

BAB III

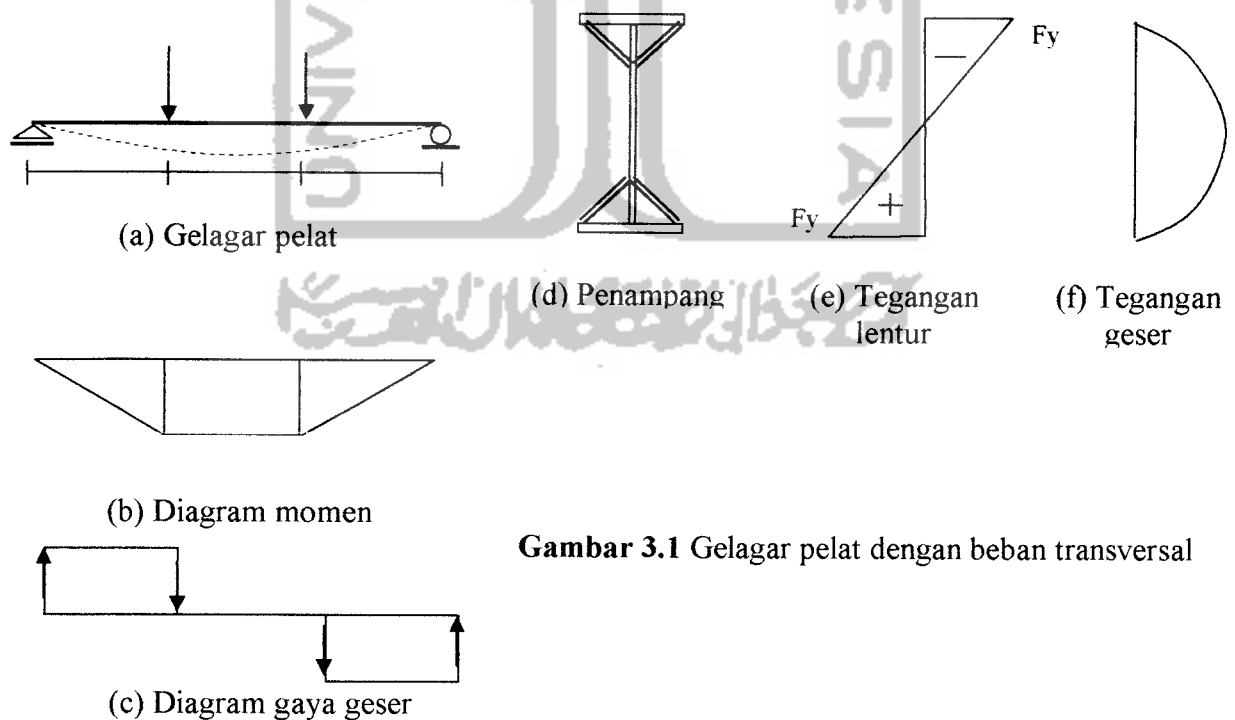
LANDASAN TEORI

3.1. Tegangan Pada Penampang Gelagar Pelat

Beban P yang bekerja pada gelagar pelat tumpuan sederhana Gambar 3.1a menimbulkan momen dan gaya geser (Gambar 3.1b dan 3.1c). Jika beban P melalui pusat geser penampang double delta Gambar 3.1d akan menerima distribusi tegangan lentur dan tegangan geser (Gambar 3.1e dan 3.1f) saat keadaan elastis, besar tegangan oleh *Timoshenko dan Gere* (1961) dihitung dengan Persamaan (3.1), yaitu

$$\sigma = \pm \frac{My}{I} \quad (3.1)$$

dengan M =momen, y = jarak serat ke sumbu netral dan I = momen inersia. Distribusi tegangan geser diperlihatkan pada Gambar (3.1f), dihitung dengan Persamaan (3.2), yaitu



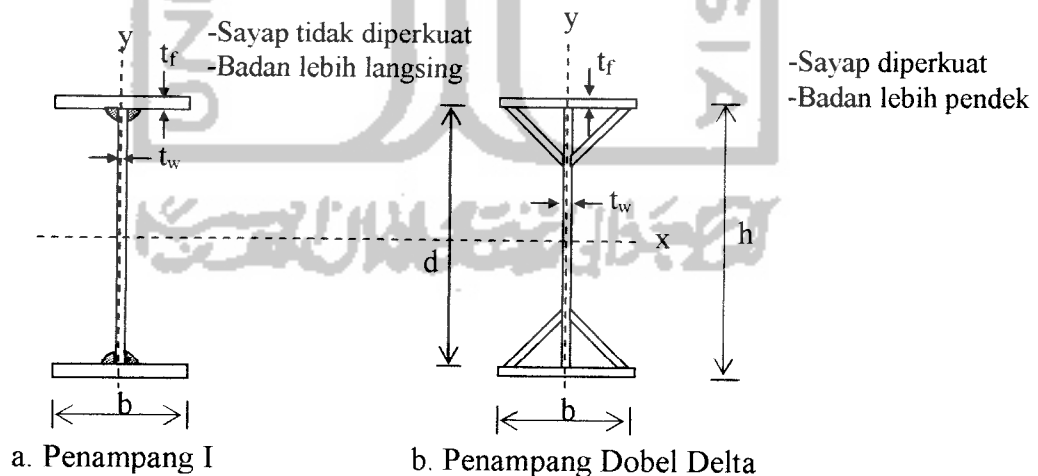
Gambar 3.1 Gelagar pelat dengan beban transversal

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \quad (3.2)$$

Dimana komponen persamaannya adalah V = gaya geser, Q = momen statis luasan dan b = lebar penampang. Sayap atas gelagar pelat dobel delta memikul tegangan tekan, sayap bawah memikul tegangan tarik, badan gelagar memikul tegangan lentur sebesar $\frac{1}{6}PL$ dan tegangan geser sebesar $\frac{P}{2}$.

3.2 Penampang I dan Penampang Dobel delta

Penampang I adalah konfigurasi elemen pelat yang terdiri dari dua pelat sayap dengan ketebalan yang ditentukan, dihubungkan secara menerus dengan pelat badan yang langsing. Sedangkan penampang dobel delta merupakan hasil modifikasi dari penampang I yang ditambah dengan batang penopang yang menghubungkan tepi-tepi pelat sayap dengan pelat badan. Setiap penampang pasti memiliki sumbu simetri yaitu sumbu lemah (sumbu y) dan sumbu kuat (sumbu x), pada penampang I dan penampang dobel delta dapat kita ketahui sumbu simetrinya pada gambar dibawah ini, yaitu:



Gambar 3.2. (a).Penampang I dan (b) Penampang Dobel Delta

Dari Gambar 3.2 terlihat bahwa notasi b adalah lebar gelagar, t_f adalah tebal sayap, t_w adalah tebal badan, d adalah tinggi dalam gelagar, dan h adalah tinggi total gelagar. Apabila kedua penampang tersebut mempunyai tinggi 400 cm dan lebar 80 cm, dibuat dari pelat yang tebalnya sama, pelat sayap 3 mm dan pelat badan 2 mm, maka dapat kita ketahui pula bahwa momen-momen inersia penampang dobel delta secara teoritis lebih besar dibanding momen inersia penampang I. Secara teoritis momen inersia (I_x dan I_y) penampang tersebut dapat dihitung dengan Persamaan (3.3a) dan Persamaan (3.3b) yaitu:

$$\text{Momen inersia terhadap sumbu x, yaitu: } I_x = \int_0^A y^2 dA \quad (3.3a)$$

$$\text{Momen inersia terhadap sumbu y, yaitu: } I_y = \int_0^A x^2 dA \quad (3.3b)$$

Momen-momen inersia (I_{ix}) dan (I_{iy}) penampang I yang badannya langsing dan terbuat dari pelat-pelat segi empat dapat didekati dengan Persamaan (3.4a) dan (3.4b), yaitu

$$I_{ix} = \frac{1}{12} t_w (d)^3 + \frac{1}{6} b \cdot t_f^3 + \frac{1}{2} (b \cdot t_f) d^2 \quad (3.4a)$$

$$I_{iy} = \frac{1}{12} (d) t_w^3 + \frac{1}{6} t_f b^3 \quad (3.4b)$$

Pelat gelagar penampang dobel delta merupakan hasil modifikasi penampang I yang diberi pelat penopang setebal 2mm yaitu dengan menghubungkan ujung pelat-pelat sayap dengan pelat badan membentuk sudut 45° . Sehingga momen inersia penampang dobel delta dapat dihitung hampir sama dengan penampang I, hanya saja ada penambahan

perhitungan untuk pelat penopangnya, persamaan momen inersia penampang I dan dubel delta yaitu:

$$I_{dx} = I_{ix} + \left(\frac{1}{24} t_w b^3 + 2(t_w)(b)(d/2 - b/4)^2 \right) \quad (3.5a)$$

$$I_{dy} = I_{iy} + \frac{1}{6} (t_w) b^3 \quad (3.5b)$$

Berdasarkan persamaan (3.5.a) dan (3.5.b) terhadap persamaan (3.6a) dan (3.6b) dapat diambil rasio momen inersia dari kedua penampang tersebut, yaitu:

$$\frac{I_{dx}}{I_{ix}} = 1 + \left(\frac{\frac{1}{24} t_w b^3 + 2(t_w)(b)(d/2 - b/4)^2}{1/12 t_w (d)^3 + \frac{1}{6} b t_f^3 + 1/2 (b t_f)(d)^2} \right) \quad (3.6a)$$

$$\frac{I_{dy}}{I_{iy}} = 1 + \left(\frac{\frac{1}{6} t_w b^3}{1/12 (d) t_w^3 + (1/6) t_f b^3} \right) \quad (3.6b)$$

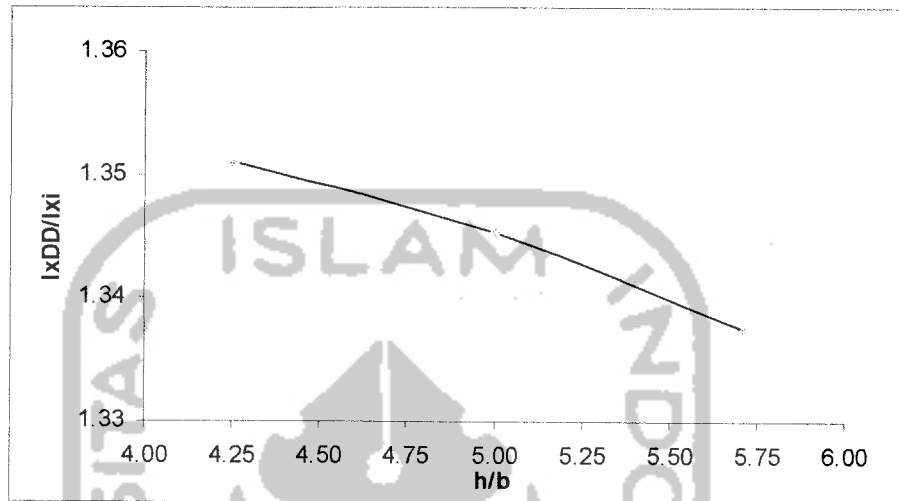
Bila ditetapkan $b = 5 d$ dan $t_f = 1,5 t_w$ rasio momen inersia penampang dubel delta terhadap momen inersia penampang I adalah:

$$\frac{I_{Dx}}{I_{Ix}} \approx 1,34 \quad \text{dan} \quad \frac{I_{Dy}}{I_{Iy}} \approx 1,66 \quad (3.7)$$

