BAB V

ANALISIS HASIL PENGOLAHAN DATA

Pada bagian ini, akan dilakukan analisis terhadap Teorema III Rachamadugu, perbandingan antara algoritma 1 dan algoritma 2, analisis mengenai penentuan *start time* yang optimal, serta analisis untuk *due date* minimum.

5.1. ANALISIS TEOREMA III RACHAMADUGU

Teorema III Rachamadugu menyatakan bahwa *aturan LPT (Longest Processing Time) menghasilkan suatu urutan yang optimal untuk persoalan common due date dalam prinsip penalti yang proporsional pada satu mesin.* Dalam subbab ini, dengan mengambil contoh kasus dari data – data *job* yang ada, akan diperlihatkan bahwa suatu urutan yang optimal, akan memenuhi persamaan :

$$p_i \min\{(d_i - t - p_i)^+, p_j\} \leq p_j \min\{(d_j - t - p_j)^+, p_i\}$$

dimana :

t adalah *start time* dari *job i*, dan *job i* mendahului *job j*

karena menggunakan *common due date* ($d_i = d$), persamaan diatas dapat dituliskan sebagai berikut :

$$p_i \min\{(d - t - p_i)^+, p_j\} \leq p_j \min\{(d - t - p_j)^+, p_i\}$$

aplikasi dari persamaan diatas, menghasilkan 3 alternatif kejadian yang mungkin muncul. Berikut adalah ketiga kasus tersebut beserta dengan contohnya, yang diambil dari *job – job* dalam penelitian ini :

1) **Kasus 1 :** $(d - t - p_i)^+ = 0$.

Karena itu, maka : $(d - t - p_j)^+ \geq 0$, dan persamaan di atas terpenuhi.

Contoh diambil dari jadual periode II, dengan algoritma 1, pada $\alpha = 1$ & $\beta = 1$, pada mesin A, yaitu :

$J_i = J12$	$p_i = 62.3$ jam	$t = 27.7$ jam
$J_j = J30$	$p_j = 11.5$ jam	$d = 90$ jam

$$(d - t - p_i)^+ = (90 - 27.7 - 62.3)^+ = 0$$

$$(d - t - p_j)^+ = (90 - 27.7 - 11.5)^+ = 50.8$$

$$\Rightarrow p_i \min\{(d - t - p_i)^+, p_j \} \leq p_j \min\{(d - t - p_j)^+, p_i \}$$

$$62.3 \min \{ 0 , 11.5 \} \leq 11.5 \min \{ 50.8 , 62.3 \}$$

$$62.3 \times 0 \leq 11.5 \times 50,8$$

$$0 \leq 584,2$$

2) **Kasus 2 :** $0 \leq (d - t - p_i)^+ \leq p_j$.

Anggap : $d - t - p_i + k = p_j$, dimana $0 \leq k \leq p_j$.

Ruas kanan dari persamaan di atas, menjadi :

$$p_j \min\{(d - t - p_j)^+, p_i \} = p_j \min \{(p_i - k), p_i \} = p_j (p_i - k) = p_i p_j - kp_j$$

Ruas kiri dari persamaan di atas, menjadi :

$$p_i \min\{(d - t - p_i)^+, p_j \} = p_i \min\{(p_j - k), p_j \} = p_i (p_j - k) = p_i p_j - kp_i$$

Karena $p_i \geq p_j$, maka persamaan di atas terpenuhi.

Contoh diambil dari jadual periode II, dengan algoritma 2, pada α = 1 & β = 2, pada mesin A, yaitu :

J_i = J12 p_i = 62.3 jam t = 0 jam

J_j = J25 p_j = 30.9 jam d = 90 jam

$(d - t - p_i)^+ = (90 - 0 - 62.3)^+ = 27.7$

$(d - t - p_j)^+ = (90 - 0 - 30.9)^+ = 59.1$

$$\Rightarrow p_i \min\{(d - t - p_i)^+, p_j\} \le p_j \min\{(d - t - p_j)^+, p_i\}$$

$$62.3 \min\{27.7, 30.9\} \le 30.9 \min\{59.1, 62.3\}$$

$$62.3 \times 27.7 \le 30.9 \times 59.1$$

$$1725.71 \le 1826.19$$

3) **Kasus 3 :** $(d - t - p_i)^+ \ge p_j$.

Kedua ruas persamaan di atas sama dengan $p_i p_j$. Karena itu, persamaan tersebut terpenuhi.

