

## **BAB III**

### **LANDASAN TEORI**

#### **3.1 Pendahuluan**

Perencanaan struktur tahan gempa harus memperhitungkan pengaruh gempa setempat yang pernah terjadi terhadap struktur yang akan direncanakannya, hal ini bertujuan mengantisipasi apabila terjadi gempa serupa. Untuk menetapkan *ground motion* yang akan digunakan pada perancangan suatu struktur, idealnya diperlukan studi tentang sejarah kegempaan pada daerah dimana struktur tersebut akan didirikan (Cramer, 1996).

Pengendalian simpangan pada perancangan struktur tahan gempa dapat dicapai, dengan cara mengetahui terlebih dahulu karakteristik beban gempa yang dominan menyebabkan respon struktur menjadi maksimum. Penelitian terhadap pengaruh kandungan frekuensi beban gempa diperlukan sekali, mengingat kedekatan frekuensi beban dengan frekuensi struktur beresiko tinggi terhadap kerusakan struktur. Perhitungan dalam penelitian ini menggunakan beberapa teori yang umum digunakan untuk analisa dinamik, khususnya pada analisa linier elastis. Teori-teori tersebut diantaranya adalah sebagai berikut.

### 3.2 Persamaan Gerak Derajat Kebebasan Tunggal (SDOF)

Bagian terpenting dari suatu struktur linear elastis yang dikenai beban luar adalah massa, kekakuan, dan redaman. Sistem dengan derajat kebebasan tunggal hanya mempunyai satu koordinat yang diperlukan untuk menyatakan posisi suatu massa pada saat tertentu. Jumlah derajat kebebasan massa biasanya dapat dikaitkan dengan jumlah massa, misalnya struktur 4-tingkat akan mempunyai 4 derajat kebebasan dengan anggapan bahwa struktur berperilaku seperti *shear building*, jadi struktur dengan derajat kebebasan tunggal berarti hanya akan mempunyai satu massa.

Dalam analisa dinamika, struktur masa merupakan elemen yang sangat berpengaruh terhadap respon struktur. Perhitungan analisa dinamik dapat dilakukan dengan menganggap bahwa massa lantai terkonsentrasi pada satu titik (*lumped mass*). Apabila prinsip bangunan geser (*shear building*) dipakai, maka setiap massa lantai hanya akan bergerak secara horisontal. Karena percepatan hanya akan terjadi pada struktur yang mempunyai masa, sehingga matrik massa merupakan matrik diagonal (Widodo,1996).

Didalam *structural dynamics* kekakuan kolom dalam menahan beban horisontal dimodel sebagai konstanta pegas, pegas yang ditarik atau ditekan dengan beban  $p$  akan mengalami perpanjangan atau perpendekan (*displacement*) sebesar  $y$ . Kekakuan dimanifestasikan oleh kekakuan kolom apabila struktur tersebut mendapat pembebanan horisontal. Dalam memodel kekakuan ekuivalen dapat dimodel sebagai hubungan seri dan paralel dari pegas tersebut dan nilai

konstanta pegas yang akan dipakai di dalam analisis adalah nilai ekuivalen konstanta pegas (Paz,1997).

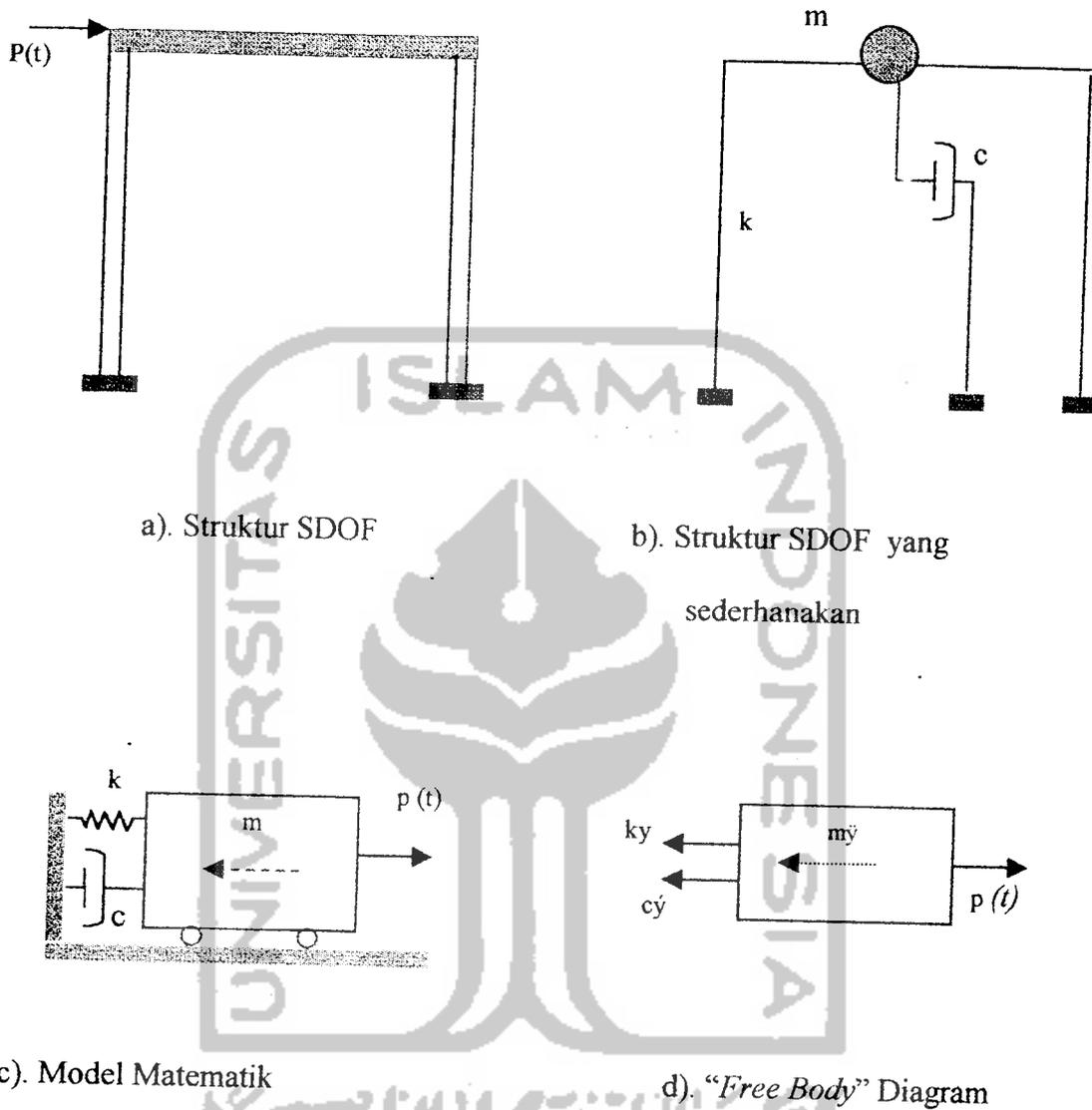
Penyelesaian masalah dinamik, sebaiknya memakai metoda yang menghasilkan suatu analisa yang tersusun dan sistematis. Gambar 3.1(b) memperlihatkan contoh struktur yang dianggap sebagai struktur berderajat kebebasan tunggal dalam analisa dinamik, yaitu struktur yang dimodel sebagai sistem dengan koordinat perpindahan tunggal. Model analisis sistem berderajat kebebasan tunggal dijelaskan dengan model matematik seperti yang dikemukakan oleh Chopra (1995). Pada gambar 3.1 (c), elemen massa  $m$  menyatakan massa dan sifat inersia struktur, elemen pegas  $k$  menyatakan gaya balik elastis dan kapasitas energi potensial struktur, elemen redaman  $c$  menyatakan sifat geseran dan kehilangan energi dari struktur dan gaya persatuan waktu, sedangkan  $p(t)$  menyatakan gaya luar yang bekerja pada sistem struktur.

