

BAB III

LANDASAN TEORI

3.1 Pendahuluan

Pada bab III teori dan rumus yang dipakai dalam analisa untuk menentukan respon seismik lapisan tanah baik yang berkaitan dengan masalah tanah maupun dinamika struktur akan ditampilkan.

3.2 Nilai *Coefficient of lateral earth pressure at rest (Ko)* pada tanah pasir

Memberikan persamaan yang sangat berguna untuk mengestimasi besarnya K_o dari nilai sudut gesek dalam pasir (ϕ) yang telah diketahui. Persamaan tersebut adalah :

$$K_o = 1 - \sin \phi' \quad (3.1)$$

Korelasi antara K_o dan nilai banding overconsolidation (OCR) dirumuskan dengan persamaan berikut ini :

$$K_o' = K_o.(OCR)^h \quad (3.2)$$

Dengan K_o' adalah K_o untuk pasir kondisi overconsolidation, OCR adalah nilai banding overconsolidation dan h adalah nilai eksponen empiris. Nilai h dapat berkisar di antara 0.4 dan 0,5 dan bahkan dapat mencapai 0,6 untuk pasir sangat padat .

3.3 Nilai *Coefficient of lateral earth pressure at rest* (K_0) pada tanah lempung

Untuk lempung normally consolidated nilai K_0 diberikan persamaan sebagai berikut :

$$\text{a) untuk } 0 \leq PI \leq 40\% \quad K_0 = 0,4 + 0,007 \cdot (PI) \quad (3.3)$$

$$\text{b) untuk } 40\% \leq PI \leq 80\% \quad K_0 = 0,68 + 0,001 \cdot (PI) \quad (3.4)$$

Sedang untuk lempung pada kondisi tanpa pembebanan (*unloading*) dan pembebanan kembali (*preloading*) nilai K_0 diberikan seperti persamaan 3.2 dengan nilai h untuk $PI=20$ adalah 0,4 sedang untuk $PI=80$ nilai $h=0,32$

3.4 Metode Penyebaran Beban 2V : 1H

Nilai tambahan tegangan vertical disebabkan adanya beban pada pondasi dinyatakan oleh persamaan:

$$\Delta\sigma_z = \frac{Q}{(L+z)(B+z)} \quad (3.5)$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{qLB}{(L+z)(B+z)} \quad (3.6)$$

dengan :

$\Delta\sigma_z$ = tambahan tegangan vertical

Q = beban total pada dasar pondasi

q = beban terbagi rata pada dasar pondasi

L = panjang area pondasi

B = lebar area pondasi

z = kedalaman yang ditinjau

Selanjutnya, tambahan tegangan vertikal pada pondasi memanjang dinyatakan oleh :

$$\Delta\sigma_z = \frac{qB}{(B+z)} \quad (3.7)$$

3.5 Pengaruh Beban Terhadap Tegangan Vertikal Tanah

Karena adanya bangunan yang membebani tanah, untuk menghitung tegangan total yang terjadi di dalam tanah, maka setelah tegangan akibat tanah di kedalaman yang ditinjau (tekanan overburden) diperoleh perlu dijumlahkan dengan tambahan tegangan akibat beban bangunan yang hasilnya dapat diperoleh melalui persamaan 3.6 & 3.7

$$\bar{\sigma}_1 = \sigma_v + \Delta\sigma_z \quad (3.8)$$

dimana $\bar{\sigma}_1$ = tegangan vertical total

σ_v = tegangan akibat beban sendiri tanah

$\Delta\sigma_z$ = tambahan tegangan akibat adanya beban luar pada tanah

3.6 Lapisan Tanah

Jika suatu profil tanah terdiri dari beberapa lapis, dapat diberikan rumus pendekatan dengan type massa tergumpal (m_1, m_2, \dots, m_n) seperti ditunjukkan pada rumus berikut ini.