Contoh diambil dari jadual periode III, dengan algoritma 1, pada α = 1 & β = 2, pada mesin D, yaitu :

J_i = J38 p_i = 14.1 jam t = 61.9 jam

J_j = J33 p_j = 8.4 jam d = 90 jam

$(d - t - p_i)^+ = (90 - 61.9 - 14.1)^+ = 14$

$(d - t - p_j)^+ = (90 - 61.9 - 8.4)^+ = 19.7$

$$\Rightarrow p_i \min\{(d - t - p_i)^+, p_j\} \le p_j \min\{(d - t - p_j)^+, p_i\}$$

Dari rekapitulasi nilai fungsi tujuan yang terdapat pada tabel 4.63, terlihat bahwa dengan algoritma 1, nilai fungsi tujuannya lebih kecil dibandingkan dengan algoritma 2, kecuali pada periode III dengan kombinasi $\alpha = \beta = 1$. Secara umum, pengelompokkan *job* pada *single stage* mesin paralel menggunakan algoritma 1, lebih baik dibandingkan bila menggunakan algoritma 2.

5.3. ANALISIS PENENTUAN *START TIME* OPTIMAL (S^*) PADA SETIAP MESIN

Pada subbab ini, dengan mengambil contoh kasus dari data – data *job* yang ada, akan diperlihatkan bahwa prosedur untuk menentukan *start time* (S^*) pada setiap mesin, yang diberikan Rachamadugu adalah benar.

Menurut Rachamadugu, *start time* optimal (S^*) pada satu mesin dapat ditentukan dengan persamaan berikut :

$$\sum_{k\in T\backslash j^*} p_k \leq \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)} P \leq \sum_{k\in T} p_k$$

Sementara S^* ditentukan sebagai berikut :

$$S^* = d - p_{j^*} - \sum_{k\in E} p_k$$

Jika tidak ada solusi dari persamaan tersebut (S^* negatif), maka *start time* yang optimal pada mesin tersebut di-reset menjadi 0 (nol).

Bila S^* ini dimajukan lebih awal, akan menimbulkan peningkatan biaya *earliness*. Sedangkan bila S^* dimundurkan (ditunda), akan menimbulkan peningkatan biaya *tardiness*. Kedua kondisi tersebut akan menimbulkan biaya total yang lebih tinggi. Untuk memeperjelas hal ini, akan diambil contoh kasus dari jadual periode I, menggunakan algoritma 1, pada kombinasi $\alpha = 1$ & $\beta = 1$, dimesin C :

$S^* = 75.8$ jam

$\sum \alpha \, (d - C_i)^+ = 5.8$ Rp.jam

$\sum \beta \, (C_i - d)^+ = 4.7$ Rp.jam

$z = 10.5$ Rp.jam

1) **Kasus 1 :** Jika S^* dimajukan lebih awal.

Misal : S^* diubah menjadi 75 jam

Tabel 5.1 Penghitungan nilai fungsi tujuan

M	J_i	p_i	C_i	$(d-C_i)^+$	$\alpha(d-C_i)^+$	$(C_i-d)^+$	$\beta(C_i-d)^+$
C	J8	4.7	93.9	0	0	3.9	3.9
	J2	5.8	89.2	0.8	0.8	0	0
	J5	8.4	83.4	6.6	6.6	0	0
				Σ	**7.4**	Σ	**3.9**
Nilai Fungsi Tujuan : z = 11.3 Rp.jam							

2) **Kasus 2 :** Jika S^* dimundurkan (ditunda).

Misal : S^* diubah menjadi 76 jam

Tabel 5.2 Penghitungan nilai fungsi tujuan

M	J_i	p_i	C_i	$(d-C_i)^+$	$\alpha(d-C_i)^+$	$(C_i-d)^+$	$\beta(C_i-d)^+$
C	J8	4.7	94.9	0	0	4.9	4.9
	J2	5.8	90.2	0	0	0.2	0.2
	J5	8.4	84.4	5.6	5.6	0	0
				Σ	**5.6**	Σ	**5.1**
Nilai Fungsi Tujuan : z = 10.7 Rp.jam							

Terlihat bahwa dengan memajukan atau menunda *start time* optimal (S^*) yang telah ditentukan, akan menimbulkan biaya yang lebih tinggi.

