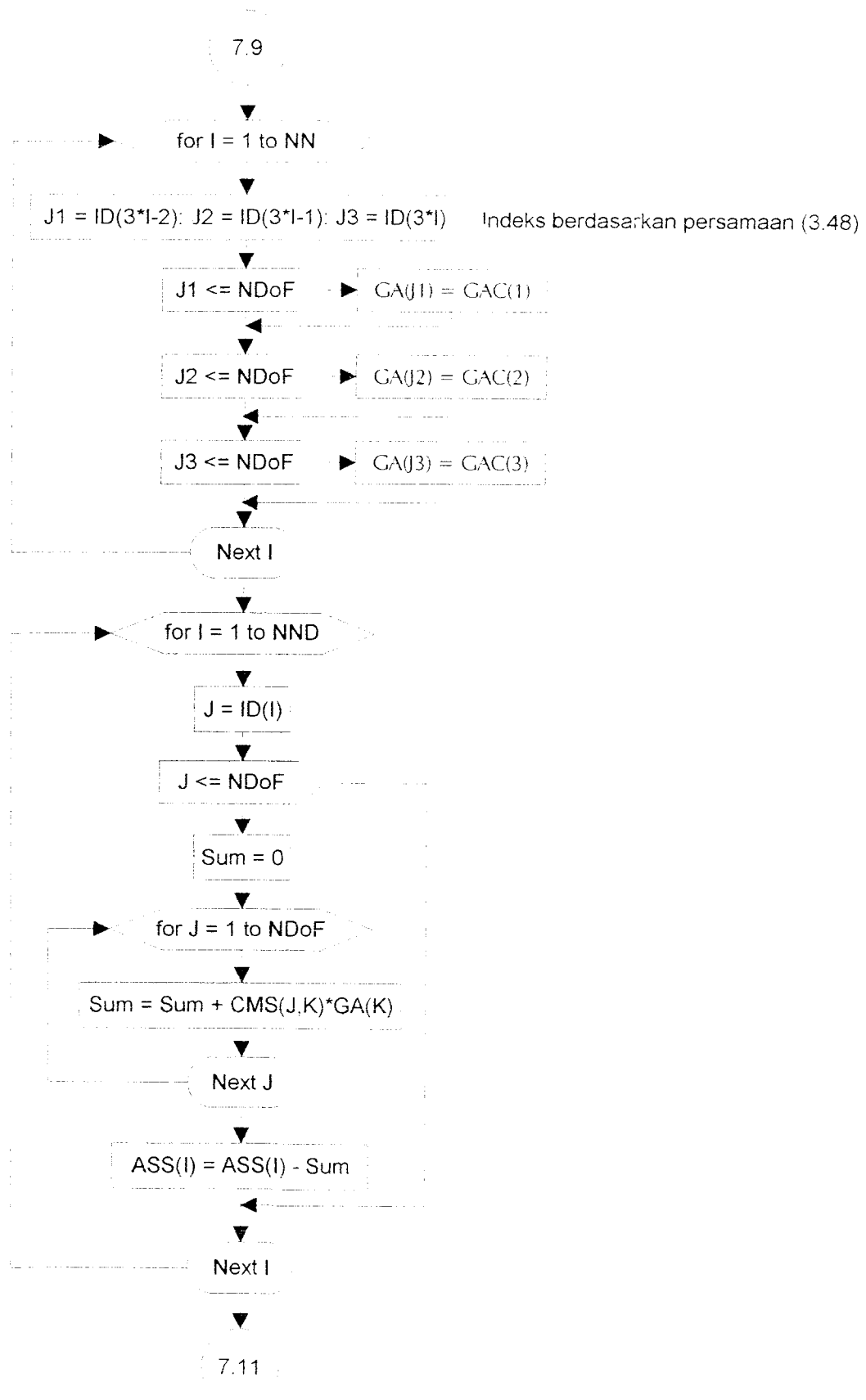


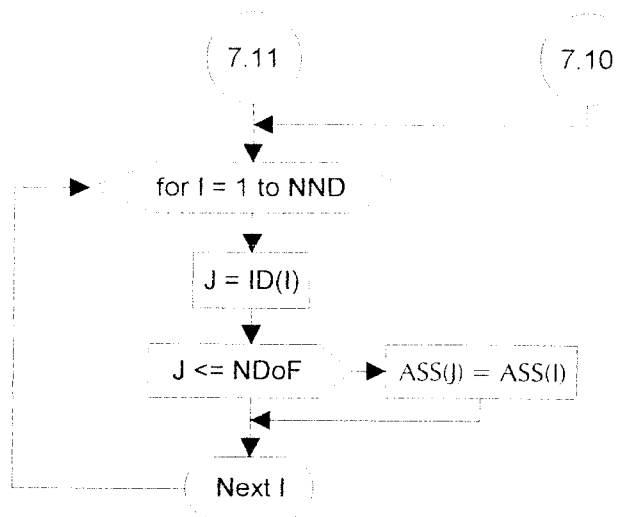
Indeks berdasarkan persamaan (3.48)

3.2 Beban Elemen

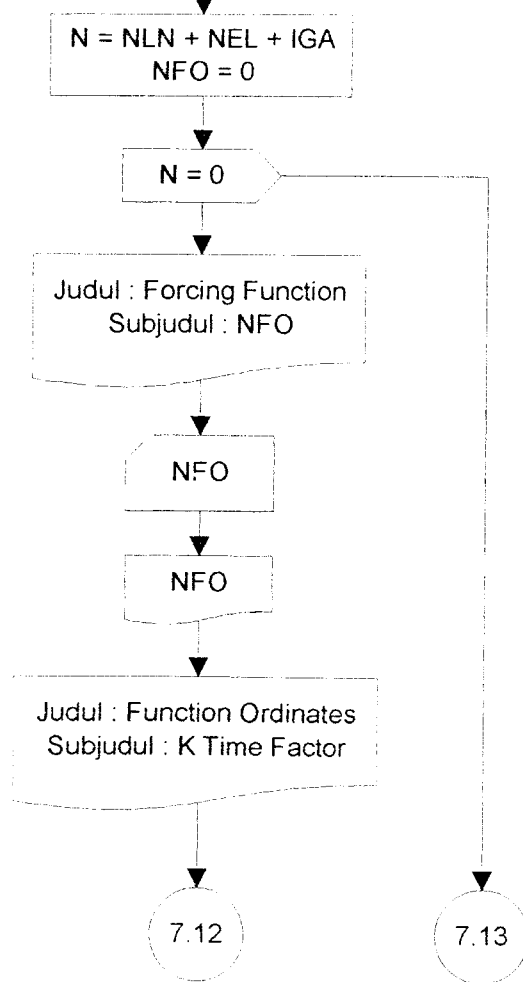


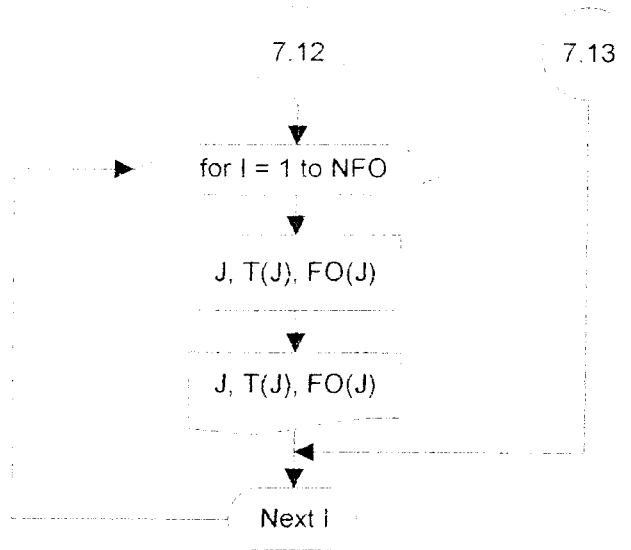




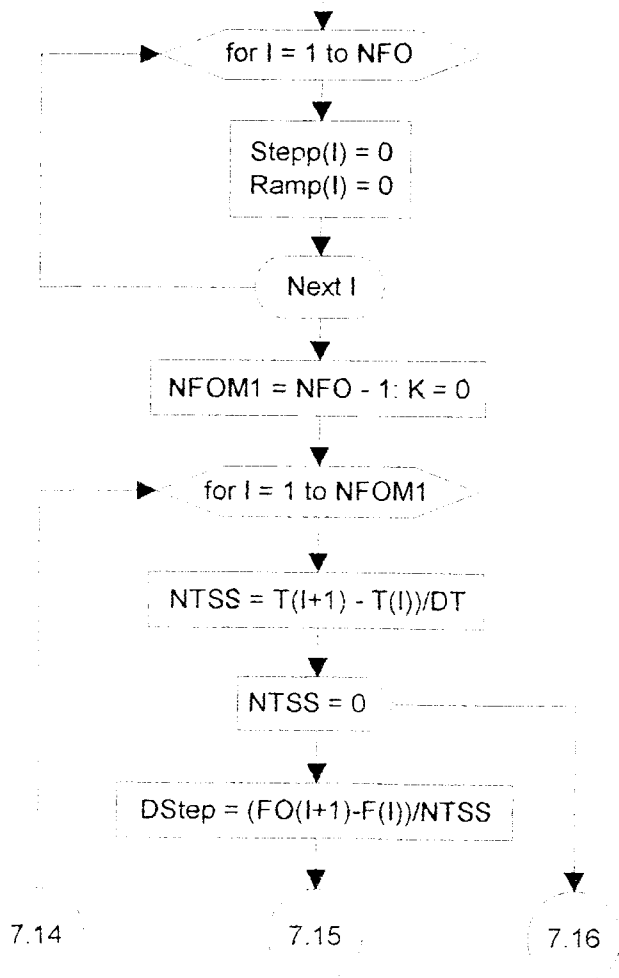


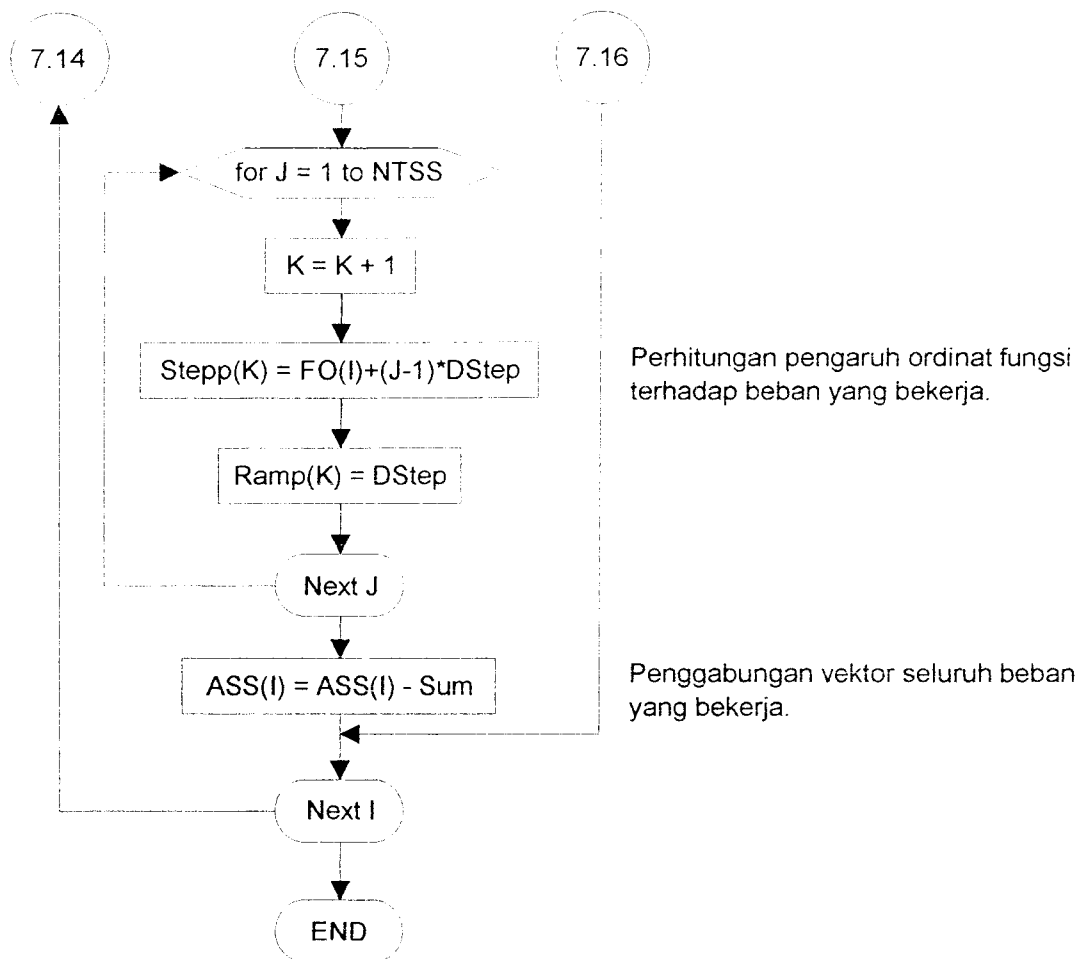
5. Baca Fungsi Gaya





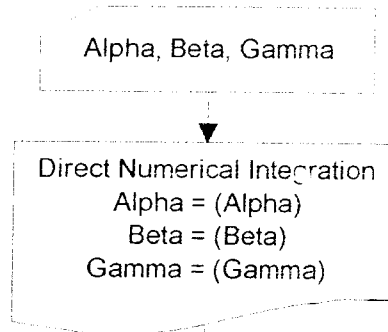
6. Perhitungan Step dan Ramp untuk tiap pertambahan waktu