Hubungan analitis antara perpindahan  $y$  dan waktu  $t$  diberikan Hukum Newton kedua untuk gerak yang dinotasikan sebagai berikut (Gambar 3.1.c).

$$F = m a \dots\dots\dots(3.1)$$

dimana  $F$  adalah resultan gaya yang bekerja pada partikel massa  $m$  dan  $a$  adalah resultan percepatan. *Free body* diagram dari massa  $m$  yang dipindahkan pada posisi arah positif menurut koordinat arah  $y$ , yang memberikan gaya pada pegas sebesar  $ky$  dengan anggapan pegas linear, dan juga memberikan gaya pada  $c$  yaitu koefisien redaman liat yang akan menghasilkan gaya  $c\dot{y}$ , dengan asumsi redaman pada struktur sebagai redaman liat (*viscous damping*). Persamaan gerak sesuai dengan penggunaan Hukum Newton Kedua adalah:

$$p(t) - ky - c\dot{y} = m\ddot{y} \dots \dots \dots (3.2)$$



**Gambar 3.1** Model struktur, model matematik dan free body diagram akibat beban dinamik pada struktur SDOF

Salah satu alternatif penyelesaian persamaan (3.2) untuk mendapatkan kesetimbangan dinamis (*dynamic equilibrium*) adalah menggunakan Prinsip *d'Alembert*, Berg(1988) menyatakan bahwa sebuah sistem dapat dibuat dalam

keadaan kesetimbangan dinamis dengan menambahkan sebuah gaya fiktif pada gaya-gaya luar yang biasa dikenal sebagai gaya inersia. Gambar 3.1 (d) memperlihatkan *free body diagram* dengan gaya inersia  $m\ddot{y}$  yang sama dengan massa dikalikan percepatan dan selalu diberikan arah negatif terhadap koordinat yang bersangkutan. Penggunaan prinsip *d'Alembert* memungkinkan pemakaian persamaan kesetimbangan untuk mendapatkan persamaan gerak. Dengan memperlihatkan gambar 3.1 (d), jumlah gaya-gaya pada arah  $y$  memberikan persamaan differensial gerakan (*differential equation of motion*) untuk sistem yang mengalami getaran bebas, dengan asumsi  $p(t) = 0$ . Hasil dari persamaan differensial gerakan bebas adalah berupa *transient respon*.

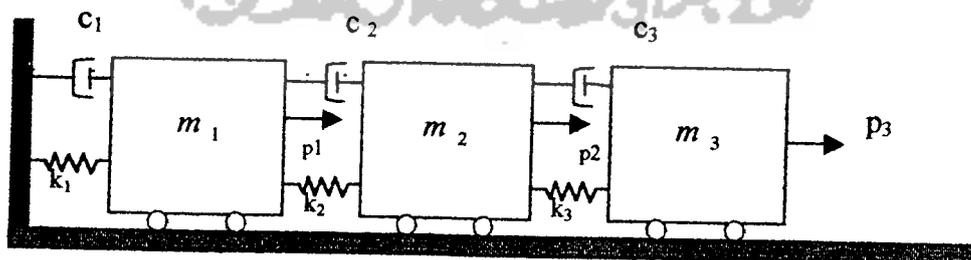
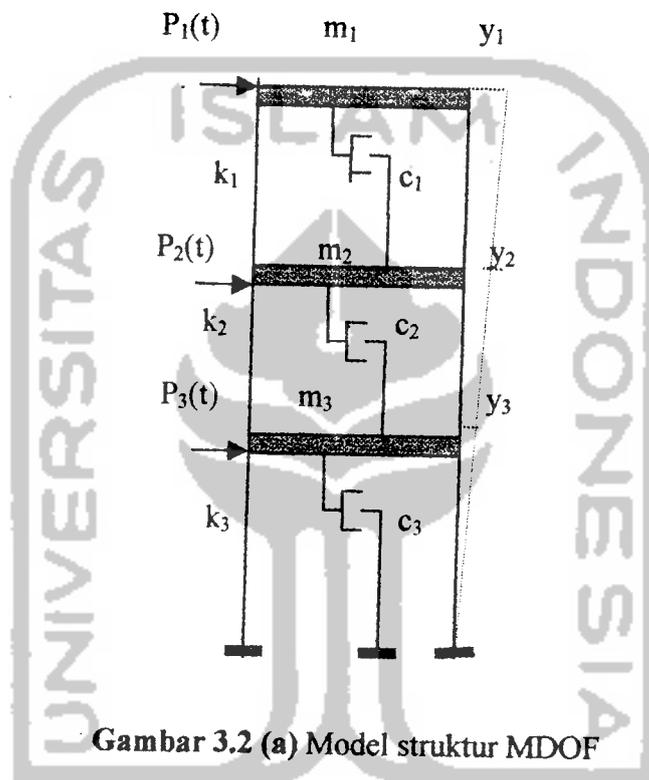
$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0 \dots\dots\dots(3.3)$$