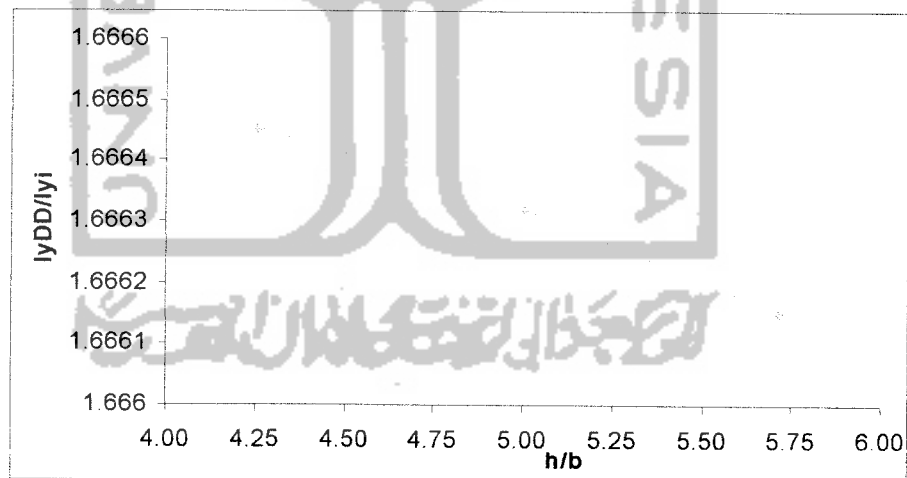
Rasio luas penampang Gambar 3.2a terhadap Gambar 3.2b adalah:

$$\frac{A_d}{A_i} \approx 1,35 \quad (3.8)$$

Dari hasil analisis tampak bahwa rasio momen inersia lebih besar dibanding rasio luas penampang. Persamaan tersebut akan lebih jelas jika divariasikan tinggi terhadap lebar pelat yang dimiliki oleh saudara Widhid $h/b=4,2$ dan saudara Fajar $h/b=5,7$ maka didapatkan grafik rasio inersia sumbu kuat (I_x) dan rasio inersia sumbu lemah (I_y) pelat Dobel Delta terhadap pelat I adalah sebagai berikut yaitu :



Gambar 3.3 Grafik rasio inersia x (I_x) gelagar pelat penampang I dan Dobel Delta.



Gambar 3.4 Grafik rasio inersia y (I_y) gelagar pelat penampang I dan penampang Dobel Delta.

Gambar grafik secara teoritis bahwa penambahan pelat penopang pada badan dan sisi sayap pelat akan meningkatkan momen inersia sumbu lemah dan sumbu kuat.

3.3. Tegangan Kritis Pelat

Tegangan kritis pelat adalah tegangan pada saat pelat menjadi tidak stabil, tegangan ini yang membatasi kapasitas momen (momen batas) gelagar pelat penampang dobel delta maupun penampang I. Faktor-faktor yang mempengaruhi tegangan kritis adalah koefisien tekuk pelat (k), modulus elastisitas (E), dan rasio lebar terhadap tebal pelat sayap (b/t).

3.4. Tekuk Elastis Pelat Akibat Tekan

Elemen pelat yang menerima tegangan tekan berpotensi mengalami tekuk. Keseimbangan pelat isotropik yang ditumpu sederhana pada ke empat sisinya (Gambar 3.5) dan memikul gaya $N_x = \sigma_x \cdot t$ oleh *Timoshenko and Gere (1961)* dinyatakan dengan Persamaan:

$$D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = q \quad (3.9)$$

Bila pelat diasumsikan memiliki kelangsingan dan dikonfigurasi dengan beban normal (q) maka keadaan batas stabilitas menjadi :

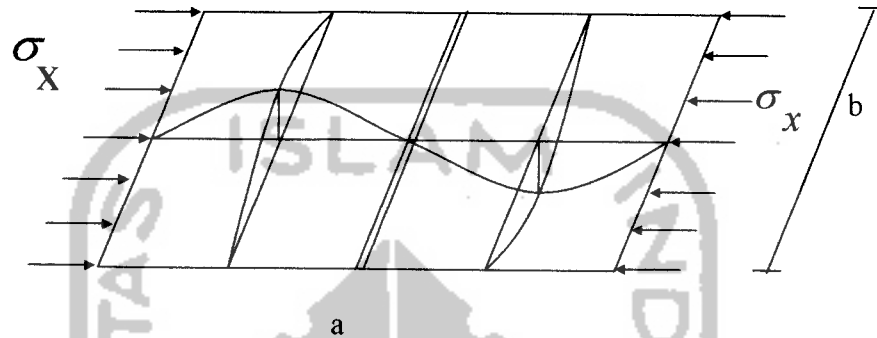
$$q = -N_x \frac{\delta^4 w}{\delta x^2} \quad (3.10)$$

Bila Persamaan (3.9) disubstitusikan dengan Persamaan (3.10), maka didapatkan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = - \frac{N_x \delta^2 \omega}{D \delta x^2} \quad (3.11)$$

Dimana $D = Et^2 / 12(1 - \mu^2)$ menunjukkan kekuatan lentur pelat, E menunjukkan modulus elastisitas bahan, dan μ menunjukkan nilai banding *poison* dan $N_x = \frac{D\pi^2}{b^2} \left(\frac{1}{m} \frac{a}{b} + m \frac{b}{a} \right)^2$.

Agar penjelasan diatas dapat dipahami maka lihat Gambar 3.5 sebagai berikut yaitu :



Gambar 3.5 Pelat memikul tekanan merata

Solusi Persamaan (3.10) menghasilkan Persamaan (3.11) yang menunjukkan tegangan kritis elastis pelat , yaitu

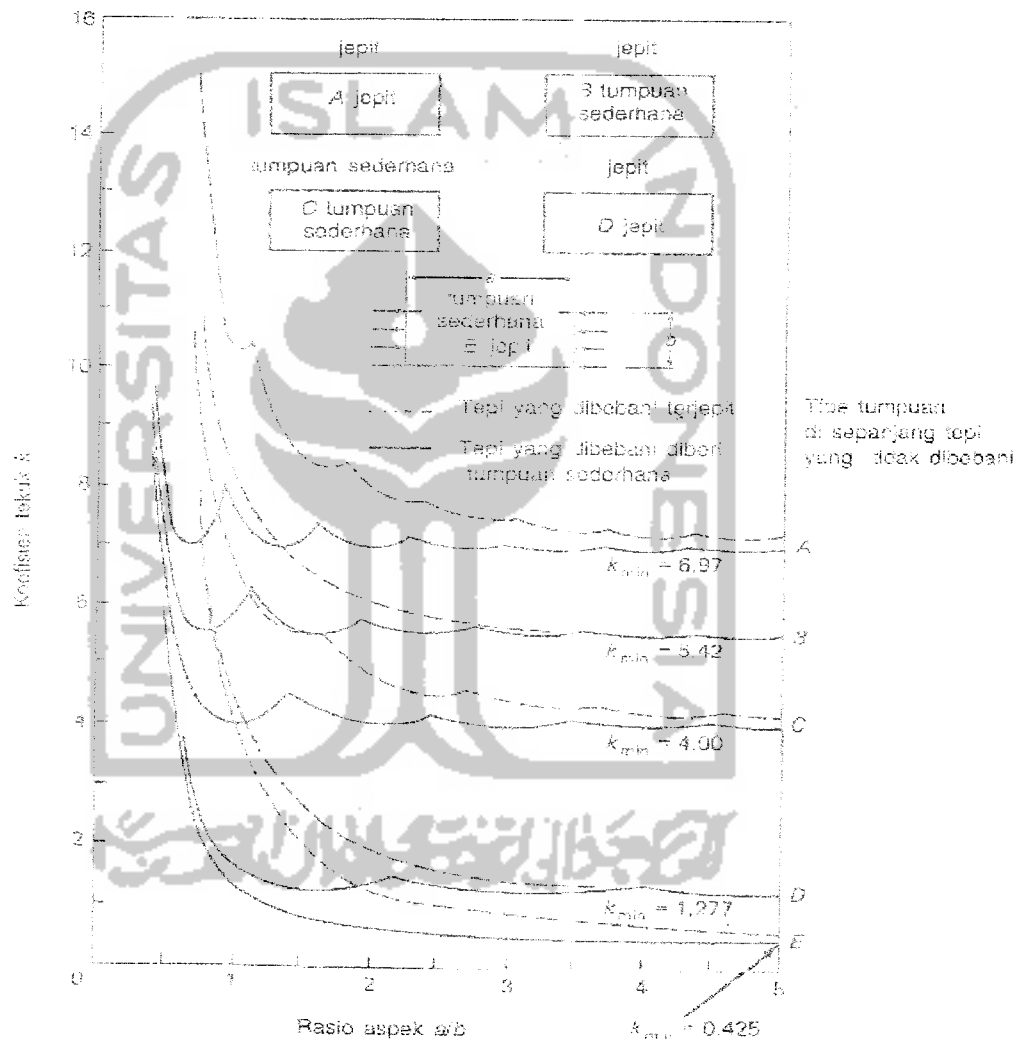
$$\sigma_{cr} = \frac{k \pi^2 E}{12(1 - \mu^2)(b/t)^2} \quad (3.12)$$

dimana k = koefisien tekuk pelat yang bergantung kepada jenis tegangan, kondisi tepi pelat dan aspek rasio. Tampak tegangan kritis pelat berbanding terbalik dengan kuadrat kelangsingan, semakin langsing suatu pelat tegangan kritisnya semakin kecil.

