BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Konsep Dasar Manajemen Permintaan

Pada dasarnya manajemen permintaan didefinisikan sebagai suatu fungsi pengelolaan seluruh permintaan produk untuk menjamin bahwa penyusun jadwal induk mengetahui dan menyadari semua permintaan produk tersebut.[OPT03]

Secara garis besar aktivitas-aktivitas dalam manajemen permintaan dapat dikategorikan ke dalam dua aktivitas utama, yaitu:

1. Pelayanan pesanan (*Order Service*) yang bersifat pasti (*certain*)
2. Peramalan (*Forecasting*) yang bersifat tidak pasti (*Uncertain*)

Sehubungan dengan aktivitas peramalan, dalam industri manufaktur dikenal adanya dua jenis permintaan yang sering disebut sebagai: "*Independent Demand*" dan "*Dependent Demand*".[OPT03]

Independent demand adalah permintaan untuk suatu item yang terjadi secara terpisah tanpa terkait dengan permintaan untuk item lain. Sebagai contoh *independent demand* adalah permintaan untuk produk akhir, parts atau produk yang digunakan untuk percobaan pengujian produk itu, dan suku cadang (*spare parts*) untuk pemeliharaan.[OPT03]

Dependent demand adalah permintaan untuk suatu item yang terkait dengan permintaan untuk item yang lain. Sebagai contoh item-item yang ada dalam struktur produk (*Bill of Material*) (BOM) untuk membentuk produk akhir.[OPT03]

Aktivitas peramalan hanya boleh dilakukan terhadap *independent demand*, sedangkan dependent demand harus direncanakan atau dihitung. (*Dependent demand* tidak boleh diramalkan).[OPT03]

2.2 Konsep Dasar Peramalan

Dalam melakukan penentuan pendistribusian dari suatu sumber ke suatu tujuan diperlukan data kebutuhan hasil produksi di masa yang akan datang. Untuk mengetahuinya maka diperlukan peramalan jumlah produk dengan berdasarkan data yang lalu. Peramalan dapat dikatakan perkiraan terhadap masa depan, apa yang akan terjadi[GIT99]. Dan peramalan didasari oleh penggunaan data masa lalu dari sebuah variabel untuk memprediksi kinerjanya di masa mendatang [TAH97]. Dalam hal ini, data masa lalu biasanya diberikan dalam bentuk sebuah serial waktu (*time series*) yang meringkaskan perubahan-perubahan dalam nilai variabel tersebut sebagai fungsi dari waktu.[OPT03]

Aktivitas peramalan merupakan suatu fungsi bisnis yang berusaha memperkirakan permintaan atau penjualan dan penggunaan produk sehingga produk-produk itu dapat dibuat dalam kuantitas yang tepat sesuai dengan permintaan pasar. [OPT03]

Lebih jauh dapat dikatakan bahwa fungsi peramalan adalah sebagai suatu dasar bagi perencanaan, seperi dasar bagi perencanaan kapasitas, anggaran, perencanaan produksi dan inventori dsb.[OPT03]

Kebutuhan akan peramalan meningkat seiring dengan usaha pihak manajemen untuk mengurangi ketidakpastian atau resiko bisnis dalam lingkungan yang semakin kompleks dan dinamis (selalu berubah-ubah).[OPT03]

Prinsip Peramalan yang perlu dipertimbangkan :

1. Secara umum, teknik peramalan berasumsi bahwa sesuatu yang berlandaskan pada sebab yang sama yang terjadi di masa yang lalu, akan berlanjut pada masa yang akan datang.
2. Peramalan melibatkan kesalahan (*error*). Peramalan hanya mengurangi ketidakpastian tetapi tidak menghilangkannya.
3. Peramalan untuk famili produk lebih akurat daripada peramalan untuk produk individu.
4. Peramalan jangka pendek mengandung ketidakpastian yang lebih sedikit (lebih akurat) daripada peramalan jangka panjang, karena dalam jangka pendek, kondisi yang mempengaruhi permintaan cenderung tetap atau berubah lambat.
5. Peramalan sebaiknya menggunakan tolok ukur kesalahan peramalan
6. Jika dimungkinkan, hitung peramalan daripada meramal permintaan.

Pendekatan Peramalan

Pada dasarnya pendekatan peramalan dapat diklasifikasikan menjadi dua pendekatan, yaitu: pendekatan/teknik kualitatif dan pendekatan/teknik kuantitatif.

1. Pendekatan kualitatif

   Pendekatan kualitatif bersifat subjektif dimana peramalan dilakukan berdasarkan pertimbangan, pendapat, pengalaman dan prediksi peramal (*forecaster*), pengambil keputusan atau para ahli. Pendekatan ini digunakan pada saat tidak tersedia sedikitpun data historis. Yang termasuk pendekatan kualitatif antara lain *market research, consumer surveys, delphi method, sales force composite, executive opinions, historical analogy, panel consensus.*

2. Pendekatan kuantitatif

   Pendekatan kuantitatif meliputi metode deret berkala (*time series*) dan metode kausal.

   Metode deret berkala melakukan prediksi masa yang akan datang berdasarkan data masa lalu. Tujuan peramalan deret berkala ini adalah untuk menentukan pola data masa lalu dan mengekstrapolasikannya untuk masa yang akan datang.

   Metode kausal mengasumsikan faktor yang diramal memiliki hubungan sebab akibat terhadap beberapa variabel independent. Tujuan metode kausal ini adalah untuk menentukan hubungan antar faktor dan menggunakan hubungan tersebut untuk meramal nilai-nilai variabel dependent.

   Pendekatan kuantitatif dapat diterapkan dengan syarat:

   a. Tersedia informasi masa lalu
   b. Informasi masa lalu tersebut dapat dikuantifikasikan dalam bentuk data numerik
   c. Diasumsikan pola data masa lalu akan berlaku sama untuk masa yang akan datang.

Dalam prakteknya, kombinasi dari kedua pendekatan tersebut biasanya lebih efektif karena pada dasarnya peramalan itu merupakan suatu seni dan *science*.[OPT03]

Horizon waktu peramalan (*Forecasting Time Horizons*)

Peramalan biasanya juga diklasifikasikan berdasarkan horizon waktu peramalan, yaitu sebagai berikut:

1. *Short-range forecast*. Peramalan ini mempunyai jangka waktu harian, mingguan atau bulanan yang biasanya berjangka waktu sampai 3 bulan. Contoh peramalan jangka pendek antara lain perencanaan pembelian (*planning purchasing*), *job scheduling, production levels, job assignments, work force levels*.
2. *Medium/Intermediate-range forecast*. Jangka waktu peramalan berkisar antara 3 bulan sampai 3 tahun. Peramalan ini berguna untuk perencanaan penjualan (sales planning), perencanaan produksi dan anggaran (aggregat planning and budgeting), dsb.
3. *Long-range forecast*. Jangka waktu peramalan lebih dari 3 tahun. Peramalan jangka panjang digunakan dalam perencanaan produk baru, ekspansi, analisis fasilitas dan *research & development*.

Karakteristik Peramalan yang Baik

Sebuah peramalan yang baik harus mengandung unsur SMART, yaitu:

1. Simple to understand and use
2. Meaningful units
3. Accurate
4. Reliable (consitenly)

5. Timely

Langkah-langkah dalam Proses Peramalan

1. Menentukan tujuan dari peramalan
2. Menentukan item independent demand yang akan diramalkan
3. Menentukan horizon waktu dari peramalan
4. Pengumpulan data dan analisa data
5. Memilih metode peramalan yang sesuai dengan plot data
6. Validasi hasil peramalan (Akurasi peramalan)
7. Pemantauan keandalan (*reliability*) hasil peramalan (kontrol peramalan)

2.3 Time Series Forecasting

Deret berkala adalah suatu urutan waktu observasi yang diambil pada interval waktu tertentu (per jam, harian, mingguan, bulanan, kuartalan, tahunan dsb). Data yang diambil dapat berupa data permintaan, pendapatan, keuntungan, kecelakaan, output, produktivitas dan indeks harga pelanggan, (Pada tugas akhir ini ditekankan pada data permintaan). Teknik ini dibuat dengan asumsi bahwa nilai pada masa yang akan datang pada deret tersebut dapat diestimasi dari nilai deret tersebut di masa lampau.[OPT03]

Analisa data deret berkala menghendaki seorang analis untuk mengidentifikasi perilaku dasar deret data dengan cara membuat plot data secara visual sehingga dapat dilihat pola data yang terbentuk pada masa lalu yang diasumsikan dapat berulang pada periode yang akan datang.[OPT03]

Time series mengidentifikasi pola data yang umum terbentuk sebagai berikut:

1. *Trend*

   Pola data trend menunjukkan pergerakan data secara lambat/bertahap yang cenderung meningkat atau menurun dalam jangka waktu yang panjang. Pola data trend terdiri dari beberapa tipe, seperti: *Linear trend*, *S-Curve Trend* atau *Growth curve*, *Asymptotic trend* dan *Exponential trend*.