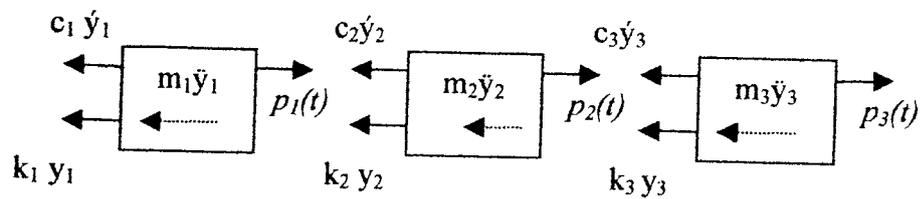
### 3.3 Persamaan Gerak Derajat Kebebasan Banyak (MDOF)

Secara umum struktur bangunan gedung tidak selalu dapat dinyatakan dengan suatu sistem yang mempunyai derajat kebebasan tunggal (SDOF). Umumnya struktur bangunan gedung justru mempunyai derajat kebebasan banyak (*Multi Degree of Freedom*).

Pada struktur bangunan gedung bertingkat banyak, umumnya massa struktur dapat digumpalkan (*lumped mass*) pada tiap-tiap tingkat. Banyaknya derajat kebebasan berasosiasi dengan jumlah massa. Pada struktur yang mempunyai  $n$  tingkat, akan mempunyai  $n$  derajat kebebasan dan mempunyai  $n$  mode. Pada prinsip bangunan geser (*shear building*), setiap massa hanya terpusat pada bidang lantai, balok pada lantai kaku tak hingga dibandingkan dengan kolom dan

deformasi dari struktur tidak dipengaruhi gaya aksial yang terjadi pada kolom. Gambar 3.2 (b) merupakan model-model yang ekuivalen untuk bangunan geser sedangkan model matematisnya terdapat pada Gambar 3.2 (a). Selanjutnya didapat persamaan-persamaan gerak dari bangunan berlantai tiga yang berasal dari diagram *free body* (Gambar 3.2 (c)), dengan menyamakan jumlah gaya-gaya yang bekerja pada setiap massa sama dengan nol.





**Gambar 3.2(c)** Model kesetimbangan gaya

Persamaan differensial untuk bangunan diatas disusun berdasarkan atas goyangan struktur menurut mode pertama. Berdasarkan pada prinsip kesetimbangan dinamik pada diagram *free body*, maka diperoleh :

$$m_1 \ddot{y}_1 + k_1 y_1 + c_1 \dot{y}_1 - k_2 (y_2 - y_1) - c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - p_1(t) = 0 \quad \dots \dots \dots (3.4a)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + k_2 (y_2 - y_1) + c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - k_3 (y_3 - y_2) - c_3 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) - p_2(t) = 0 \quad \dots \dots \dots (3.4b)$$

$$m_3 \ddot{y}_3 + k_3 (y_3 - y_2) - c_3 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) - p_3(t) = 0 \quad \dots \dots \dots (3.4c)$$

Dari persamaan (3.4), tampak bahwa untuk memperoleh kesetimbangan dinamik terhadap suatu massa yang ditinjau ternyata dipengaruhi oleh kekakuan, redaman dan simpangan massa sebelum dan sesudah massa/ tingkat yang ditinjau. Persamaan differensial dengan sifat-sifat ini disebut *coupled equation* karena persamaan-persamaan tersebut akan tergantung satu sama lain. Penyelesaian dari persamaan *coupled* harus dilakukan secara simultan, artinya penyelesaian yang melibatkan seluruh persamaan yang ada.

Persamaan diatas kemudian disusun menurut parameter yang sama (percepatan, kecepatan dan simpangan) akan diperoleh :

$$m_1 \ddot{y}_1 + (c_1 + c_2) \dot{y}_1 - c_2 \dot{y}_2 + (k_1 + k_2) y_1 - k_2 y_2 = p_1(t) \dots \dots \dots (3.5a)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + c_2 \dot{y}_1 + (c_2 + c_3) \dot{y}_2 - c_3 \dot{y}_3 - k_2 y_1 + (k_2 + k_3) y_2 - k_3 y_3 = p_2(t) \dots \dots \dots (3.5b)$$

$$m_3 \ddot{y}_3 - c_3 \dot{y}_2 + c_3 \dot{y}_3 - k_3 y_2 + k_3 y_3 = p_3(t) \dots \dots \dots (3.5c)$$

Selanjutnya persamaan(3.5) lebih tepat ditulis dengan notasi matriks sebagai berikut :

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = F(t) \dots \dots \dots (3.6)$$

dimana  $[M], [C], [K]$  berturut-turut adalah matrik massa yang merupakan matrik diagonal sedangkan matrik redaman dan kekakuan merupakan matrik yang simetris,

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (3.7a)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (3.7b)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (3.7c)$$

sedangkan vektor percepatan, vektor kecepatan, vektor simpangan dan vektor beban dalam bentuk

$$\{\ddot{y}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \end{Bmatrix}, \{\dot{y}\} = \begin{Bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{Bmatrix}, \{y\} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{Bmatrix} \text{ dan } \{p(t)\} = \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ p_3(t) \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (3.8)$$

### 3.4 Mode Shape dan Frekuensi

Suatu struktur umumnya akan bergerak akibat adanya pembebanan dari luar maupun adanya suatu nilai awal (*initial condition*). Misalnya suatu massa ditarik sedemikian rupa sehingga mempunyai simpangan awal sebesar  $y_n$  dan apabila gaya tarik tersebut dilepas kembali maka massa akan bergerak. Peristiwa gerakan massa tersebut disebut dengan getaran bebas (*free vibration system*). Gerakan suatu masa disebabkan adanya pembebanan dari luar misalnya beban angin, beban gempa dan lainnya. Maka gerakan massa dikelompokkan sebagai gerakan dipaksa (*forced vibration system*). Untuk menyederhanakan permasalahan anggapan bahwa massa bergetar bebas (*free vibration system*) akan sangat membantu untuk menyelesaikan analisis dinamika struktur.