Koefisien tekuk pelat yang ditumpu pada keempat dan memikul tekanan merata dinyatakan dengan Persamaan (3.13), yaitu.

$$k = \left(\frac{1}{m} \frac{a}{b} + m \frac{b}{a} \right) \quad (3.13)$$

Dimana m = jumlah setengah gelombang pada arah gaya, (a/b) = rasio panjang terhadap lebar. Koefisien tekuk pelat-pelat yang memikul tekanan merata dengan kondisi tepi dan (a/b) bervariasi disajikan pada Gambar 3.6 sebagai berikut:



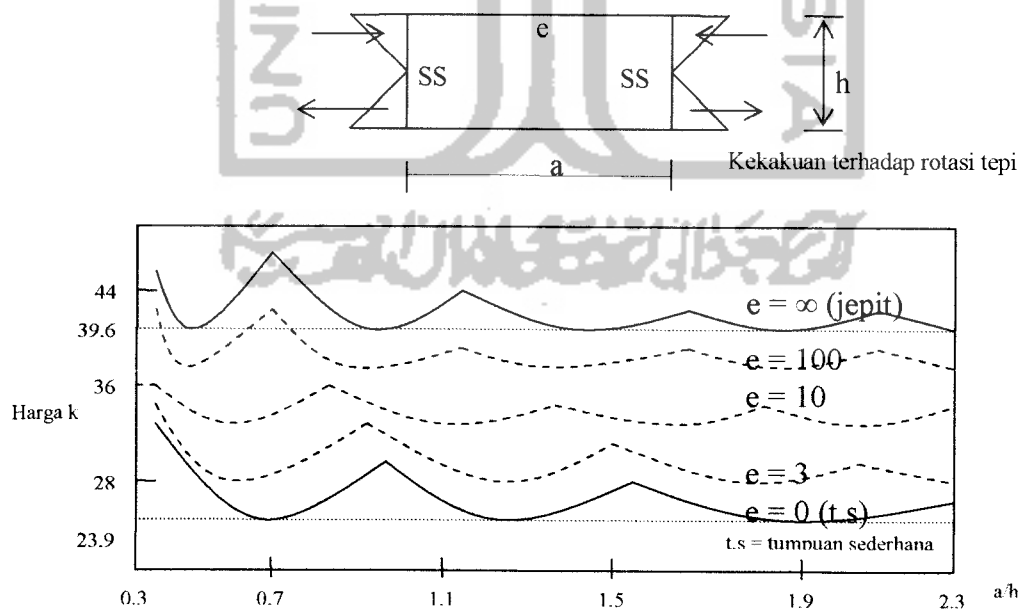
Gambar 3.6. Koefisien tekuk pelat yang memikul tekanan merata dengan variasi kondisi tepi dan rasio panjang terhadap lebar (a/b)

Tampak pada (a/b) yang cukup besar koefisien tekuk pelat (k) minimum. Karena sayap gelagar I hanya ditumpu pada salah satu sisinya dan mempunyai aspek rasio cukup besar maka diasumsikan bertumpu pada sendi yang memiliki nilai $k = 0,425$.

Berbeda dengan halnya penampang dobel delta, memiliki batang penopang yang menghubungkan tepi pelat sayap dengan pelat badan diasumsikan sebagai tumpuan sederhana, maka nilai k yaitu 4.

3.5 Tekuk Elastis Akibat Lentur Murni

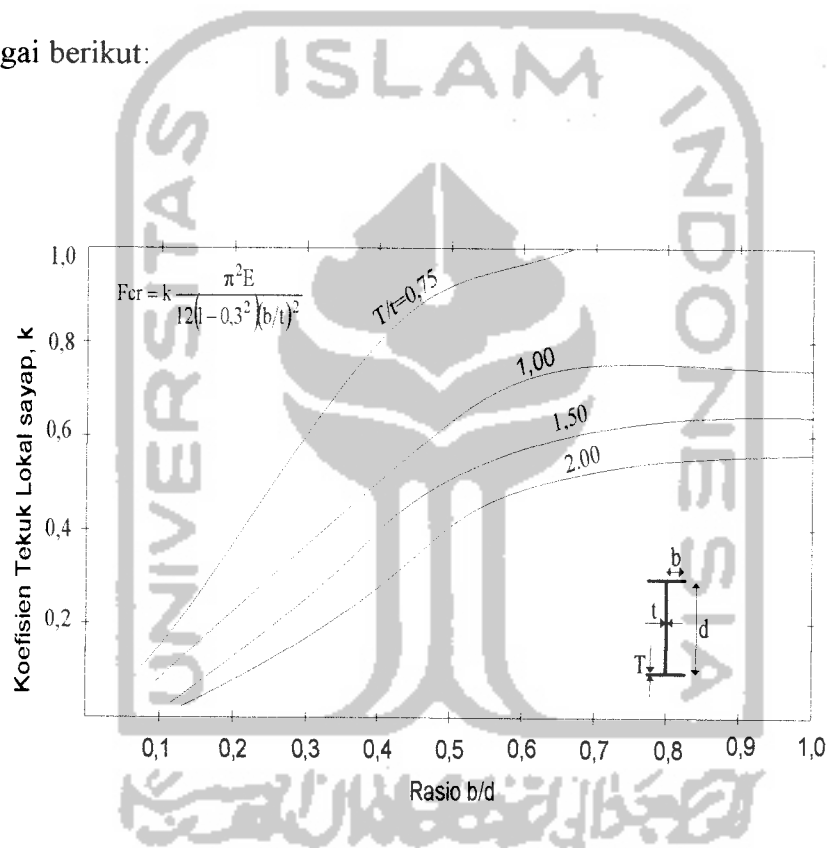
Gelagar pelat memiliki penampang yang langsing, baik pada sayap maupun badannya. pelat badan yang dimiliki oleh gelagar mempunyai rasio (h/t_w) yang dimungkinkan akan terjadi tekuk akibat lentur. Menurut *Timoshenko* dan *Gere* (1961), koefisien tekuk pelat badan yang memikul momen dan ditumpu menerus pada kedua sisinya adalah 23,9 untuk tumpuan sederhana dan 39,6 untuk tumpuan jepit. Adapun grafik yang menunjukkan bahwa adanya hubungan koefisien tekuk pelat badan terhadap a/h sebagai berikut:



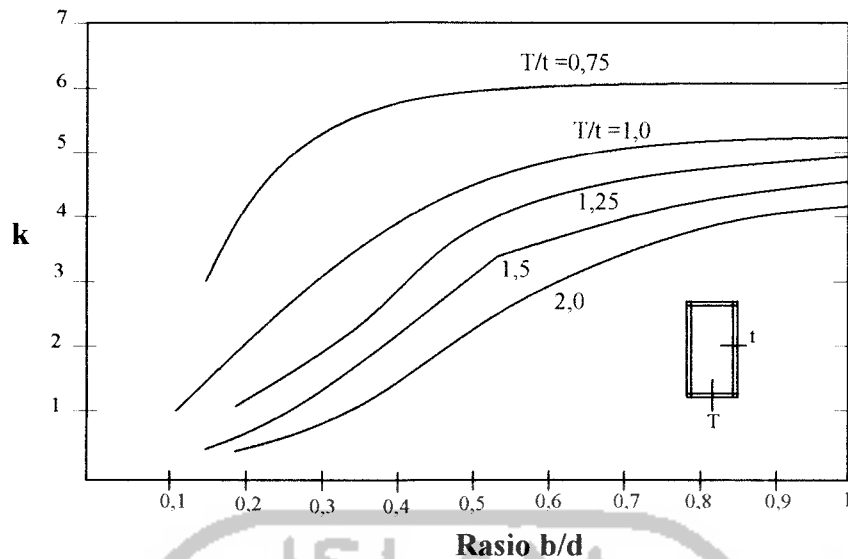
Gambar 3.7 Grafik hubungan koefisien tekuk pelat badan terhadap rasio a/h

Tekuk lokal pada elemen plat dapat menyebabkan kegagalan dini (*premature collapse*) pada keseluruhan penampang. Pada Gambar 3.7 menunjukkan nilai koefisien tekuk lokal pada pelat tipis bentuk penampang I pada kondisi lentur.

Perakitan pelat girder yang mengalami tekuk lokal dapat dicek melalui grafik hubungan antara rasio b/d dengan koefisien tekuk lokal pada sayap yang terjadi. Dimana b adalah lebar $\frac{1}{2}$ pelat sayap, d adalah tinggi pelat badan, k adalah koefisien tekuk pelat sayap, T adalah tebal pelat sayap, dan t adalah tebal pelat badan. Hal tersebut dapat dibuktikan pada Grafik 3.8 (yang dikemukakan oleh N.S Trahair dan M Bradford, 1988) sebagai berikut:



Gambar 3.8 Koefisien tekuk lokal pelat assembling profil I



Gambar 3.9 Koefisien tekuk lokal untuk batang tekan penampang Box

Nilai koefisien tekuk pada pelat dipengaruhi oleh rasio lebar sayap terhadap tinggi badan (b/d) dan tebal sayap terhadap tebal badan (T/t). Dari kedua gambar diatas dapat dijelaskan bahwa untuk mendapatkan nilai koefisien tekuk yang besar diperlukan lebar sayap yang semakin panjang dan tebal sayap yang semakin besar sehingga akan tercapai nilai koefisien tekuk yang besar. Penggunaan pelat box lebih baik dibandingkan penggunaan pelat I sebab nilai koefisien tekuk pada pelat box lebih besar dibandingkan dengan pelat I. Karakteristik nilai koefisien tekuk local penggunaan pelat box dapat dilihat pada Gambar 3.9.

3.6. Tekuk Elastis Akibat Geser

Tegangan kritis elastis pelat-pelat yang menerima tegangan geser dinyatakan dengan Persamaan (3.14), yaitu:

$$\sigma_{cr} = k \frac{k \pi^2 E}{12(1 - \mu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (3.14)$$

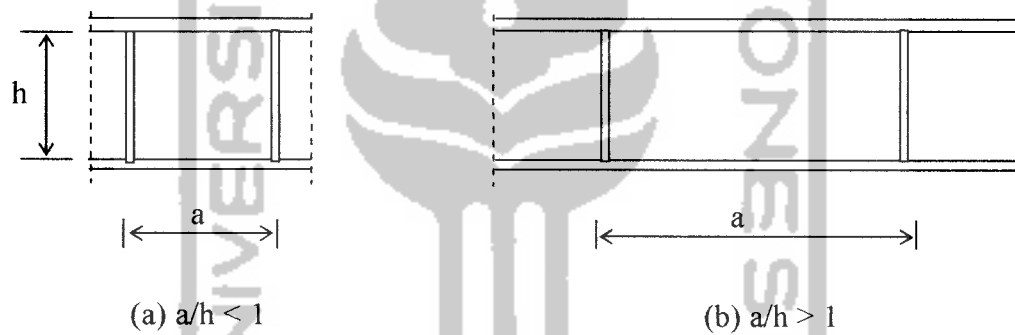
dengan $b =$ sisi pendek pelat. Koefisien tekuk pelat yang memikul geser bergantung kepada (a/h) , dinyatakan dengan Persamaan 3.15a dan 3.15b yaitu:

Nilai k pada kasus $a/h \leq 1$ (Gambar 10a) adalah

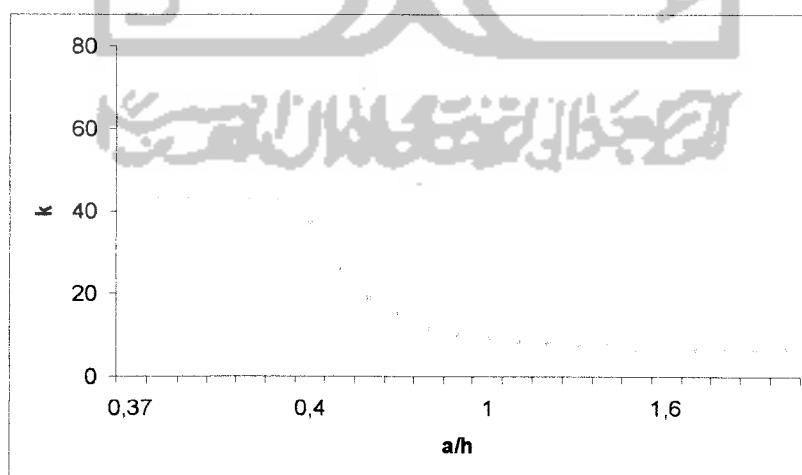
$$k = 4 + \frac{5,34}{(a/h)^2} \quad (3.15a)$$