2. *Seasonality (musiman)*

   Pola data musiman terbentuk jika sekumpulan data dipengaruhi faktor musiman, seperti cuaca dan liburan. Dengan kata lain pola yang sama akan terbentuk pada jangka waktu tertentu (harian, mingguan, bulanan, atau kuartalan/perempat tahunan).

   Pada dasarnya pola musiman yang umum terjadi dibedakan menjadi dua model yaitu *additive seasonality* dan *multiplicative seasonality model*.

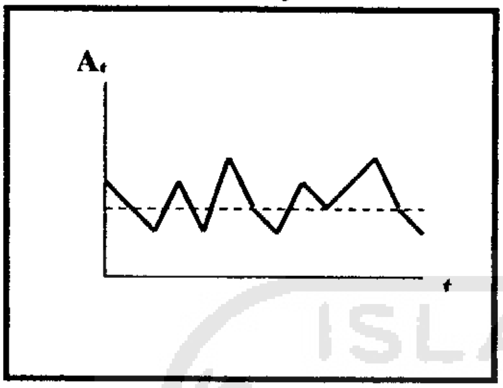
3. *Cycles (Siklus)*

   Pola data siklus terjadi jika variasi data bergelombang pada durasi lebih dari satu tahun. Data cenderung berulang setiap dua tahun, tiga tahun, atau lebih. Fluktuasi siklus biasanya dipengaruhi oleh faktor politik, perubahan ekonomi (ekspansi atau kontraksi) yang dikenal dengan siklus usaha (*business cycle*).

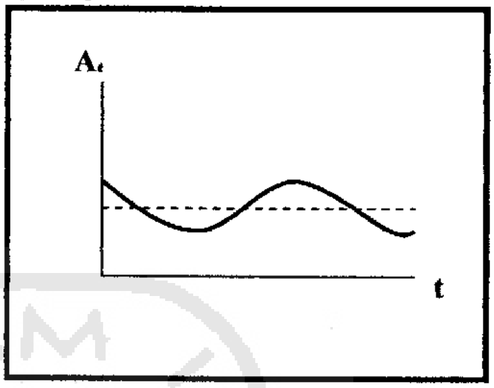
4. *Horizontal / Stasionary / Random variation*

   Pola ini terjadi jika data berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata secara acak tanpa membentuk pola yang jelas seperti pola musiman, trend ataupun siklus. Pergerakan dari keacakan data terjadi dalam jangka waktu yang pendek, misalnya mingguan atau bulanan.

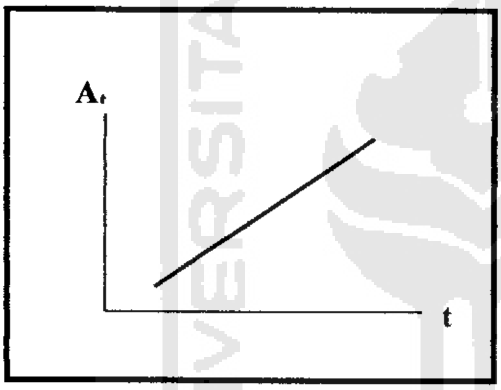
Berikut ini disajikan visualisasi dari pola-pola data:



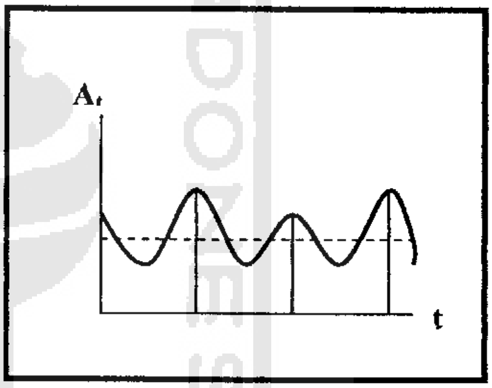
Gambar 2.1 Pola DataHorisontal/Variation



Gambar 2.2 Pola Data Siklus



Gambar 2.3 Pola DataTrend



Gambar 2.4 Musiman/seasonal

Teknik-Teknik Peramalan Data Runtut Waktu

1. Naive forecast

Metode ini merupakan metode peramalan yang paling sederhana, menganggap bahwa peramalan periode berikutnya sama dengan nilai aktual periode sebelumnya. Dengan demikian data aktual periode waktu yang baru saja berlalu merupakan alat peramalan yang terbaik untuk meramalkan keadaan di masa mendatang.[OPT03]

Persamaan umum *naive forecast*:

$$f_{t+1} = A_t \quad \text{.........} (2.1)$$

Untuk data yang mengandung trend, maka persamaan di atas disesuaikan dengan mempertimbangkan unsur trend, sehingga persamaan tersebut menjadi:

$$f_{t+1} = A_t + (A_t - A_{t-1}) \quad \text{.........} (2.2)$$

Jika terdapat unsur musiman (untuk data kuartalan), maka persamaan menjadi:

$$f_{t+1} = A_{t-3} \quad \text{.........} (2.3)$$

Jika data mengandung unsur trend dan musiman (data kuartalan) maka persamaannya menjadi:

$$f_{t+1} = A_{t-3} + \{(A_t - A_{t-1}) + \ldots + (A_{t-3} - A_{t-4})/4\} \quad \text{.........} (2.4)$$

2. Simple Average (Rata-rata Sederhana)

Metode simple average menggunakan sejumlah data aktual dari periode-periode sebelumnya yang kemudian dihitung rata-ratanya untuk meramalkan periode waktu berikutnya.

Persamaan simple average:

$$F_t = A \quad \text{atau} \quad F_t = \frac{\sum_{t=1}^{n} A_t}{n}$$

$$f_{t+1} = F_t \quad \text{.........} (2.5)$$

Simple average paling cocok untuk data stasioner dan tidak mengandung unsur trend dan musiman atau pola-pola sistematik lainnya.[OPT03]

3. Simple Moving Average

Metode ini menggunakan satu set data dengan jumlah data yang tetap, sesuai periode pergerakannya (*moving period*), yang kemudian nilai rata-rata dari set data tersebut digunakan untuk meramalkan nilai periode berikutnya.

Dengan munculnya data yang baru, maka nilai rata-rata yang baru dapat dihitung dengan menghilangkan data yang terlama dan menambahkan data yang terbaru.

Persamaan simple moving average:

$$f_{t+1} = \{A_t + A_{t-1}+A_{t-2}+\ldots+A_{t-n+1}\} / n \quad ; \quad \ldots\ldots(2.6)$$

dimana: n tergantung periode pergerakannya (Mn)

Seorang analis harus menentukan periode moving sehingga dapat menghasilkan ramalan yang akurat. Lebih baik digunakan jumlah yang kecil bila nilai-nilai pada rangkaian data cukup berfluktuasi, dan sebaliknya gunakan jumlah yang besar bila nilai-nilai rangkaian data tidak terlalu berfluktuasi.

Metode ini sesuai untuk data stasioner (data berada disekitar rata-ratanya dalam arti bahwa data cenderung stabil dari waktu ke waktu) , tidak mengandung unsur trend atau faktor musiman.[OPT03]

4. Weighted Moving Average (WMA)

Metode ini mirip dengan metode simple moving average, hanya saja diperlukan pembobotan yang berbeda untuk setiap data pada set data terbaru, dimana data terbaru memiliki bobot yang lebih tinggi daripada data sebelumnya pada set data yang tersedia. Jumlah bobot harus sama dengan 1,00.