Persamaan differensial gerak pada getaran bebas pada struktur adalah :

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = 0 \dots\dots\dots(3.9)$$

Frekuensi sudut pada struktur dengan redaman (*damped frequency*) nilainya hampir sama dengan frekuensi sudut pada struktur tanpa redaman, bila nilai rasio redaman (*damping ratio*) kecil. Maka persamaan (3.9) akan menjadi :

$$[M]\{\ddot{y}\} + [K]\{y\} = 0 \dots\dots\dots(3.10)$$

Persamaan diatas diasumsikan pada getaran bebas, maka vektor  $\{y\}$  berbentuk

$$\{y\} = \{\phi\}z(t) \dots\dots\dots(3.11a)$$

$$\{\ddot{y}\} = \{\phi\}\ddot{z}(t) \dots\dots\dots(3.11b)$$

dengan  $\{\phi\}$  adalah vektor *mode shape* yaitu suatu vektor yang tidak berdimensi, yang memiliki paling sedikit sebuah elemen yang tidak sama dengan nol.

Sedangkan  $z$  dan  $\ddot{z}$  adalah vektor perpindahan dan vektor percepatan. Jika persamaan (3.11) dimasukkan dalam persamaan (3.10) maka akan didapatkan

$$[M]\{\phi\}\ddot{z}(t) + [K]\{\phi\}z(t) = 0 \dots\dots\dots(3.12)$$

$[M]$  dan  $[K]$  adalah matriks konstan dan pada sebuah hipotesis disebutkan bahwa  $\{\phi\}$  juga merupakan matriks konstan, maka akan didapatkan

$$\ddot{z}(t) + (\text{constant}) z(t) = 0 \dots\dots\dots(3.13)$$

Jika konstanta diatas adalah  $\omega_n^2$  (*undamped natural frequency*), maka persamaan (3.13) akan menjadi

$$\ddot{z}(t) + \omega_n^2 z(t) = 0 \dots\dots\dots(3.14)$$

Persamaan diatas diselesaikan dengan

$$z(t) = A \sin \omega_n t \dots\dots\dots(3.15)$$

dengan demikian maka persamaan (3.11) akan menjadi

$$\{y\} = \{\phi\} A \sin \omega t \dots\dots\dots(3.16a)$$

$$\{\dot{y}\} = -\omega^2 \{\phi\} A \sin \omega t \dots\dots\dots(3.16b)$$

Persamaan (3.16) dimasukkan ke dalam persamaan (3.12) didapatkan

$$(-\omega^2 [M] \{\phi\} + [K] \{\phi\}) A \sin \omega t = 0 \dots\dots\dots(3.17)$$

Persamaan (3.17) akan ada penyelesaiannya (*nontrivial solution*), jika  $A$  dan  $\omega$  keduanya adalah tidak sama dengana nol, sehingga

$$[[K] - \omega^2[M]]\{\phi\} = 0 \dots\dots\dots(3.18)$$

Persamaan (3.18) akan ada penyelesaiannya atau suatu sistem akan ada amplitudo yang terbatas apabila nilai determinan ( $\{[K] - \omega^2[M]\}$ ) adalah nol, maka

$$[[K] - \omega^2[M]] = 0 \dots\dots\dots(3.19)$$

persamaan (3.19) disebut dengan *eigen problem*. Nilai determinan pada persamaan tersebut akan menghasilkan suatu persamaan polinomial dengan derajat ke-n yaitu  $\omega_n$ , kemudian nilai  $\omega_n$  disubstitusikan dengan persamaan (3.18) maka akan menghasilkan nilai mode shape  $\{\phi\}_i$ . Indeks i menunjukkan ragam/pola goyangan.

### 3.5 Persamaan Gerak Akibat Beban Gempa

Beban gempa adalah suatu beban yang unik. Umumnya beban yang bekerja pada struktur dalam satuan gaya, tetapi beban gempa berupa percepatan tanah, beban lain biasanya statis, tidak berubah pada periode waktu yang pendek. Tetapi beban gempa adalah beban yang dinamis yang berubah dengan sangat cepat dalam periode waktu yang pendek, dapat dikatakan beban gempa dapat berubah setiap detik. Beban lain biasanya bekerja pada arah vertikal, tetapi beban gempa bekerja secara simultan pada arah vertikal maupun horisontal bahkan beban gempa dapat berupa putaran (Hu, Liu and Dong, 1996).

Pada daerah rawan gempa, masalah prinsip yang perlu diperhatikan adalah perilaku struktur bawah akibat beban gempa. Perpindahan tanah dinotasikan