Nilai k pada kasus $a/h \geq 1$ (Gambar 10b) adalah

$$k = \frac{4}{(a/h)^2} + 5,34 \quad (3.15b)$$



Gambar 3.10 Pelat memikul tegangan geser



Gambar 3.11 Nilai Koefisien Tekuk Dengan Variasi a/h

3.7. Rasio Kelangsingan Batas Pelat Sayap

Rasio kelangsingan pelat sayap gelagar penampang I perlu dibatasi agar tegangan sayap desak dapat mencapai tegangan leleh. Rasio kelangsingan batas pelat sayap ditentukan dengan menyamakan Persamaan (3.14) dengan tegangan leleh, sehingga persamaan menjadi:

$$\sigma_{cr} = \frac{k \cdot \pi^2 \cdot E}{12(1 - \mu^2)(b/t)^2} \geq \sigma_y \quad (3.16)$$

Masing-masing ruas Persamaan (3.16) dibagi tegangan leleh, didapat:

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{k \cdot \pi^2 \cdot E}{12(1 - \mu^2)(b/t)^2 \sigma_y} \quad (3.17)$$

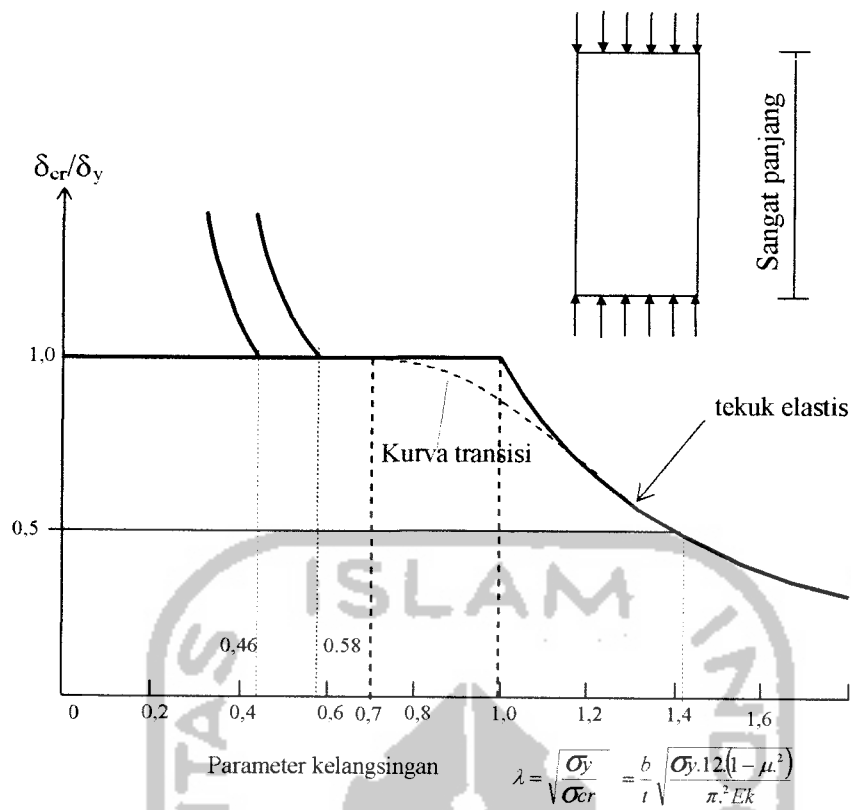
selanjutnya parameter kelangsingan dinyatakan dengan:

$$\lambda^2 = \frac{\sigma_y}{\sigma_{cr}} \quad (3.18)$$

Substitusi Persamaan (3.18) ke dalam Persamaan (3.17) didapat rasio kelangsingan batas:

$$\frac{b}{t} = \sqrt{\frac{\lambda \cdot k \cdot \pi^2 \cdot E}{12(1 - \mu^2) \sigma_y}} \quad (3.19)$$

Guna memperoleh kepastian sayap mencapai tegangan leleh digunakan parameter kelangsingan hasil penelitian, yaitu $\lambda_c = 0,7$, lihat Gambar 3.12 (Ostapenko, 1974).



Gambar 3.12 Kurva Parameter Kelangsingan Pelat Panjang

Dari grafik di atas jika disubstitusi $\lambda_c = 0,7$; $k = 0,425$ dan $E = 2 \cdot 10^5$ Mpa ke dalam Persamaan (3.19) dan menggunakan notasi pada Gambar (3.12) didapat rasio kelangsingan batas pelat sayap gelagar penampang I, yaitu:

$$\frac{b}{2t_f} = \frac{250}{\sqrt{\sigma_y \text{ (MPa)}}} = 15,8 \quad (3.20)$$

Pada gelagar pelat penampang dobel delta sayap gelagar ditumpu menerus pada kedua sisinya. Untuk gelagar pelat yang dilas disarankan menggunakan nilai $k = 1,4$.

3.8. Rasio Kelangsingan Batas Pelat Badan

Kelangsingan pelat badan dibatasi agar pelat badan mempunyai kekakuan cukup untuk mencegah sayap tekan tertekuk secara vertikal. Uraian kelangsingan batas untuk tujuan ini dikemukakan oleh (Salmon dan Johnson, 1996); Taly, 1998), didapat persamaan (3.21), yaitu:

$$\frac{h}{t_w} = \frac{9650}{\sqrt{\sigma_{yf}(\sigma_{yf} + 114)}} (\text{MPa}) = 31,98 \quad (3.21)$$

Kelangsingan pelat badan yang diberi pengaku boleh melebihi (h/t_w) yang didapat Persamaan (3.21) dan boleh digunakan hingga (h/t_w) mencapai Persamaan (3.22), yaitu

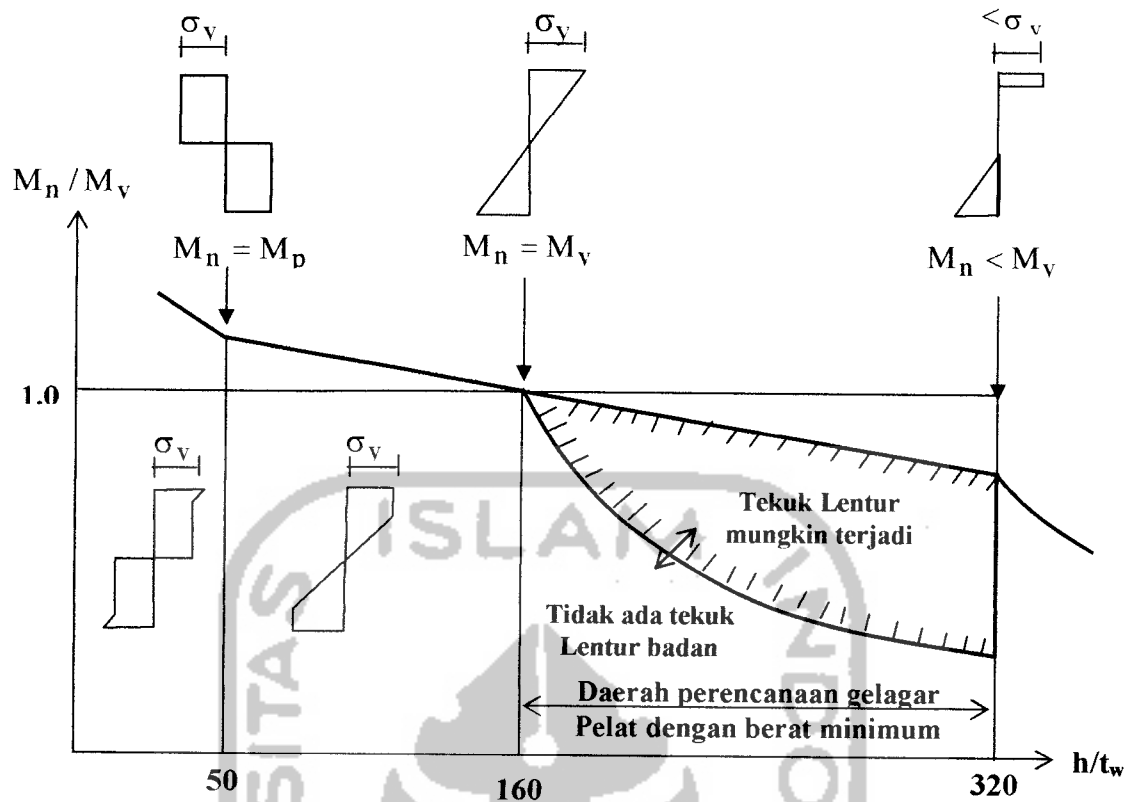
$$\frac{h}{t_w} = \frac{5250}{\sqrt{\sigma_{yf}}} (\text{MPa}) = 332,04 \quad (3.22)$$

3.9. Momen Batas Gelagar Pelat

Momen batas gelagar pelat oleh Salmon dan Johnson (1990) dinyatakan dengan persamaan:

$$M_{cr} = f \left(\frac{h}{t_w}, \frac{b}{t_f}, \frac{A_w}{A_f}, \frac{L_b}{r_y} \right) \quad (3.23)$$

dengan (h/t_w) = kelangsingan pelat badan, (b/t_f) = kelangsingan pelat sayap, (A_w/A_f) = rasio luas badan terhadap luas sayap dan (L_b/r_y) = rasio jarak bentang terhadap jari inersia minimum. Jika tekuk sayap dan tekuk puntir laeral dicegah maka momen batas gelagar pelat merupakan fungsi dari (h/t_w) dan (A_w/A_f) . Momen batas gelagar pelat penampang I fungsi (h/t_w) ditunjukkan pada Gambar (3.13). Daerah perencanaan gelagar pelat yang efisien diantara $162 < h/t < 320$



Gambar 3.13. Rasio momen batas terhadap momen leleh versus kelangsingan badan (h/t_w)

Untuk menentukan kapasitas geser gelagar pelat digunakan rasio tegangan geser kritis terhadap tegangan geser leleh (Persamaan 3.24), yaitu:

$$C_v = \frac{\tau_{cr}}{\tau_y} \quad (3.24)$$

dengan τ_y = tegangan leleh geser. Dalam keadaan badan gelagar mengalami tekuk geser elastis nilai C_v menjadi:

$$C_v = \frac{303000k}{(h/t_w)^2 \sigma_{yw}} \quad (3.25)$$

Pada keadaan badan gelagar mengalami tekuk geser tidak elastis nilai C_v adalah

$$C_v = \frac{491}{(h/t_w)^2} \sqrt{\frac{k}{F_{yw}}} \quad (3.26)$$

Badan gelagar yang diperkaku oleh sayap dan pengaku transversal mempunyai kekuatan pasca tekuk yang cukup besar. Kuat tekuk pelat badan dengan menyertakan kuat pelat pasca tekuk adalah jumlah kuat tekuk kritis V_{cr} ditambah kuat geser pasca tekuk (V_{if}), sehingga persamaan menjadi:

$$V_n = V_{cr} + V_{if} \quad (3.27)$$

Jumlah kuat tekuk kritis (V_{cr}) dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$V_{cr} = \tau_y h t C_v \quad (3.28)$$

kekuatan geser V_{if} akibat aksi medan tarik pada pelat badan menimbulkan jalur gaya tarik yang terjadi setelah badan tertekuk akibat tekanan diagonal. Keseimbangan dipertahankan dengan pemindahan tegangan pengaku vertikal. Bila beban diperbesar maka sudut tarik berubah untuk mengakomodasi daya pikul terbesar. Jumlah kuat geser dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$V_{if} = \sigma_t \frac{ht}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + (a/h)^2}} \right] \quad (3.29)$$

3.10. Momen Batas Berdasarkan Tekuk Lokal

Momen batas gelagar pelat Penampang I berdasarkan kondisi batas tekuk lokal adalah momen maksimum yang dipikul oleh gelagar pelat akibat pelat sayap atau badan gelagar tertekuk.