$$m_1 = \frac{\gamma_1 h_1}{g} \quad (3.9)$$

dimana,

m_i = massa tergumpal yang diletakkan pada lapisan 1 tanah

γ_i = berat satuan pada lapisan 1 tanah

h_i = setengah kedalaman pada lapisan 1 tanah

$$m_i = \frac{\gamma_{i-1}h_{i-1} + \gamma_i h_i}{g}, \quad i = 2, 3, \dots, N \quad (3.10)$$

kemudian untuk menentukan massa tergumpal yang diletakkan pada lapisan 1 tanah yang terdapat beban luar yang membebani tanah dapat dicari dengan persamaan di bawah ini :

$$m_1 = \frac{\gamma_1 h_1 + q}{g} \quad (3.11)$$

$$k_i = \frac{G_i}{2h_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.12)$$

dimana ,

q = Berat bangunan per satuan luas

k_i = Kekakuan yang menghubungkan massa m_i dan m_{i-1}

l = Panjang tanah yang ditinjau (100cm)

b = Lebar tanah yang ditinjau (100cm)

3.7 Modulus geser tanah (G)

Nilai modulus geser merupakan perbandingan antara tegangan geser dengan regangan. Modulus geser maksimum (G_{\max}) adalah nilai modulus geser untuk regangan geser yang sangat kecil.

Nilai G untuk setiap jenis tanah sangat bermacam-macam.

a. Nilai modulus geser maksimum untuk tanah cohesive (kg/cm^2)

$$G_{\max} = 3310cr^k \frac{(2,973 - e)^2}{(1 + e)} \cdot \sigma_0^{-0.5} \quad (3.13)$$

Tabel 3.1 Nilai PI dan nilai k

Indeks Plastisitas	K
0	0
20	0,18
40	0,30
60	0,41
80	0,48
≥ 100	0,50

Untuk nilai $\bar{\sigma}_o$ dapat diperoleh dengan rumus :

$$\bar{\sigma}_o = \frac{(\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3)}{3} \quad (3.14)$$

σ_1 adalah tegangan vertical stress, sedangkan

$$\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_3 = k_o \cdot \bar{\sigma}_1 \quad (3.15)$$

Dengan K_o adalah koefisien tekanan horizontal tanah saat diam dapat dilihat persamaan (3.1-3.4)

Nilai modulus geser maksimum untuk tanah pasir

b. Pasir bersih berbutir halus,

$$G_{\max} = 700 \frac{(2,17 - e)^2}{(1 + e)} \sigma_0^{0.5} \quad (3.16)$$

c. Pasir bersih berbutir tajam,

$$G_{\max} = 326 \frac{(2,97 - e)^2}{(1 + e)} \bar{\sigma}_o^{0.5} \quad (3.17)$$

Rumus modulus geser pasir ini digunakan untuk G_{\max} dalam kg/cm^2 dan $e=0.80$.