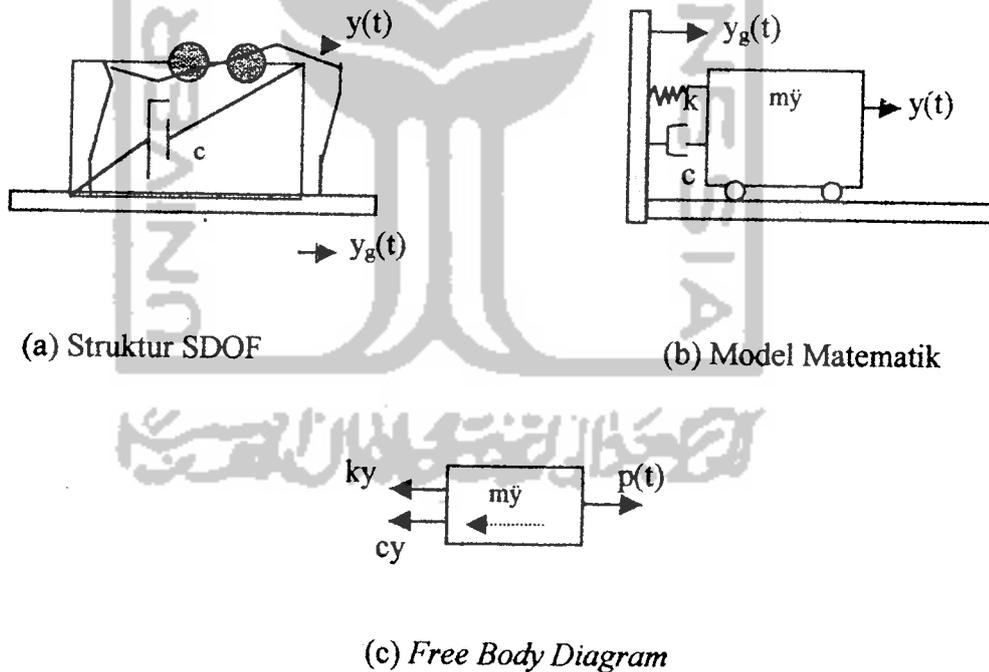
dengan  $y_g$ , sedangkan antara massa dengan tanah dinotasikan dengan  $y$ , sehingga perpindahan total yang terjadi adalah (Chopra, 1995).

$$y_{tot}(t) = y(t) + y_g(t) \dots \dots \dots (3.20)$$

Persamaan gerakan struktur yang dikenai beban gempa, dapat diturunkan melalui suatu pendekatan yang sama seperti pada persamaan gerakan struktur berderajat kebebasan tunggal, Gambar 3.1 (b), sedangkan model matematisnya pada Gambar 3.1 (c).

Dengan menggunakan konsep kesetimbangan dinamis, dari diagram *free body* pada Gambar 3.3 (c), maka akan didapatkan persamaan

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m\ddot{y}_g(t) \dots \dots \dots (3.21)$$



**Gambar 3.3.** Sistem derajat kebebasan tunggal dengan beban gempa

### 3.6. Persamaan Diferensial Independen (*Uncoupling*)

Struktur pada kondisi standar yang mempunyai  $n$  derajat kebebasan akan mempunyai  $n$  *modes*. Pada prinsip ini, masing-masing *mode* akan memberikan kontribusi pada simpangan horizontal tiap-tiap massa. Simpangan massa ke- $i$  atau  $y_i$  dapat diperoleh dengan menjumlahkan pengaruh atau kontribusi tiap-tiap *modes*. Kontribusi mode ke- $j$  terhadap simpangan horizontal massa ke- $i$  tersebut dinyatakan dalam produk antara  $\phi_{ij}$  dengan suatu modal amplitudo  $Z_j$ . Yang dinyatakan dalam bentuk:

$$\{Y\} = [\phi]\{Z\} \dots\dots\dots (3.22a)$$

$$\{\dot{Y}\} = [\phi]\{\dot{Z}\} \dots\dots\dots (3.22b)$$

$$\{\ddot{Y}\} = [\phi]\{\ddot{Z}\} \dots\dots\dots (3.22c)$$

Substitusi persamaan (3.22) kedalam persamaan (3.21) akan diperoleh :

$$[M][\phi]\{\ddot{Z}\} + [C][\phi]\{\dot{Z}\} + [K][\phi]\{Z\} = -[M]\{1\}\ddot{y}_t \dots\dots\dots (3.23)$$

Apabila persamaan (3.23) dikalikan dengan *transpose* suatu *mode*  $\{\phi\}^T$ , maka

$$\{\phi\}^T [M][\phi]\{\ddot{Z}\} + \{\phi\}^T [C][\phi]\{\dot{Z}\} + \{\phi\}^T [K][\phi]\{Z\} = -\{\phi\}^T [M]\{1\}\ddot{y}_t \dots\dots\dots (3.24)$$

Misal, diambil sruktur yang mempunyai 3 derajat kebebasan, maka suku pertama persamaaan (3.24) berbentuk :

$$[\phi_{11} \ \phi_{21} \ \phi_{31}] \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \phi_{31} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Z}_1 \\ \ddot{Z}_2 \\ \ddot{Z}_3 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (3.25)$$

Dengan catatan, persamaan diatas dalam hubungan orthogonal,  $i=j$ . Pada kondisi orthogonal apabila  $i$  tidak sama dengan  $j$  maka perkalian matriks sama dengan nol.

$$\phi_i^T [M] \phi_j = 0 \dots\dots\dots(3.26a)$$

$$\phi_i^T [K] \phi_j = 0 \dots\dots\dots(3.26b)$$

$$\phi_i^T [C] \phi_j = 0 \dots\dots\dots(3.26c)$$

Untuk *mode* ke- $j$  maka secara umum persamaan (3.25) dapat ditulis dengan :

$$\{\phi\}_j^T [M] \{\phi\}_j \ddot{Z}_j \dots\dots\dots(3.27)$$

Persamaan (3.24) pada suku ke-2 dan ke-3 diubah seperti pada persamaan (3.27), maka persamaan akan menjadi :

$$\{\phi\}_j^T [M] \{\phi\}_j \ddot{Z}_j + \{\phi\}_j^T [C] \{\phi\}_j \dot{Z}_j + \{\phi\}_j^T [K] \{\phi\}_j Z_j = -\{\phi\}_j^T [M] \{1\} \ddot{y} \dots\dots(3.28)$$

Persamaan (3.28) adalah persamaan deferensial yang bebas/ *independent* antara satu dengan yang lain. Persamaan tersebut diperoleh setelah diterapkan hubungan orthogonal, baik orthogonal matriks massa, redaman, kekakuan. Dengan demikian untuk  $i$  derajat dengan  $n$  persamaan diferensial yang dahulu bersifat *coupling* sekarang menjadi *independent/ uncoupling*. Dengan sifat-sifat tersebut maka persamaan diferensial dapat diselesaikan untuk setiap pengaruh *mode*.