Persamaan dari metode WMA:

$$F_t = \frac{\sum W_i . A_i}{\sum W_i} \qquad \text{, dimana: } i = t, t\text{-}1, t\text{-}2, \ldots, t\text{-}m\text{+}1$$

$$f_{t+1} = F_t \ldots\ldots (2.7)$$

Metode ini sesuai untuk pola data stasioner dimana data tidak mengandung unsur trend ataupun musiman.[OPT03]

5. Moving Average With Linear Trend

Metode ini akan efektif jika trend linear dan faktor random *error* tidak besar.

Persamaan:

$$F_t = \frac{\sum A_i}{m} \qquad \text{dimana: } i = t\text{-}m\text{+}1, \ldots, t \ldots\ldots (2.8)$$

$$T_t = 12 \sum \left(i.A_{t-\left(\frac{m-1}{2}\right)+i} / m / \left(m^2 - 1\right) \right)$$

dimana: i = ! (m-1)/2 , … , (m-1)/2 ....(2.9)

$$f_{(t+\tau)} = F_t + T_t\,(t+\tau) \ldots\ldots (2.10)$$

6. Single Exponential Smoothing (SES)

Peramalan dengan metode SES dihitung berdasarkan hasil peramalan periode terdahulu ditambah suatu penyesuaian untuk kesalahan yang terjadi pada ramalan terakhir. Dengan demikian, kesalahan peramalan sebelumnya digunakan untuk mengoreksi peramalan berikutnya.

Persamaan SES:

$$F_0 = A_1$$

$F_t = \alpha A_t + (1-\alpha) F_{t-1}$

$f_{t+1} = F_t$ [1] ....(2.11)

Karakteristik smoothing dikendalikan dengan menggunakan faktor smoothing α, yang bernilai antara 0 sampai dengan 1 ($0 < \alpha < 1$).

1. Jika α mendekati 1, maka:

   Ramalan yang baru akan mencakup penyesuaian kesalahan yang besar pada ramalan sebelumnya.

2. Jika α mendekati 0, maka:

   Ramalan yang baru akan mencakup penyesuaian kesalahan yang kecil pada ramalan sebelumnya.

Dengan demikian jika diinginkan ramalan yang stabil dan variasi random dimuluskan maka diperlukan α yang kecil, α mendekati 0. Sebaliknya jika diinginkan respon yang cepat terhadap perubahan-perubahan pola observasi (data historis) maka diperlukan α yang lebih besar, α mendekati 1.

Metode ini cocok digunakan pada data yang berpola stasioner, tidak mengandung trend atau faktor musiman.[OPT03]

7. Single exponential smoothing with linear trend [2]

---

[1] Bentuk rumus SES yang lain:

$\mathbf{F_t = F_{t-1} + \alpha (A_{t-1} - F_{t-1})}$; **F_t: ramalan untuk periode t**

$\mathbf{= \alpha A_{t-1} + (1 - \alpha) F_{t-1}}$

Sumber: POM; Manufacturing and Service, 8th Edition by Chase et all, Mc Graw Hill

[2] Sering disebut Double Exponential Smoothing : Holt's two parameter method (Sumber: Makridakis, Spyro & Steven C.Wheelwright, Forecasting Methods and Applications, New York: John Wiley & Sons, 1978.

Metode ini pada dasarnya menggunakan prinsip yang sama dengan metode SES, namun metode ini mempertimbangkan adanya unsur trend/kecenderungan linear dalam deretan data. Teknik Holt memperhalus trend dan slopenya secara langsung dengan menggunakan konstanta-konstanta yang berbeda, yaitu α dan β.

Persamaan : (Sumber : Yih – Long Chang, QS. Version 3.0, Prentice Hall)

$\mathbf{F_0 = A_1 \;;\; T_0 = 0}$ [3]

$$\mathbf{F_t = \alpha A_t + (1-\alpha)(F_{t-1} + T_{t-1})} \quad \text{.......(2.12)}$$

$$\mathbf{T_t = \beta (F_t - F_{t-1}) + (1-\beta) T_{t-1}} \quad \text{.......(2.13)}$$

$$\mathbf{f_{(t+\tau)} = F_t + \tau T_t} \quad \text{.......(2.14)}$$

Konstanta pemulusan, β, digunakan untuk memuluskan trend. Dan pada prinsipnya menyerupai konstanta pemulusan, α.

8. Double Exponential Smoothing

$F_0 = F'_0 = A_1$;

$$F_t = \alpha A_t + (1-\alpha)(F_{t-1}) \quad \text{.......(2.15)}$$

$$F'_t = \alpha F_t + (1-\alpha) F'_{t-1} \quad \text{.......(2.16)}$$

$$f_{(t+\tau)} = F'_t \quad \text{.......(2.17)}$$

(Sumber : Yih – Long Chang, QS. Version 3.0, Prentice Hall)

9. Double Exponential Smoothing with Linear Trend [4]

---

[3] Nilai pemulusan awal dapat diestimasi dengan menghitung rata-reata beberapa data masa lalu sebagai data untuk mengembangkan model.

[4] Metode ini mirip dengan **metode double exponential; satu parameter dari Brown (Metode Brown).** Metode ini digunakan untuk pola data yang mengandung unsur linear trend.
Persamaan yang digunakan:

$F_0 = F'_0 = A_1$;

$F_t = \alpha A_t + (1-\alpha)(F_{t-1})$ ....(2.18)

$F'_t = \alpha F_t + (1-\alpha) F'_{t-1}$ ....(2.19)

$\gamma = \tau . \alpha / \beta$ ....(2.20)

$f_{(t+\tau)} = (2 + \gamma) F_t - (1 + \gamma) F'_t$ ....(2.21)

10. Adaptive Exponential Smoothing

Metode ini akan memulai dari sebuah penetapan smoothing constant (α). Dalam setiap periode, diperiksa dengan tiga nilai, yaitu: $\alpha - 0.05$, α, dan $\alpha + 0.05$. Kemudian dihitung nilai F_t dengan *absolute error* yang terkecil. Nilai ini akan ditetapkan sebagai parameter *smoothing* yang baru.

Persamaan:

$F_0 = A_1$

$F_t = \alpha A_t + (1 - \alpha) F_{t-1}$ ....(2.22)

11. Linear Regression (*Trend Linear Adjustment*)

Regresi didefinisikan sebagai suatu hubungan antara dua variabel atau lebih. Perubahan pada salah satu variabel (*independent variabel*) akan mempengaruhi variabel yang lain (*dependent variabel*).

$F_0 = F'_0 = A_1$; $\quad F_t = \alpha A_t + (1-\alpha)(F_{t-1})$

$F'_t = \alpha F_t + (1-\alpha) F'_{t-1}$ $\quad a_t = 2 F_t - F'_t$

$b_t = (\alpha/(1-\alpha)) . (F_t - F'_t)$ $\quad f_{(t+\tau)} = a_t + b_t . \tau$

Regresi Linear merupakan salah satu bentuk khusus dan paling sederhana dari regresi, dimana hubungan atau korelasi antara dua variabel tersebut berbentuk garis lurus (*straight line*).

Dalam konteks *time series forecasting, dependent variabel* dipengaruhi oleh variabel waktu (*independent variabel*).

Tujuan regresi linear adalah untuk memperoleh sebuah persamaan garis lurus yang akan meminimasi jumlah bias (deviasi kuadrat) vertikal dari titik-titik data observasi dari garis lurus yang terbentuk.

Untuk memenuhi tujuan tersebut, maka digunakanlah Least Square Method dalam perhitungan regresi linear.

