BAB III

LANDASAN TEORI

Bab ini akan menjelaskan tentang pengertian simulasi *Monte Carlo*, distribusi normal, dan contoh penggunaan simulasi *Monte Carlo*.

3.1 Pengertian Simulasi *Monte Carlo*

Simulasi *Monte Carlo* adalah simulasi terhadap model matematika yang menggunakan bilangan random dengan distribusi probabilitas tertentu (Pilcher, 1976; Lav dan Kelton, 1991). Salah satu fungsi pada simulasi ini adalah membangkitkan bilangan random yang digunakan untuk menggambarkan suatu kejadian proses secara numerik.

3.2 Distribusi Normal

Distribusi probabilitas kontinu ada tiga macam, yaitu :

1. distribusi seragam kontinu,
2. distribusi eksponensial, dan
3. distribusi normal.

Pada penyusunan laporan Tugas Akhir ini, jenis distribusi yang digunakan adalah distribusi normal. Distribusi normal mempunyai 2 buah parameter yaitu μ = *mean*, dan σ = *standar deviasi* (Dixon dan Massey, 1983).

Apabila ingin membentuk kurva distribusi normal yang mempunyai luas sama dengan suatu histogram, maka persamaan 3.1 dapat digunakan.

$$f(x) = \frac{Ni}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-0,5\{(x-\mu)/(\sigma)\}^2}; \; -\infty \leq x \leq +\infty \qquad (3.1)$$

Keterangan :

π = 3.1416

e = 2.7183

μ = *mean*

σ = *deviasi standar*

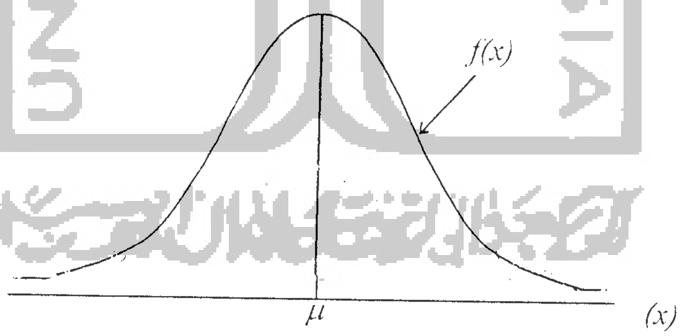
x = absis pengukuran atau skor yang diletakan pada sumbu datar

$f(x)$ = ordinat tinggi kurva yang sebanding dengan nilai x tertentu

N = banyak hal yang diamati

i = panjang selang kelas untuk menggambarkan histogram

Untuk lebih jelasnya tentang distribusi normal akan diperlihatkan grafik distribusinya pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Grafik dari distribusi normal (Ang dan Tang, 1987)

Distribusi normal mempunyai ciri-ciri sebagai berikut.

1. Absis yang terletak di tengah menunjukkan nilai μ.
2. Bentuknya simetris terhadap absis tengah.

3. Kemiringan grafik distribusi ditentukan oleh nilai σ semakin kecil nilai σ maka grafik distribusinya semakin miring, dan semakin besar nilai σ maka grafik distribusinya akan semakin landai.

3.3 Contoh Penggunaan Simulasi *Monte Carlo*

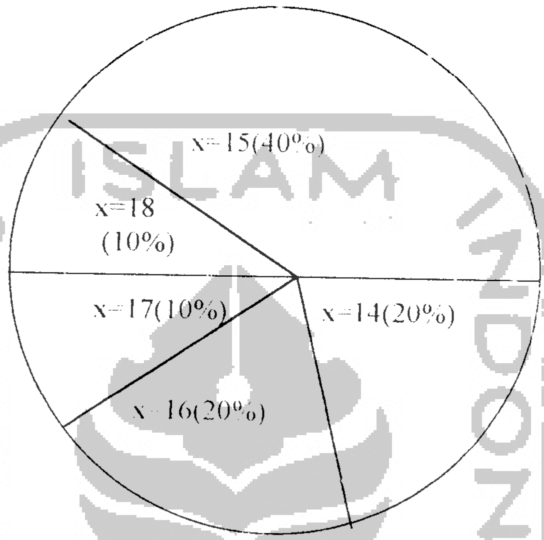
Proses simulasi *Monte Carlo* adalah memilih bilangan random berdasarkan pada distribusi probabilitas yang akan dijelaskan dengan menggunakan contoh berikut (Taylor III, 1996).