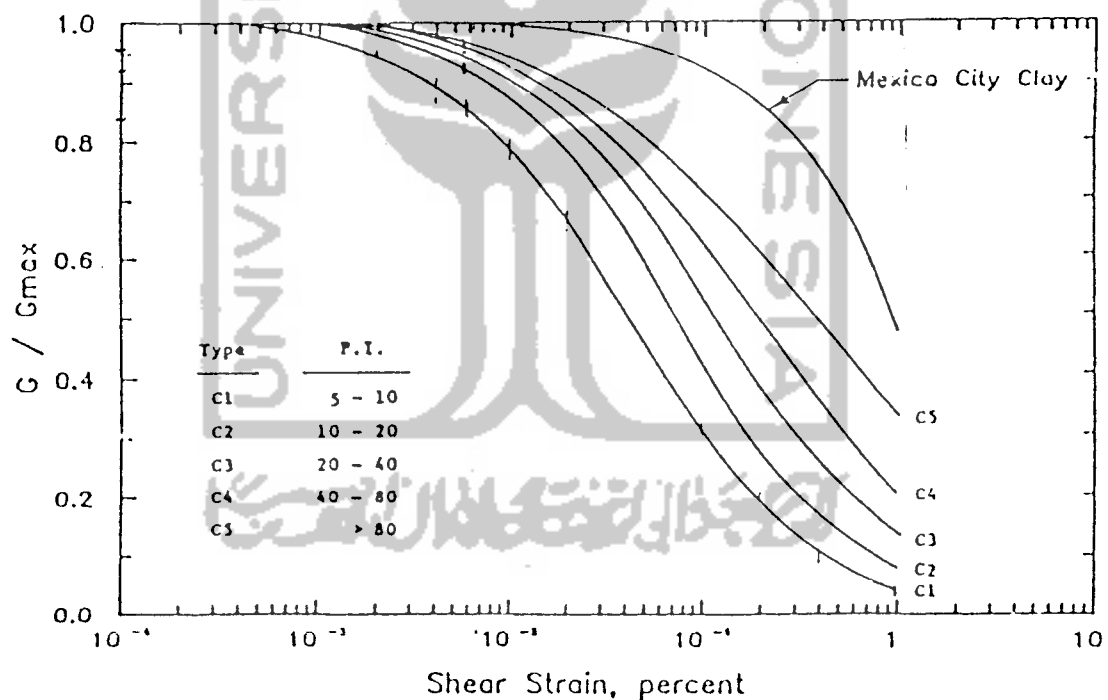
Dari seluruh persamaan diatas :

e = angka pori

σ_o = tegangan kekang efektif

OCR = "Overconsolidation Ratio"

Untuk mencari nilai modulus geser pada suatu nilai regangan geser tertentu dapat diperoleh dari grafik di bawah ini :



Gambar 3.1 Nilai G/G_{\max} untuk nilai regangan geser tertentu pada semua jenis tanah. (Vucetic & Dobry, 1991)

3.8 Dumping ratio

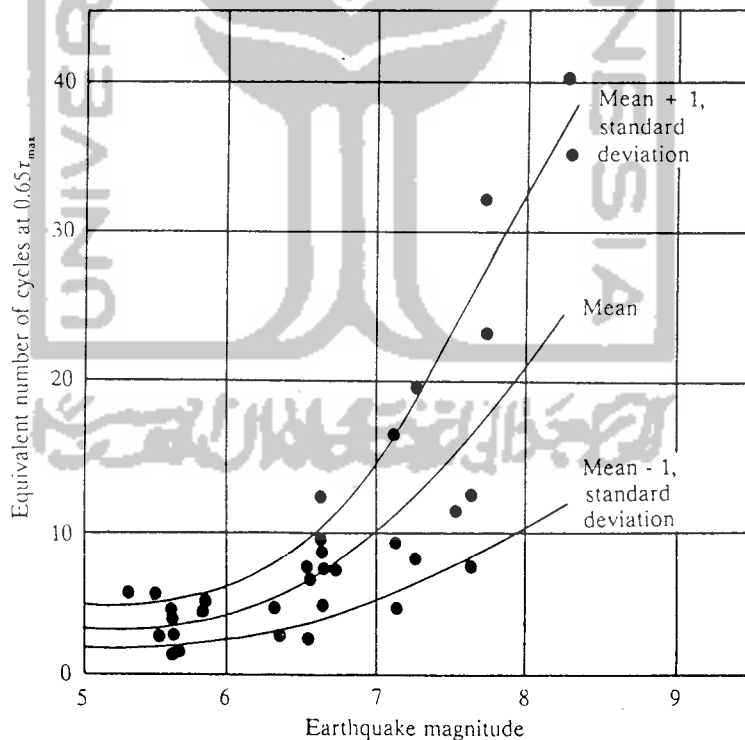
Tabel 3.1 Nilai “dumping ratio” maksimum untuk beberapa jenis tanah .

