BAB III

LANDASAN TEORI

3.1 Statistika Deskriptif

Metode statistik adalah prosedur-prosedur yang digunakan dalam pengumpulan, penyajian, analisis dan penafsiran data. Kemudian metode tersebut dibagi menjadi dua, yaitu statistika deskriptif dan statistik inferensial (Walpole dkk, 1995).

Statistika deskriptif adalah metode-metode yang berkaitan dengan pengumpulan dan penyajian suatu gugus data sehingga memberikan informasi yang berguna (Walpole dkk, 1995). Statistik deskriptif adalah statistik yang berfungsi untuk mendiskripsikan atau memberi gambaran terhadap obyek yang diteliti melalui data sampel atau populasi sebagaimana adanya, tanpa melakukan analisis dan membuat kesimpulan yang berlaku untuk umum (Sugiyono, 2007).

3.2 Regresi Logistik Biner

Regresi logistik biner adalah suatu metode analisis data yang digunakan untuk mencari hubungan antara variabel respon yang bersifat biner dengan variabel prediktor (Hosmer dan Lemeshow, 2000). Variabel respon y terdiri dari 2 kategori yaitu sukses dan gagal yang dinotasikan dengan y=1 (sukses) dan y=0 (gagal). Dalam keadaan demikian, variabel y mengikuti distribusi Bernoulli untuk setiap observasi tunggal. Fungsi Probabilitas untuk setiap observasi adalah diberikan sebagai berikut.

$$f\ (y\ ) = \pi^{y}(1-\pi)^{1-y}\ ; \qquad y = 0, 1 \qquad (3.1)$$

Suatu fungsi π(x) dicari dengan menggunakan transformasi logit yaitu g(x) dinyatakan sebagai berikut:

$$\pi(x) = \frac{e^{(\beta_0+\beta_1 X_1+\cdots+\beta_p X_p)}}{1+ e^{(\beta_0+\beta_1 X_1+\cdots+\beta_p X_p)}} \qquad (3.2)$$

Dimana :

$\pi(x)$: probabilitas kejadian sukses

p : banyaknya variable prediktor

$X_{1....}$: Variabel independer titatif atau kualitatif

β_0 : Konstanta

$\beta_{1....}\ \beta_p$: Parameter koefisien regresi

Model transformasi logit dari $\pi(x)$ dari persamaan diatas dapat dituliskan sebagai berikut :

$$g(x) = \log\left(\frac{\pi(x)}{1-\pi(x)}\right) \qquad (3.3)$$

$$= \beta_0 + \beta_1 X_1 + \cdots + \beta_p X_p$$

$g(x)$: transformasi logit dari $\pi(x)$

3.2.1 Pengujian Parameter dan *Maximum Likelihood* untuk Regresi Logistik

Estimasi parameter dalam regresi logistik dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood*. Metode tersebut mengestimasi parameter β dengan cara memaksimumkan fungsi *likelihood* dan mensyaratkan bahwa data harus mengikuti suatu distribusi tertentu. Pada regresi logistik, setiap pengamatan mengikuti distribusi bernoulli sehingga dapat ditentukan fungsi likelihoodnya.

Misalkan suatu sampel terdiri dari n percobaan yang saling bebas, dengan yi adalah variabel respon dari observasi ke-i (i = 1, 2, …, n) berdistribusi binomial dengan probabilitas sukses $\pi(yj)$ dan probabilitas gagal $1 - \pi(yj)$, serta xi merupakan variabel terikat pada pengamatan ke-I (i=1,2,…,n) maka fungsi probabilitas untuk setiap pasangan adalah sebagai berikut.

$$f(x_1) = \pi(x_1)^{yi}(1 - \pi(x_1))^{1-yi} \qquad (3.4)$$

Dimana (yi) = 0, 1

dengan,

$$\pi(x_i) = \frac{e^{\beta_0 + (\sum_{j=1}^{p} \beta_j x_j)}}{1 + e^{(\sum_{j=0}^{p} \beta_j x_j)}} \qquad (3.5)$$

Dimana, ketika j=0, maka nilai x_j = 1

Setiap pasangan pengamatan diasumsikan independen, sehingga fungsi likelihoodnya merupakan gabungan dari fungsi distribusi masing-masing pasangan yaitu sebagai berikut:

$$l(\beta) = \prod_i^n f(x_i) = \prod_i^n \pi(x_i)^{yi}(1-\pi(x_i))^{1-yi} \quad (3.6)$$