Berdasarkan persamaan (3.28) maka dapat didefinisikan suatu generalisasi massa (*generalized mass*), redaman dan kekakuan sebagai berikut,

$$M_j^* = (\phi)_j^T [M] \{\phi\}_j \dots\dots\dots(3.29a)$$

$$C_j^* = (\phi)_j^T [C] \{\phi\}_j \dots\dots\dots(3.29b)$$

$$K_j^* = (\phi)_j^T [K] \{\phi\}_j \dots\dots\dots(3.29c)$$

Dengan definisi seperti persamaan (3.29) maka persamaan (3.28) akan menjadi:

$$M_j^* \ddot{Z}_j - C_j^* \dot{Z}_j + K_j^* Z_j = -P_j^* y_i \dots\dots\dots(3.30)$$

dengan,

$$P_j^* = \{\phi\}_j^T [M] \dots\dots\dots(3.31)$$

Terdapat suatu hubungan bahwa :

$$\xi_j = \frac{C_j^*}{C_{cr}^*} = \frac{C_j^*}{2M_j^* \omega_j}, \text{ maka } \frac{C_j^*}{M_j^*} = 2 \xi_j \omega_j \dots\dots\dots(3.32a)$$

$$\omega_j^2 = \frac{K_j^*}{M_j^*} \text{ dan } \Gamma_j = \frac{P_j^*}{M_j^*} \dots\dots\dots(3.32b)$$

Dengan hubungan-hubungan seperti pada persamaan (3.32) maka persamaan (3.31) akan menjadi :

$$\ddot{Z}_j + 2 \xi_j \omega_j \dot{Z}_j - \omega_j^2 Z_j = -\Gamma_j \ddot{y}_i \dots\dots\dots(3.33)$$

dan persamaan (3.34) sering disebut dengan partisipasi setiap mode/ *mode participation factor*.

$$\Gamma_j = \frac{P_j^*}{M_j^*} = \frac{\{\phi\}_j^T [M] \{1\}}{\{\phi\}_j^T [M] \{\phi\}_j} \dots\dots\dots(3.34)$$

Selanjutnya persamaan (3.33) juga dapat ditulis menjadi :

$$\frac{\ddot{Z}_j}{\Gamma_j} + 2 \xi_j \frac{\dot{Z}_j}{\Gamma_j} + \omega_j^2 \frac{Z_j}{\Gamma_j} = -\ddot{y}_i \dots\dots\dots(3.35)$$

apabila diambil suatu notasi bahwa :

$$\ddot{g}_j = \frac{\ddot{Z}_j}{\Gamma_j}, \dot{g}_j = \frac{\dot{Z}_j}{\Gamma_j} \text{ dan } g_j = \frac{Z_j}{\Gamma_j} \dots\dots\dots(3.36)$$

Maka persamaan (3.35) menjadi :

$$\ddot{g}_j + 2\xi_j\omega_j \dot{g}_j + \omega_j^2 g_j = -\ddot{y}_j \dots\dots\dots(3.37)$$

Persamaan (3.37) adalah persamaan diferensial yang *independent* karena persamaan tersebut hanya berhubungan dengan tiap-tiap *mode*.

Nilai partisipasi setiap *mode* akan dapat dihitung dengan mudah setelah koordinat setiap *mode*  $\phi_{ij}$  telah diperoleh. Nilai  $g$ ,  $\dot{g}$  dan  $\ddot{g}$  dapat dihitung dengan integrasi secara numerik. Apabila nilai tersebut telah diperoleh maka nilai  $Z_i$  dapat dihitung.

### 3.7 Respon Terhadap Beban Gempa

Dengan gerakan yang disebabkan adanya beban gempa dapat diselesaikan dengan persamaan (3.37). Nilai  $g(t)$  dapat diperoleh dengan membandingkan antara persamaan (3.37) dengan persamaan gerakan *mode* ke- $n$  sistem dari SDOF. Sistem SDOF mempunyai frekuensi natural (*natural frequency*  $\omega_i$ ) dan rasio redaman ( $\xi$ ) *mode* ke- $i$  dari sistem MDOF, dengan  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

Nilai yang akan dicari adalah  $g_i(t)$ , dan misalnya dipakai metode *central difference* maka proses integrasi adalah sebagai berikut. Pada metode *central difference*, diperoleh hubungan awal bahwa:

$$\dot{g}_i = \frac{g_{i+1} - g_{i-1}}{2\Delta t} \quad ; \quad \ddot{g}_i = \frac{g_{i+1} - 2g_i + g_{i-1}}{(\Delta t)^2} \dots\dots\dots(3.38)$$

Substitusi persamaan (3.38) kedalam persamaan (3.37) akan diperoleh,

$$\frac{g_{i+1} - 2g_i + g_{i-1}}{(\Delta t)^2} + 2\xi\omega_i \frac{g_{i+1} - g_{i-1}}{2\Delta t} + \omega_i^2 g_i = -\ddot{y}_t \dots\dots\dots(3.40)$$

Persamaan (3.40) dapat ditulis menjadi,

$$g_{i+1} = \frac{-\ddot{y}_t - ag_i - bg_{i-1}}{k} \dots\dots\dots(3.41)$$

dengan

$$a = \left[ \omega_i^2 - \frac{2}{(\Delta t)^2} \right] \dots\dots\dots(3.42a)$$

$$b = \left[ \frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{2\xi\omega_i}{2\Delta t} \right] \dots\dots\dots(3.42b)$$

$$k = \left[ \frac{1}{(\Delta t)^2} + \frac{2\xi\omega_i}{2\Delta t} \right] \dots\dots\dots(3.42c)$$

setelah diperoleh nilai  $g$  untuk tiap-tiap *mode*. Selanjutnya nilai simpangan tiap *mode* dapat diperoleh  $y_i(t)$ :

$$y_i(t) = \Gamma_i \phi_i g_i(t) \dots\dots\dots(3.43)$$

Simpangan antar tingkat (*inter storey drift*) dari suatu titik pada suatu lantai harus ditentukan sebagai simpangan horisontal titik itu relatif terhadap titik yang sesuai pada lantai di bawahnya.