Seorang manajer dari Supermarket Big T harus memutuskan berapa banyak permintaan susu setiap minggu. Di mana satu-satunya hal yang harus dipertimbangkan manajer tersebut adalah jumlah kasus permintaan susu setiap minggu. Jumlah dari kasus permintaan susu adalah bilangan random yang akan kita definisikan sebagai x yang dibatasi dari 14 sampai 18 permintaan per minggu berdasarkan data terdahulu. Berdasarkan distribusi frekuensi, distribusi probabilitas dari permintaan dapat dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Distribusi probabilitas dari pemesanan susu

Jumlah permintaan susu per minggu	Frekuensi dari permintaan susu	Probabilitas dari permintaan susu P(x)
14	20	0.20
15	40	0.40
16	20	0.20
17	10	0.10
18	10	0.10
	$\sum$ 100	$\sum$ 1

Dalam proses simulasi *Monte Carlo* nilai untuk bilangan random dibangkitkan dengan menggunakan nilai dari distribusi probabilitas, seperti pada putaran permintaan *roulette* yang dapat dilihat pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2 *Roulette* untuk permintaan susu

Luas permukaan *roulette* adalah berdasarkan probabilitas dari setiap nilai permintaan setiap minggu. Nilai permintaan terjadi secara acak untuk kemudian disimulasi permintaannya per minggu. Apabila putaran roda bernenti mengindikasikan permintaan tiap minggu. Kemudian ambil bilangan random 39, 73, 72, 75, 37, 02, 87, 98, 10, 47, 93, 21, 95, 97, dan 69 dari Tabel 3.2, ternyata 39 terletak dalam batas 20-59, di mana menunjukkan nilai permintaan susu sebanyak 15 kasus. Untuk lebih jelasnya tentang batas bilangan random, dan pembangkitan bilangan random untuk 15 minggu dapat dilihat pada Tabel 3.3 dan Tabel 3.4.

Tabel 3.2 Tabel bilangan random (r)