Fungsi likelihood tersebut lebih mudah dimaksimumkan dalam bentuk log $l(\beta)$ dan dinyatakan dengan $L(\beta)$.

$$L(\beta) = l(\beta)$$
$$= \sum_{i=1}^n \{y_i \, ln[\pi(xi)] + (1-y_i)\, ln[1-\pi(x_i)]\}$$
$$= \sum_{i=1}^n \left(\sum_{i=1}^n y_i x_{ij}\right)\beta_j - \sum_{i=1}^n ln\left(1 + e^{\left(\sum_{j=0}^p \beta_j x_j\right)}\right) \quad (3.7)$$

Nilai β maksimum didapatkan melalui turunan $L(\beta)$ terhadap β dan hasilnya adalah sama dengan nol.

$$\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_j} = \sum_{i=1}^n x_{ij} - \sum_{i=1}^n x_{ij}\left(\frac{e^{\sum_{j=0}^p \beta_j x_j}}{1+e^{\sum_{j=0}^p \beta_j x_j}}\right)$$
$$= \sum_{i=1}^n y_i x_{ij} - \sum_{i=1}^n x_{ij}\,\hat{\pi}(x_i) = 0 \quad (3.8)$$

dengan $j = 0,1\ldots p$

Estimasi varians dan kovarians dikembangkan melalui teori MLE (*Maximum Likelihood Estimation*) dari koefisien parameternya (Rao, 1973 dalam Hosmer dan Lemeshow, 1989). Teori tersebut menyatakan bahwa estimasi varians kovarians .didapatkan melalui turunan kedua $L(\beta)$.

$$\frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial L(\beta)_j \beta_u} = \sum_{i=1}^n x_{ij} x_{iu}\, \pi(x_i)(1-\pi(x_i)) \quad (3.9)$$

dengan $j,u = 0,1,\ldots.,p$

Matriks varians kovarians berdasarkan estimasi parameter diperoleh melalui invers matriks dan diberikan sebagai berikut:

$\hat{C}ov\,(\hat{\beta}) = \{x^T Diag\,[\hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i))]x\}^{-1}$ dan x^T diberikan oleh

$$x^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{nk} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ x_{1k} & x_{21} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$$

Diag $[\hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i))]$ merupakan diagonal (n x n) dengan diagonal utamanya adalah $[\hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i))]$. Penaksir SE $(\hat{\beta})$ diberikan oleh akar kuadrat diagonal utama. Untuk mendapatkan nilai taksiran β dari turunan fungsi $L(\beta)$ yang non linear maka digunakan metode literasi Newton Raphson. Persamaan yang digunakan adalah

$$\beta^{(t+1)} = \beta^{(t)} - (H^t)^{-1} q^{(t)} \qquad (3.10)$$

dimana t = 1,2… sampai konvergen

dengan, $q^T = \left(\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_0}\right), \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_1}, \ldots, \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_k}$

dan H merupakan matriks *Hessian*. Elemen – elemennya adalah $h_{ju} = \frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial \beta_j \, \partial \beta_u}$, $j = 1,2, \ldots, n$, dan $u = 1,2, \ldots, n$; $(H^t)^{-1} = \frac{1}{|h|} adj\ (H)$ sehingga

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1k} \\ h_{21} & h_{22} & & h_{2k} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ h_{k1} & h_{k2} & & h_{kk} \end{bmatrix} \qquad (3.11)$$

dimana k merupakan banyaknya iterasi dan ju merupakan variabel prediktor. Matriks Hessian merupakan matriks simetris (*upper diagonal*=*lower diagonal*) atau dapat dikatakan matriks yang transposenya sama dengan dirinya sendiri. Dari persamaan tersebut, diperoleh :

$$\beta^{(t+1)} = \beta^{(t)} + \left\{x^T Diag\left[\pi(x_i)^{(t)}(1 - \pi(x_i)^{(t)})\right]x\right\}^{-1} x^T\ (y - m^{(t)}) \qquad (3.12)$$

Dengan $m^{(t)} = \pi(x_i)^{(t)}$. Langkah – langkah iterasi *Newton Raphson* seperti berikut

a. Menentukan nilai dugaan awal $\beta^{(0)}$ kemudian dengan menggunakan persamaan (3.11) maka didapatkan
b. Dari $\pi(x_i)^{(0)}$ pada langkah a, diperoleh matriks Hessian $H^{(0)}$ dan vector $q^{(0)}$.
c. Proses selanjutnya untuk t > 0 digunakan persamaan (3.11) dan (3.12) hingga $\pi(x_i)^{(t)}$ dan $\beta^{(t)}$ konvergen.