Persamaan Regresi linear:

$$b = \frac{\left(\sum_i (A_i.i)\right) - (n.A(n+1)/2)}{\left(\sum_i i^2\right) - (n(n+1)^2/4)} \quad \text{.......(2.23)}$$

$$a = A - \{b.(n+1)/2\} \quad \text{.......(2.24)}$$

$$f_t = a + b.t^{(5} \quad \text{.......(2.25)}$$

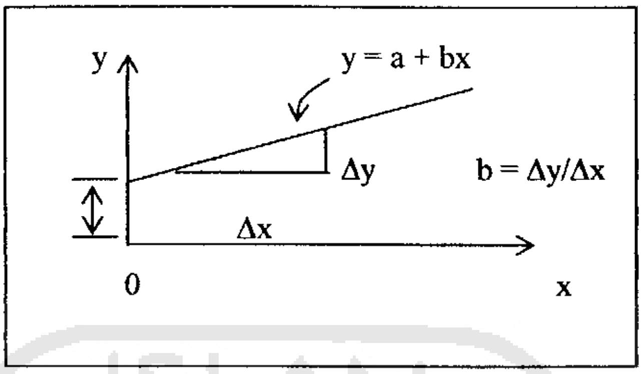
---

[5] Persamaan regresi linear dapat ditulis dalam bentuk yang lain, sebagaimana berikut ini:

$$b = \frac{n\left(\sum xy\right) - \left(\sum x\right)\left(\sum y\right)}{n\left(\sum x^2\right) - \left(\sum x\right)^2} \quad ; \quad a = \frac{\left(\sum y\right) - b\left(\sum x\right)}{n} \quad ; \quad Y = a + b\,x$$

atau

$$b = \frac{\left(\sum xy\right) - n\bar{x}.\bar{y}}{\left(\sum x^2\right) - n(\bar{x})^2} \quad ; \quad a = \bar{y} - b\bar{x} \quad ; \quad Y = a + b\,x$$



Gambar 2.5 Grafik regresi linear

Keakuratan perkiraan regresi linear tergantung pada luasan data sampel di sekitar garis, semakin besar luasannya maka semakin kecil keakuratannya.

Besar luasan ini dihitung berdasarkan perkiraan *standart error*, Se.

$$\text{Se} = \sqrt{\frac{\sum y^2 - a\sum y - b\sum xy}{n-2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.26)$$

Regresi linear digunakan jika terpenuhi beberapa asumsi berikut:

1. Variasi disekitar garis adalah random
2. Deviasi di sekitar garis harus terdistribusi normal
3. Perkiraan dapat dibuat hanya dalam range data yang diobservasi.

---

dimana:

a : intersep dari persamaan garis lurus
b : slope dari garis kecenderungan (dalam kasus ini menunjukkan tingkat perubahan dalam permintaan)
x : variabel bebas (dalam time series forecasting x adalah variabel waktu, t)
y : variabel tidak bebas (dalam hal ini y adalah variabel permintaan)
Y: Nilai ramalan permintaan pada peiode waktu tertentu, sesuai t
n : jumlah data pengamatan
$\bar{x}$: rata –rata dari x
$\bar{y}$: rata - rata dari y

12. Winter's Method

Metode Winter's merupakan metode peramalan yang sering dipilih untuk menangani data permintaan yang mengandung baik variasi musiman maupun unsur trend. Metode ini mengolah tiga asumsi untuk modelnya : unsur random (horisontal), unsur trend dan unsur musiman. Ketiga komponen di atas secara kontinyu diperbaharui dengan menggunakan konstanta smoothing yang diterapkan pada data terbaru dan estimasi yang paling akhir

Persamaan metode winter:

1. Inisialisasi ;

   $F_0 = A_1$ dan $T_0 = 0$

2. Pemulusan eksponential:

   $F_t = \alpha\, A_t / I_{t-m} + (1-\alpha)(F_{t-1} + T_{t-1})$ ....(2.27)

3. Estimasi Trend:

   $T_t = \beta\,(F_t - F_{t-1}) + (1-\beta)\,T_{t-1}$ ....(2.28)

4. Estimasi Musiman:

   $I_t = \gamma A_t/F_t + (1-\gamma)\,I_{t-m}$ ....(2.29)

5. Nilai ramalan periode τ mendatang:

   $F_{t+\tau} = (F_t + \tau T_t).I_{t+\tau-m}$ ....(2.30)

Jika software QS.3 digunakan untuk memecahakan masalah peramalan dengan metode ini, maka jika tidak diberikan input faktor seasional, maka default dari faktor seasional akan melakukan setting inisialisasi dengan mengikuti nilai:

$I_t = mA_t / \sum A_i$, dimana i= 1 ke m ; t = 1,…,m

Akurasi dan Kontrol Peramalan

Suatu prediksi yang dihasilkan oleh teknik peramalan hanya akan mengurangi ketidakpastian dari suatu kondisi yang akan terjadi di masa mendatang. Dengan demikian hasil peramalan masih mengandung kesalahan (*error*).

Kesalahan peramalan merupakan perbedaan antara nilai yang terjadi dan nilai yang diprediksi, atau

$$e_t = f_t - A_t \text{ [6]} \qquad (2.31)$$

Berkaitan dengan kesalahan peramalan ini, maka seorang analis harus melakukan:

1. Pengukuran akurasi peramalan yang dihasilkan dari setiap metode peramalan yang cocok dengan plotting data. Tingkat akurasi ini menjadi parameter pemilihan teknik/metode peramalan
2. *Monitoring* atau kontrol peramalan untuk menjaga agar peramalan selalu berada dalam batas kontrol.

A. Ukuran keakuratan peramalan (Akurasi peramalan)

Pengukuran akurasi peramalan dapat dilakukan dengan beberapa cara, sebagai berikut: (parameter akurasi)

1. MAD (*Mean Absolute Deviation*)

$$\text{MAD} = \frac{\sum_t |e_t|}{n} \qquad (2.32)$$

2. MSE (*Mean Square Error*)

$$\text{MSE} = \frac{\sum_t (e_t)^2}{n} \qquad (2.33)$$

[6] Pada buku QS version.3.0. karangan Yih Long Chang, Prentice Hall dirumuskan $\mathbf{e_t = f_t - A_t}$

Pendekatan ini penting karena suatu teknik yang menghasilkan kesalahan yang moderat lebih disukai oleh suatu peramalan yang biasanya menghasilkan kesalahan yang lebih kecil tetapi kadang-kadang menghasilkan kesalahan yang sangat besar.

3. Bias/*Mean Error/Deviation*

$$\text{Bias} = \frac{\sum_t e_t}{n} \quad \text{.......(2.34)}$$

4. R^2 : *Multiple Correction Coefficient*

$$R^2 = \frac{(1-n).MSD}{(n-1).V} \quad \text{.......(2.35)}$$

5. MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*)

$$\text{MAPE} = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{e_t}{A_t}\right|}{n} x100 \quad \text{.......(2.36)}$$

6. MPE (*Mean Percentage Error*)

$$\text{MPE} = \frac{\sum_{t=1}^{n}\frac{e_t}{A_t}}{n} x100 \quad \text{.......(2.37)}$$

B. Kontrol Peramalan

Peramalan dapat dimonitor dengan menggunakan *tracking signal* atau *control chart* .

Pendekatan tracking signal

Tracking signal adalah suatu ukuran yang menunjukkan bagaimana baiknya suatu ramalan memperkirakan nilai-nilai aktual.

$$\text{Tracking signal} = \frac{\sum_t e_t}{MAD} \quad \text{.......(2.38)}$$

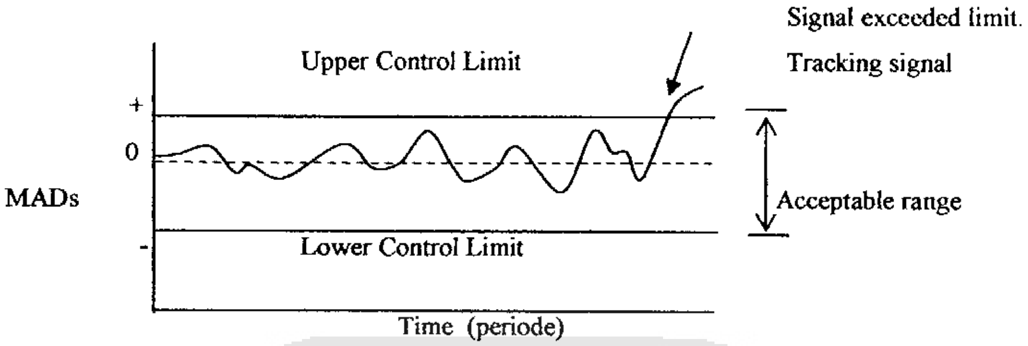
Tracking signal yang positif menunjukkan bahwa nilai aktual permintaan lebih besar daripada ramalan, sedangkan tracking signal yang negatif berarti nilai aktual permintaan lebih kecil daripada ramalan. Suatu tracking signal disebut "baik" apabila:

1. Memiliki $\sum e$ atau RSFE (*Running Sum of The Forecast Error*) yang rendah
2. Mempunyai *positive error* yang sama banyak atau seimbang dengan *negative error*, sehingga pusat dari *tracking signal* mendekati nol.