39 65 76 45 45	19 90 69 64 61	20 26 36 31 62	58 24 97 14 97	95 06 70 99 00
73 71 23 70 90	65 97 60 12 11	31 56 34 19 19	47 83 75 51 33	30 62 38 20 46
72 18 47 33 84	51 67 47 97 19	98 40 07 17 66	23 05 09 51 80	59 78 11 52 49
75 12 25 69 17	17 95 21 78 58	24 33 45 77 48	69 81 84 09 29	93 22 70 45 80
37 17 79 88 74	63 52 06 34 30	01 31 60 10 27	35 07 79 71 53	28 99 52 01 41
02 48 08 16 94	85 53 83 29 95	56 27 09 24 43	21 78 55 09 82	72 61 88 73 61
87 89 15 70 07	37 79 49 12 38	48 13 93 55 96	41 92 45 71 51	09 18 25 58 94
98 18 71 70 15	89 09 39 59 24	00 06 41 41 20	14 36 59 25 47	54 45 17 24 89
10 83 58 07 04	76 62 16 48 68	58 76 17 14 86	59 53 11 52 21	66 04 18 72 87
47 08 88 86 13	59 71 74 17 32	48 38 75 93 29	73 37 32 04 05	60 82 29 20 25
93 90 31 03 07	34 18 04 52 35	74 13 39 35 22	68 95 23 92 35	36 36 70 35 33
21 05 11 47 99	11 20 99 45 18	76 51 94 84 86	13 79 93 37 55	98 16 04 41 67
95 89 94 06 97	27 37 83 28 71	79 57 95 13 91	09 61 87 25 21	56 20 11 32 44
97 18 31 55 73	10 65 81 92 59	77 31 61 95 46	20 44 90 32 64	26 99 76 75 63
69 08 88 86 13	59 71 74 17 32	48 38 75 93 29	73 37 32 04 05	60 82 29 20 25
41 26 10 25 03	87 63 93 95 17	81 83 83 04 49	77 45 85 50 51	79 88 01 97 30
91 47 14 63 62	08 61 74 51 69	92 79 43 89 79	29 18 94 51 23	14 85 11 47 23
80 94 54 18 47	08 52 85 08 40	48 40 35 94 22	72 65 71 08 86	50 03 42 99 36
67 06 77 63 99	89 85 84 46 06	64 71 06 21 66	89 37 20 70 01	61 65 70 22 12
59 72 24 13 75	42 29 72 23 19	06 94 76 10 08	81 30 15 39 14	81 33 17 16 33
63 62 06 34 41	79 53 36 02 95	94 61 09 43 62	20 21 14 68 86	84 95 48 46 45
78 47 23 53 90	79 93 96 38 63	34 85 52 05 09	85 43 01 72 73	11 93 87 81 40
87 68 62 15 43	97 48 72 66 48	53 16 71 13 81	59 97 50 99 52	24 62 20 42 31
47 60 92 10 77	26 97 05 73 51	88 46 38 03 58	72 68 49 29 31	75 70 16 08 24
56 88 87 59 41	06 87 37 78 48	65 88 69 58 39	88 02 84 27 83	85 81 56 39 38
22 17 68 65 84	87 02 22 57 51	68 69 80 95 44	11 29 01 95 80	49 34 35 36 47
19 36 27 59 46	39 77 32 77 09	79 57 92 36 59	89 74 39 82 15	08 58 94 34 74
16 77 23 02 77	28 06 24 25 93	22 45 44 84 11	87 80 61 65 31	09 71 91 74 25
78 43 76 71 61	97 67 63 99 61	30 45 67 93 82	59 73 19 85 23	53 33 65 97 21
03 28 28 26 08	69 30 16 09 05	53 58 47 70 93	66 56 45 65 79	45 56 20 19 47
04 31 17 21 56	33 73 99 19 87	26 72 39 27 67	53 77 57 68 93	60 61 97 22 61
61 06 98 03 91	87 14 77 43 96	43 00 65 98 50	45 60 33 01 07	98 99 46 50 47
23 68 35 26 00	99 53 93 61 28	52 70 05 48 34	56 65 05 61 86	90 92 10 70 80
15 39 25 70 99	93 86 52 77 65	15 33 59 05 28	22 87 26 07 47	86 96 98 29 06
58 71 96 30 24	18 46 23 34 27	85 13 99 24 44	49 18 09 79 49	74 16 32 23 02
93 22 53 64 39	07 10 63 76 35	87 03 04 79 88	08 13 13 85 51	55 34 57 72 69
78 76 58 54 74	92 38 70 96 92	52 06 79 79 45	82 63 18 27 44	69 66 92 19 09
61 81 31 96 82	00 57 25 60 59	46 72 60 18 77	55 66 12 62 11	08 99 55 64 37
42 88 07 10 05	24 98 65 63 21	47 21 61 88 32	27 80 30 21 60	10 92 35 36 12
77 94 30 05 39	28 10 99 00 27	12 73 73 99 12	49 99 57 94 82	96 88 37 17 91

Tabel 3.3 Bilangan random yang dibangkitkan

Jumlah permintaan	*Range* dari bilangan random (r)
14	0-19
15 ←	20-59←r=39
16	60-79
17	80-89
18	90-99

Tabel 3.4 Pembangkitan bilangan random untuk 15 minggu

Minggu	r	Permintaan (x)
1	39	15
2	73	16
3	72	16
4	75	16
5	37	15
6	02	14
7	87	17
8	98	18
9	10	14
10	47	15
11	93	18
12	21	15
13	95	18
14	97	18
15	69	16
		Σ=241

Dari Tabel 3.4 bisa ditentukan hitungan nilai rata-rata permintaan per minggu, yaitu 241/15=16.1 kasus per minggu. Meskipun sangat mudah untuk mengilustrasikan bagaimana simulasi bekerja, permintaan rata-rata seharusnya lebih mendekati hitungan analisis dengan menggunakan rumus untuk nilai yang diharapkan, atau rata-rata untuk satu permintaan untuk setiap minggu dapat dihitung dengan menggunakan persamaan :

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} P(x)\, x_i \qquad \text{..........(3.2)}$$

Keterangan :

x_i = nilai permintaan i

$P(x_i)$ = probabilitas dari permintaan

n = bilangan yang berbeda dari nilai permintaan yang berbeda

Selanjutnya dihitung dengan cara berikut.

$E(x)$ = (0.2 x 14) + (0.4 x 15) + (0.2 x 16) + (0.1 x 17) + (0.1 x 18)

= 15.5 kasus per minggu.

Dari hasil perhitungan di atas terlihat adanya selisih sebesar 0.6. Selisih ini disebabkan oleh kurang tepatnya dalam melakukan *trial* simulasi *Monte Carlo*. Untuk mencapai nilai yang betul-betul mendekati disarankan untuk melakukan *trial* simulasi > 300 kali.