Momen Gelagar penampang I adalah momen batas pelat sayap ditambah momen batas pelat badan, dinyatakan dengan Persamaan:

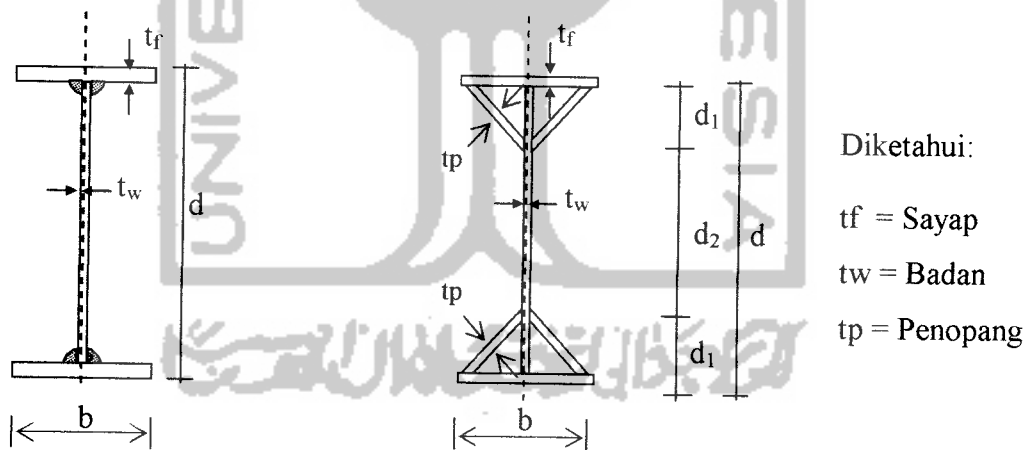
$$M_{cr} = b \cdot t_f (\sigma_{crf}) (d) + \frac{1}{6} t_w (d)^2 \sigma_{crw} \quad (3.30)$$

Momen batas gelagar pelat dobel delta berdasarkan kondisi batas tekuk lokal adalah jumlah momen batas pelat sayap, pelat badan dan ditambah pelat-pelat penopang, dihitung dengan Persamaan (3.31), yaitu:

$$M_{cr} = b \cdot t_f (d) (\sigma_{crf}) + \frac{1}{6} t_w (d)^2 \sigma_{crw} + (2) \left(\frac{b}{2} \right) (t_w) (d - b/2) \sigma_{crw} \quad (3.31)$$

Rasio momen batas gelagar dobel delta terhadap momen batas gelagar I berdasarkan kondisi batas tekuk lokal ditunjukkan pada Persamaan (3.32), yaitu:

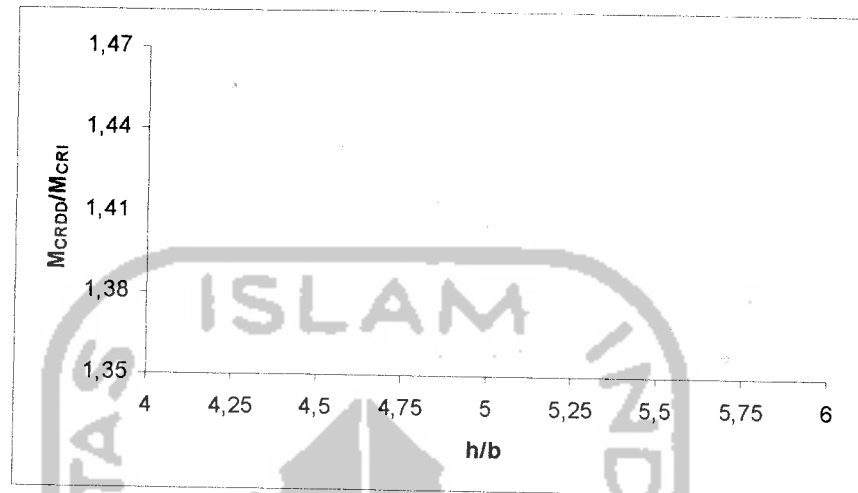
$$\frac{M_{crd}}{M_{cri}} = \frac{b \cdot t_f (d) \sigma_{crf} + \frac{1}{6} t_w (d)^2 \sigma_{crw} + (2) \left(\frac{b}{2} \right) (t_w) (d - b/2) \sigma_{crw}}{b \cdot t_f (d) \sigma_{crf} + \frac{1}{6} t_w (d)^2 \sigma_{crw}} \quad (3.32)$$



Gambar 3.14 Penampang I dan Penampang Dobel Delta

Dari Gambar 3.14 dapat kita ketahui lebih detail ada sedikit perbedaan kedua penampang. Gelagar pelat penampang dobel delta merupakan modifikasi dari penampang

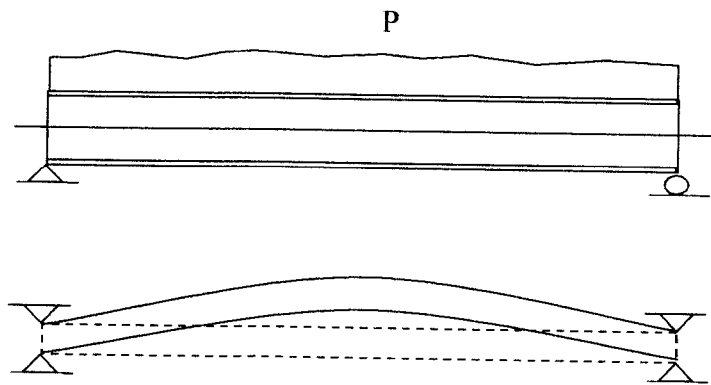
I yaitu dengan menambah penopang yang menghubungkan tepi pelat sayap dengan pelat badannya dengan membentuk sudut 45° dan memiliki tinggi $1/3$ bentang ($1/3 d$). Namun dari keduanya memiliki lebar (b) dan tinggi (d) yang sama. Hasil pengujian dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 3.15 Grafik rasio momen kritis berdasarkan tekuk lokal gelagar pelat penampang I dan Dobel Delta

3.11. Momen Batas Berdasarkan Tekuk Puntir.

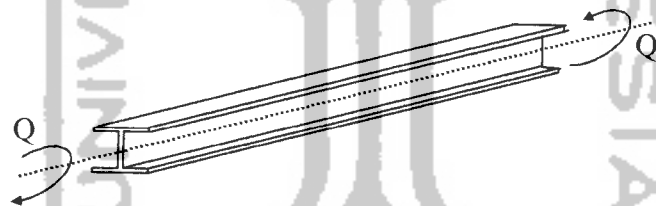
Momen batas gelagar pelat berdasarkan tekuk puntir lateral merupakan fungsi: (a) momen inersia sumbu lemah, (b) panjang bentang antar dukungna lateral (L_b), konstanta puntir (C_w), modulus geser (G), momen inersia polar (J), dinyatakan oleh *Timoshenko and Gere (1961)*, persamaan terbentuk berdasarkan gambar sebagai berikut:



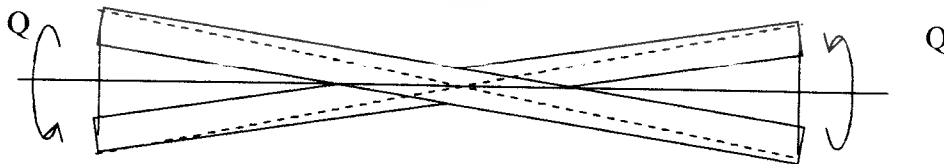
Gambar 3.16 Balok Dibebani Dengan Beban Merata

Pada Gambar (3.16) dapat diketahui bahwa sebuah balok yang diberikan beban secara merata tidak hanya mengalami tekuk lentur tapi dapat mengalami tekuk secara puntir atau yang disebut dengan tekuk punter lateral.

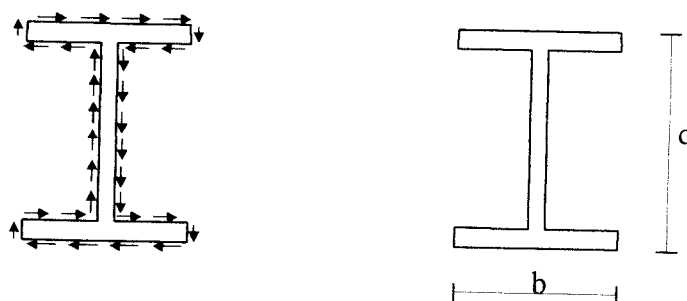
Bila balok penampang I Gambar (3.17) dipuntir dan deformasi arah aksialnya dicegah maka serat memanjang pada balok tersebut mengalami deformasi ditunjukkan pada Gambar (3.18). Puntir murni hanya menghasilkan tegangan geser yang distribusinya ditunjukkan pada Gambar (3.19).



Gambar 3.17 Balok Gelagar Pelat Puntir



Gambar 3.18 Defomasi Balok Akibat Puntir



Gambar 3.19 Distribusi Tegangan Geser Pada Puntir Murni

Untuk pelat tipis pada penampang terbuka (seperti profil I dan U) anggapan seperti cukup akurat, tegangan geser pada pelat sayap dan badan tegangan bekerja sejajar dengan tepi plat dan besarnya berbanding lurus dengan dengan jarak permukaan pelat. Deformasi puntir dapat dinyatakan dalam sudut puntir per satuan panjang yang dihubungkan dengan puntiran yang bekerja Q ,

$$\phi/L = Q/C \quad (3.33)$$

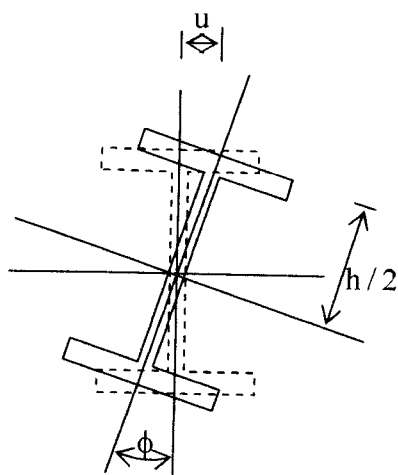
Dengan C = kekakuan puntir dapat dinyatakan sebagai hasil dari, G = modulus geser material, J = konstanta puntir penampang. Konstanta J untuk dinding tipis seperti pada penampang I dan kanal didekati dengan Persamaan

$$J = \frac{1}{3} b \cdot t^3 \quad (3.34)$$

Nilai J pada penampang yang tebalnya tidak sama dihitung dengan Persamaan

$$J = \sum \frac{1}{3} b_i \cdot t_i^3 \quad (3.35)$$

Puntiran mengakibatkan serat longitudinal yang semula lurus membentuk helices. Pada sudut puntir yang kecil dapat dianggap garis lurus miring pada sumbu rotasi. Dengan demikian serat di pusat sayap yang berjarak $h/2$ dari sumbu z menjadi miring dengan sudut miring $(\phi/L)(h/2)$ yang menghasilkan deformasi arah aksial pada sayap, bentuk deformasi seperti ini dinamakan warping dan diformasi aksial yang dihasilkan dinamakan *warping displacement*.