Apabila *tracking signal* telah dihitung, kemudian dipetakan dalam peta kontrol tracking signal. Beberapa ahli dalam sistem peramalan seperti George Plossl dan Oliver Wight menyarankan untuk menggunakan nilai *tracking signal* maksimum $\pm$ 4 MADs batas-batas pengendali *tracking signal*.[OPT03]

Tabel 2.1 Persentase data yang berada dalam batas kendali $\pm$ 1 s/d $\pm$ 4

Batas kendali	Kesetaraan dengan SD	% data berada dalam Batas kendali
$\pm$ 1 MAD	$\pm$ 0,798 $\cong$ 0,8 SD	57,048 $\cong$ 57
$\pm$ 2 MAD	$\pm$ 1,596 $\cong$ 1,6 SD	88,946 $\cong$ 89
$\pm$ 3 MAD	$\pm$ 2,394 $\cong$ 2,4 SD	98,334 $\cong$ 98
$\pm$ 4 MAD	$\pm$ 3,192 $\cong$ 3,2 SD	99,856 $\cong$ 99,9



Gambar 2.6 Plotting tracking signal

Pendekatan Peta Kontrol

Pendekatan ini mengontrol kesalahan peramalan secara individu (per periode), bukan kesalahan secara kumulatif sebagaimana pada pendekatan *tracking signal.* Pendekatan ini mengasumsikan bahwa:

1. Kesalahan peramalan tersebar secara acak di sekitar nilai nol
2. Penyebaran error peramalan dianggap mengikuti distribusi normal

Kedua batas kendali (*Lower Control Limit* dan *Upper Control Limit*) merupakan penggandaan akar MSE (*mean square error*). Akar dari nilai MSE ini merupakan harga estimasi standar deviasi dari penyebaran *error*, sehingga:

$$s = \sqrt{MSE} \quad \text{.......(2.39)}$$

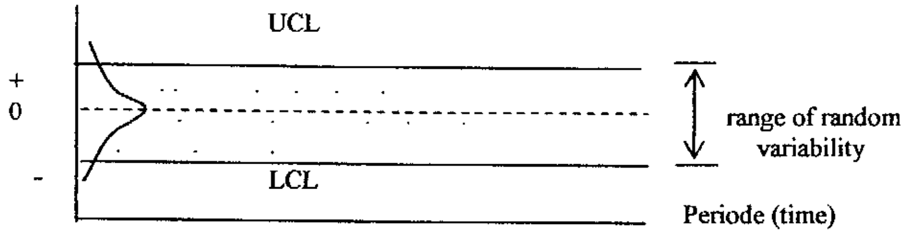
Sedangkan batas kendali dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$UCL/LCL = 0 \pm z.s \quad \text{.......(2.40)}$$

Untuk z = 3, maka 99 % nilai kesalahan diharapkan berada dalam batas kendali

Untuk z = 2, maka 95 % nilai kesalahan diharapkan berada dalam batas kendali

Kesalahan peramalan dari setiap titik data kemudian diplotkan dalam peta kontrol sehingga pola dari *error*-nya dapat dianalisa.



Gambar 2.7 *Control Chart for individual error*

<u>Notasi Time Series Forecasting</u>

t	: Periode waktu, $t = 1, 2, 3, \ldots, n$
τ	: waktu dari t
m	: periode rata-rata bergerak atau panjang perputaran seasional
n	: jumlah data waktu
α	: parameter smoothing pertama
β	: parameter trend smoothing
γ	: parameter seasional smoothing
A_t	: data aktual dalam periode t
f_t	: peramalan untuk periode t
T_t	: trend untuk periodc t
F_t	: nilai smoothe untuk periode t
W_t	: bobot untuk periode t
I_t	: Indeks seasional untuk periode t
e_t	: error (deviasi) untuk periode t , (pada QS.3 et = ft – At)
Λ	: Rata-rata dari data aktual
V	: Variansi dari data aktual untuk n periode
s	: standar deviasi

Tabel 2.2 Panduan dalam pemilihan metode time series forecasting:

METODE	**POLA DATA**	**Horizon Waktu**	**Jumlah Data yang diperlukan**	
			Non Musiman	**Musiman**
Simple Average	ST	PDK	30	
Simple Moving Average	ST	PDK	4 – 20	
Moving Averang with Linear trend	T	PDK	4 – 20	
Weighted Moving Average	ST	PDK	4 – 20	
Exponential Smoothing	ST	PDK	2	
Single Exponential Smoothing with Linear Trend	T	PDK	3	
Double Exponential Smoothing	ST, T	PDK	3	
Double Exponential Smoothing with Linear Trend	T	PDK	3	
Simple Linear Regression	T	MNH	10	
Winter's Model	ST, T, S	MNH		2 * L

Keterangan:

Pola Data	:	ST	= stasioner
		T	= trend
		S	= Seasional/musiman
Horison Waktu	:	PDK	= pendek
		MNH	= menengah
L	:	panjang musiman	

2.4 Metode Transportasi

Ada sejumlah jenis persoalan program linear yang dapat dipecahkan dengan menggunakan prosedur perhitungan yang lebih efisien bila dibandingkan metode simpleks, dan salah satu diantaranya adalah metode transportasi. Persoalan transportasi terpusat pada pemilihan rute dalam jaringan distribusi produk antara pusat industri (pabrik) dan distribusi gudang atau antara distribusi gudang regional dan distribusi pengeluaran lokal (pasar). Atau juga penggabungan dari kedua jaringan distribusi di atas, yaitu pendistribusian dari pusat industri ke gudang kemudian diteruskan distribusi ke distribusi pengeluaran lokal (pasar). [OPT03]

Selain masalah-masalah pendistribusian seperti yang tertulis di atas, model transportasi dapat juga digunakan untuk menyelesaikan masalah-masalah penjadwalan produksi dan juga masalah *inventory*. Dalam menggunakan metode transportasi ini pihak manajemen/perusahaan mencari rute pendistribusian barang/produk yang nantinya akan dapat mengoptimumkan suatu tujuan tertentu dari perusahaan yang bersangkutan. Misalnya tujuan untuk meminimumkan total biaya transportasi, meminimumkan waktu yang digunakan dalam pendistribusian, atau tujuan memaksimumkan laba.[OPT03]

Dan formulasi program linier dari transportasi adalah sebagai berikut :

Maksimum (Minimum) : $Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j-1}^{n} C_{ij}X_{ij}$ ....(2.41)

Berdasarkan pembatas : $\sum_{j=1}^{m} X_{ij} = ai$, I = 1,2,...,m ....(2.42)

$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = bj$, j = 1,2,...,n ....(2.43)

X_{ij} $\geq$ 0 untuk seluruh i dan j

Pada persoalan transportasi menggunakan tabel seperti berikut :

Misal : i = 2 dan j = 3

Tabel 2.3 Tabel Masalah Transportasi

		Tujuan (j)			Supply
Sumber (i)	1	C11 X11	C12 X12	C13 X13	a1
	2	C21 X21	C22 X22	C23 X23	a2
Demand		b1	b2	b3	