Jenis Tanah	“Dumping Ratio”(%)
Pasir kering bersih	$D = 33 - 1,5 (\log N)$
Pasir basah bersih	$D = 28 - 1,5 (\log N)$
Lanau	$D = 26 - 4\sigma_o^{0,5} + 0,7f^{0,5} - 1,5 (\log N)$
Lempung/kohesif	$D = 31 - (3 + 0,03f)\sigma_o^{0,5} + 1,5f^{0,5} - 1,5 (\log N)$

Dimana : $f = \frac{1}{T}$ = frekuensi alam (putaran per detik) (3.18)

N = Number equivalent of cycle at $0,65 \tau_{max}$

Nilai N tersebut berdasarkan grafik di bawah ini :



Gambar 3.2 Nilai N Equivalent.(Seed,1975)

3.9 Hubungan antara Damping Ratio dan Modulus Geser

Hubungan antara Damping Ratio dan Modulus Geser sebagai berikut :

$$D = D_{\max} \cdot \left(1 - \frac{G}{G_{\max}} \right) \quad (3.19)$$

3.10 Regangan geser tanah

Nilai regangan geser tanah gempa dapat diestimasi dengan mengetahui besarnya gempa, jarak episentrum dari data rekaman gempa.

Hubungan antara besarnya gempa, jarak episentrum dan regangan geser tanah dengan sebuah formula numeric sebagai berikut :

$$\gamma = 0,894 \times 10^{0,548M} \times (\Delta + 30)^{-0,774} \times 10^{-6} \quad (3.20)$$

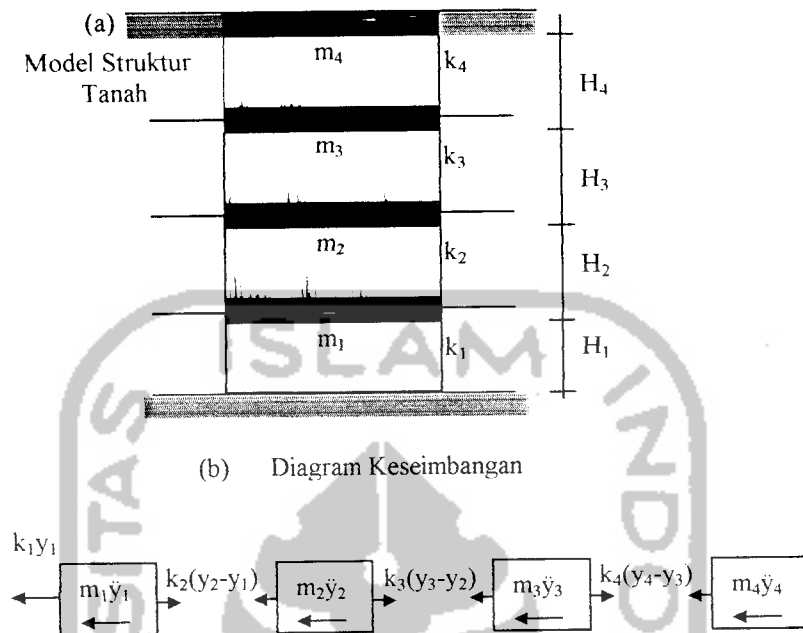
dimana,

γ = regangan geser tanah,

M = magnitude gempa (dalam satuan Richter),

Δ = jarak episenter,

3.11 Persamaan differensial gerakan MDOF lapisan tanah



Gambar 3.3 Sistem struktur tanah MDOF 4 lapis.