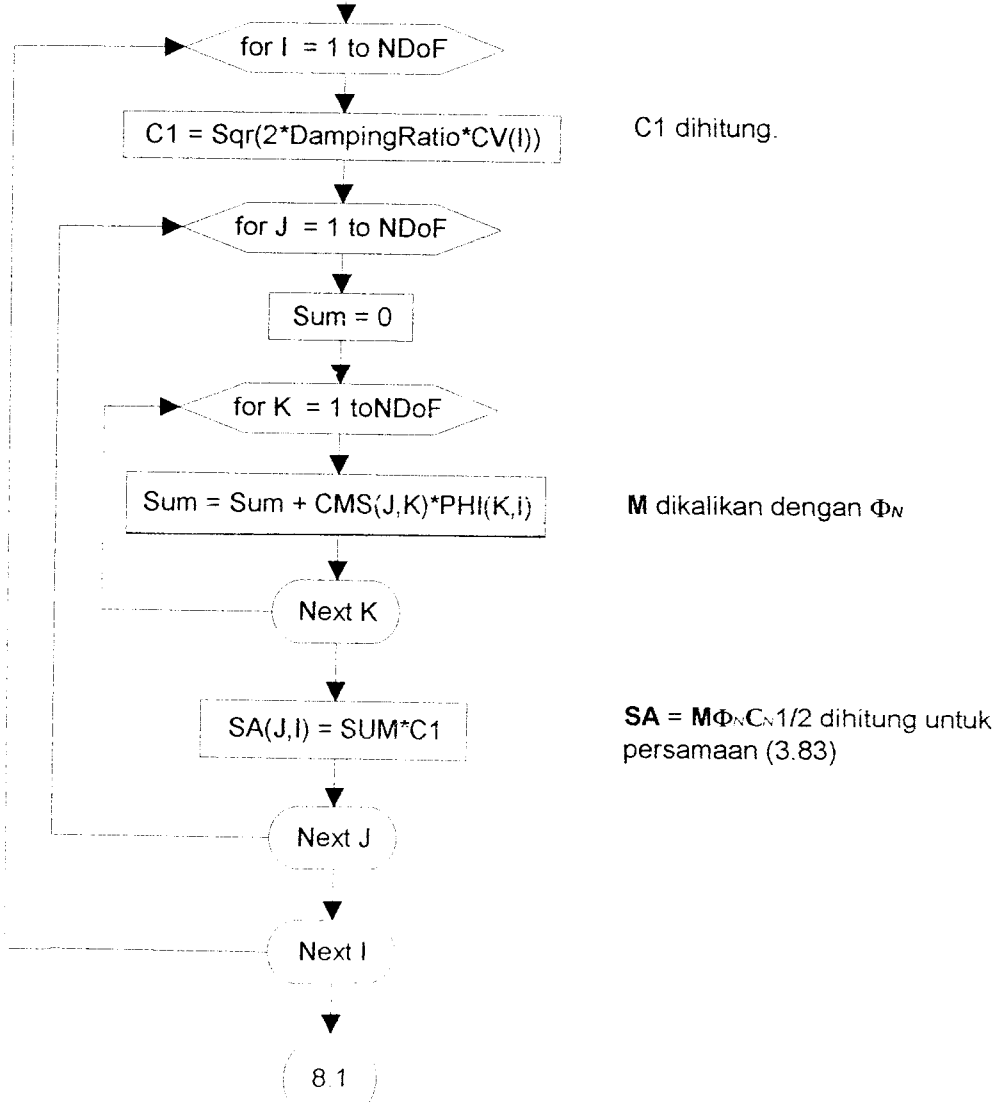
8. DIRECT_NUMERICAL_INTEGRATION

1. Baca dan Tulis Parameter Integrasi

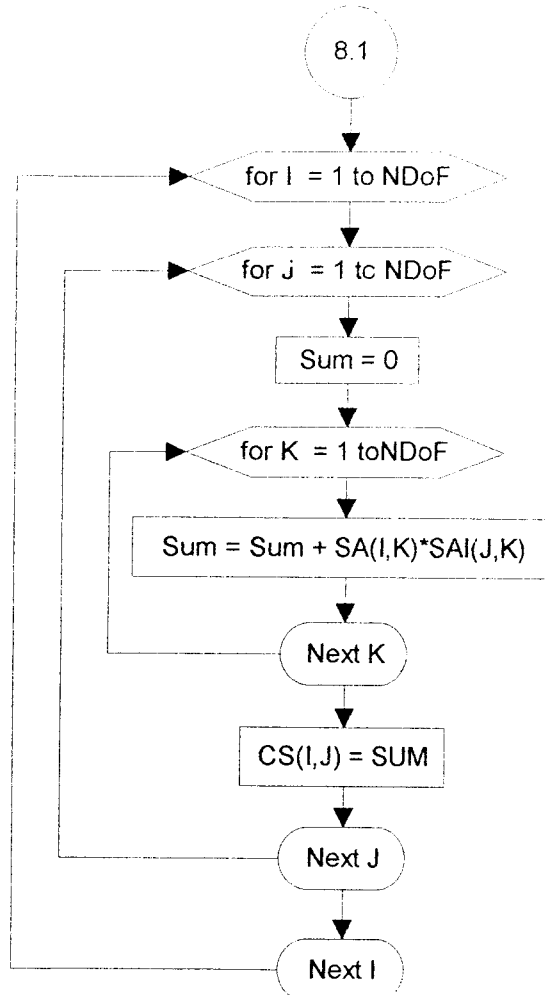


2. Hitung Matriks Redaman Struktur

2.1 Tentukan Faktor SA

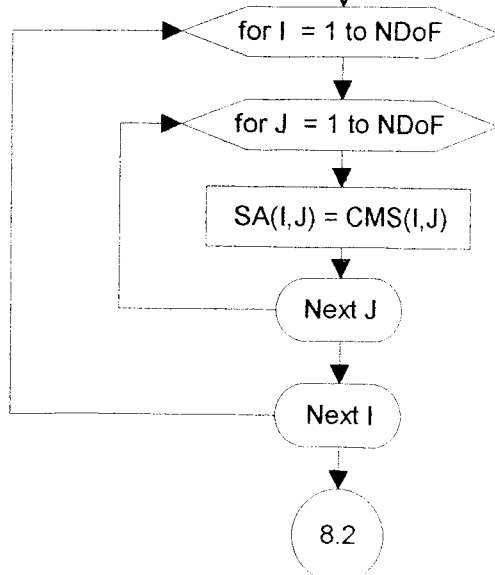


2.2 Kalikan SA dan Transpose-nya

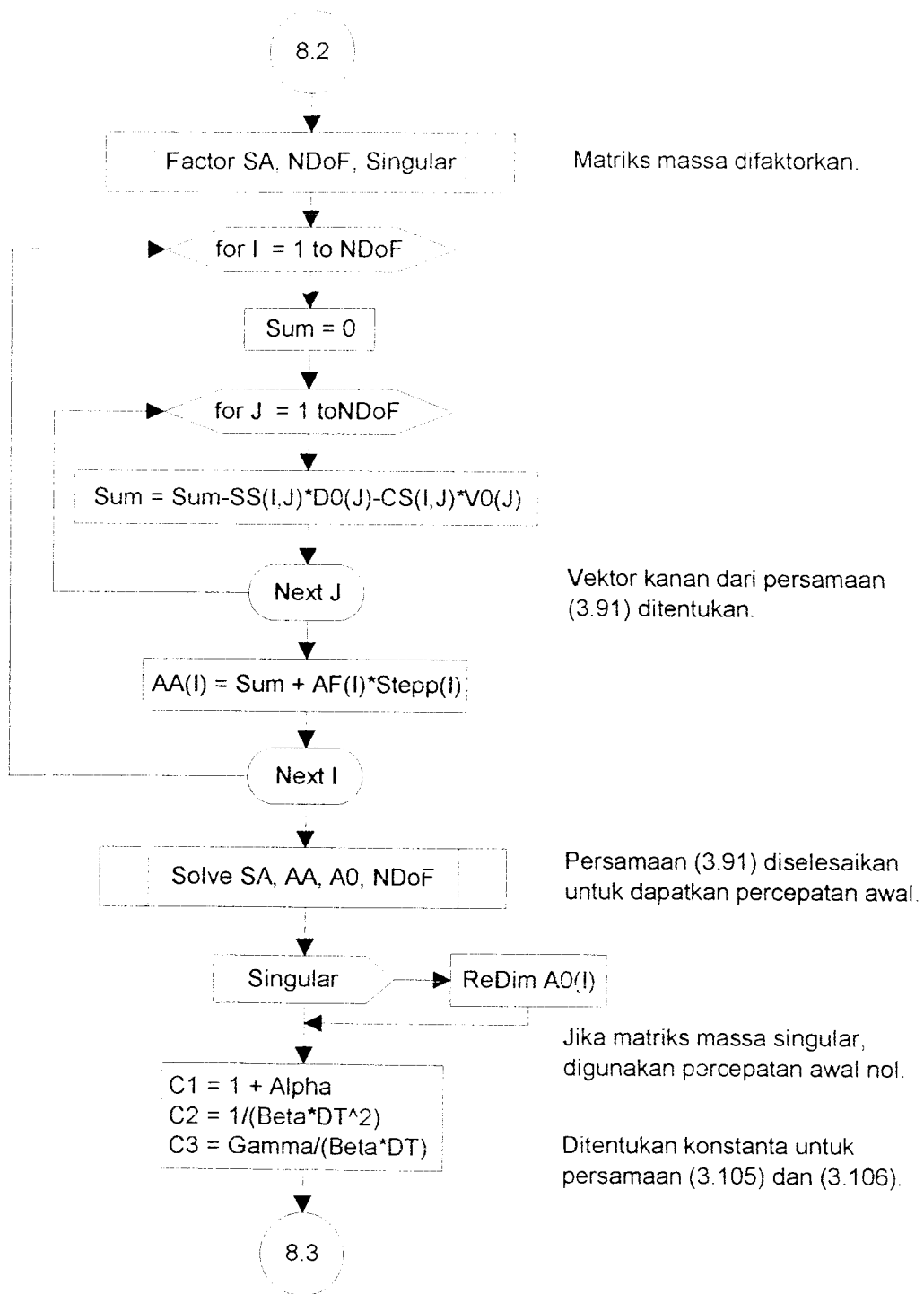


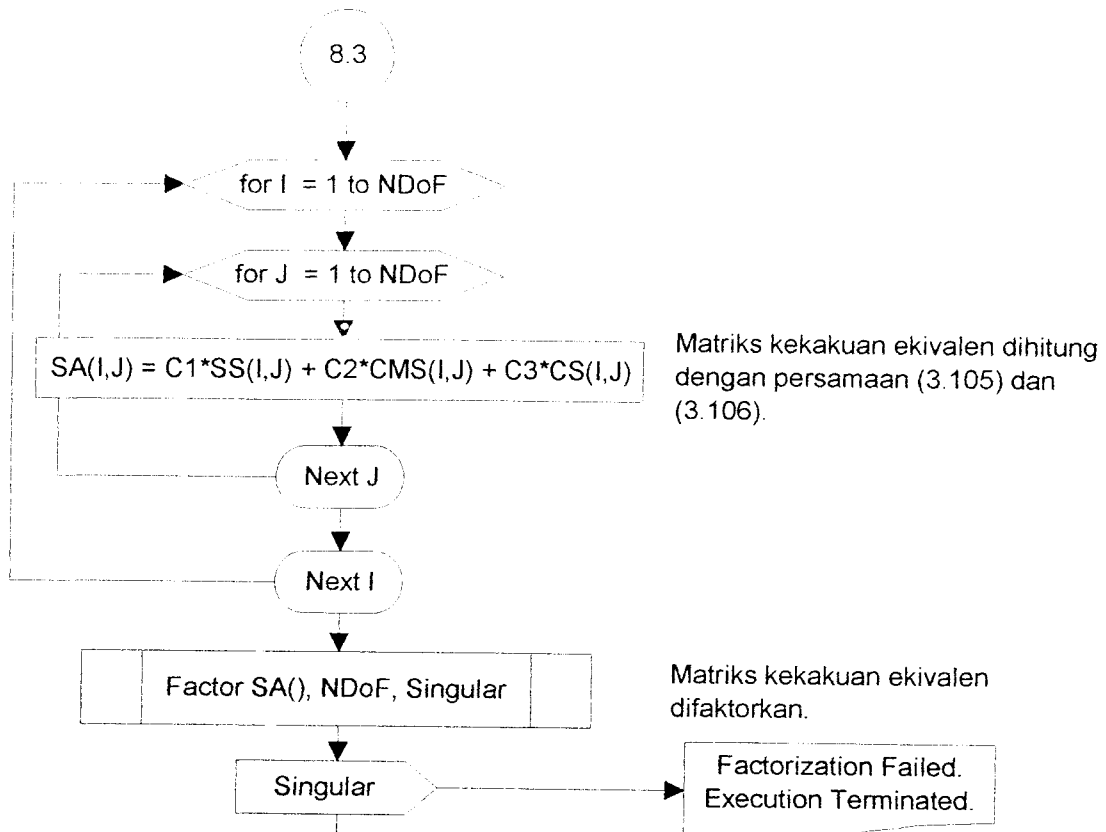
Persamaan (3.83) diterapkan.