Sesuai dengan namanya, metode transportasi pertama kali diformulasikan sebagai suatu prosedur khusus untuk mendapatkan program biaya minimum dalam mendistribusikan unit yang homogen dari suatu produk atas sejumlah titik penawaran (sumber-sumber) ke sejumlah titik permintaan (tujuan). Pada saat tertentu, tiap sumber mempunyai kapasitas tertentu dari tiap-tiap sumber ke tiap-tiap tujuan sudah diketahui. Tujuannya adalah merencanakan pengiriman dari sumber-sumber ke tujuan sedemikian rupa untuk meminimumkan total biaya transportasi.[OPT03]

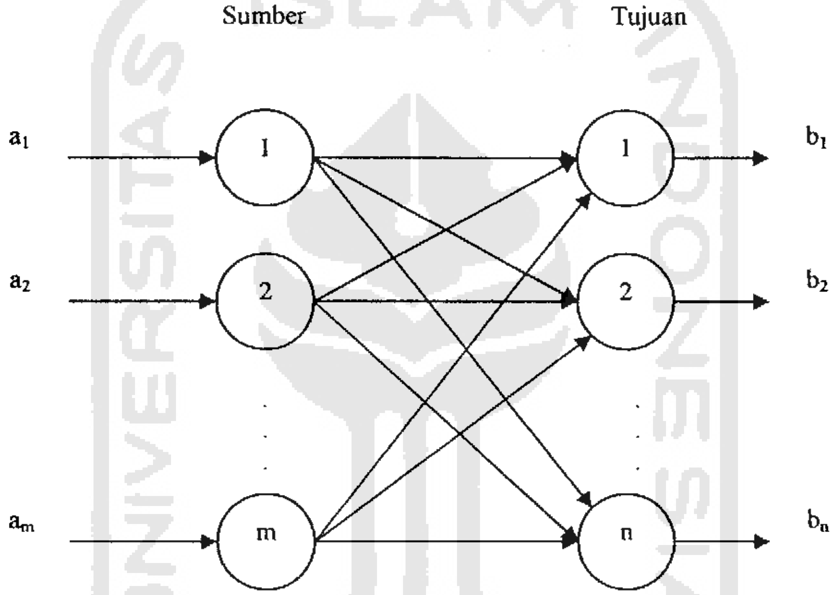
Persoalan transportasi mempunyai ciri-ciri khusus sebagai berikut:

1. Terdapat sejumlah sumber dan tujuan tertentu.
2. Kuantitas komoditas atau barang yang didistribusikan dari setiap sumber dan yang diminta oleh setiap tujuan, besarnya tertentu.
3. Komoditas yang dikirim atau diangkut dari suatu sumber ke suatu tujuan, besarnya sesuai dengan permintaan dan atau kapasitas sumber.

4. Ongkos pengangkutan komoditas dari suatu sumber ke suatu tujuan, besarnya tertentu.[OPT03]

Secara diagramatik, model transportasi dapat digambarkan sebagai berikut:

Misal ada m buah sumber dan n buah tujuan.



Gambar 2.8 Model *Linear Programming* Masalah Transportasi

1. Masing-masing sumber mempunyai kapasitas a_i, i = 1, 2, 3, ..., m
2. Masing-masing tujuan membutuhkan komoditas sebanyak b_j, j = 1, 2, 3, ..., n
3. Jumlah satuan (unit) yang dikirimkan dari sumber i = ke tujuan j adalah sebanyak X_{ij}
4. Ongkos pengiriman per unit dari sumber I ke tujuan j adalah C_{ij}

Suatu model transportasi dikatakan seimbang apabila total *supply* (sumber) sama dengan total *demand* (tujuan).[OPT03]

Dalam persoalan sebenarnya, batasan ini tidak selalu terpenuhi, atau dengan kata lain, jumlah *supply* yang tersedia mungkin lebih besar atau lebih kecil daripada jumlah yang diminta. Jika hal ini terjadi, maka model persoalannya disebut sebagai model yang tidak seimbang (*unbalanced*). Batasan di atas dikemukakan hanya karena ia menjadi dasar dalam pengembangan teknik transportasi. Namun setiap persoalan transportasi dapat dibuat seimbang dengan cara memasukkan variabel semu (*variabel dummy*). Jika jumlah *demand* melebihi jumlah *supply* akan dibuat suatu sumber dummy yang akan men*supply* kekurangan tersebut, demikian juga sebaliknya, jika jumlah *demand* lebih kecil dari *supply* maka akan dibuat tujuan *dummy* yang akan menerima *supply* dari sumber tersebut.[OPT03]

Ongkos transportasi per unit (C_{ij}) dari sumber *dummy* ke seluruh tujuan adalah nol. Hal ini dapat dipahami karena pada kenyataannya dari sumber *dummy* tidak terjadi pengiriman. Begitu pula ongkos transportasi per unit (C_{ij}) dari semua sumber ke tujuan *dummy* adalah nol. Jika pada suatu persoalan transportasi dinyatakan bahwa dari sumber ke k tidak dilakukan atau tidak boleh terjadi pengiriman ke tujuan l, maka nyatakanlah C_{kl} dengan suatu harga M yang besarnya tidak terhingga. Hal ini dilakukan agar dari k ke l itu benar-benar tidak terjadi pendistribusian komoditas.[OPT03]

Metode Pemecahan Masalah Transportasi

Di bawah ini langkah-langkah menyelesaikan persoalan transportasi :

1. Menentukan solusi fisibel awal

Ini merupakan langkah awal yang dipakai dalam memecahkan masalah transportasi. Ada 3 metode yang dapat digunakan dalam menentukan solusi basis awalnya, yaitu:

a. Metode Pojok Kiri Atas (*North West Corner Method*)

Metode ini dengan mengalokasikan kapasitas sumber atau kebutuhan (yang terkecil) dimulai dari pojok kiri atas menuju kolom kanan bawah.[PUR99]

Contoh:

Tabel 2.4 Tabel *North West Corner*

		Tujuan 1	Tujuan 2	Tujuan 3	Tujuan 4	a_i
Sumber	1	10 5	0 10	20	11	15
	2	12	7 5	9 15	20 5	25
	3	0	14	16	18 5	5
b_j		5	15	15	10	

$a_1 = 15$; $b_1 = 5$ $\quad\rightarrow X_{11} = \min(15,5) = 5$

$a_1 - b_1 = 10$; $b2 = 15$ $\quad\rightarrow X_{12} = \min(10,15) = 10$

Langkah selanjutnya mengisi b_2 sampai penuh dengan mengalokasikan sebesar X_{22} yaitu jumlah kekurangan yang terjadi dalam pemenuhan kebutuhan pada b_2.

Dengan melanjutkan prosedur di atas, maka akan diperoleh berturut-turut : $X_{23} = 15$, $X_{24} = 5$ dan $X_{34} = 5$, yang bersama-sama dengan X_{11}, X_{12}, dan X_{22} membentuk solusi fisibel basis awal.[KUR00]

b. Metode Ongkos Terkecil (*Least Cost Method*)

Prinsip cara ini adalah pemberian prioritas pengalokasian pada tempat yang mempunyai stasiun ongkos terkecil. Prosedurnya adalah sebagai berikut : berikan nilai setinggi mungkin pada variabel dengan biaya unit terkecil dalam keseluruhan tabel. (Beberapa biaya unit yang sama dipilih secara sembarang). Silang baris atau kolom yang dipenuhi. (Seperti metode pojok kiri atas, jika kolom maupun baris dipenuhi secara bebarengan, hanya satu yang disilang). Setelah menyesuaikan penawaran (di setiap sumber) dan permintaan (di setiap tujuan) untuk semua baris dan kolom yang belum disilang, ulangi proses dengan memberikan nilai setinggi mungkin pada variabel dengan biaya unit terkecil yang belum disilang. Prosedur ini diselesaikan ketika tepat satu baris atau satu kolom belum disilang.[TAH97]