Berdasarkan keseimbangan gaya-gaya pada gambar diatas , dapat disusun persamaan differensial simultan gerakan massa.

$$m_1 \ddot{y}_1 + k_1 y_1 - k_2 (y_2 - y_1) = 0$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + k_2 (y_2 - y_1) - k_3 (y_3 - y_2) = 0$$

$$m_3 \ddot{y}_3 + k_3 (y_3 - y_2) - k_4 (y_4 - y_3) = 0$$

$$m_4 \ddot{y}_4 + k_4 (y_4 - y_3) = 0$$

(3.21)

Persamaan diatas dapat disusun secara matematis, yaitu

$$m_1 \ddot{y}_1 + (k_1 + k_2) y_1 - k_2 y_2 = 0$$

$$m_2 \ddot{y}_2 - k_2 y_1 + (k_2 + k_3) y_2 - k_3 y_3 = 0$$

$$m_3 \ddot{y}_3 - k_3 y_2 + (k_3 + k_4) y_3 - k_4 y_4 = 0$$

$$m_4 \ddot{y}_4 - k_4 y_3 - k_4 y_4 = 0 \quad (3.22)$$

Persamaan diatas disusun menjadi sebuah matriks, yaitu

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \\ \ddot{y}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & (k_3 + k_4) & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.23)$$

Keterangan :

m = Massa tiap lapis tanah (kg dt²/cm)

k = Kekakuan tiap lapis tanah (kg/cm)

y = Simpangan (cm)

\ddot{y} = Percepatan tanah (cm/dt²)

Persamaan "eigenproblem" dari persamaan diatas adalah :

$$\begin{bmatrix} (k_1 + k_2) - \omega^2 m_1 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) - \omega^2 m_2 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & (k_3 + k_4) - \omega^2 m_3 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 - \omega^2 m_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

Dimana :

Φ = mode shape lapisan tanah

ω = frekuensi sudut (rad/at)

Misalkan : $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k$

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m$$

maka,

$$\begin{bmatrix} 2k - \omega^2 m & -k & 0 & 0 \\ -k & 2k - \omega^2 m & -k & 0 \\ 0 & -k & 2k - \omega^2 m & -k \\ 0 & 0 & -k & 2k - \omega^2 m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

Persamaan (3.25) dapat ditulis

$$\begin{bmatrix} 2 - \frac{\omega^2 m}{k} & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 - \frac{\omega^2 m}{k} & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 - \frac{\omega^2 m}{k} & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 - \frac{\omega^2 m}{k} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

Jika $\frac{\omega^2 m}{k} = \lambda$, maka

$$\begin{bmatrix} (2 - \lambda) & -1 & 0 & 0 \\ -1 & (2 - \lambda) & -1 & 0 \\ 0 & -1 & (2 - \lambda) & -1 \\ 0 & 0 & -1 & (2 - \lambda) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

Selanjutnya persamaan (3.27) dapat ditulis menjadi :

$$\begin{aligned} (2 - \lambda)\phi_1 - \phi_2 &= 0 \\ -\phi_1 + (2 - \lambda)\phi_2 - \phi_3 &= 0 \\ -\phi_2 + (2 - \lambda)\phi_3 - \phi_4 &= 0 \\ -\phi_3 + (1 - \lambda)\phi_4 &= 0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Selesaikan dengan cara substitusi maka nilai $\Phi_4, \Phi_3, \Phi_2, \Phi_1$ dapat dicari.

Setelah nilai mode shape sudah dicari maka kita akan mudah dalam mencari nilai

percepatan tanah, kecepatan tanah dan simpangan tanah setiap lapisan tanah, yaitu dengan cara sebagai berikut :

$$\{\phi\}_j^T [M] \{\phi\}_j \ddot{Z}_j + \{\phi\}_j^T [C] \{\phi\}_j \dot{Z}_j + \{\phi\}_j^T [K] \{\phi\}_j Z_j = -\{\phi\}_j^T [M] \{1\} \ddot{y}_t \quad (3.29)$$

jika ,

$$\begin{aligned} M_j^* &= \{\phi\}_j^T [M] \{\phi\}_j \\ C_j^* &= \{\phi\}_j^T [C] \{\phi\}_j \\ K_j^* &= \{\phi\}_j^T [K] \{\phi\}_j \\ P_j^* &= \{\phi\}_j^T [M] \{1\} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Maka persamaan 3.29 dapat menjadi persamaan ,

$$M_j^* \ddot{Z}_j + C_j^* \dot{Z}_j + K_j^* Z_j = -P_j^* \ddot{y}_t \quad (3.31)$$