3. Hitung Percepatan Awal

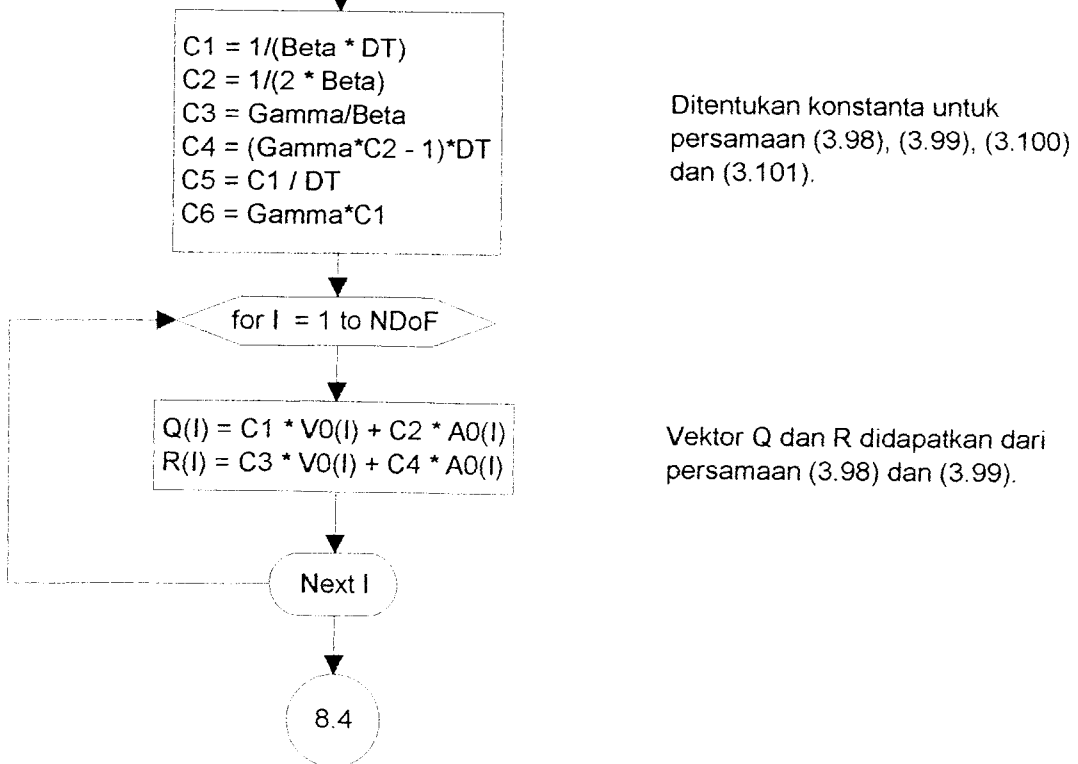


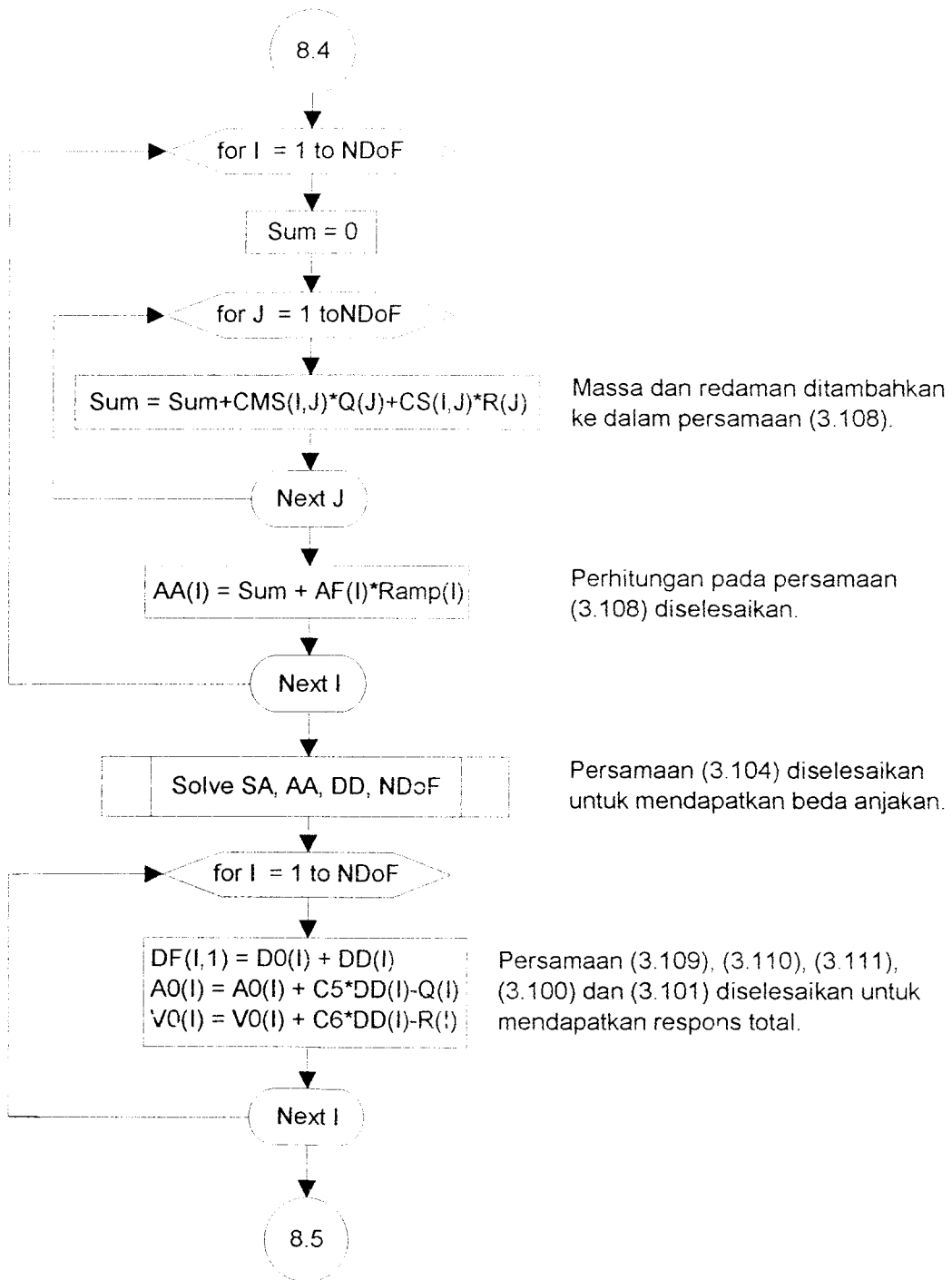
Matriks massa disalin ke SA.



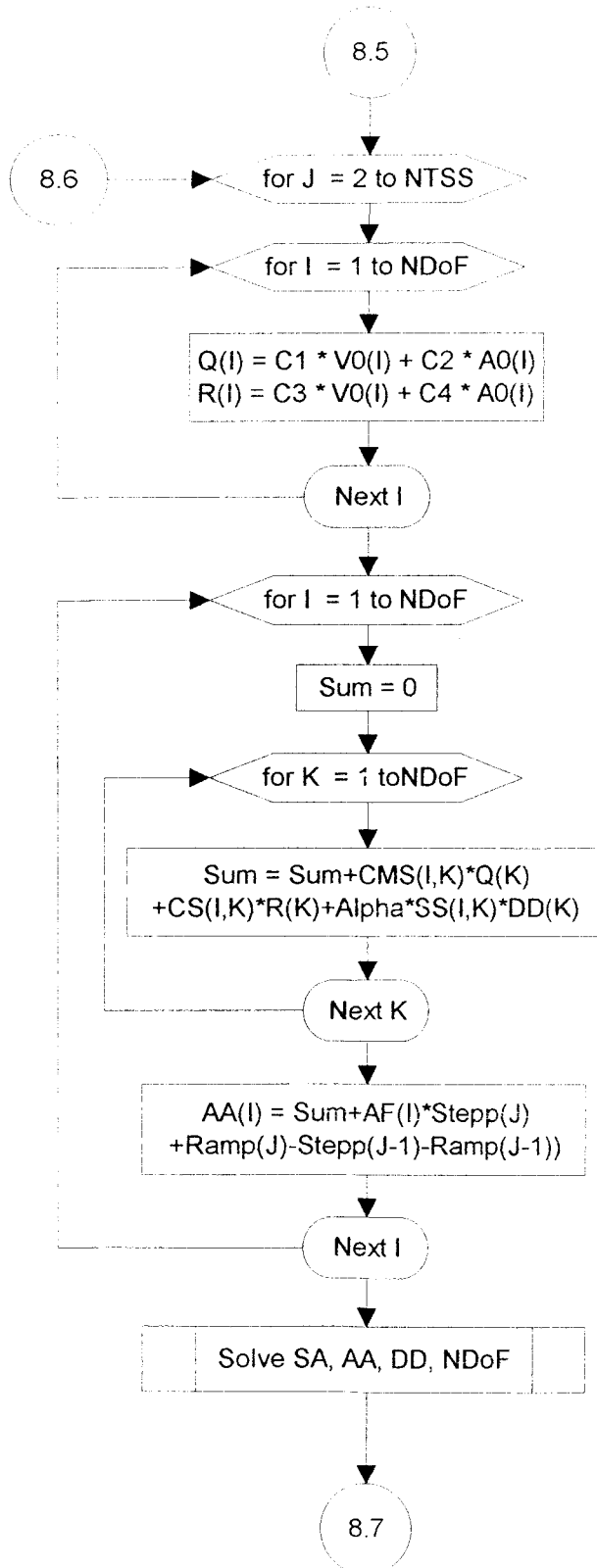


5. Hitung Response untuk Langkah Waktu Pertama





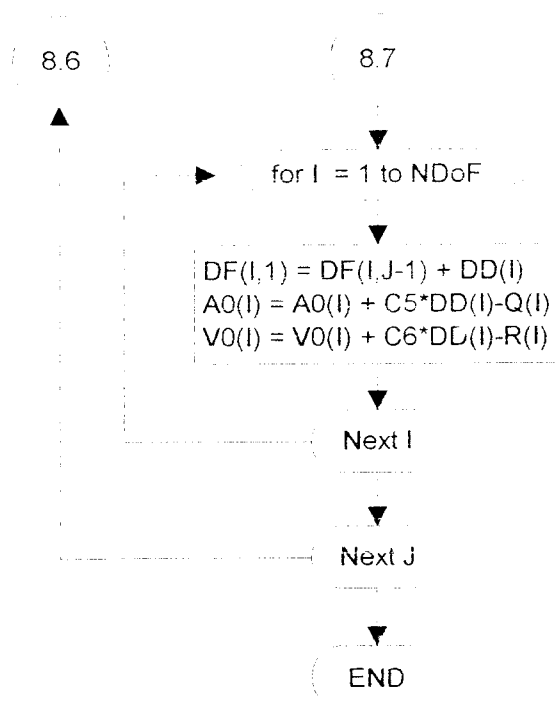
6. Hitung Respons untuk Langkah Waktu Subsekuen



Persamaan (3.98) dan (3.99) digunakan untuk mendapatkan vektor Q dan R.

Persamaan (3.108) dan (107) digunakan untuk menentukan vektor beban inkremen.

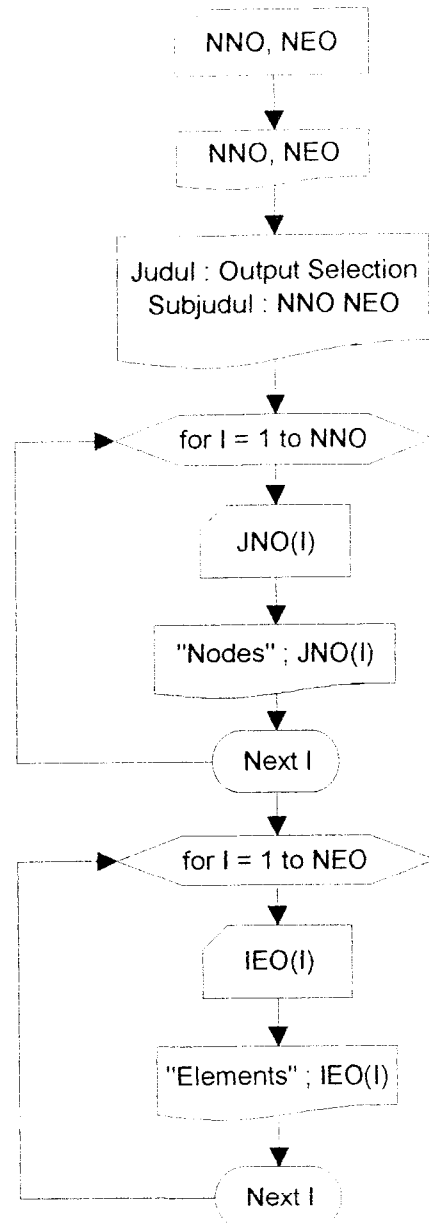
Persamaan (3.104) diselesaikan untuk mendapatkan beda anjakan.



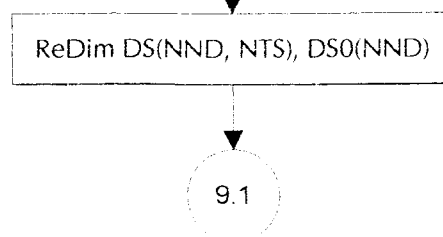
Persamaan (3.109), (3.110), (3.111), (3.100) dan (3.101) diselesaikan untuk mendapatkan respons total.