Dengan mengambil contoh di atas, langkah-langkah pemecahannya sebagai berikut : x_{12} dan x_{31} adalah variabel-variabel yang berkaitan dengan biaya unit terkecil ($c_{12} = c_{31} = 0$). Dengan memilih secara sembarang, pilihlah x_{12}. unit penawaran dan permintaan yang bersangkutan memberikan $x_{12} = 15$ yang memenuhi baik baris 1 maupun kolom 2. dengan menyilang kolom 2, penawaran yang tersisa di baris 1 adalah nol. Kemudian x_{31} memiliki biaya unit terkecil yang belum disilang. Jadi $x_{31} = 5$ memenuhi baik baris 3 maupun kolom 1. dengan menyilang baris 3, permintaan dalam kolom 1 adalah 0. Elemen berbiaya terkecil yang belum disilang adalah $c_{23} = 9$. Unit penawaran dan permintaan memberikan $x_{23} = 15$, yang menyilang kolom 3 dan menyisakan 10 unit penawaran dalam baris 2. Elemen berbiaya terkecil yang belum disilang adalah $c_{11} = 10$. Karena penawaran yang tersisa di baris 1 dan permintaan yang tersisa di kolom 1 keduanya nol, $x_{11} = 0$. Dengan menyilang kolom 1, penawaran yang tersisa di baris 1 adalah nol. Variabel dasar sisanya diperoleh secara berturut-turut sebagai berikut $x_{14} = 0$ dan $x_{24} = 10$. Lalu biaya total yang berkaitan dengan pemecahan ini adalah 0 x 10 + 15 x 0 + 0 x 11 + 15 x 9 + 10 x 20 + 5 x 0 = $ 335. [TAH97]

Tabel 2.5 Tabel *Least Cost*

Sumber	Tujuan 1	2	3	4	a_i
1	10 0	0 15	20	11 0	15
2	12	7	9 15	20 10	25
3	0 5	14	16	18	5
b_j	5	15	15	10	

c. **Metode Pendekatan Vogel (*Vogel's Approximation Method*)**

Langkah pengerjaannya adalah dengan menentukan *penalty* yaitu selisih dua ongkos terkecil dari tiap kolom dan baris. Pilih *penalty* terbesar, alokasikan sebanyak mungkin kapasitas sumber atau kebutuhan pada sel yang memunyai ongkos terkecil. Tentukan penalty lagi setiap baris atau kolom dengan kebutuhan atau kapasitas sumber yang mempunyai nilai nol tidak dilakukan perhitungan *penalty*. [PUR99]

2. Menentukan *entering variable* dari *variable-variabel non basis*.

Bila variabel telah memenuhi kondisi optimum, langkah penyelesaian berhenti. Bila belum optimum lanjutkan langkah berikutnya.

3. Menentukan *leaving variable* diantara variabel-variabel basis yang ada kemudian hitung solusi baru. Kemudian kembali ke langkah 2.

Ada dua cara yang bisa digunakan dalam menetukan entering dan leaving variable ini yaitu dengan menggunakan metode *stepping stone* dan MODI (*Modified Distribution Method*).

a. Metode Stepping Stone

Menentukan *entering variable* dan *leaving variable* ini terlebih dahulu harus dibuat suatu *loop* tertutup bagi setiap variabel non basis, *loop* tersebut berawal dan berakhir pada variabel non basis tadi, dimana tiap sudut *loop* haruslah merupakan titik-titik yang ditempati oleh variabel-variabel basis dalam tabel transportasi.

Sebagai contoh bila dilihat dari tabel terakhir metode *northwest corner* di atas, diperoleh basis awal X_{11}, X_{12}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, dan X_{34}, masing-masing dengan harga 5, 10, 5, 15, 5, 5.

Tabel 2.6 Solusi Fisibel Basis Awal

	1	2	3	4	
1	10 5	0 10	20	11	15
2	12	7 5	9 15	20 5	25
3	0	14	16	18 5	5
	5	15	15	10	

Sampai disini diperoleh solusi awal z = (5)(10) + (10)(0) + (5)(7) +(15)(9) + (5)(20) + (5)(8) = 410

Dalam hal ini loop digunakan untuk memeriksa apakah bisa diperoleh penurunan ongkos (z) jika variabel non basis dimasukkan menjadi basis .

dengan cara memeriksa semua variabel non basis yang terdapat dalam suatu iterasi itulah kita dapat menentukan *entering variable*.

Misalkan kita akan memeriksa apakah variabel non basis X_{21} dapat dimasukkan menjadi variabel basis sehingga ongkos totalnya berkurang. Untuk itu alokasikan sebanyak 1 satuan barang kepada 21 (X_{21} = 1). Mengingat bahwa kuantitas barang pada masing-masing baris atau kolom harus tetap, maka perubahan harga X_{21} dari 0 menjadi 1 mengakibatkan perubahan harga variabel basis X_{11} (yang berada pada kolom 1) sebesar 1 sehingga X_{11} menjadi = 4. Demikian pula halnya dengan variabel yang berada pada baris 2 sehingga X_{22} berubah menjadi 4. Perubahan yang terjadi pada z adalah z = (4)(10) + (11)(0) + (1)(12) + (4)(7) +(5)(20) + (5)(18) = 405.

Dibandingkan dengan solusi sebelumnya (z = 410), maka jelas bahwa X_{21} dapat dimasukkan sebagai *entering variable* dimana pengalokasian 1 unit barang kepada X_{21} akan megakibatkan penurunan ongkos sebesar 5.

Tabel 2.7 Pemasukan Variabel Non Basis X_{21} menjadi Variabel Basis

	1	2	3	4	
1	[10] 4	[0] 11	[20]	[11]	15
2	[12] 1	[7] 4	[9] 15	[20] 5	25
3	[0] 5	[14]	[16]	[18] 5	5
	5	15	15	10	

Untuk memudahkan perhitungan, dibuat *loop* tertutup untuk masing-masing pengecekan. Kalau dilihat 1 unit pengalokasian kepada X_{21} berasal dari perpindahan 1 unit pada kolom 2 ke kolom 1, maka untuk menjaga agar kuantitas total pada kolom 2 tidak berubah dan kuantitas pada kolom 1 tidak berlebih, haruslah dari kolom 1 dipindahkan ke kolom 2 sebesar 1 unit pula. Misalkan yang berubah itu adalah X_{11} menjadi 4, dan 1 unit dipindahkan dari X_{11} kepada X_{12} sehingga X_{12} menjadi 11. dengan cara yang sama X_{21} menjadi 1 dan X_{22} menjadi 4 sebagai perimbangan.

Tabel 2.8 *Loop* Tertutup untuk Variabel Non Basis X_{21}

	1	2	3	4
1	5	10		
2	X_{21}	5	15	5
3				5

Akibat perpindahan antar kolom ini terhadap ongkos total hanyalah akan berkisar pada elemen-elemen ongkos tempat dilakukannya perpindahan tersebut yaitu C_{11}, C_{12}, C_{21} dan C_{22}. Dalam hal ini, akibat perpindahan dari X_{11} kepada X_{12} sebesar 1 unit, maka terjadi penurunan ongkos sebesar $C_{11} - C_{12}$. begitu pula yang terjadi pada perpindahan dari X_{22} kepada X_{21}, penurunan ongkosnya adalah sebesar $C_{22} - C_{21}$.

Kalau penurunan ongkos ini diberi tanda minus (-) dan pertambahan ongkos diberi tanda plus (+), maka perubahan total ongkos yang terjadi, bila dialokasikan sebanyak 1 unit terhadap variabel non basis X_{21}, adalah :

$$[(C11 - C12) + (C22 - C21)] = -[(10 - 0) + (7 - 12)]$$
$$= -5$$

Perubahan harga variabel-variabel basis dan non basis ini tentu saja dapat pula dipandang sebagai perpindahan antar basis dan tidak akan mempengaruhi hasil perhitungan. Bahkan adakalanya dibutuhkan perpindahan antar kolom sekaligus perpindahan antar basis. Jika C_{ij} = perubahan ongkos akibat pengalokasian 1 unit produk ke variabel nonbasis X_{ij}, maka dengan cara sama akan diperoleh berturut-turut : C_{13} = 18, C_{14} = - 2, C_{31} = - 15, C_{32} = 9, dan C_{33} = 9 sehingga diperoleh :

Tabel 2.9 Penambahan dan Penurunan Ongkos Transportasi per Unit untuk Masing-masing Variabel Non Basis

	1	2	3	4
1	10 5	0 10	20 18	11 -2
2	12 -5	7 5	9 15	20 5
3	0 -15	14 9	16 9	18 5

Selanjutnya dipilih variabel non basis yang menyebabkan penurunan ongkos terbesar sebagai *entering variable*. Dari iterasi di atas dipilih X_{31} sebagai *entering variable* karena memberikan penurunan ongkos terbesar yaitu sebanyak 15 satuan ongkos per unit. Dengan demikian, kita dapat membuat suatu loop yang berawal dan berakhir pada variabel X_{31}.