Bila, $\frac{C_j^*}{M_j^*} = 2\xi_j \omega_j$, $\frac{K_j^*}{M_j^*} = \omega_j^2$, dan $\frac{P_j^*}{M_j^*} = \Gamma_j$

maka persamaan 3.31 dapat menjadi persamaan differensial dalam bentuk :

$$\ddot{Z}_j + 2\xi_j \omega_j \dot{Z}_j + \omega_j^2 Z_j = -\Gamma_j \ddot{y}_t \quad (3.32)$$

Z = Modal amplitudo

Rumus modal amplitudo adalah

$$Z = g * \Gamma_j \quad (3.33)$$

$$\dot{Z} = \dot{g} * \Gamma_j \quad (3.34)$$

$$\ddot{Z} = \ddot{g} * \Gamma_j \quad (3.35)$$

dimana,

$$\Gamma_j = \text{partisipasi setiap mode}$$

Maka persamaan 3.32 dapat menjadi persamaan

$$\dot{g}_j + 2\xi_j \omega_j \dot{g}_j + \omega_j^2 g_j = -\ddot{y}_t \quad (3.36)$$

Untuk menghitung nilai \ddot{g}_j dengan memakai metode “central difference”,

diperoleh hubungan sebagai berikut,

$$\dot{g}_j = \frac{g_{j+1} - g_{j-1}}{2\Delta t} \quad \text{dan} \quad \ddot{g}_j = \frac{g_{j+1} - 2g_j + g_{j-1}}{(\Delta t)^2} \quad (3.37)$$

Untuk mencari nilai g_{j+1} substitusi persamaan (3.37) kedalam persamaan (3.36), sehingga diperoleh persamaan,

$$\frac{g_{j+1} - 2g_j + g_{j-1}}{(\Delta t)^2} + 2\xi_j \omega_j \frac{g_{j+1} - g_{j-1}}{2\Delta t} + \omega_j^2 g_j = -\ddot{y}_t \quad (3.38)$$

Persamaan (3.38) dapat ditulis menjadi

$$\left[\frac{1}{(\Delta t)^2} + \frac{2\xi_j \omega_j}{2\Delta t} \right] g_{j+1} = -\ddot{y}_t \left[\omega_j^2 - \frac{2}{(\Delta t)^2} \right] g_j - \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{2\xi_j \omega_j}{2\Delta t} \right] g_{j-1} \quad (3.39)$$

Persamaan (3.39) dapat ditulis menjadi

$$g_{j+1} = \frac{-\ddot{y}_t - a g_j - b g_{j-1}}{\hat{k}} \quad (3.40)$$

dengan,

$$a = \left[\omega_j^2 - \frac{2}{(\Delta t)^2} \right]$$

$$b = \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{2\xi\omega_j}{2\Delta t} \right]$$

$$\hat{k} = \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} + \frac{2\xi\omega_j}{2\Delta t} \right] \quad (3.41)$$

Pada umumnya nilai $g_0 = 0$ dan $g = 0$

Dari seluruh persamaan diatas dimana,

Δt = Step integrasi = 0,01

ω = Frekuensi sudut (rad/dt)

\ddot{y}_t = Data rekaman gempa (percepatan tanah)

Maka dapat diperoleh rumus simpangan, kecepatan, percepatan

Rumus simpangan tanah adalah,

$$y = [\phi] * \{Z\} \quad (3.42)$$

Rumus kecepatan tanah adalah,

$$\dot{y} = [\phi] * \{\dot{Z}\} \quad (3.43)$$

Rumus percepatan tanah adalah,

$$\ddot{y} = [\phi] * \{\ddot{Z}\} \quad (3.44)$$

dimana :

Φ = Mode shape

y = Simpangan tanah

\dot{y} = Kecepatan tanah

\ddot{y} = Percepatan tanah