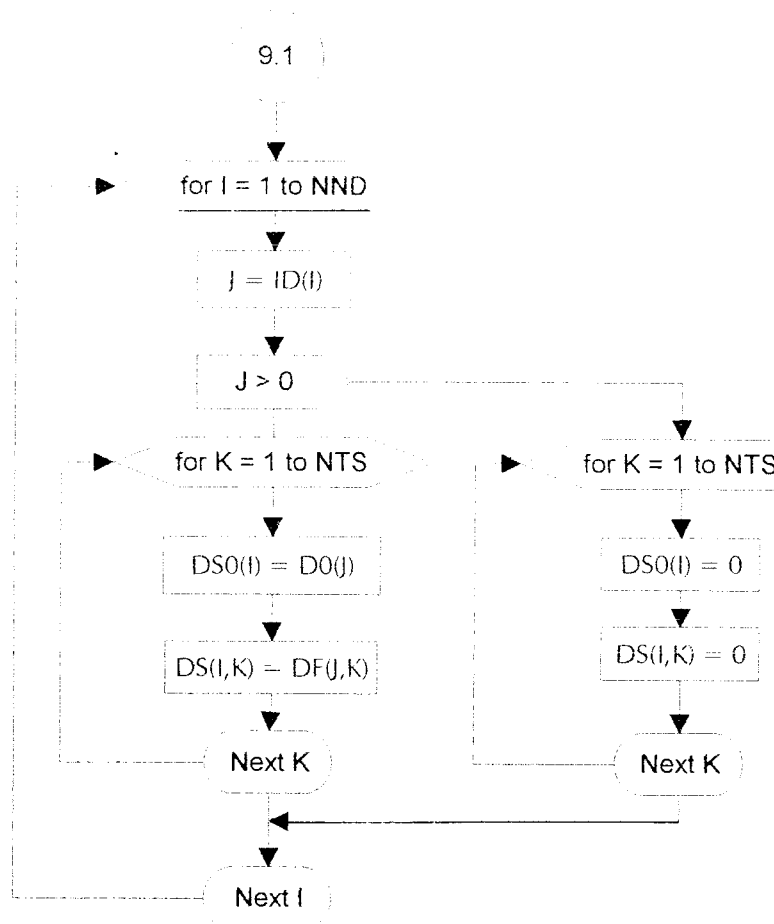
(9) RESULT2_ST

1. Penulisan Pilihan Keluaran

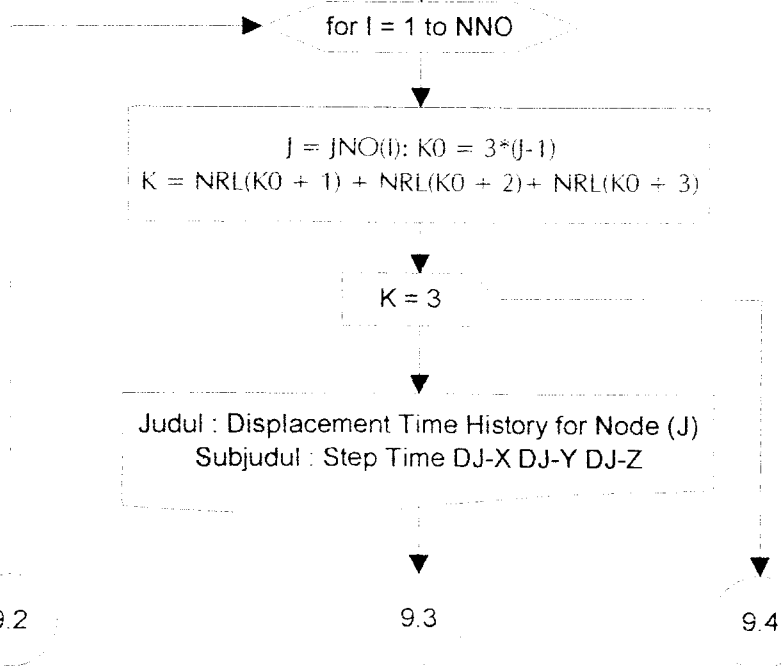


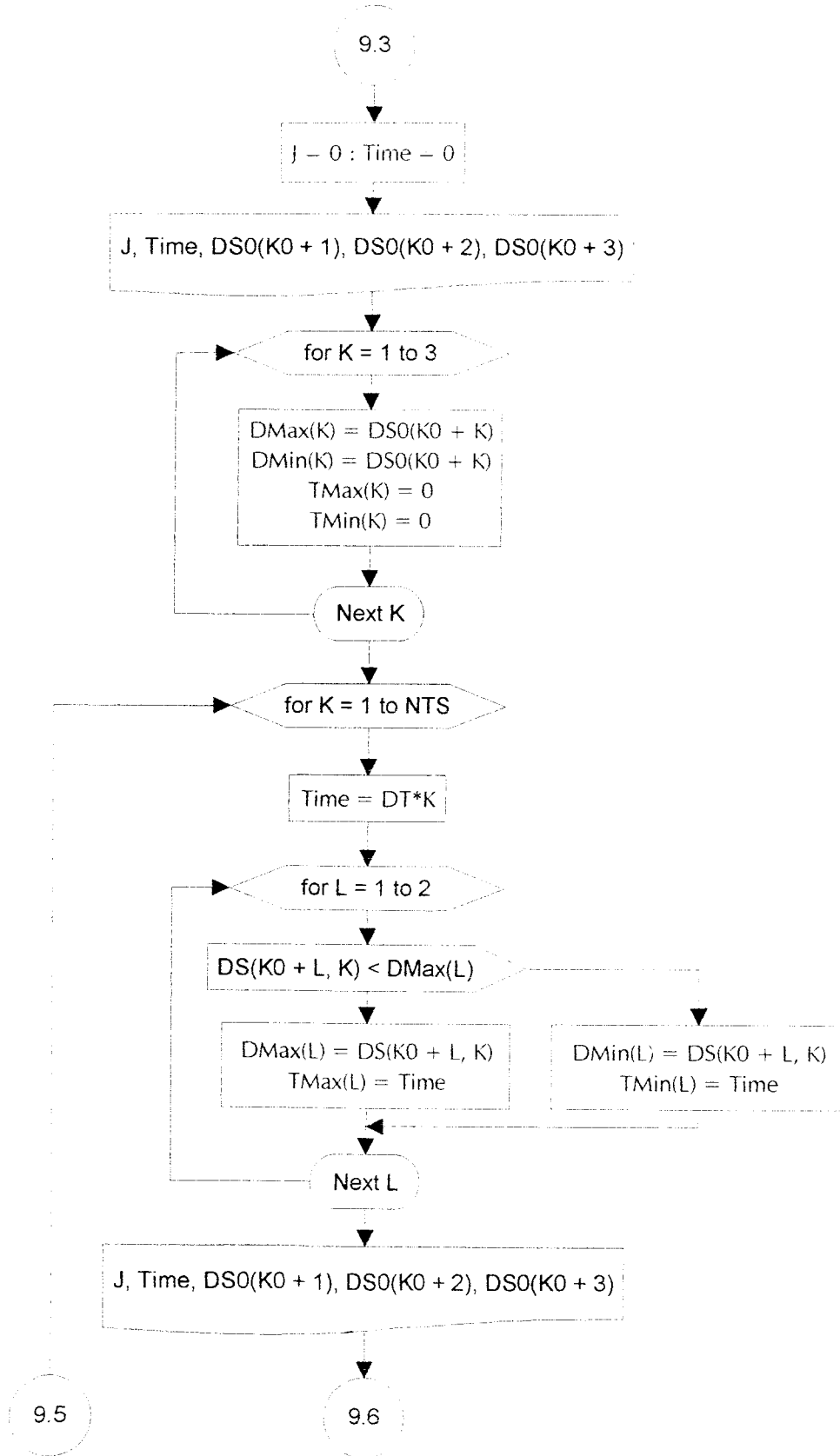
2. Pemindahan Anjakan dari DF ke DS

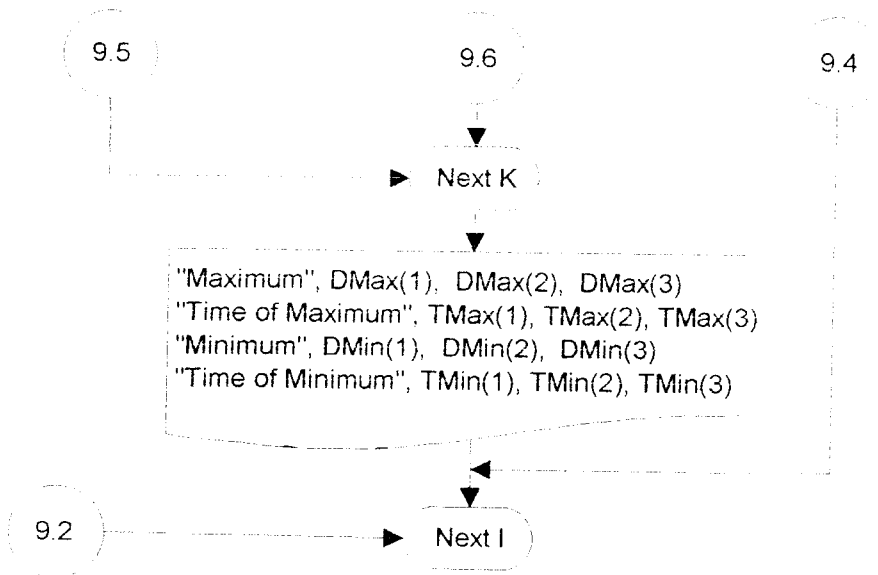




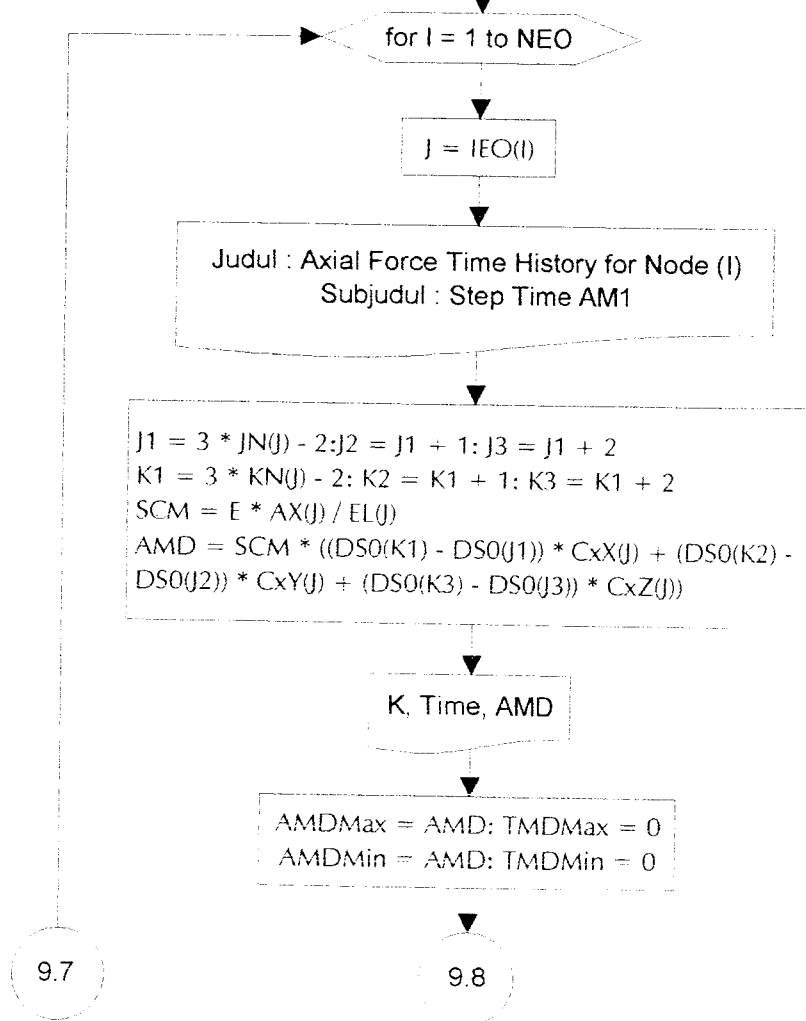
3. Penulisan Anjakan

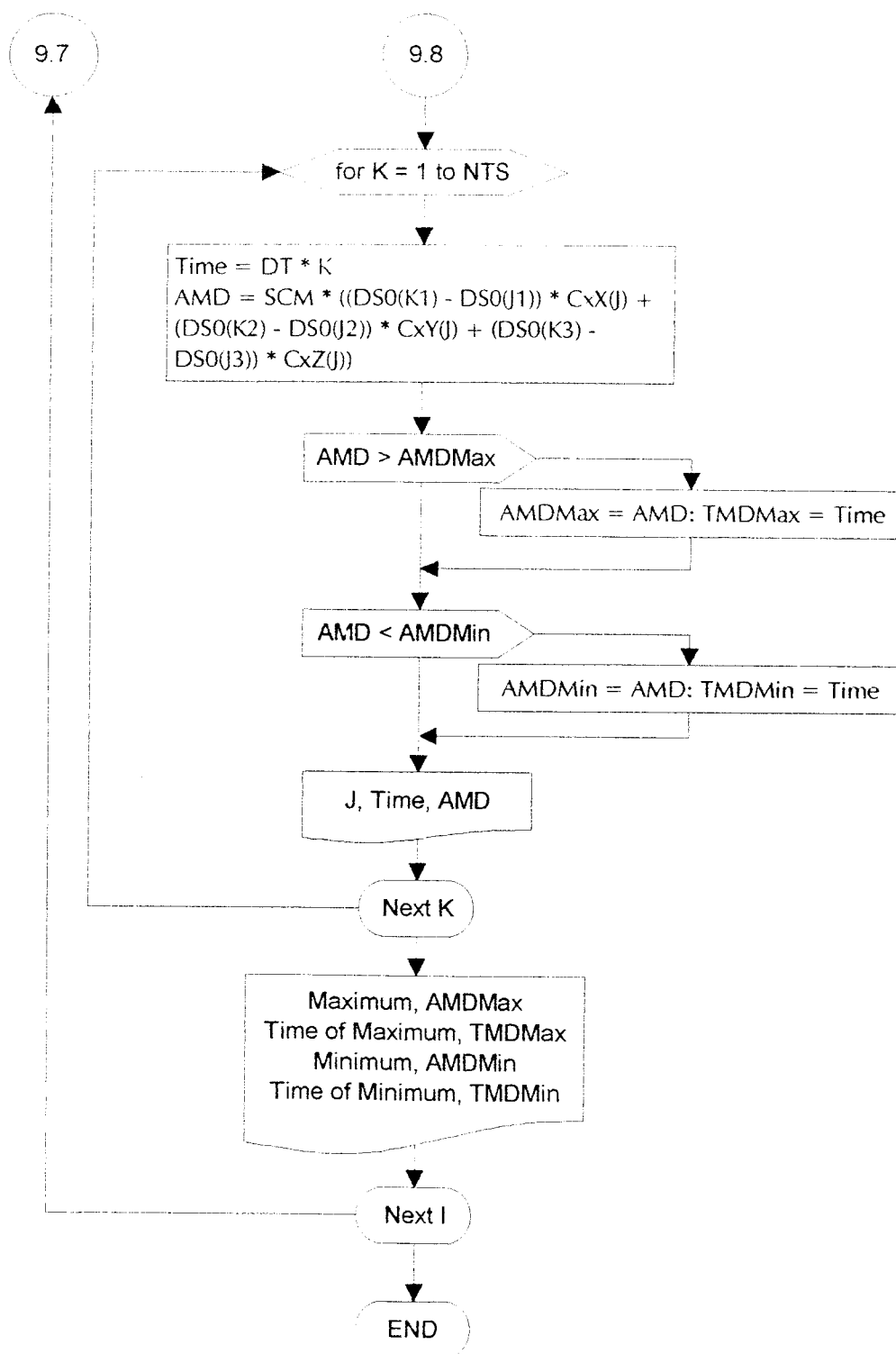






4. Perhitungan dan Penulisan Gaya Aksial





4.6 Penjelasan Variabel

Variabel	Tipe Data	Cakupan	Keterangan	Sub Program														
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10					
A0	Double	Lokal	Vektor percepatan					X										
AF0	Double	Lokal	Vektor aksi pada titik buhul															X
Alpha	Double	Global	Parameter integrasi α		X													X
ASS0	Double	Global	Aksi pada titik buhul struktur		X											X		
AX0	Double	Global	Luas tampang A_x	X		X					X							X
Beta	Double	Global	Parameter integrasi β		X													X
BL0	Double	Global	Intensitas beban garis		X											X		
CMS0	Double	Global	Matriks massa konsisten struktur			X	X				X	X				X	X	
CMU0	Double	Lokal	Lokasi penyimpanan sementara				X											
COSN0	Double	Global	Matriks cosinus arah elemen struktur	X		X												X
CV0	Double	Global	Nilai karakteristik (nilai eigen)									X	X				X	
D00	Double	Global	Anjakan awal titik buhul		X											X	X	X
DampingRatio	Double	Global	Rasio redaman		X											X	X	
Decomposed	Logical	Global	Indikator keadaan matriks CMS, SS				X				X							
DF0	Double	Global	Anjakan pada titik buhul bebas															X
DT	Double	Global	Durasi langkah waktu Δt		X												X	X
Eigenvalue()	Double	Lokal	Matriks nilai eigen										X					
Eigenvector()	Double	Lokal	Matriks vektor eigen										X					
E	Double	Global	Modulus elastisitas	X		X										X		X

EL()	Double	Global	Panjang elemen struktur	X		X					X		X		X
Filenumber	Integer	Global	Nomor file	X	X								X	X	X
FO()	Double	Global	Ordinat fungsi		X								X		
GAC()	Double	Global	Matriks percepatan tanah		X								X		
Gamma	Double	Global	Parameter integrasi γ		X									X	
ID()	Integer	Global	Indeks anjakan	X		X					X		X		X
IEO()	Integer	Global	Jumlah elemen untuk keluaran tegangan		X										X
IGA	Integer	Global	Indikator percepatan tanah		X								X		
JN()	Integer	Global	Nomor titik buhul awal struktur	X							X		X		X
JNO()	Integer	Global	Jumlah titik buhul untuk keluaran anjakan		X										X
KN()	Integer	Global	Nomor titik buhul akhir struktur	X							X		X		X
LNO()	Integer	Global	Jumlah titik buhul untuk keluaran beban titik buhul		X								X		
NDoF	Integer	Global	Jumlah derajat kebebasan	X							X	X	X	X	X
NE	Integer	Global	Jumlah elemen struktur	X							X				
NEL	Integer	Global	Jumlah titik buhul terbebani		X								X		
NELO()	Integer	Global	Jumlah titik buhul terbebani untuk keluaran		X								X		X
NEO	Integer	Global	Jumlah elemen untuk keluaran		X										
NFO	Integer	Global	Jumlah ordinat fungsi		X								X		
NIIDO()	Integer	Global	Jumlah anjakan awal untuk keluaran		X								X		

Title	String	Lokal	Judul Permasalahan																
U0	Double	Global	Matriks penampang sementara																
V00	Double	Global	Vektor kecepatan awal																
X0, Y0, Z0	Double	Global	Koordinat titik buhul																

Keterangan:

Nomor pada sub program menunjukkan:

1. STRUCTURAL_DATA_ST
2. DYNAMIC_DATA_ST
3. STIFFNESS_AND_CONSISTENT_MASS_MATRIX_ST
4. STANDARD_SYMMETRIC
5. FIND_EIGENPAIRS
6. TRANSFORM_EIGENVECTORS
7. RESULT1_ST
8. DYNAMIC_LOAD_ST
9. DIRECT_NUMERICAL_INTEGRATION
10. RESULT2_ST