Gaya akibat beban gempa akan mengakibatkan terjadinya gaya lantai yang bekerja pada struktur, gaya lantai dapat diketahui besarnya dengan persamaan, sebagai berikut :

$$F_i(t) = k_i * y_i(t) \dots\dots\dots(3.44)$$

dengan  $F_i(t)$ ,  $k_i$ ,  $y_i(t)$  secara berturut-turut adalah gaya lantai, kekakuan tiap tingkat, dan simpangan relatif tiap tingkat. Sedangkan gaya geser tingkat merupakan komulatif dari gaya lantai dari atas kebawah, sehingga nilai gaya geser tingkat pada lantai 1 mempunyai nilai paling besar.

Selanjutnya akan diperoleh harga gaya geser dasar dengan menjumlahkan gaya lantai semua tingkat.

$$V(t) = \sum F_i(t) \dots\dots\dots(3.45)$$

dengan  $V$  adalah gaya geser dasar. Gaya geser tingkat dan gaya geser dasar akibat gempa sering dipakai dalam analisa struktur, karena gaya geser akan mengakibatkan rotasi pada penampang horisontal lantai dan selanjutnya menyebabkan momen guling stuktur (*overtuning moment*).

### 3.8 Parameter Gerakan Tanah ( *Strong Motion Parameter* )

Pengertian umum gerakan akibat gempa lebih banyak ditujukan pada percepatan tanah walaupun akibat gempa juga terdapat kecepatan dan perpindahan permukaan tanah. Percepatan tanah akibat gempa direkam secara lengkap menurut fungsi waktu, artinya direkam selama terjadi gerakan tanah. Berdasarkan pada riwayat percepatan tanah akibat gempa maka timbul konsep-konsep parameter gerakan tanah.

Konsep parameter tanah yang sering dipakai diantaranya nilai maksimum percepatan tanah, kecepatan atau simpangan, respon sektra, spektrum intensitas, dan durasi getaran, serta kandungan frekuensi getaran tanah akibat gempa.

### **3.8.1 Nilai Maksimum Percepatan Tanah**

Percepatan tanah umumnya bersifat acak atau random, dan terdiri atas banyak kandungan frekuensi/gabungan beberapa frekuensi. Percepatan tanah umumnya bersifat impulsif terutama gempa yang kandungan frekuensinya cukup tinggi. Parameter ini menganggap bahwa semakin besar percepatan tanah maksimum maka gempa bumi yang bersangkutan dianggap semakin kuat, dan semakin banyak membuat kerusakan. Parameter percepatan tanah maksimum mempunyai beberapa kelemahan yaitu percepatan tanah akan berhubungan erat dengan gaya yang hanya berpengaruh besar pada sistim struktur dengan frekuensi tinggi, serta parameter ini telah mengabaikan unsur kandungan frekuensi dan durasi dari gempa yang ada.

### **3.8.2 Simpangan dan Kecepatan Tanah Maksimum**

Penggunaan simpangan dan kecepatan tanah dapat memperbaiki estimasi gaya lateral gempa yang bekerja pada struktur, terutama struktur frekuensi rendah sampai menengah. Kelemahan konsep ini adalah kemungkinan kesalahan pada proses integrasi dari percepatan menjadi kecepatan dan simpangan. Seperti pada konsep percepatan maksimum, konsep ini juga mengabaikan kandungan frekuensi dan durasi gempa.

### **3.8.3 Respon Spektra**

Respon spektra adalah plot antara respon maksimum struktur derajat kebebasan tunggal lawan periode getar. Respon spektra dibuat berdasarkan hasil rekaman percepatan tanah akibat gempa, dengan demikian setiap gempa akan

menghasilkan respon spektra yang berbeda. Dari grafik respon spektra dapat diperoleh harga spektra acselerasi pada periode tertentu dari struktur. Sehingga gempa atau spektra yang mempunyai nilai spektra acselerasi lebih tinggi akan memberikan gaya geser yang lebih besar. Kelemahan konsep respon spektra terbukti pada analisa gempa El Centro dan gempa Parkfield, dimana pada periode yang sama spektrum gempa Pakfield selalu lebih besar dari pada gempa El Centro. Tetapi kerusakan yang terjadi pada gempa Parkfield tidak lebih berat dibanding akibat gempa El Centro. Sehingga respon spektra tidak selalu tepat untuk menyatakan kekuatan suatu gempa.

**3.8.4 Durasi Gempa**

Gempa bumi mengakibatkan percepatan tanah sehingga produk dari massa dan percepatan akan mengakibatkan gaya geser. Apabila gempa bumi berlangsung lama maka guncangan yang terjadi juga cukup lama yaitu sebagai akibat dari gaya geser dasar secara dinamik. Maka semakin lama durasi efektif suatu gempa akan memberikan kemungkinan kerusakan yang semakin besar.

**3.8.5 Kandungan Frekuensi (*frequency contents*)**

Persamaan differensial gerakan suatu massa SDOF tanpa redaman dengan beban harmonik sederhana adalah :

$$y(t) = (Po/m(\omega^2 - \Omega^2) \{sin (\Omega t) - \Omega sin (\omega t) / \omega\}.....(3.46)$$

dengan  $y$  (respon struktur),  $Po$  (beban harmonik),  $m$  (massa struktur),  $\omega$  (frekuensi sudut akibat getaran),  $\Omega$  (frekuensi sudut beban dinamik). Dari persamaan (3.46), terlihat bahwa respon struktur akan dipengaruhi baik oleh frekuensi sudut beban

dinamik maupun frekuensi sudut akibat getaran struktur. Respon struktur terdiri dari dua bagian pokok yaitu *steady state response* yaitu respon yang ditunjukkan oleh suku  $\sin(\Omega t)$  dan *transient respon* yang ditunjukkan oleh suku  $\sin(\omega t)$ . Apabila frekuensi sudut beban dinamik sama dengan frekuensi sudut getaran struktur maka nilai penyebut diatas akan sama dengan nol sehingga respon struktur menjadi tak hingga. Keadaan ini disebut resonansi (lihat Gambar 3.4).