5.4. ANALISIS TERHADAP DUE DATE MINIMUM

Jadual yang dihasilkan menggunakan algoritma 1 dengan kombinasi $\alpha = 2$ & $\beta = 1$, pada periode II dan periode IV serta jadual aplikasi pada PT. LG menggunakan algoritma 1 dengan kombinasi $\alpha = 4$ & $\beta = 3$, pada periode II dan periode IV, ternyata waktu penyelesaiannya melebihi batas waktu periode pengerjaan order yaitu 135 jam. Hal ini dapat diatasi dengan menggunakan *due date* minimum untuk setiap periode tersebut. Penggunaan *due date* minimum ini, tidak akan mengubah nilai fungsi tujuan. Untuk memperjelas hal ini, berikut contoh penghitungan nilai fungsi tujuan menggunakan *due date* minimum.

1) **Kasus dalam periode II, dengan algoritma 1 pada $\alpha = 2$ & $\beta = 1$**

$d_{min} = 62.3$ jam

Start time yang meminimumkan *due date* :

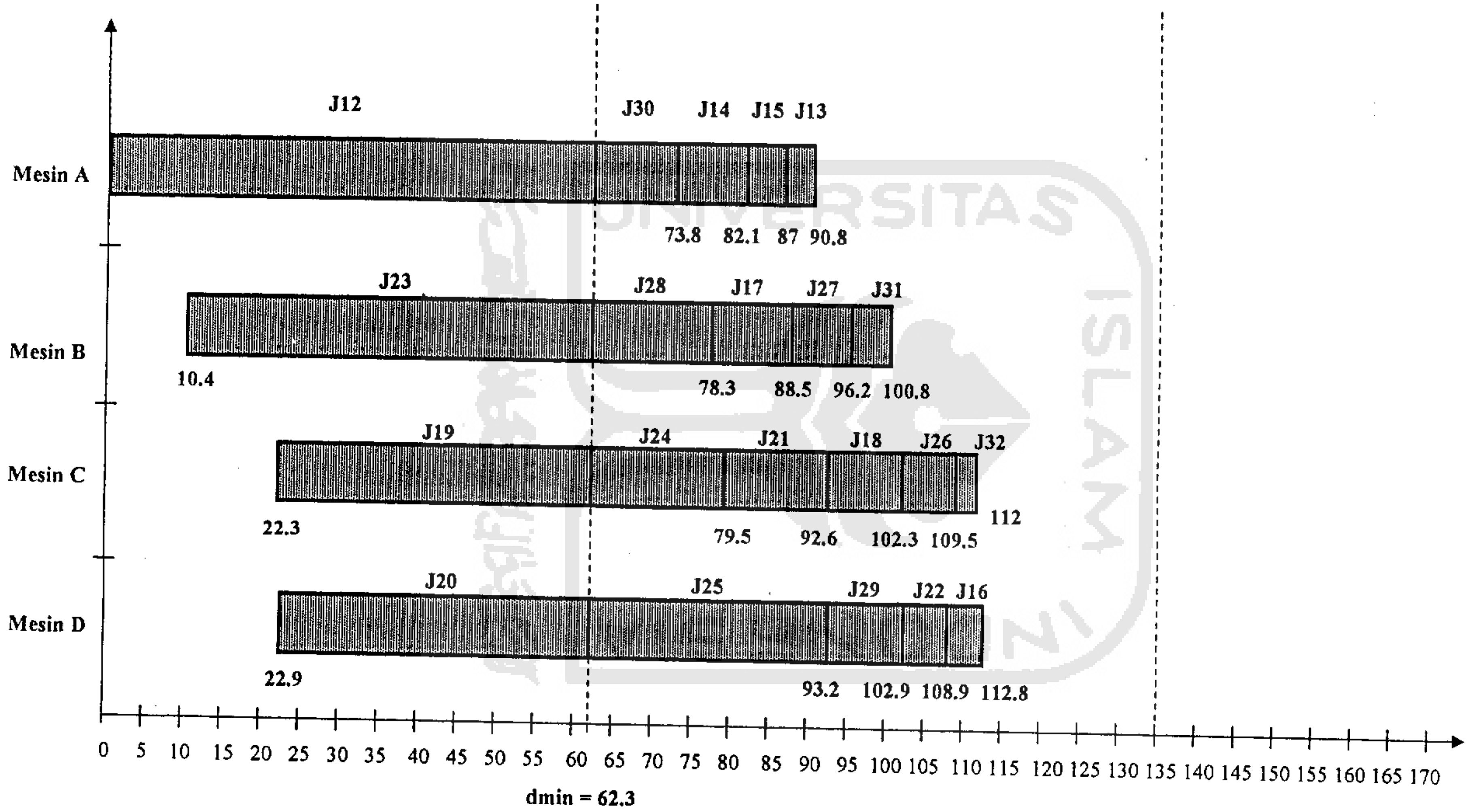
$S^* A = 0$ jam	$S^* C = 22.3$ jam
$S^* A = 10.4$ jam	$S^* D = 22.9$ jam