Gambar 3.20 Defleksi Lateral Pada Sayap

Secara umum puntir dapat diketahui dengan persamaan (3.36) sebagai berikut :

$$Q_1 = \frac{GJ\phi}{L} \quad (3.36)$$

Berdasarkan Gambar (3.20) defleksi lateral pada pelat sayap dapat dinyatakan pada persamaan sebagai berikut :

$$U_f = \phi \frac{h}{2} \quad (3.37)$$

Momen lateral pada pelat sayap (M_f) dinyatakan dengan persamaan (3.38) yaitu :

$$M_f = EI_f \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (3.38)$$

Dengan I_f merupakan momen inersia pelat sayap arah sumbu y . Bila inersia sayap disubstitusikan dengan momen lateral pada pelat sayap maka didapatkan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$M_f = EI_f \frac{h}{2} \frac{d^2 \phi}{dz^2} \quad (3.39)$$

Gaya geser untuk lebar sayap (V_f) dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :

$$V_f = \frac{dM_f}{dz} \quad (3.40)$$

Bila tegangan geser disubstitusikan dengan momen pada sayap maka didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$V_f = -EI_f \frac{h}{2} \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (3.41)$$

karena nilai gaya geser sama dengan nilai puntir maka gaya puntir dinyatakan dengan persamaan :

$$Q_2 = -EI_f \frac{h^2}{2} \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (3.42)$$

Bila persamaan (3.36) dan persamaan (3.42) dikombinasikan maka didapat persamaan sebagai berikut :

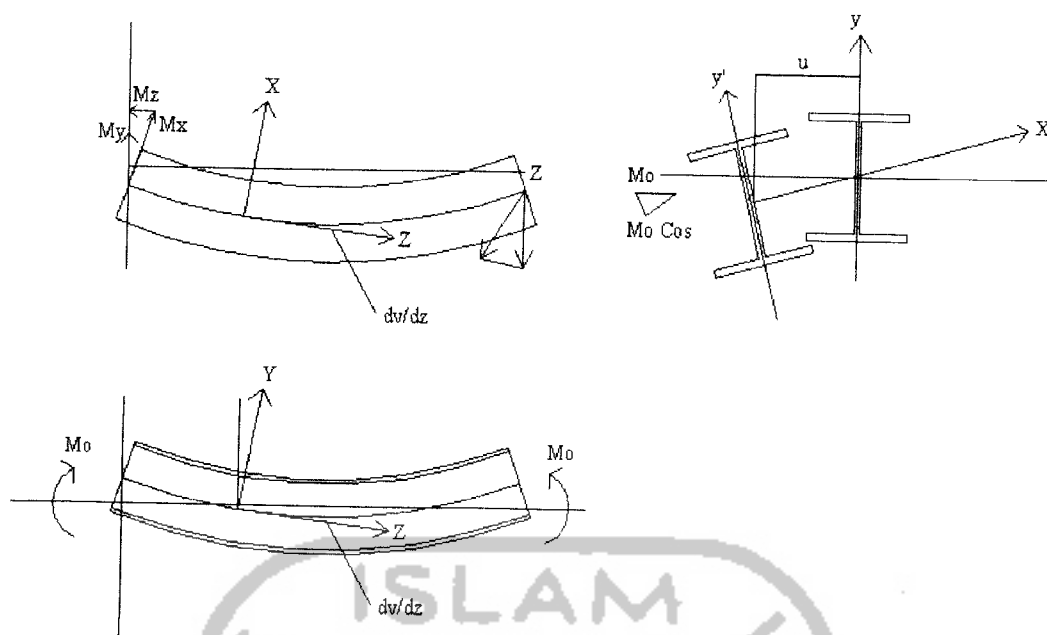
$$Q = GJ \frac{d\phi}{dz} - EI_f \frac{h^2}{2} \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (3.43)$$

Bila I_f diasumsikan $I_y/2$ dan memasukan nilai koefisien warping maka,

$$Q = GJ \frac{d\phi}{dz} - EI_w \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (3.44)$$

Dimana koefisien warping dinyatakan dengan persamaan :

$$I_w \approx \frac{I_y}{2} \frac{h^2}{2} = I_y \frac{h^2}{4} \quad (3.45)$$



Gambar 3.21 Gambar Balok Tertekuk Akibat Puntir Lateral

Dengan mengacu Gambar 3.21 yang memperlihatkan balok dalam suatu posisi tertekuk, terlihat bahwa momen yang bekerja M_o pada bidang yz akan meningkatkan komponen momen M_x , M_y dan M_z , masing-masing menurut sumbu x' -, y' -, dan z' -. ini berate akan terdapat kurvatur lentur baik pada bidang $x'z'$ maupun $y'z'$ serta kurvatur puntir menurut sumbu z' . dengan asumsi deformasi kecil, lentur pada bidang $y'z'$ (dengan memperhitungkan kosinus arahnya adalah 1 antara sumbu-sumbu y' - dan y -, dan z' - dan z) dapat ditulis:

$$EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} = M_{x'} \quad (3.46)$$

dimana v adalh displacement sentroid pada arah y (lihat Gambar 3.21). Demikian pula, kurvatur pada bidang $x'z'$ adalah

$$EI_x \frac{d^2 u}{dz^2} = M_{y'} \quad (3.47)$$

seperti terlihat pada gambar 3.21, dimana u merupakan pergeseran sentroid pada arah x . yang menentukan persamaan untuk torsi adalah:

$$GJ \frac{d\phi}{dz} = M_{\xi} \quad (3.48)$$

dimana M_{ξ} = merupakan komponen momen puntir pada sumbu kuat (sumbu x).

Gambar 3.21 menunjukkan hubungan aplikasi momen M_{ξ} yang mana terletak pada bidang yz dan komponen $\xi\eta\zeta$ itu mengacu pada sumbu x . Penetapan η dan ξ dalam persamaan M ditunjukkan dalam Gambar 3.21. Persamaan 3.46 dan 3.47 dapat ditulis kembali menjadi persamaan lain yaitu:

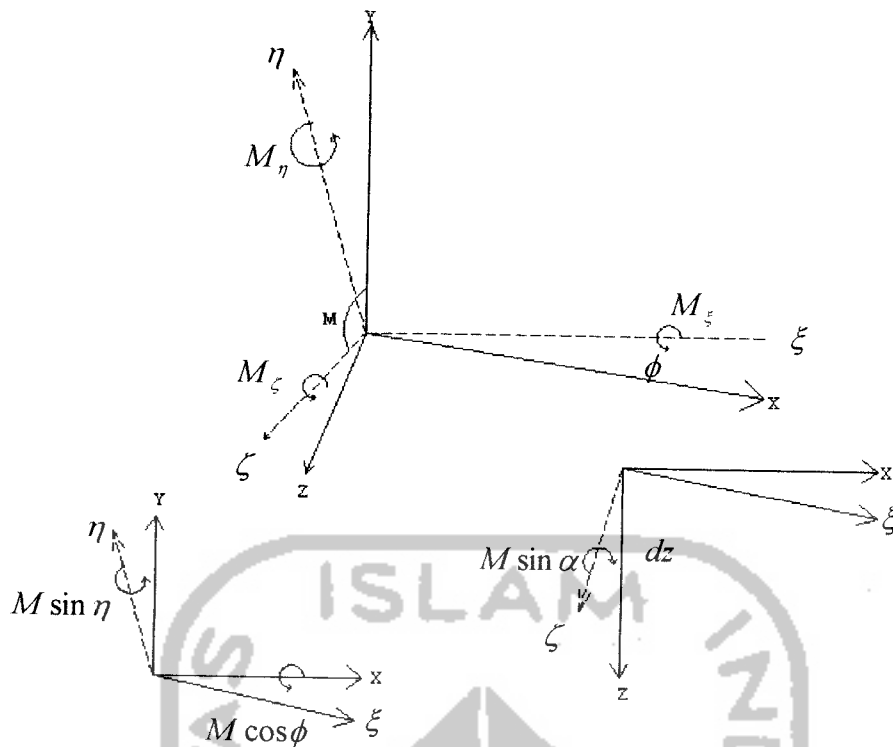
$$EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} = M \cdot \cos \phi \quad (3.49)$$

$$EI_x \frac{d^2 u}{dz^2} = M \cdot \sin \phi \quad (3.50)$$

dimana, selama ϕ kecil, maka $\sin \phi \approx \phi$ dan $\cos \phi \approx 1$, persamaannya menjadi:

$$EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} = M \quad (3.51)$$

$$EI_x \frac{d^2 u}{dz^2} = M \cdot \phi \quad (3.52)$$



Gambar 3.22 Komponen Momen Puntir

Jumlah M_ξ mungkin berlaku nilai 0 yang dapat dilihat pada Gambar 3.22 yang dapat disamakan dengan persamaan $M \sin \alpha$. Menyamakan $\sin \alpha$ dengan $-du/dz$ dapat ditunjukkan pada persamaan 3.52 terhadap persamaan 3.48 yaitu:

$$GJ \frac{d\phi}{dz} = M \frac{du}{dz} \quad (3.53)$$

Persamaan 3.48 – 3.53 merupakan system yang menggambarkan respon dari balok terhadap pembebanan M . Dengan mengkombinasi persamaan 3.53 dengan menstutitusikan d^2u/dz^2 dapat ditunjukkan pada persamaan 3.54 sebagai berikut:

$$\frac{d^2\phi}{dz^2} = \frac{M^2}{EI_y GJ} \phi = 0 \quad (3.54)$$

Dari semua persamaan tersebut, dapat diambil kesimpulan bahwa momen kritis atau momen nominal dapat ditunjukkan dengan persamaan sebagai berikut:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{E \cdot I_y \cdot GJ} \quad (3.55)$$

Pada persamaan 3.53 menunjukkan pula bahwa $M_{cr} = M$ yang telah disebutkan pada persamaan sebelumnya. Persamaan 3.45 perlu dirubah dengan memasukkan efek warping menjadi:

$$GJ \frac{d\phi}{dz} - EI_w \frac{d^3\phi}{dz^3} = M\zeta \quad (3.56)$$

dengan menstutitusikan $M\zeta$ ke persamaan 3.56 menjadi:

$$EI_w \frac{d^4\phi}{dz^4} - GJ \frac{d^2\phi}{dz^2} + \frac{M^2}{EI_y} \phi = 0 \quad (3.57)$$

dan persamaan M_{cr} ditetapkan menjadi:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{E \cdot I_y \cdot GJ} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GJ} \right)} \quad (3.58)$$

dengan v = perpindahan adalah arah y . Atau lebih ringkasnya persamaan menjadi:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L_b} \sqrt{\left(\frac{\pi E}{L_b} \right)^2 C_w I_y + EI_y GJ} \quad (3.59)$$

dimana C_w = konstanta puntir, L_b = panjang bentang antar dukungan lateral, I_y = momen inersia minimum, J = konstanta puntir. Persamaan (3.59) dapat digunakan untuk menghitung momen batas gelagar penampang I dan penampang dubel delta.