Persamaan (3.46) dapat ditulis dalam fungsi *Dynamic Load Factor* (DLF) yaitu

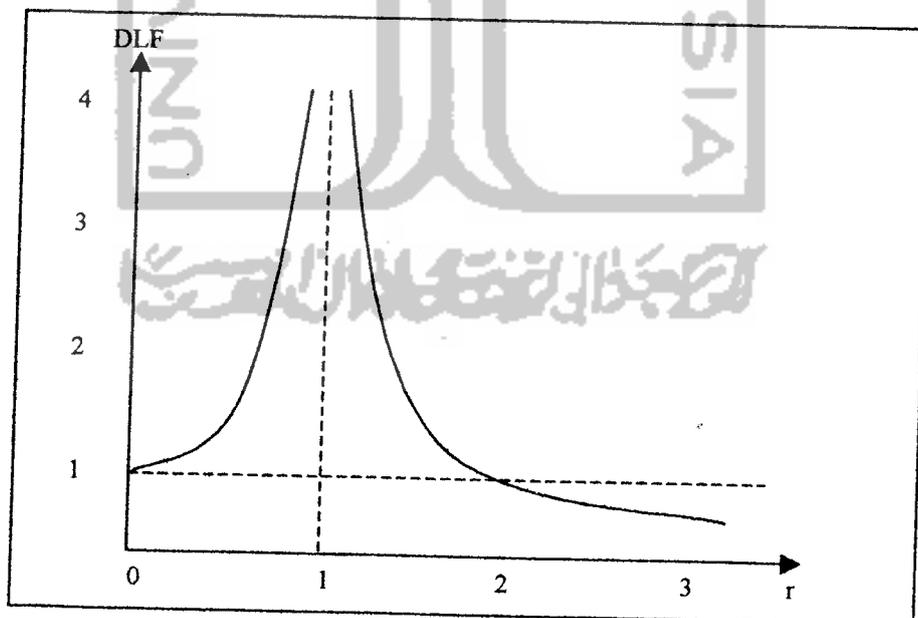
$$y(t) = y_{st} DLF, \quad y_{st} = P_0/k, \quad r = \Omega/\omega$$

$$DLF = (1/(1-r^2)) \{ \sin(\Omega t) - r \sin(\omega t) \} \dots \dots \dots (3.47)$$

Dalam soal-soal praktis, *transient response* sering diabaikan karena nilainya dianggap relatif kecil. Nilai DLF akan diperoleh apabila  $\sin(\Omega t) = 1$ , maka

$$DLF = |1/(1-r^2)| \dots \dots \dots (3.48)$$

Plot antara DLF dan nilai frekuensi rasio  $r$  dapat dilihat pada Gambar 3.4.



**Gambar 3.4** Grafik DLF lawan frekuensi rasio

Housner (1971) sudah mensinyalir adanya pengaruh kandungan frekuensi gempa terhadap respon struktur. Pada hakekatnya dalam suatu gempa akan terkandung beberapa frekuensi yang di beberapa literatur sering menyebut frekuensi  $f = 0.2 - 10$  Hertz. Analisis Housner (1971) waktu itu timbul karena adanya suatu kenyataan bahwa gempa Koyna (1967), India yang mempunyai percepatan tanah maksimum jauh lebih besar dari gempa El Centro (1940) namun kerusakan bangunan yang terjadi tidaklah begitu berarti. Hubungan antara rasio frekuensi beban gempa dengan simpangan maksimum yang ditimbulkan dinyatakan,

$$S_d(k, \omega) = (1/k)^2 S_d(\omega) \dots \dots \dots (3.49)$$

dengan  $S_d(k, \omega)$  dan  $S_d(\omega)$  berturut-turut adalah spektral simpangan untuk gempa yang mempunyai frekuensi yang lebih tinggi dan frekuensi yang lebih rendah dan  $k$  adalah rasio jumlah potongan aselerogram dengan sumbu waktu.

Makna pengaruh kandungan frekuensi gempa terhadap respon struktur telah dianalisis oleh Tso dkk. (1992). Kandungan frekuensi dinyatakan dalam rasio antara percepatan tanah maksimum dengan kecepatan tanah maksimum, dan dikenal dengan A/V rasio. Pada umumnya gempa yang mempunyai frekuensi tinggi (yaitu gempa bumi yang garis akselerogram tiap detiknya memotong sumbu waktu dengan jumlah yang banyak) umumnya mempunyai rasio A/V yang relatif besar, dibanding dengan gempa yang mempunyai frekuensi rendah. Dalam menganalisa pengaruh kandungan frekuensi gempa terhadap respon struktur nilai A/V dikelompokkan menjadi tiga. Gempa digolongkan mempunyai rasio A/V

tinggi apabila mempunyai  $A/V > 1,2$  g/cm/det,  $A/V$  rasio menengah apabila  $0,8$  g/cm/det  $< A/V < 1,2$  g/cm/det, dan  $A/V$  rasio rendah apabila  $A/V < 0,8$  g/cm/det.

Pengaruh kandungan frekuensi gempa terhadap respon struktur juga telah dianalisis oleh Widodo (1997). Pada penelitian tersebut diperoleh hasil bahwa pada gempa Bucharest (1977) yang mempunyai percepatan tanah maksimum hanya  $0,206$  g lebih kecil dari percepatan tanah maksimum gempa El Centro (1940) dengan percepatan tanah maksimum  $0,33$ g namun gempa Bucharest menimbulkan indeks kerusakan yang lebih besar dari gempa El Centro. Hal ini terjadi karena gempa Bucharest mempunyai nilai  $A/V$  rasio relatif rendah atau gempa dengan frekuensi relatif rendah sedangkan model struktur mempunyai frekuensi yang rendah juga. Kedekatan frekuensi antara frekuensi beban dengan frekuensi struktur akan cenderung mengakibatkan resonansi yang akan mengakibatkan respon struktur menjadi sangat besar.