Nilai fungsi tujuan awal : z = 552.1 Rp.jam

Tabel 5.3 Penghitungan nilai fungsi tujuan dengan *due date* minimum

M	J_i	p_i	C_i	$(d-C_i)^+$	$\alpha(d-C_i)^+$	$(C_i-d)^+$	$\beta(C_i-d)^+$
A	J13	3.8	90.8	0	0	28.5	28.5
	J15	4.9	87	0	0	24.7	24.7
	J14	8.3	82.1	0	0	19.8	19.8
	J30	11.5	73.8	0	0	11.5	11.5
	J12	62.3	62.3	0	0	0	0
				Σ	**0**	Σ	**84.5**
B	J31	4.6	100.8	0	0	38.5	38.5
	J27	7.7	96.2	0	0	33.9	33.9
	J17	10.2	88.5	0	0	26.2	26.2
	J28	16	78.3	0	0	16	16
	J23	51.9	62.3	0	0	0	0
				Σ	**0**	Σ	**114.6**
C	J32	2.5	112	0	0	49.7	49.7
	J26	7.2	109.5	0	0	47.2	47.2
	J18	9.7	102.3	0	0	40	40
	J21	13.1	92.6	0	0	30.3	30.3
	J24	17.2	79.5	0	0	17.2	17.2
	J19	40	62.3	0	0	0	0
				Σ	**0**	Σ	**184.4**
D	J16	3.9	112.8	0	0	50.5	50.5
	J22	6	108.9	0	0	46.6	46.6
	J29	9.7	102.9	0	0	40.6	40.6
	J25	30.9	93.2	0	0	30.9	30.9
	J20	39.4	62.3	0	0	0	0
				Σ	**0**	Σ	**168.6**
$\Sigma\,\alpha(d-C_i)^+ = 0$ **Rp.jam**					$\Sigma\,\beta(C_i-d)^+ = 552.1$ **Rp.jam**		
Nilai Fungsi Tujuan : $z = 552.1$ Rp.jam							

Terlihat bahwa nilai fungsi tujuannya sama (tidak berubah). Peta Gantt untuk penjadualan menggunakan due date minimum ini, dapat dilihat pada gambar 5.1



Gambar 5.1 Jadual Periode II Menggunakan *Due Date* Minimum dengan Algoritma 1 dengan $\alpha = 2$ & $\beta = 1$

2) **Kasus jadual aplikasi pada PT. LG periode IV, dengan algoritma 1 pada $\alpha = 4$ & $\beta = 3$**

$d_{min} = 52.4$ jam

Start time yang meminimumkan *due date* :