Tabel 2.10 *Loop* dari variabel X_{31}

	1	2	3	4
1	- 5	+ 10		
2		- 5	15	+ 5
3	+ X_{31}			- 5

Tanda (-) dan (+) menyatakan bahwa variabel yang bersangkutan (pada masing-masing kotak) akan bertambah atau berkurang besarnya sebagai akibat perpindahan kolom dan perpindahan baris.

Leaving variabel dipilih dari variabel-variabel sudut *loop* yang bertanda (-). Pada contoh di atas dimana X_{31} telah terpilih sebagai *entering variable*, calon-calon *leaving variable*-nya adalah X_{11}, X_{22}, dan X_{34}. Dari calon-calon ini dipilih salah satu yang nilainya paling kecil.

Pada contoh di atas kebetulan ketiganya bernilai sama (5) sehingga bisa dipilih salah satu untuk dijadikan *leaving variable*. Misalkan X_{34} dipilih sebagai *leaving variable*, maka nilai X_{31} naik 5 dan nilai-nilai variabel basis yang di sudut *loop* juga berubah (bertambah atau berkurang 5 sesuai dengan tanda (+) atau (-).

Tabel solusi baru ini memiliki ongkos transportasi terbesar : (0 x 10) + (15 x 0) + (0 x 7) + (15 x 9) + (10 x 20) + (5 x 0) = 335

Tabel 2.11 Tabel Solusi Baru Setelah X_{31} Terpilih sebagai *Entering Variable* dan X_{34} menjadi *Leaving Variable*

	1	2	3	4
1	10 0	0 15	20	11
2	12	7 0	9 15	20 10
3	0 5	14	16	18

Bandingkan dengan solusi awal yang ongkos transportasinya = 410. Selisih ongkos transportasi (410 – 335 = 75) sama dengan hasil perkalian antara:

Jumlah unit yang ditambahkan pada X_{31} x penurunan ongkos per unit

(5) x (15)

Angka 0 pada X11 dan X22 adalah variabel basis yang berharga 0. Jadi tidak boleh dihilangkan karena ia tidak sama dengan kotak-kotak lain yang tidak ada angkanya (variabel non basis).

Sampai di sini masih harus diperiksa barangkali nilai fungsi tujuan masih bisa diperbaiki. Untuk itu dilakukan kembali langkah-langkah yang sudah dikerjakan. Sehingga didapatkan :

Variabel nonbasis	Perubahan ongkos per unit
X_{13}	$C_{13} = +18$
X_{14}	$C_{14} = -2$
X_{21}	$C_{21} = -5$
X_{32}	$C_{32} = +24$
X_{33}	$C_{33} = +24$
X_{34}	$C_{34} = +15$

Dengan demikian kita memilih X_{21} sebagai entering variable.

Tabel 2.12 Tabel setelah Dipilih X_{21} sebagai *Entering Variable*

	1	2	3	4
1	- 10 0	+ 0 15	20	11
2	+ 12 X_{21}	- 7 0	9 15	20 10
3	0 5	14	16	18

Tabel 2.13. X_{14} sebagai *Leaving Variable*

	1	2	3	4
1	(10)	(0) - 15	(20)	(11) X_{14} +
2	(12) 0	(7) + 0	(9) 15	(20) 10
3	(0) 5	(14)	(16)	(18)

Pada *loop* yang berasal dan berakhir pada X_{21} ini , *leaving variable*-nya ada dua, yaitu X_{11} dan X_{22}, karena keduanya berharga 0, kita bisa memilih salah satu untuk dijadikan *leaving variabel*. Misal X_{11} adalah *leaving variable*, maka X_{21} = 0 dengan ongkos transportasi tetap 335. Karena itu kita mencoba untuk membuat *loop* dari variabel non basis lain yang juga dapat meurunkan ongkos transportasi per unit (yaitu X_{14}). Sehingga didapat : C_{11}= +5,
C_{32} = +19, C_{13} = +18, C_{33} = +19, C_{34} = +10, C_{14} = - 2.

Terlihat bahwa *leaving variable* adalah X_{24} sehingga X_{14} = 10, X_{22} = 10, X_{12} = 5.

Solusi optimalnya:

Tabel 2.14 Tabel Solusi Optimal

	1	2	3	4	
1	(10)	(0) 5	(20)	(11) 10	15
2	(12) 0	(7) 10	(9) 15	(20)	25
3	(0) 5	(14)	(16)	(18)	5
	5	15	15	10	

Dengan ongkos transportasi = 315.

b. Metode MODI (*Modified Distribution*)

Untuk setiap baris i dari tabel transformasi dikenal suatu *multiplier* U_i, dan untuk kolom j disebut *multiplier* V_j sehingga untuk tiap variabel basis X_{ij} didapat persamaan :

$$U_i + V_j = C_{ij}$$

Dari persamaan di atas dapat dihitung berapa penurunan ongkos transportasi per unit untuk tiap variabel non basis X_{ij} sebagai berikut :

$$C_{ij} = X_{ij} - U_i - V_j$$

Contoh :

Tabel 2. 15 Tabel Solusi Fisibel Basis Awal

U_i \ V_j	V_1	V_2	V_3	V_4	
U_1	5 [10]	10 [0]	[20]	[11]	15
U_2	[12]	5 [7]	15 [9]	5 [20]	25
U_3	[0]	[14]	[16]	5 [18]	5
	5	15	15	10	

Basis awal :

X_{11}	: $U_1 + V_1 = C_{11} = 10$
X_{12}	: $U_1 + V_2 = C_{12} = 0$
X_{22}	: $U_2 + V_2 = C_{22} = 7$
X_{23}	: $U2 + V_3 = C_{23} = 9$
X_{24}	: $U_2 + V_4 = C_{24} = 20$
X_{34}	: $U_3 + V_4 = C_{34} = 18$

Dengan menentukan $U_i = 0$ maka harga-harga *multiplier* yang lain dapat dicari sebagai berikut:

$$U_1 + V_1 = 10 \Rightarrow V_1 = 10$$

$$U_1 + V_2 = 0 \Rightarrow V_2 = 0$$

$$U_2 + V_2 = 7 \Rightarrow U_2 = 7$$

$$U_2 + V_3 = 9 \Rightarrow V_3 = 2$$

$$U_2 + V_4 = 20 \Rightarrow V_4 = 13$$

$$U_3 + V_4 = 10 \Rightarrow U_3 = 5$$

Tabel 2.16 Penentuan Variabel Basis dan Non Basis

U_i \ V_j	$V_1 = 10$	$V_2 = 0$	$V_3 = 2$	$V_4 = 13$
$U_1 = 0$	10 *	0 *	20 +18	11 -2
$U_2 = 7$	12 -5	7 *	9 *	20 *
$U_3 = 5$	0 -15	14 +9	16 +9	18 *

Tanda (*) adalah untuk variabel basis.

Untuk menentukan *entering variable* :

$$C_{21} = X_{21} - U_2 - V_1 = -5$$

$$C_{31} = X_{31} - U_3 - V_1 = -15$$

$$C_{13} = X_{13} - U_1 - V_3 = 18$$

$$C_{14} = X_{14} - U_1 - V_4 = -2$$

$$C_{32} = X_{32} - U_3 - V_2 = 9$$

$$C_{33} = X_{33} - U_3 - V_3 = 9$$

Entering variable adalah X_{31} (karena memberikan penurunan ongkos per unit yang terbesar). Selanjutnya iterasinya sama dengan metode *stepping stone*.[KUR00]