BAB V

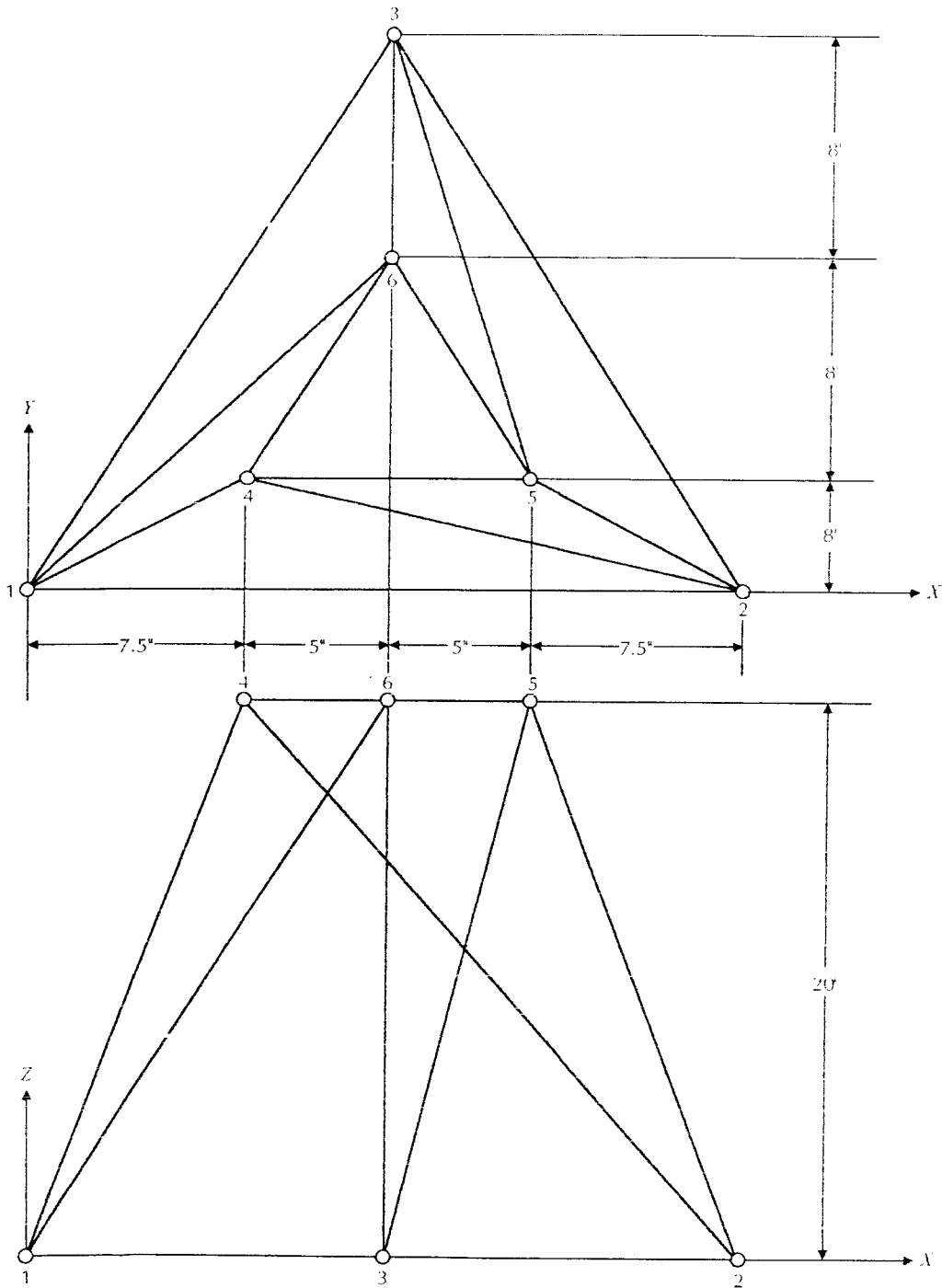
ANALISIS DAN PEMBAHASAN RESPONS STRUKTUR

5.1 Spesifikasi Struktur

5.1.1 Beban statis

Untuk pengujian prosedur yang digunakan dalam program, khususnya matriks kekakuan global struktur, perlu dilakukan analisis terhadap struktur rangka batang ruang. Hasil perhitungan yang diperoleh melalui perangkat lunak ini kemudian dibandingkan dengan hasil perhitungan yang tercantum pada halaman 57-60 pustaka nomor 5.

Gambar 5.1 menunjukkan struktur kubah Schwedler dengan dua belas elemen berkekuatan tinggi. Struktur tidak dikekang dan tidak dibebani beban apapun selain berat sendiri. Untuk memudahkan perhitungan matriks kekakuan global struktur, dianggap nilai AE/L sama untuk semua elemen.



Gambar 5.1 Struktur kubah Schwedler dengan dua belas elemen.

Tabel 5.1 Cosinus arah elemen rangka batang ruang pada Gambar 5.1.

Member	x	y	z	L	λ	μ	ν
1-2	25.0	0.0	0.0	25.0	1	0	0
1-3	12.5	20.0	0.0	23.6	0.530	0.848	0
1-4	7.5	4.0	20.0	21.7	0.345	0.184	0.920
1-6	12.5	12.0	20.0	26.5	0.471	0.452	0.753
2-3	-12.5	20.0	0.0	23.6	-0.530	0.848	0
2-4	-17.5	4.0	20.0	26.9	-0.650	0.149	0.743
2-5	-7.5	4.0	20.0	21.7	-0.345	0.184	0.920
3-5	5.0	-16.0	20.0	26.1	0.192	-0.613	0.765
3-6	0.0	-8.0	20.0	21.5	0	-0.372	0.930
4-5	10.0	0.0	0.0	10.0	1	0	0
4-6	5.0	8.0	0.0	9.43	0.531	0.848	0
5-6	-5.0	8.0	0.0	9.43	-0.531	0.848	0

Sumber: Tabel 3.11 halaman 57 (Martin, H. C., 1966).

Tabel 5.2 Produk cosinus arah untuk rangka batang ruang pada Gambar 5.1.

Member	λ^2	μ^2	ν^2	$\lambda\mu$	$\lambda\nu$	$\mu\nu$
1-2	1	0	0	0	0	0
1-3	0.281	0.720	0	0.450	0	0
1-4	0.119	0.034	0.847	0.064	0.318	0.170
1-6	0.222	0.204	0.567	0.212	0.354	0.341
2-3	0.281	0.720	0	-0.450	0	0
2-4	0.422	0.022	0.552	-0.097	-0.483	0.111
2-5	0.119	0.034	0.847	-0.064	-0.317	0.170
3-5	0.037	0.376	0.585	-0.118	0.147	-0.470
3-6	0	0.138	0.865	0	0	-0.346
4-5	1	0	0	0	0	0
4-6	0.282	0.720	0	0.450	0	0
5-6	0.282	0.720	0	-0.450	0	0

Sumber: Tabel 3.4 halaman 59 (Martin, H. C., 1966).

Tabel 5.3 Matriks Kekakuan Global Struktur kubah Schwedler.

	u_1	v_1	w_1	u_2	v_2	w_2	u_3	v_3	w_3
$K_{11} = AE/L$	1.622								
	0.726	0.958						<i>Sym.</i>	
	0.672	0.511	1.414						
	-1	0	0	1.822					
	0	0	0	-0.611	0.776				
	0	0	0	-0.801	0.281	1.399			
	-0.281	-0.450	0	-0.281	0.450	0	0.599		
	-0.450	-0.720	0	0.450	-0.720	0	-0.118	1.954	
	0	0	0	0	0	0	0.147	-0.816	1.450

	u_1	v_1	w_1	u_2	v_2	w_2	u_3	v_3	w_3
$K_{21} = AE/L$	-0.119	-0.064	-0.318	-0.422	0.097	0.483	0	0	0
	-0.064	-0.034	-0.170	0.097	-0.022	-0.111	0	0	0
	-0.318	-0.170	-0.847	0.483	-0.111	-0.552	0	0	0
	0	0	0	-0.119	0.064	0.318	-0.037	0.118	-0.147
	0	0	0	0.064	-0.034	-0.170	0.118	-0.376	0.470
	0	0	0	0.318	-0.170	-0.847	-0.147	0.470	-0.585
	-0.222	-0.212	-0.354	0	0	0	0	0	0
	-0.212	-0.204	-0.341	0	0	0	0	-0.138	0.346
	-0.354	-0.341	-0.567	0	0	0	0	0.346	-0.865

	u_4	v_4	w_4	u_5	v_5	w_5	u_6	v_6	w_6
$K_{22} = AE/L$	1.823								
	0.417	0.776						<i>Sym.</i>	
	-0.165	0.280	1.399						
	-1	0	0	1.438					
	0	0	0	-0.632	1.130				
	0	0	0	-0.171	-0.300	1.432			
	-0.282	-0.450	0	-0.281	0.450	0	0.786		
	-0.450	-0.720	0	0.450	-0.720	0	0.212	1.782	
	0	0	0	0	0	0	0.354	-0.005	1.432

Sumber: Halaman 59-60 (Martin, H. C., 1966).

Pada Tabel 5.1, 5.2, dan 5.3 terlihat bahwa elemen matriks kekakuan global struktur mengandung nilai ≤ 0 yang berarti matriks bersifat singular. Dengan demikian struktur bersifat tidak stabil dan perhitungan selanjutnya tidak dapat dilakukan.

Perhitungan yang dilakukan dalam perangkat lunak Castreet Version 1.1 terhadap struktur kubah Schwedler pada Gambar 5.1 di atas memberikan hasil sesuai dengan urutan pada Tabel 5.1, 5.2, dan 5.3 sebagai berikut.

Tabel 5.4 Cosinus arah elemen rangka batang ruang pada Gambar 5.1. menurut hasil perhitungan perangkat lunak Castreet Version 1.1.

Member	x	y	z	L	λ	μ	ν
1-2	25.0	0.0	0.0	25	1	0	0
1-3	12.5	20.0	0.0	23.5849528301415	.52999894000318	.847998304005088	0
1-4	7.5	4.0	20.0	21.7313138121007	.345124094421928	.184066183691695	.920330918458475
1-6	12.5	12.0	20.0	26.4622372447985	.472371246783265	.453476396911934	.755790994853223
2-3	-12.5	20.0	0.0	23.5849528301415	-.52999894000318	.847998304005088	0
2-4	-17.5	4.0	20.0	26.8747093007534	-.651169834216939	.148838819249586	.74419409624793
2-5	-7.5	4.0	20.0	21.7313138121007	-.345124094421928	.184066183691695	.920330918458475
3-5	5.0	-16.0	20.0	26.0959767013998	.191600416309837	-.613121332191478	.766401665239347
3-6	0.0	-8.0	20.0	21.540659228538	0	-.371390676354104	.928476690885259
4-5	10.0	0.0	0.0	10	1	0	0
4-6	5.0	8.0	0.0	9.4339811320566	.52999894000318	.847998304005088	0
5-6	-5.0	8.0	0.0	9.4339811320566	-.52999894000318	.847998304005088	0

Tabel 5.5 Produk cosinus arah untuk rangka batang ruang pada Gambar 5.1 menurut hasil perhitungan perangkat lunak

Castreet Version 1.1.

Member	λ^2	μ^2	ν^2	$\lambda\mu$	$\lambda\nu$	$\mu\nu$
1-2	1	0	0	0	0	0
1-3	0.280898876	0.719101124	0	0.449438202	0	0
1-4	0.119110641	0.03388036	0.847008999	0.063525675	0.317628375	0.1694018
1-6	0.223134595	0.205640843	0.571224563	0.214209211	0.357015352	0.342734738
2-3	0.280898876	0.719101124	0	-0.449438202	0	0
2-4	0.424022153	0.022152994	0.553824853	-0.096919349	-0.484596746	0.110764971
2-5	0.119110641	0.03388036	0.847008999	-0.063525675	-0.317628375	0.1694018
3-5	0.03671072	0.375917768	0.587371512	-0.117474302	0.146842878	-0.46989721
3-6	0	0.137931034	0.862068965	0	0	-0.344827586
4-5	1	0	0	0	0	0
4-6	0.280898876	0.719101124	0	0.449438202	0	0
5-6	0.280898876	0.719101124	0	-0.449438202	0	0

Tabel 5.6 Matriks Kekakuan Global Struktur kubah Schwedler menurut hasil perhitungan perangkat lunak Castreet Version 1.1.

u_1	v_1	w_1	u_2	v_2	w_2	u_3	v_3	w_3
1.6231441117								
.7271730882	0.958622326							
.6746437265	0.512136537	1.418233562						
-1	0	0	1.82403167					
0	0	0	-0.609883226	0.775134478				
0	0	0	-0.802225121	0.28016677	1.400833852			
-.2808988764	-0.449438202	0	-0.280898876	0.449438202	0	0.598508472		
-.4494382022	-0.719101124	0	0.449438202	-0.719101124	0	-0.117474302	1.95205105	
0	0	0	0	0	0	0.146842878	-0.814724796	1.449440478

$$K_{21} = AE/L$$

u_1	v_1	w_1	u_2	v_2	w_2	u_3	v_3	w_3
-0.119110641	-0.063525675	-0.317628375	-0.424022153	0.096919349	0.484596746	0	0	0
-0.063525675	-0.03388036	-0.1694018	0.096919349	-0.022152994	-0.110764971	0	0	0
-0.317628375	-0.1694018	-0.847008999	0.484596746	-0.110764971	-0.553824853	0	0	0
0	0	0	-0.119110641	0.063525675	0.317628375	-0.03671072	0.117474302	-0.146842678
0	0	0	0.063525675	-0.03388036	-0.1694018	0.117474302	-0.375917768	0.46989721
0	0	0	0.317628375	-0.1694018	-0.847008999	-0.146842878	0.46989721	-0.587371512
-0.223134595	-0.214209211	-0.357015352	0	0	0	0	0	0
-0.214209211	-0.205640843	-0.342734738	0	0	0	0	-0.137931034	0.344827586
-0.357015352	-0.342734738	-0.571224563	0	0	0	0	0.344827586	-0.862068966

$$K_{21} = AE/L$$

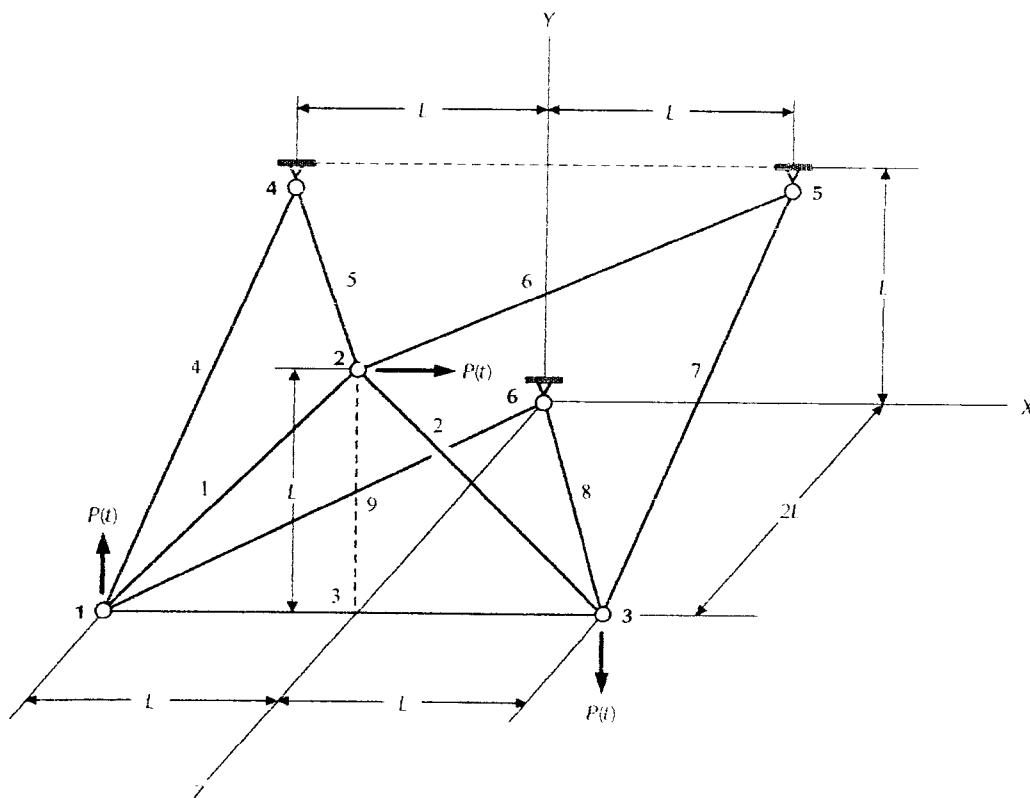
u_4	v_4	w_4	u_5	v_5	w_5	u_6	v_6	w_6
1.824031669								
0.416044528	0.775134478							
-0.166968371	0.280166770	1.400833852						
-1	0	0	1.4367202365					
0	0	0	-0.630438180	1.128899252				
0	0	0	-0.170785497	-0.300495410	1.4343805120			
-0.280898876	-0.449438202	0	-0.280898876	0.449438202	0	0.784932348		
-0.449438202	-0.719101124	0	0.4494382022	-0.719101124	0	0.214209211	1.781774124	
0	0	0	0	0	0	0.357015352	-0.002092849	1.433293528

$$K_{22} = AE/L$$

Dengan membandingkan Tabel 5.1, 5.2, dan 5.3 dengan Tabel 5.4, 5.5, dan 5.6 dapat dilihat selisih hasil perhitungan yang terjadi sangat kecil. Selisih ini terjadi karena adanya perbedaan ketelitian dalam perhitungan. Ketelitian pada Tabel 5.4, 5.5, dan 5.6 yang dihitung dengan perangkat lunak Castreer Version 1.1 mencapai *double precision*, sedangkan perhitungan pada Tabel 5.1, 5.2, dan 5.3 hanya *single precision* atau bahkan kurang dari itu. Berdasarkan hasil perbandingan ini, dapat disimpulkan bahwa proses perakitan matriks kekakuan global struktur yang dilakukan dalam perangkat lunak Castreer Version 1.1 telah mengikuti urutan yang baik dan benar.