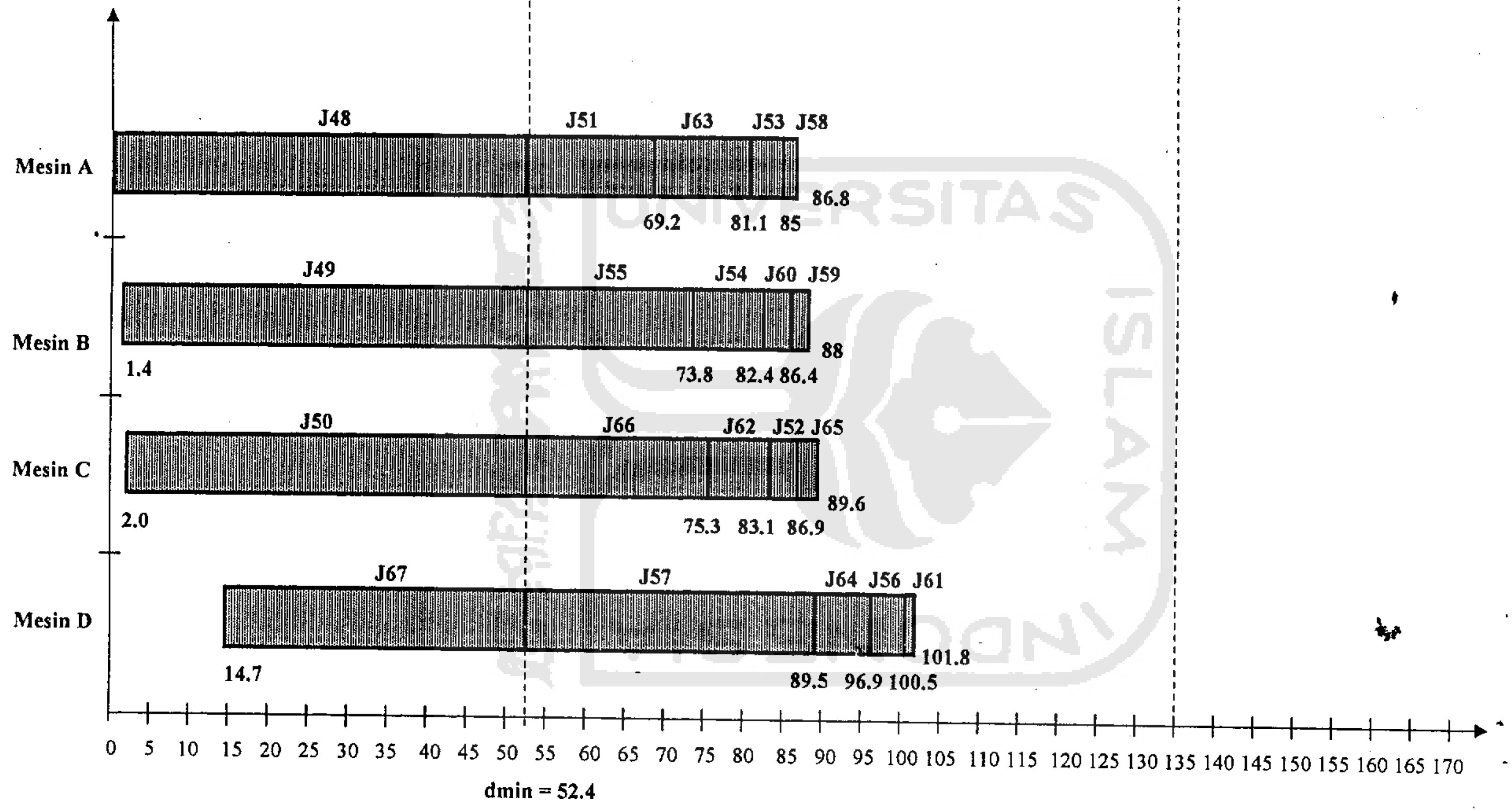
$S^* A = 0$ jam $\quad$ $S^* C = 2.0$ jam

$S^* B = 1.4$ jam $\quad$ $S^* D = 14.7$ jam

Tabel 5.4 Penghitungan nilai fungsi tujuan dengan *due date* minimum

M	J_i	p_i	C_i	$(d - C_i)^+$	$\alpha(d - C_i)^+$	$(C_i - d)^+$	$\beta(C_i - d)^+$
A	J58	1.8	86.8	0	0	34.4	103.2
	J53	3.9	85	0	0	32.6	97.8
	J63	11.9	81.1	0	0	28.7	86.1
	J51	16.8	69.2	0	0	16.8	50.4
	J48	52.4	52.4	0	0	0	0
				Σ	**0**	Σ	337.5
B	J59	1.6	88	0	0	35.6	106.8
	J60	4	86.4	0	0	34	102
	J54	8.6	82.4	0	0	30	90
	J55	21.4	73.8	0	0	21.4	64.2
	J49	51	52.4	0	0	0	0
				Σ	**0**	Σ	363
C	J65	2.8	89.6	0	0	37.2	111.6
	J52	3.7	86.9	0	0	34.4	103.2
	J62	7.8	83.1	0	0	30.7	92.1
	J66	22.9	75.3	0	0	22.9	68.7
	J50	50.4	52.4	0	0	0	0
				Σ	**0**	Σ	375.6
D	J61	1.3	101.8	0	0	49.4	148.2
	J56	3.6	100.5	0	0	48.1	144.3
	J64	7.4	96.9	0	0	44.5	133.5
	J57	37.1	89.5	0	0	37.1	111.3
	J67	37.7	52.4	0	0	0	0
				Σ	**0**	Σ	537.3
$\Sigma\, \alpha(d - C_i)^+ = 0$ Rp.jam					**$\Sigma\, \beta(C_i - d)^+ = 1613.4$ Rp.jam**		
Nilai Fungsi Tujuan : z = 1613.4 Rp.jam							

Terlihat bahwa nilai fungsi tujuannya sama (tidak berubah). Peta Gantt untuk penjadualan menggunakan *due date* minimum ini, dapat dilihat pada gambar 5.2



Gambar 5.2 Jadual Periode IV Aplikasi Menggunakan *Due Date* Minimum dengan Algoritma 1 dengan $\alpha = 4$ & $\beta = 3$