Agar persamaan 3.59 dapat diselesaikan, dibutuhkan nilai-nilai yang terkandung didalamnya yaitu C_w , J , I_y dan G .

Nilai modulus geser (G) untuk gelagar penampang I dan dobel delta dapat dihitung dengan persamaan:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (3.60)$$

dimana nilai: μ = nilai poisson ratio (0.3)

E = modulus elastisitas bahan ($2,1 \times 10^5$)

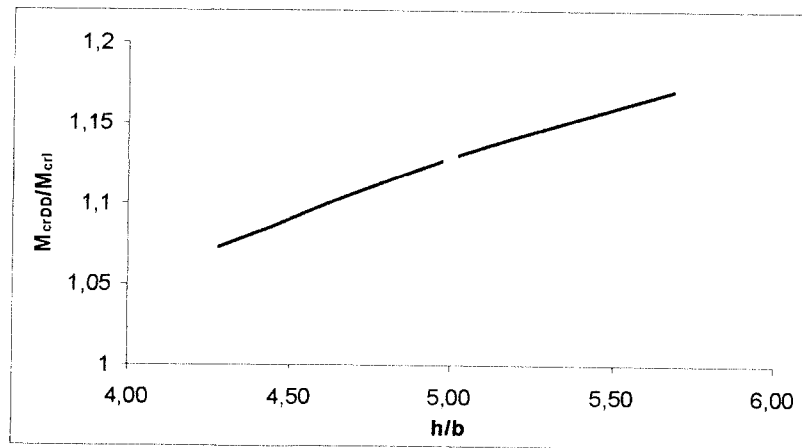
Rasio momen batas gelagar pelat penampang dobel delta terhadap penampang I dinyatakan dengan Persamaan (3.61)

$$\frac{M_{crd}}{M_{cri}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 C_{wd} I_{yd} + EI_{yd} GJ_d}}{\sqrt{\left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 C_{wi} I_{yi} + EI_{yi} GJ_i}} \quad (3.61)$$

Jika diambil nilai $h = 5 b$ dan $t_f = 1,5 t_w$ maka momen batas yang didapat berdasarkan tekuk puntir penampang dobel delta terhadap penampang I adalah :

$$\frac{M_{crd}}{M_{cri}} = 1.13 \quad (3.62)$$

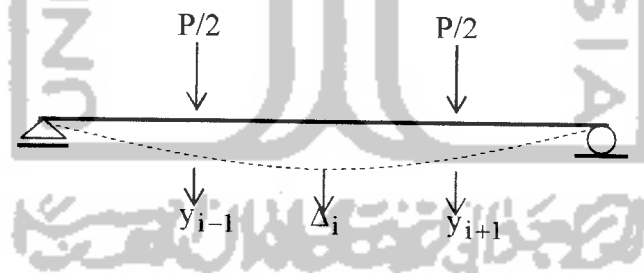
Apabila dengan tinggi terhadap lebar yang bervariasi yaitu saudara Widhid dengan rasio tinggi terhadap lebar = 4, Saudara Sindhu = 5, dan Saudara Fajar = 5,7 maka didapatkan grafik rasio momen lentur terhadap rasio tinggi dan lebar penampang pelat I dan penampang Dobel Delta adalah sebagai berikut yaitu :



Gambar 3.23 Grafik Rasio Momen Kritis Berdasarkan Tekuk Puntir Gelagar Pelat Penampang I dan Dobel Delta

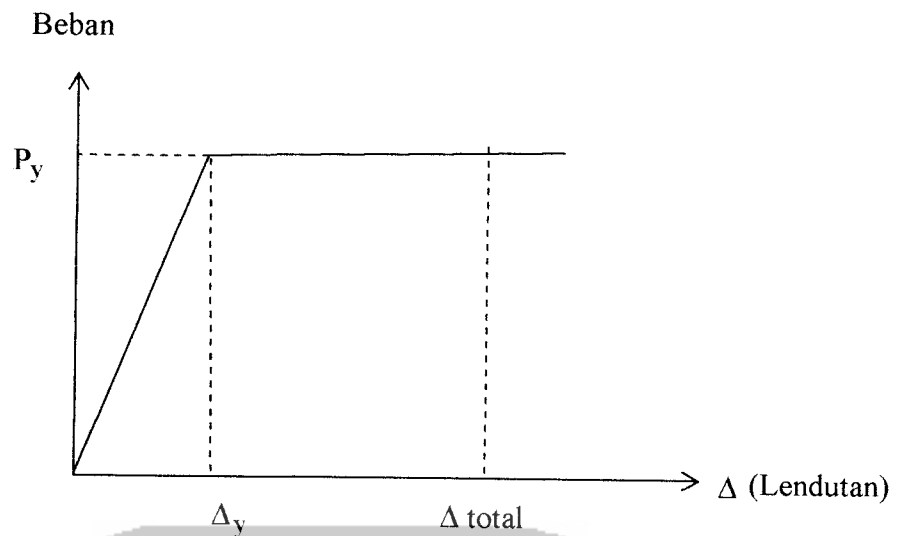
3.12. Karakteristik Gelagar Pelat

Beban transversal P pada gelagar pelat Gambar 3.24 meimbulkan momen dan gaya geser, lendutan dan pelenturan. Karakteristik gelagar pelat dapat diketahui dari kurva beban-lendutan ($P - \Delta$ hasil) dan kurva momen-kelengkungan ($M - \phi$) hasil eksperimen.



Gambar 3.24 Gelagar Pelat Dengan Beban Terpusat P

Jika beban P dikerjakan bertahap hingga balok runtuh dan pada setiap tahap pembenanan lendutan maksimumnya diukur dan didapat kurva beban-lendutannya. Contoh kurva beban lendutan ditunjukkan pada Gambar 3.25.



Gambar 3.25. Contoh kurva beban-deformasi

Kekakuan gelagar yang masih elastis dihitung dengan Persamaan:

$$k = \frac{P_y}{\Delta_y} \quad (3.63)$$

Kelengkungan balok dapat ditentukan berdasarkan metode *Central diefference* dengan bantuan lendutan di tiga penampang yang berurutan yang jaraknya sama.

Mengamati Gambar (3.23) dapat diperoleh $\frac{dy}{dx}$ didekati dengan Persamaan (3.64), yaitu

:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x} \quad (3.64)$$

Turunan dari persamaan (3.64) ditunjukkan pada persamaan sebagai berikut :

$$\varphi = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta x) \frac{d}{dx} (y_{i+1} - y_{i-1}) - (y_i + y_{i-1}) \frac{d}{dx} (2\Delta x)}{(2\Delta x)^2} \quad (3.65)$$

Jika $(2\Delta x)$ adalah konstanta, maka :

$$\frac{d}{dx}(2\Delta x) = 0 \quad (3.66)$$

Substitusi persamaan (3.66) terhadap persamaan (3.65) maka diperoleh persamaan sebagai berikut yaitu:

$$\varphi = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta x) \frac{d}{dx}(y_{i+1} - y_{i-1})}{(2\Delta x)^2} \quad (3.67)$$

$$\varphi = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+2} - 2y_i + y_{i-2}}{(2\Delta x)^2} \quad (3.68)$$

Persamaan merupakan pendekatan kelengkungan, dimana kelengkungan ($d_2 \frac{y}{dx}$) pada suatu titik dapat diukur dengan lendutan yang terjadi pada tiga titik yang berurutan ($y_{i-1}; y_i; y_{i+1}$) yang masing-masing berjarak sama (Δx) maka :

Momen yang bekerja pada balok mengakibatkan balok melengkung, dalam keadaan gelagar masih elastis hubungan- momen kelengkungan dan faktor kekakuan (EI) menurut (*Timoshenko dan Gere, 1961*) adalah

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (3.69)$$

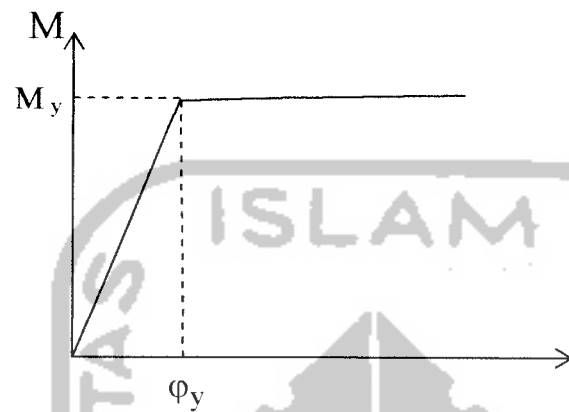
Mengacu pada Gambar 3.25 didapatkan momen :

$$M = \frac{1}{6} PL \quad (3.70)$$

Kelengkungan hasil eksperimen dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut yaitu :

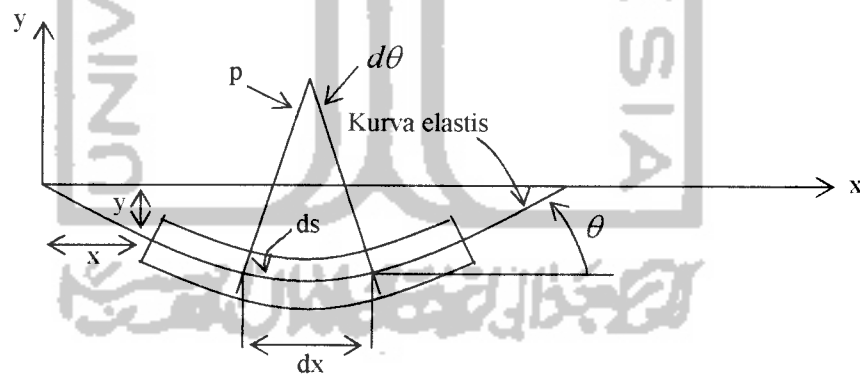
$$\phi = \frac{\varepsilon}{h/2} \quad (3.71)$$

Dimana ε = regangan dan h = tinggi pelat badan. Sehingga dengan menggunakan persamaan diatas didapatkan kurva momen-kelengkungan sebagai berikut:



Gambar 3.26 Kurva momen-kelengkungan

3.13 Lendutan Gelagar Pelat



Gambar 3.27 Kurva Elastis

Gambar 3.27 menyatakan bahwa permukaan netral balok yang melendut atau disebut dengan kurva elastis balok dimana ditetapkan bahwa lendutan tegak y dari setiap

titik dengan terminologi koordinat x . Bila ditinjau variasi θ dalam satuan panjang diferensial ds yang disebabkan lenturan balok maka:

$$ds = p d\theta \quad (3.72)$$

Dimana p adalah jari-jari kurva sepanjang ds , karena kurva elastis datar maka didekatkan dengan dx , yaitu:

$$\frac{1}{p} = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (3.73)$$

Dengan mengambil rumus lentur, maka akan diperoleh hubungan:

$$\frac{1}{p} = \frac{M}{EI} \quad (3.74)$$

Dengan p didekati dengan persamaan :

$$\rho = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} \quad (3.75)$$

Persamaan (3.75) disubstitusikan dengan persamaan (3.74) maka akan didapatkan persamaan :

$$\frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}} = \frac{M}{EI} \quad (3.76)$$

Karena nilai dy/dx sangat kecil, maka dapat dianggap diabaikan, maka :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (3.77)$$

Bila Persamaan (3.77) diintegrasikan dengan EI konstan maka :

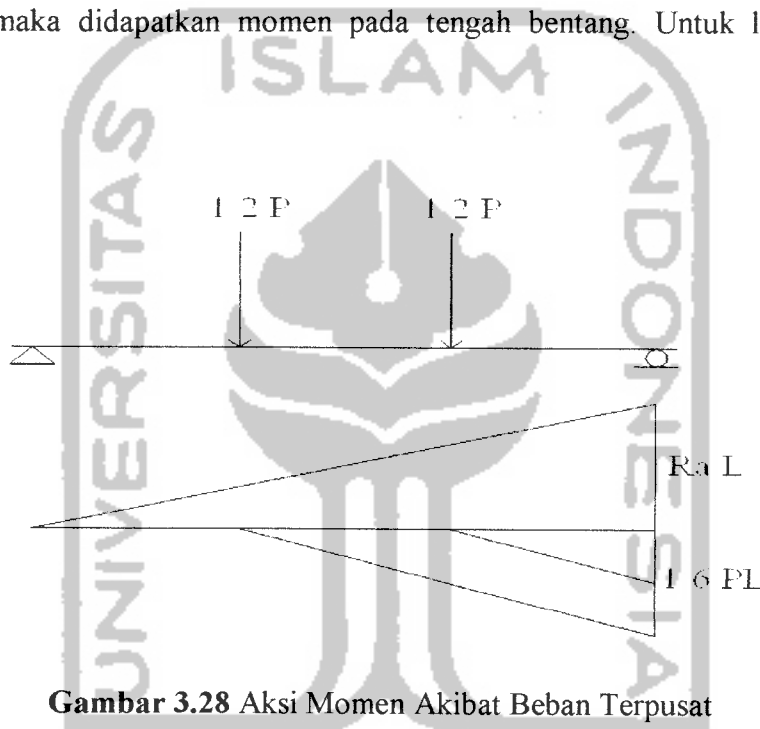
$$EI \frac{dy}{dx} = \int M dx + C_1 \quad (3.78)$$

Bila persamaan (3.78) diintegrasikan maka :

$$EI \frac{dy}{dx} = \int M dx dx + C_1 x + C_2 \quad (3.79)$$

Bila sebuah balok diberikan pembebanan pada $\frac{1}{3}$ bentang dengan beban statik sebesar $\frac{1}{2}P$, maka didapatkan momen pada tengah bentang. Untuk lebih jelas lihat

Gambar 3.28.



Gambar 3.28 Aksi Momen Akibat Beban Terpusat

Berdasarkan Gambar (3.28) didapatkan penurunan lendutan berdasarkan metode luas bidang momen yaitu :

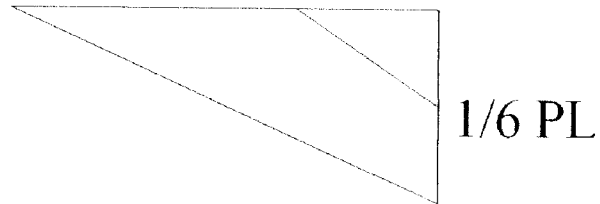
$$\Delta t = \left(\frac{P}{2} \frac{L^2}{2}\right)\left(\frac{L}{3}\right) - \left(\frac{P}{2} \frac{4L^2}{18}\right)\left(\frac{2L}{9}\right) - \left(\frac{P}{2} \frac{L^2}{18}\right)\left(\frac{L}{9}\right) \quad (3.80)$$

Bila persamaan (3.80) disederhanakan maka :

$$\Delta t = \left(\frac{PL^3}{12}\right) - \left(\frac{8PL^3}{324}\right) - \left(\frac{PL^3}{324}\right) \quad (3.81)$$

Bila persamaan (3.81) disederhanakan dan diambil jarak setengah bentang maka :

$$\Delta t = \left(\frac{18PL^3}{648} \right) \quad (3.82)$$



Lendutan pada setengah bentang dapat diturunkan dengan persamaan :

$$\Delta t = \left(\frac{PL^3}{96} \right) - \left(\frac{PL^3}{2592} \right) \quad (3.83)$$

Bila persamaan (3.83) disederhanakan maka :

$$\Delta t = \left(\frac{26PL^3}{2592} \right) \quad (3.84)$$

Bila persamaan (3.82) dikurangi dengan persamaan (3.84) maka didapatkan lendutan maksimum yaitu :

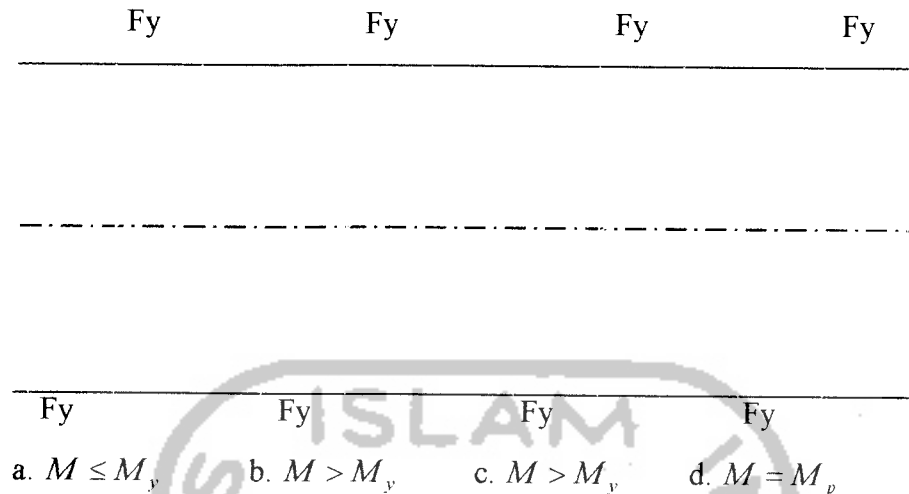
$$\Delta_{AB} = \frac{23PL^3}{1296EI} \quad (3.85)$$

3.14 Desain Plastis Gelagar Pelat

Metode desain plastis memafaatkan kekuatan cadangan balok baja yang ada setelah tegangan leleh tercapai hingga pada saat akan mencapai *strain hardening*. Selang waktu hingga mencapai *strain hardening* secara teoritis memungkinkan elemen struktur baja menahan tegangan tambahan, akan tetapi deformasi dan regangannya sudah sedemikian besarnya sehingga struktur tersebut sudah tidak stabil. Sehingga asumsi yang

digunakan pada desain plastis adalah regangannya belum mencapai *strain hardening*.

adapun 4 kondisi distribusi momen lentur, yaitu:



Gambar 3.29 Distribusi Momen Lentur

Pada gambar 3.29 (a) adalah merupakan bentuk umum distribusi momen lentur dan dibatasi hingga tegangan lentur maksimum mencapai F_y . Artinya, serat terluar pada balok baja telah mencapai F_y sedangkan bagian yang lain masih ada yang mengalami tegangan $< F_y$. Momen tahanan balok pada kondisi ini dapat dicari:

$$M_y = F_y \cdot x S_x \quad (3.86)$$

Dimana M_y = Momen leleh (N.mm)

F_y = Tegangan leleh (N/mm^2)

S_x = Modulus penampang elastis (mm^3)

Apabila momen diperbesar lagi, maka serat terluar yang telah mencapai tegangan leleh dahulu, akan terus mengalami tegangan leleh dan pada saat yang sama mengalami pembesaran regangan. Akan tetapi regangan tersebut tidak sebanding dengan tegangan yang dialami, jadi momen tahanan tambahan yang diperlukan diperoleh dari



serat-serat yang mendekati sumbu netral, seperti terlihat pada gambar 3.28 (b). Proses ini dapat diteruskan dengan semakin banyak bagian penampang tersebut yang mengalami tegangan leleh seperti terlihat pada gambar 3.28 (c). hingga akhirnya dicapai distribusi tegangan segiempat plastis seperti pada gambar 3.28 (d). Pada bagian akhir ini, digambarkan bahwa regangan yang terjadi begitu besar dan hingga semua bagian penampang telah mencapai leleh. Momen yang terjadi pada bagian ini disebut Momen Plastis. Momen plastis dapat dihitung dengan persamaan:

$$M_p = F_y x Z \quad (3.87)$$

Yaitu M_p = Momen plastis (N.mm)

Z = Modulus penampang plastis (mm³)

F_y = Tegangan leleh (N/mm²)

3.15 Hipotesa

Teori yang memperkuat kebenarannya bahwa penambahan pelat penopang pada gelagar pelat I dapat meningkatkan momen inersia gelagar I dan menjadikan pelat sayap lebih kaku. Sehingga nilai koefisien tekuk pelat badan maupun sayap gelagar dobel delta lebih besar dibandingkan gelagar I. Nilai koefisien tekuk pelat yang semakin meningkat akan mengakibatkan nilai tegangan kritis (F_{cr}) dan momen kritis (M_{cr}) yang semakin besar pula. Dapat disimpulkan bahwa dengan memodifikasi gelagar I menjadi gelagar dobel delta dapat meningkatkan kekuatan.

Teori yang tercantum dalam tinjauan pustaka dan landasan teori, diambil hipotesa dimana gelagar pelat memiliki $h = 5 b$ dan $t_f = 1,5 t_w$, memiliki :

- Rasio inersia sumbu lemah dan rasio inersia sumbu kuat penampang I dan Penampang Dobel Delta yaitu

$$\frac{I_{Dx}}{I_{Ix}} \approx 1,34 \quad \text{dan} \quad \frac{I_{Dy}}{I_{Iy}} \approx 1,66 \quad (3.88)$$

- Rasio momen batas berdasarkan tekuk lokal penampang I dan penampang Dobel Delta yaitu:

$$\frac{M_{crd}}{M_{cri}} \approx 1,4 \quad (3.89)$$

- Rasio momen batas berdasarkan tekuk puntir penampang I dan penampang Dobel Delta yaitu:

$$\frac{M_{crd}}{M_{cri}} \approx 1,13 \quad (3.90)$$