5.1.2 Beban dinamis

Untuk pengujian prosedur analisis dinamis yang digunakan dalam program, perlu dilakukan analisis terhadap struktur rangka batang ruang. Hasil analisis yang diperoleh melalui program ini kemudian dibandingkan dengan hasil perhitungan yang tercantum pada halaman 278 dari pustaka nomor 9.



Gambar 5.2 Struktur rangka batang ruang dengan sembilan elemen.

Gambar 5.2 menunjukkan struktur rangka batang ruang dengan sembilan elemen dari titanium berkekuatan tinggi. Struktur dibebani tiga rangkaian impuls segitiga ganda $P(t)$ sebagaimana terlihat pada gambar. Semua elemen mempunyai luas tampang sama dengan parameter fisik sebagai berikut.

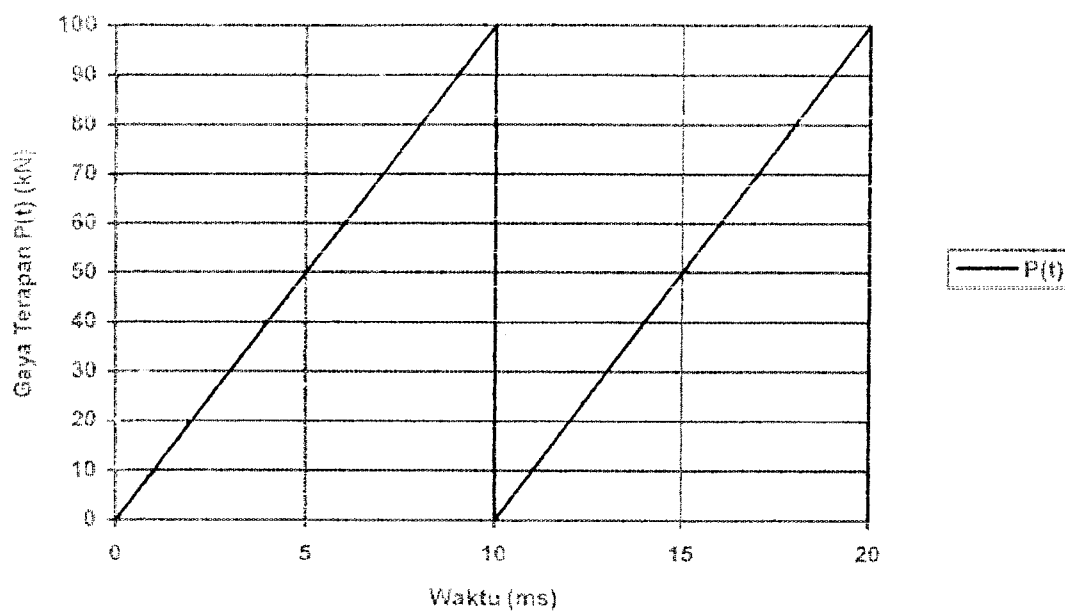
$$E = 117E6 \text{ kN/m}^2 \quad \rho = 4.49 \text{ Mg/m}^3$$

$$A = 9E-4 \text{ m}^2 \quad P_{\max} = 100 \text{ kN}$$

$$\text{Rasio Redaman} = 2E-2 \quad L = 1 \text{ m}$$

Satuan yang digunakan adalah SI.

Beban berupa rangkaian impuls segitiga ganda $P(t)$ digambarkan sebagai berikut.



Gambar 5.3 Grafik Impuls Segitiga.

Parameter struktur di atas kemudian ditulis dalam file berformat teks sesuai dengan urutan yang tertera pada Tabel 4.2 dan 4.3 sebagai berikut.

Tabel 5.7 Data struktur rangka batang ruang sembilan elemen.

Data pada file masukan	Keterangan
Contoh pada Halaman 274-278 Structural Dynamics by Finite Element	Title
2 1	StructureType, Method
6 9 3 117E6 4.49	NN, NE, NRN, E, RHO
1 -1 0 2 2 0 1 2 3 1 0 2 4 -1 1 0 5 1 1 0 6 0 0 0	J, X(J), Y(J), Z(J)
1 1 2 9E-4 2 2 3 9E-4 3 1 3 9E-4 4 1 4 9E-4 5 2 4 9E-4 6 2 5 9E-4 7 3 5 9E-4 8 3 6 9E-4 9 1 6 9E-4	J, JN(J), KN(J), AX(J)
4 1 1 1 5 1 1 1 6 1 1 1	J, NRL(3J-2), NRL(3J-1), NRL(3J)
20 1E-3 .02	NTS, DT, DampingRatio
0 0	NNID, NNIV
3 0	NLN, NEL
1 0 100 0 2 100 0 0 3 0 -100 0	J, ASS(3J-2), ASS(3J-1), ASS(3J)
0	IGA
5	NFO
1 0 0 2 .01 1 3 .01 0 4 .02 1	K, T(K), FO(K)

5 .02 0	
-1 .3025 .6	α, β, γ
6 7	NNO, NEO
1	JNO()
2	
3	
4	
5	
6	
1	IEO()
2	
3	
4	
5	
6	
7	

5.2 Penyelesaian Respons Struktur

Data struktur yang telah diurutkan sesuai dengan format data masukan kemudian diolah dengan perangkat lunak Castreet memberikan hasil sebagai berikut.

```
*****
Computer Aided Structural Dynamic Analysis of Three Dimension Structural System
<<<= Castreet Version 1.1 =>>>
Copyright: Zainuddin Husainy
ZeePC Software, Inc., Yogyakarta, Indonesia.
*****
```

Problem Title

Contoh pada Halaman 274-278 Structural Dynamics by Finite Element

Structural Parameters

NN	NF	NRN	E	RHO
6	9	3	117000000	4.49

Nodal Coordinates

Node	X	Y	Z
1	-1	0	2
2	0	1	2
3	1	0	2
4	-1	1	0
5	1	1	0
6	0	0	0

Member	J	K	AX	EL
1	1	2	.0009	1.4142135623731
2	2	3	.0009	1.4142135623731
3	1	3	.0009	2
4	1	4	.0009	2.23606797749979
5	2	4	.0009	2.23606797749979
6	2	5	.0009	2.23606797749979
7	3	5	.0009	2.23606797749979
8	3	6	.0009	2.23606797749979
9	1	6	.0009	2.23606797749979

Nodal Restraints

Node	NR-X	NR-Y	NR-Z
4	1	1	1
5	1	1	1
6	1	1	1

Number of Degrees of Freedom = 9

Number of Nodal Restraints = 9

Mode 1

Angular Frequency 829.690969349388

Node	DJ-X	DJ-Y	DJ-Z
1	-.980162178414138	-.1646410367538	-.312701413214553
2	-1	-9.48106849590317E-08	2.06104181119992E-08
3	-.98016212355956	.164641119084193	.312701416404609
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0

Mode 2

Angular Frequency 468.876531943611

Node	DJ-X	DJ-Y	DJ-Z
1	5.31155672059329E-02	.912715450754002	.250200138541525
2	-1.01359044200728E-09	1	1.43175005035308E-03
3	-.053115569244584	.912715451089303	.2502001393071
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0

Mode 3

Angular Frequency 985.845766401371

Node	DJ-X	DJ-Y	DJ-Z
1	.400903757726827	-1	-.170130091651098
2	-.523844819428155	4.45079126700412E-07	-9.8286406344774E-08
3	.400903520055145	.999999565739768	.170130071093658
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0

Mode 4

Angular Frequency 2862.41685883082

Node	DJ-X	DJ-Y	DJ-Z
1	-1.73414623895527E-02	2.59244937960147E-02	.329621256592841
2	3.60388354964177E-03	-.183022842932	-1
3	1.74642976079715E-02	2.49173066051585E-02	.345226832242253
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0

Mode 5

Angular Frequency 2439.12905877414

Node	DJ-X	DJ-Y	DJ-Z
1	-.242128359319836	.227302614829855	-1
2	2.69223087660944E-03	9.80724929714148E-02	-.67130946917987
3	.242255215397462	.226503661000172	-.988164090467837
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0

Mode 6

Angular Frequency 4247.21878163685

Node	DJ-X	DJ-Y	DJ-Z
1	.447335141951082	.475633519633322	-.18862177223994
2	-1	3.95998264344949E-04	-7.88555798129571E-05
3	.446797778231255	-.476054268865258	.188684759545626
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0

Mode 7

Angular Frequency 2875.02956624767

Node	DJ-X	DJ-Y	DJ-Z
1	-2.85698596370145E-02	9.22971207013024E-02	-.990482006302976
2	.459308301192305	-.05807032716379	3.37752586974796E-02
3	4.45360410463137E-02	-.036482123352485	1
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0

Mode 8

Angular Frequency 2678.25253037451

Node	DJ-X	DJ-Y	DJ-Z
1	-.632857189636381	.485864035964776	.12871352541051
2	-2.58990433518277E-02	-1	.270570319581415
3	.632144866183333	.49288413080809	.017419322401762
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0

Mode 9

Angular Frequency 4679.26202123603

Node	DJ-X	DJ-Y	DJ-Z
1	1	.422159883160159	-.148402278028534
2	2.79680550314299E-06	-.876764206761657	4.42181386201865E-02
3	-.999996234908766	.42216364940888	-.148382843227008
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0

Dynamic Parameters

NTS	DT	Damping Ratio
20	.001	.02

Applied Actions

NLN	NEL
3	0

Nodal Loads

Node	AJ-X	AJ-Y	AJ-Z
1	0	100	0
2	100	0	0
3	0	-100	0

Forcing Function

NFO

5

Function Ordinates

K	Time	Factor
1	0	0
2	.01	1
3	.01	0
4	.02	1
5	.02	0

Direct Numerical Integration Parameters

Alpha = -.1, Beta = .3025, Gamma = .6

Output Selection

NNO	NEO
6	7

Nodes : 1, 2, 3, 4, 5, 6

Elements :1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Displacement Time History for Node 1

Step	Time	DJ-X	DJ-Y	DJ-Z
0	0	0	0	0
1	.001	-1.21121414251731E-05	2.53756642257642E-04	4.16815673828994E-05
2	.002	-4.15144919352012E-05	1.22838876712123E-03	2.52189087945861E-04
3	.003	-4.03939516293355E-05	3.00522018168496E-03	7.15870793433294E-04
4	.004	7.36741746345683E-05	5.07528014167905E-03	1.30569449209051E-03
5	.005	3.34379200140999E-04	6.74137110870622E-03	1.79807750650004E-03
6	.006	6.60568205855882E-04	7.63221921292781E-03	2.09311308981042E-03
7	.007	8.82203332396124E-04	7.96010142715491E-03	2.22245787764031E-03
8	.008	8.58881860007696E-04	8.33974097742606E-03	2.28811487054553E-03
9	.009	6.00944644856865E-04	9.31422700551722E-03	2.44529081192719E-03
10	.01	2.94154823832054E-04	1.09610716816087E-02	2.79211274065956E-03
11	.011	3.13360530510364E-04	.010326347137535	2.85037546824341E-03
12	.012	7.32412519972547E-04	4.69608264245154E-03	1.62816522611037E-03
13	.013	9.35488140860181E-04	-2.38268009680577E-03	-5.3757778939997E-04
14	.014	2.99644177849985E-04	-4.83216901459066E-03	-1.55772793388386E-03
15	.015	-9.77060414741685E-04	-2.65873160257234E-04	-4.21536449267688E-04
16	.016	-1.84676469090733E-03	8.49826731452513E-03	1.73723093731433E-03
17	.017	-1.25107422329754E-03	1.56816322292378E-02	3.67523831923564E-03
18	.018	8.49159133536976E-04	1.69123362940696E-02	4.6721450207436E-03
19	.019	3.22464485316743E-03	1.24341945249354E-02	4.13683277231444E-03
20	.02	4.15202031287047E-03	6.66380963363347E-03	2.59243781835056E-03
Maximum		4.15202031287047E-03	1.69123362940696E-02	4.6721450207436E-03
Time of Maximum	.02		.018	.018
Minimum		-1.84676469090733E-03	-4.83216901459066E-03	-1.55772793388386E-03
Time of Minimum	.016		.014	.014

Displacement Time History for Node 2

Step	Time	DJ-X	DJ-Y	DJ-Z
0	0	0	0	0
1	.001	2.24002486360314E-04	6.95685059637007E-09	-2.83207134600793E-09
2	.002	1.07526490198911E-03	1.57551404353519E-08	-6.5189223175066E-09
3	.003	2.64407618881514E-03	4.91988734738411E-09	-2.21935204700252E-09
4	.004	4.56340234358296E-03	-5.38635320500031E-09	2.2436484551812E-09
5	.005	6.26806250080547E-03	1.24923133111025E-08	-4.85293121413906E-09
6	.006	7.35042209719264E-03	1.77461370713187E-08	-7.51547567305506E-09
7	.007	7.84249994524549E-03	-5.0858562962858E-09	1.68415404937748E-09
8	.008	8.17056699871869E-03	-4.76866440527E-10	6.22382453121171E-09
9	.009	8.81690543861981E-03	2.16982766340078E-08	-8.59126617111846E-09
10	.01	1.00030204330755E-02	6.47460409733979E-09	-3.40430377008942E-09
11	.011	9.35135319259197E-03	-7.8521403926614E-08	3.18117998968625E-08
12	.012	4.69225997182525E-03	-7.44650721446615E-08	3.21951528418707E-08
13	.013	-1.19775254061009E-03	1.26511457798321E-07	-5.06487606900473E-08
14	.014	-3.83587578842142E-03	9.73216978330366E-08	-4.32327355998949E-08
15	.015	-1.04614890874423E-03	-1.77712832974673E-07	7.10746783746552E-08
16	.016	5.89169576049776E-03	-2.20612581678901E-08	1.89833471203233E-08
17	.017	1.27743465750245E-02	2.3319969938088E-07	-9.49591366702992E-08
18	.018	1.56531067955542E-02	-5.20126828834114E-08	1.2543337616851E-08
19	.019	1.37992742771256E-02	-2.08150483602408E-07	8.76674665659426E-08
20	.02	9.63392993686477E-03	1.66693214933075E-07	-5.77877032225681E-08
Maximum		1.56531067955542E-02	2.3319969938088E-07	8.76674665659426E-08
Time of Maximum		.018	.017	.019
Minimum		-3.83587578842142E-03	-2.08150483602408E-07	-9.49591366702992E-08
Time of Minimum		.014	.019	.017

Displacement Time History for Node 3

Step	Time	DJ-X	DJ-Y	DJ-Z
0	0	0	0	0
1	.001	-1.21201696858416E-05	-2.53762732571413E-04	-4.16851505384341E-05
2	.002	-4.1532575498351E-05	-1.22840244529119E-03	-2.52197623566765E-04
3	.003	-4.03994824752259E-05	-3.00522426575699E-03	-7.15874152818337E-04
4	.004	7.36801873563848E-05	-5.07527550804123E-03	-1.30569143765742E-03
5	.005	3.34364500854815E-04	-6.74138228911925E-03	-1.79808306159778E-03
6	.006	6.60548155382141E-04	-7.63223440164853E-03	-2.09312349294584E-03
7	.007	8.82209610640772E-04	-7.96009659522967E-03	-2.2245663886665E-03
8	.008	8.58881822693181E-04	-8.33974105949151E-03	-2.28811281777314E-03
9	.009	6.00919379148923E-04	-9.31424618703907E-03	-2.44530133200492E-03
10	.01	2.94148186410349E-04	-1.09610765206419E-02	-2.79211910164786E-03
11	.011	3.13451060985819E-04	-1.03262783651844E-02	-2.85033513933724E-03
12	.012	7.32496520468543E-04	-4.69601944470161E-03	-1.62811959863203E-03
13	.013	9.35342181429847E-04	2.38256868622136E-03	5.37515099471747E-04
14	.014	2.9953632878961E-04	4.83208774362321E-03	1.5576635749032E-03
15	.015	-9.76855351599302E-04	2.66029658713133E-04	4.21624549831244E-04
16	.016	-1.84673542380129E-03	-8.49824569251616E-03	-1.7371911006048E-03
17	.017	-1.25134203832977E-03	-1.56818356386213E-02	-3.67536115114808E-03
18	.018	8.49229284462447E-04	-1.69122817227814E-02	-4.67215098459739E-03
19	.019	3.22488025319624E-03	-1.24340164945093E-02	-4.1367102320883E-03
20	.02	4.15181770975341E-03	-6.66396542427809E-03	-2.5924879442741E-03
Maximum		4.15181770975341E-03	4.83208774362321E-03	1.5576635749032E-03
Time of Maximum		.02	.014	.014
Minimum		-1.84673542380129E-03	-1.69122817227814E-02	-4.67215098459739E-03
Time of Minimum		.016	.018	.018

Axial Force Time History for Element 1				Axial Force Time History for Element 2				Axial Force Time History for Element 3			
Step	Time	AM1		Step	Time	AM1		Step	Time	AM1	
0	0	0		0	0	0		0	0	0	
1	.001	-928485783775074		1	.001	.92911630723871		1	.001	-4.22687924199457E-04	
2	.002	-5.87540399067387		2	.002	5.87683106301016		2	.002	-9.52099599834828E-04	
3	.003	-16.8872306392427		3	.003	16.8876725307366		3	.003	-2.91199036127528E-04	
4	.004	-30.8295949557657		4	.004	30.8291003815454		4	.004	3.16569803636198E-04	
5	.005	-42.5241053731022		5	.005	42.5252355450229		5	.005	-7.73917417572009E-04	
6	.006	-49.6145998476521		6	.006	49.6162125445892		6	.006	-1.05565744244978E-03	
7	.007	-52.639991243521		7	.007	52.63953185157		7	.007	3.3054958075775E-04	
8	.008	-54.1271650153666		8	.008	54.1271171574672		8	.008	-1.964609207787E-06	
9	.009	-57.8225736345978		9	.009	57.8245381307298		9	.009	-1.33023952318293E-03	
10	.01	-65.9283088221266		10	.01	65.9288959127834		10	.01	-3.49460252769906E-04	
11	.011	-67.83599728454		11	.011	67.8288745459799		11	.011	4.76642953268968E-03	
12	.012	-38.766703371077		12	.012	38.7599574635605		12	.012	4.42262611417548E-03	
13	.013	13.1396460456667		13	.013	-13.1281433858989		13	.013	-7.68476400711439E-03	
14	.014	36.6836963813997		14	.014	-36.6748477432105		14	.014	-5.67825302873897E-03	
15	.015	10.3513560976532		15	.015	-10.367512328222		15	.015	1.0796574446471E-02	
16	.016	-40.0055193685126		16	.016	40.002545832388		16	.016	1.54091313296605E-03	
17	.017	-87.1872538735466		17	.017	87.2084188444854		17	.017	-1.41004614470149E-02	
18	.018	-111.009399945312		18	.018	111.004743277708		18	.018	3.69344622600988E-03	
19	.019	-97.9170616894092		19	.019	97.8981639530725		19	.019	1.23938115172063E-02	
20	.02	-62.2182591097362		20	.02	62.233472285948		20	.02	-1.06670541128504E-02	
Maximum		36.6836963813997		Maximum		111.004743277708		Maximum		1.23938115172063E-02	
Time of Maximum		.014		Time of Maximum		.018		Time of Maximum		.019	
Minimum		-111.009399945312		Minimum		-36.6748477432105		Minimum		-1.41004614470149E-02	
Time of Minimum		.018		Time of Minimum		.014		Time of Minimum		.017	

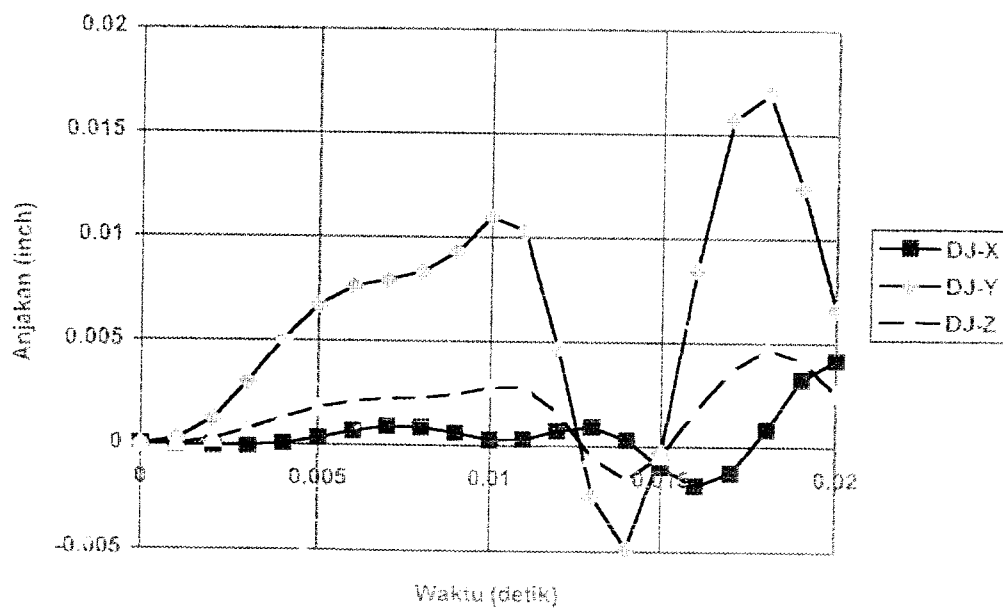
Axial Force Time History for Element 4				Axial Force Time History for Element 5				Axial Force Time History for Element 6			
Step	Time	AM1		Step	Time	AM1		Step	Time	AM1	
0	0	0		0	0	0		0	0	0	
1	.001	-3.58848726777822		1	.001	4.71737307590312		1	.001	-4.71761164959331	
2	.002	-15.2476630512935		2	.002	22.6448042588827		2	.002	-22.64533534128987	
3	.003	-33.137459206875		3	.003	55.6841510573387		3	.003	-55.6843380155551	
4	.004	-51.8895477769085		4	.004	96.10534785833		4	.004	-96.1051588533841	
5	.005	-66.2382509755711		5	.005	132.0051918615		5	.005	-132.005600672426	
6	.006	-72.5726132814447		6	.006	154.799572815042		6	.006	-154.800205918712	
7	.007	-74.0298102496726		7	.007	165.163119783439		7	.007	-165.162977910301	
8	.008	-79.2595466372151		8	.008	172.072167207765		8	.008	-172.072114778267	
9	.009	-93.1619717378191		9	.009	185.683666673202		9	.009	-185.684390401464	
10	.01	-113.236380978099		10	.01	210.663466931295		10	.01	-210.663753709844	
11	.011	-97.4150559940756		11	.011	196.940838148999		11	.011	-196.938158322975	
12	.012	-30.3211811262608		12	.012	98.8203510664775		12	.012	-98.8176389468021	
13	.013	27.5364667897768		13	.013	-25.2268018310488		13	.013	25.2225351794483	
14	.014	36.1539788720911		14	.014	-80.7853650669785		14	.014	80.7817231413316	
15	.015	-12.1558264881377		15	.015	-22.0289023527004		15	.015	22.0348896836066	
16	.016	-103.80134256422		16	.016	124.079912294664		16	.016	-124.078313137502	
17	.017	-175.454136741543		17	.017	269.023739191178		17	.017	-269.031738548851	
18	.018	-159.383054079385		18	.018	329.654957439752		18	.018	-329.653900788991	
19	.019	-87.6207403252548		19	.019	290.616408829958		19	.019	-290.609023722574	
20	.02	-31.1463499753954		20	.02	202.888130452312		20	.02	-202.892998488432	
Maximum		36.1539788720911		Maximum		329.654957439752		Maximum		80.7817231413316	
Time of Maximum		.014		Time of Maximum		.018		Time of Maximum		.014	
Minimum		-175.454136741543		Minimum		-80.7853650669785		Minimum		-329.653900788991	
Time of Minimum		.017		Time of Minimum		.014		Time of Minimum		.018	

Axial Force Time History for Element 7

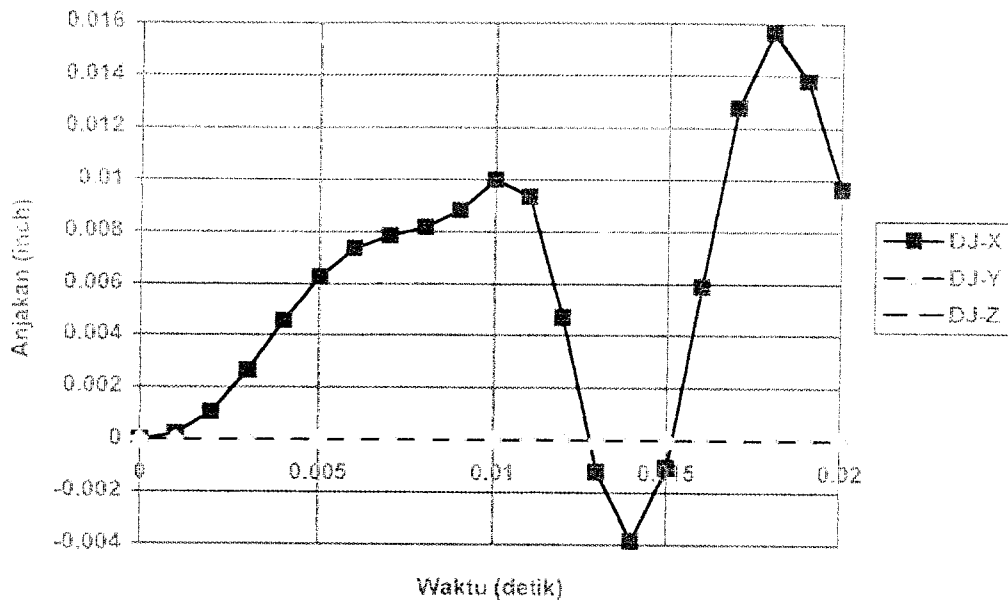
Step	Time	AM1
0	0	0
1	.001	3.58846460727512
2	.002	15.2475915932003
3	.003	33.1374037201339
4	.004	51.8895788452177
5	.005	66.2382524543529
6	.006	72.5724949758393
7	.007	74.0297606664738
8	.008	79.2596348282866
9	.009	93.1619325949955
10	.01	113.236214963311
11	.011	97.4153063018998
12	.012	30.3217720110349
13	.013	-27.5367605420719
14	.014	-36.1549781057823
15	.015	12.1562414263934
16	.016	105.802565126916
17	.017	175.453246863008
18	.018	159.381653610535
19	.019	87.6221523988075
20	.02	31.1475196224712
Maximum		175.453246863008
Time of Maximum		.017
Minimum		-36.1549781057823
Time of Minimum		.014

5.3 Penyajian Respons Struktur

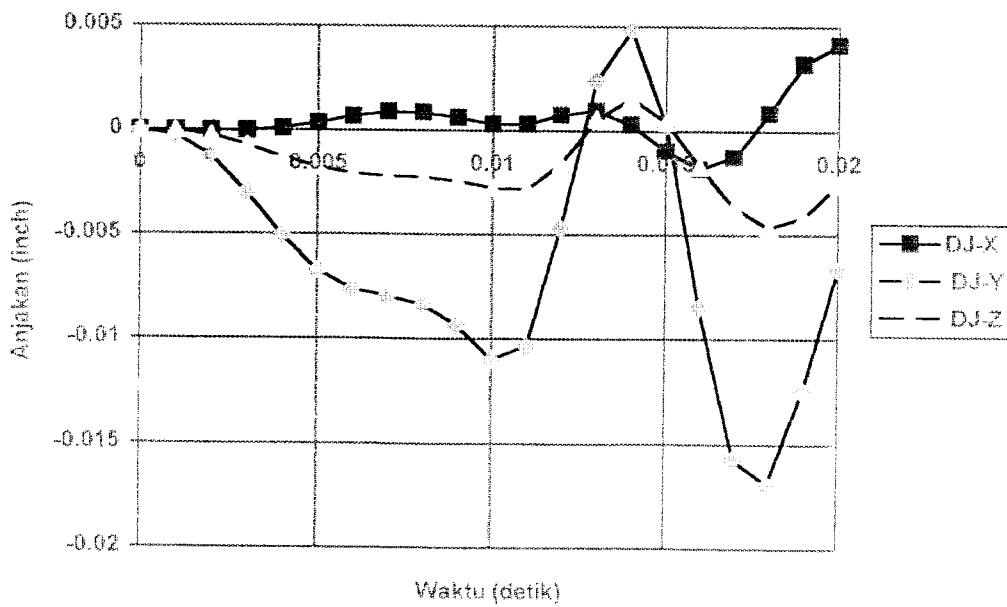
Untuk memperoleh respons yang menentukan bagi tahap perhitungan selanjutnya maka dicari harga respons maksimum dan minimum beserta waktu terjadinya. Nilai-nilai ini tercantum pada bagian dari keluaran program sesuai dengan Tabel 4.3. Untuk memudahkan pengguna dalam memanfaatkan respons yang dihasilkan, maka respons struktur dapat pula disajikan dalam Gambar 5.4, 5.5, 5.6, dan 5.7 berikut.



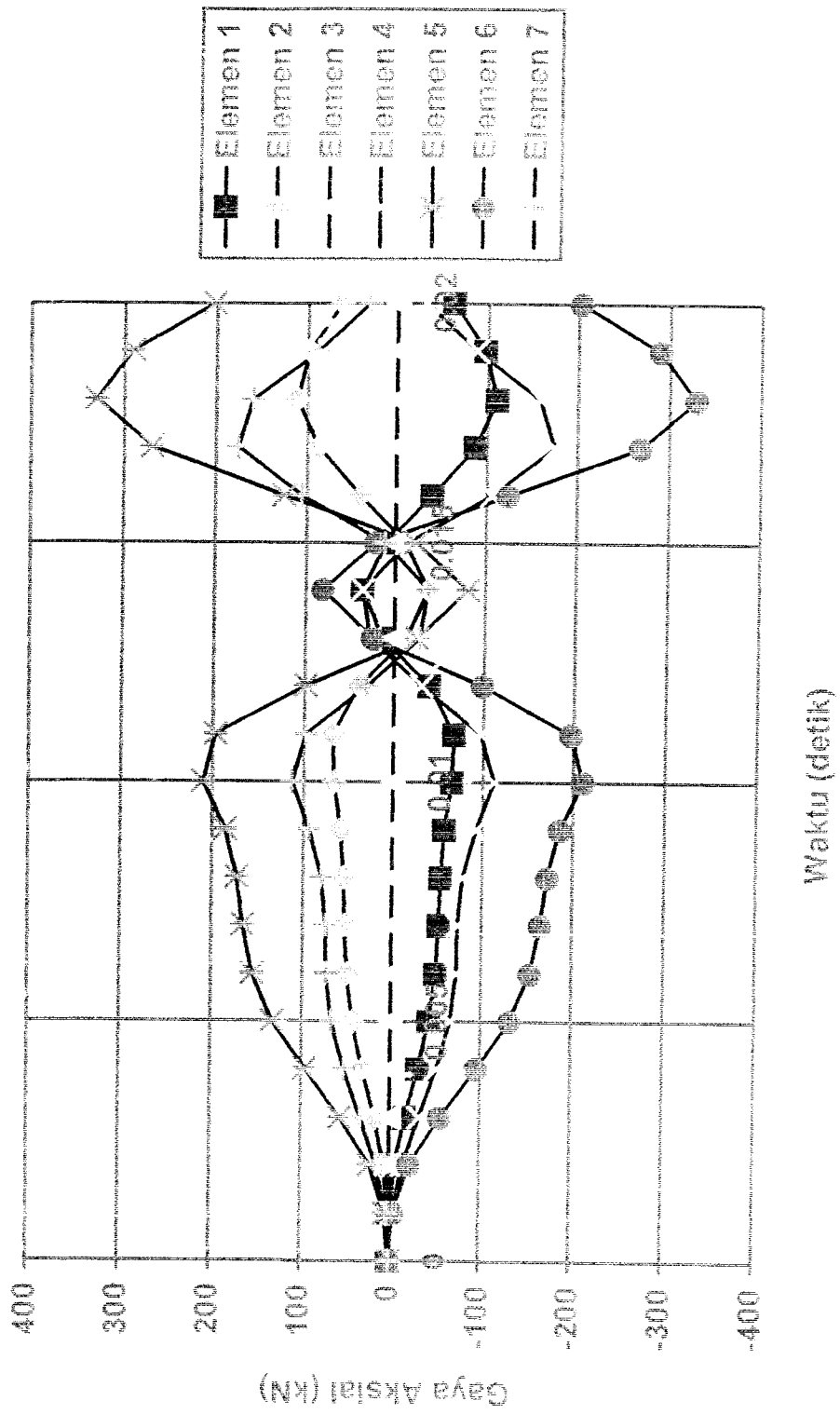
Gambar 5.4 Grafik Riwayat Waktu Anjakan untuk Titik Buhul 1.



Gambar 5.5 Grafik Riwayat Waktu Anjakan untuk Titik Buhul 2.

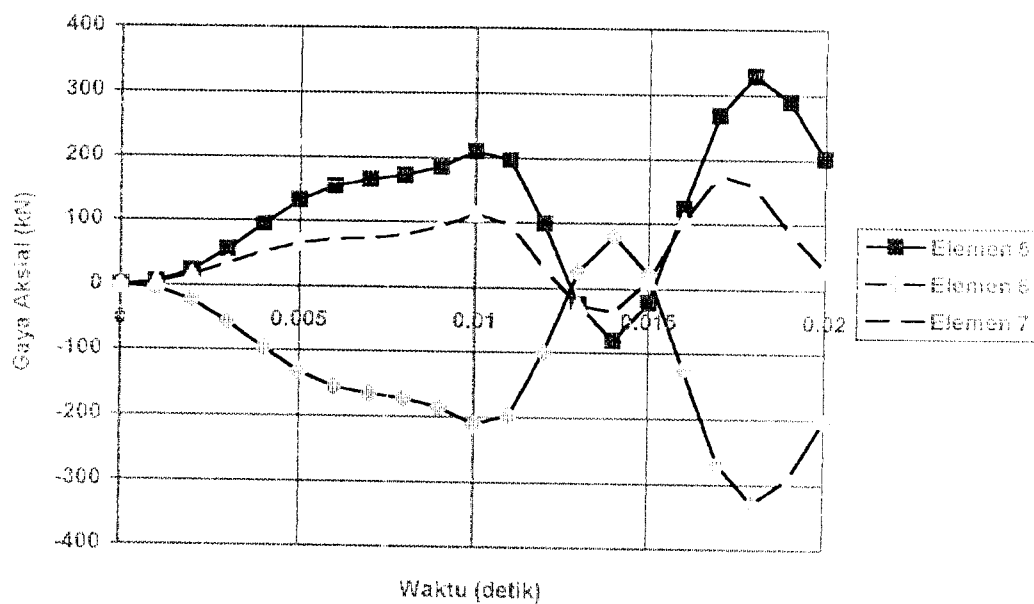


Gambar 5.6 Grafik Riwayat Waktu Anjakan untuk Titik Buhul 3.



Gambar 5.7 Grafik Riwayat Waktu Gaya Aksial untuk Seluruh Elemen Struktur.

Untuk membandingkan hasil yang diperoleh dari perangkat lunak Castreet Version 1.1 dengan hasil perhitungan yang tercantum pada halaman 278 dari pustaka nomor 9, maka Respons Riwayat Waktu Gaya Aksial untuk elemen 5, 6 dan 7 diberikan tersendiri dalam Gambar berikut ini.



Gambar 5.8 Grafik Riwayat Waktu Gaya Aksial untuk Elemen 5, 6, dan 7.

Untuk memperoleh respons struktur di atas diperlukan puluhan bahkan ratusan kali putaran untuk mencapai hasil yang diinginkan, dengan demikian ketepatan penerapan teori dalam program dapat diketahui melalui ketelitian respons struktur yang diperoleh. Berikut ini diberikan perbandingan respons struktur yang dituangkan dalam bentuk tabel.

Tabel 5.8 Perbandingan antara respons struktur menurut Castreet Version 1.1 dengan respons struktur yang tercantum pada halaman 278 dari pustaka nomor 9.

	Castreet Version 1.1	Halaman 278	Kesalahan (%)
Gaya pada Elemen 5			
Maksimum	329.654957439752	325.6	1.230061
Waktu terjadi	.018	.018	
Minimum	-80.7853650669785	-	
Waktu terjadi	.014	.014	
Gaya pada Elemen 6			
Maksimum	80.7817231413316	-	1.229745
Waktu terjadi	.014	.014	
Minimum	-329.653900788991	-325.6	
Waktu terjadi	.018	.018	
Gaya pada Elemen 7			
Maksimum	175.453246863008	175.1	0.201334
Waktu terjadi	.017	.017	
Minimum	-36.1549781057823	-	
Waktu terjadi	.014	.014	

1. Pada tabel di atas terlihat respons struktur menurut Castreet Version 1.1 tidak jauh berbeda dengan respons struktur yang diberikan oleh contoh soal pada halaman 278 dari pustaka nomor 9. Kesalahan maksimum yang terjadi adalah sebesar 1.230061% ($< 5\%$), hal ini terjadi karena adanya perbedaan toleransi yang digunakan yaitu $1E-12$ untuk Castreet Version 1.1 dan $1E-6$ untuk contoh soal tersebut, selain itu dalam Castreet Version 1.1 digunakan metode Jacobi untuk perhitungan nilai eigen dan vektor

dalam contoh soal digunakan metode Householder-QR. Dengan demikian prosedur yang telah dituangkan dalam perangkat lunak Castreet Version 1.1 ini dapat digunakan untuk struktur dengan spesifikasi lain.

BAB VI

KESIMPULAN DAN SARAN

6.1 Kesimpulan

Analisis struktur dinamis dalam Tugas Akhir ini menggunakan *Newmark's Generalized Acceleration Method*. Metode ini terbukti memberikan hasil paling baik jika dibandingkan dengan metode lain yang sejenis. Ketelitian pemakaian variabel integrasi sangat mempengaruhi hasil analisis. Menurut Weaver, parameter integrasi yang paling baik adalah $\alpha=-0.1$, $\beta=0.3025$, dan $\gamma=0.6$.

Secara lebih khusus dapat diambil kesimpulan sebagai berikut ini.

1. Metode untuk mencari vektor eigen dan nilai eigen khusus untuk matriks simetris dapat mempercepat pencapaian ketelitian. Metode yang paling disarankan untuk matriks simetris ini adalah metode Householder-QR. Dalam Tugas Akhir ini metode ini diganti dengan metode iterasi Jacobi yang telah disesuaikan untuk matriks simetris dengan ketelitian $1E-12$. Metode ini terbukti mampu secara tepat dan cepat mencapai ketelitian yang diinginkan.
2. Dari respons struktur berdasarkan riwayat waktu dapat diketahui nilai respons struktur yang paling aman dan sesuai untuk tahap perencanaan selanjutnya.

6.2 Saran-saran

1. Analisis dapat dikembangkan untuk penampang dengan elemen tidak prismatis namun perlu perubahan pada kode program yaitu sub program STRUCTURAL_DATA_ST bagian dimensi elemen struktur yang diwakili oleh parameter AX().
2. Perangkat lunak dalam Tugas Akhir ini dapat dikembangkan untuk analisis struktur berspesifikasi lebih besar dengan memanfaatkan ruang penyimpanan di hard disk yaitu menggunakan file sementara sebagai pengganti memori yang terbatas pada komputer. Algoritma untuk metode ini dapat dikembangkan berdasarkan teknik pemrograman yang diberikan dalam pustaka nomor 4 halaman 466-481. Penghematan memori dapat pula dilakukan dengan memperhatikan pola pengaturan memori pada variabel yang menggunakan memori besar seperti matriks massa konsisten elemen struktur, kekakuan elemen struktur, redaman elemen struktur, dan variabel lain yang menyita memori cukup besar. Penyimpanan dapat dilakukan dengan menggunakan teknik *skyline matrix*, yaitu elemen matriks bukan nol disimpan dalam array berdimensi tunggal.
3. Teknik memasukkan data struktur dapat disingkat dengan teknik *generate* sebagaimana pada perangkat lunak untuk struktur seperti ETABS[®], SAP90[®], SAFE[®] dan lain-lain, selain itu teknik pemasukan

3. Frekuensi struktur akibat pengaruh beban-beban yang bekerja harus tidak sama dengan frekuensi alami struktur. Jika hal ini terjadi, maka struktur akan bergetar pada frekuensi alami tersebut dan dikenal sebagai peristiwa resonansi yang dapat merugikan struktur.
4. Pengaruh redaman pada struktur tidak dapat secara jelas ditentukan. Dalam praktek seringkali pengaruh redaman dinyatakan dengan rasio redaman. Bagi struktur, pengaruh redaman ini merupakan gabungan dari matriks kekakuan struktur dan matriks massa struktur. Rasio redaman yang besar dapat secara signifikan menekan amplitudo yang dihasilkan oleh struktur sebagai usaha mencapai keseimbangan dinamis struktur.
5. Persoalan struktur dengan derajat kebebasan banyak dan beban beragam sebagaimana dijelaskan pada bab II dapat diterapkan pada perangkat lunak ini. Dengan demikian jika dibandingkan dengan perangkat lunak untuk analisis struktur statis, pemakaian perangkat lunak ini dapat lebih luas, dan untuk segala jenis struktur dengan perubahan yang perlu sebagaimana tertera pada sub bab saran-saran di bawah ini.

juga secara *interactive* seperti pada perangkat lunak yang lebih maju yaitu koordinat titik buhul dan data struktur lain langsung dimasukkan melalui perangkat lunak khusus yang dibuat berdasarkan kebutuhan perangkat lunak utama.

4. Jenis material untuk elemen struktur dapat ditambah sesuai dengan kebutuhan struktur dengan cara menambah array dimensi jenis material.
5. Beban yang bekerja dapat ditambah dengan beban bergantung waktu lain seperti beban volume, regangan temperatur, regangan awal, perpindahan perletakan, dan lain-lain disesuaikan dengan jenis struktur yang dihitung.
6. Perangkat lunak ini dapat dikembangkan untuk menghitung jenis struktur lain seperti rangka batang bidang, portal bidang, portal ruang, balok grid, PBQ8, QSPB, dan lain-lain. Pengembangan dilakukan dengan mengubah semua prosedur khusus untuk struktur rangka batang ruang yang ditandai dengan akhiran *_ST* (*Space Truss*). Sebagai contoh jika diinginkan untuk menghitung portal ruang (*Space Frame*) maka sub program RESULT2_ST diubah menjadi RESULT2_SF dengan mengikuti prosedur yang sesuai untuk portal ruang.

DAFTAR PUSTAKA

1. Bathe, K. J., dan Wilson E. L., *Numerical Methods in Finite Element Analysis*, Prentice Hall International, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1976.
2. Constantinides, A., *Applied Numerical Method with Personal Computer*, John Willey and Sons, Inc., Singapore, 1987.
3. Desai, C.S., *Dasar-dasar Metode Elemen Hingga*, Erlangga, Jakarta, 1988.
4. Fleming, J. F., *Computer Analysis of Structural Systems*, McGraw Hill Book Company, Singapore, 1989.
5. Martin, H. C., *Introduction to Matrix Methods of Structural Analysis*, McGraw Hill Book Company, New York, 1966.
6. Mathews, J. H., *Numerical Methods for Mathematics, Science and Engineering*, Prentice Hall International, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
7. Paz, M., *Dinamika Struktur Teori dan Perhitungan*, Erlangga, Jakarta, 1993.
8. Weaver, W., Jr. dan James M. Gere, *Analisis Matriks untuk Struktur Rangka*, Erlangga, Jakarta, 1986.
9. Weaver, W., Jr. dan Johnston, P. R., *Structural Dynamics by Finite Element*, Prentice Hall International, Inc., New Jersey, 1987.