3.3. Pengujian Parameter

3.3.1. Uji *Likelihood*

Uji rasio *Likelihood* digunakan untuk menguji kelayakan model yang diperoleh dari estimasi parameter yang bertujuan untuk mengetahui apakah variabel independen yang terdapat dalam model berpengaruh nyata atau tidak secara keseluruhan (Hosmer and Lemeshow, 2000). Uji ini membandingkan model lengkap (model dengan variabel prediktor) terhadap model yang hanya dengan konstanta (model tanpa variabel prediktor) untuk melihat apakah model yang hanya dengan konstanta secara signifikan lebih baik dari model lengkap dengan rumus sebagai berikut.

$$G^2 = -2ln\frac{L_1}{L_0} \tag{3.13}$$

$$G^2 = -2ln\left(\frac{\left(\frac{n_1}{n}\right)n_1\left(\frac{n_0}{n}\right)n_0}{\prod_{i=1}^{n}\pi_1{}^{y_i}\,(1-\pi_1)^{(1-y_i)}}\right) \tag{3.14}$$

dengan :

n_1 : banyaknya observasi berkategori 1

n_0 : banyaknya observasi berkategori 0

n : banyaknya observasi $(n_1 + n_0)$

L_1 : Likelihood tanpa variabel bebas

L_0 : Likelihood dengan variabel bebas

Hipotesa

H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \ldots = \beta_p = 0$ (Secara simultan variabel bebas tidak berpengaruh terhadap variabel terikat).

H_1 : Minimal ada 1 $\beta_j \neq 0$, j = 1,2,…p (minimal ada satu variabel bebas yang berpengaruh secara simultan terhadap variabel terikat)

Kriteria ini mengambil makna taraf nyata α maka H_0 ditolak jika $G^2 > X^2{}_{(\alpha,db)}$ dimana db adalah banyaknya variabel prediktor .

3.3.2 Uji *Wald*

Uji *Wald* digunakan untuk mengetahui variabel-variabel bebas mana yang mempunyai hubungan lebih kuat dengan variabel respon nya (Hosmer and Lemeshow, 2000). Statistik uji *Wald* dihitung dengan membagi parameter yang ditaksir oleh galat baku dari parameter yang ditaksir.

$$W_j = \left\{\frac{\hat{\beta}_j}{se\,(\hat{\beta}_j)}\right\}^2 \tag{3.15}$$

dimana :

$\hat{\beta}_j$: nilai dugaan untuk parameter $\hat{\beta}_j$

SE : dugaan galat baku untuk koefisien $\hat{\beta}_j$

Hipotesa

H_0 : β_j= 0, dengan j = 1,2,…,p

H_1 : β_j ≠0, dengan j = 1,2,…p

Kriteria ini mengambil taraf nyata α maka H_0 ditolak jika $|W_j| > X^2_{(\alpha,1)}$

3.3.3 *Odds Ratio*

Odds adalah cara penyajian probabilitas, yang menjelaskan probabilitas bahwa kejadian tersebut akan terjadi dibagi dengan probabilitas bahwa kejadian itu tidak akan terjadi. *Odds* adalah rasio probabilitas sukses (π) terhadap probabilitas gagal (1- π).

$$odds = \frac{\pi}{1-\pi} \tag{3.16}$$

Ketika odds bernilai satu, berarti probabilitas sukses sama dengan probabilitas gagal, kemudian jika nilai odds bernilai kurang dari satu berarti probabilitas sukses lebih kecil daripada probabilitas gagal. Demikian juga sebaliknya jika nilai odds lebih dari satu berarti probabilitas sukses lebih besar dari pada probabilitas gagal.

3.4 Air Susu Ibu (ASI)

3.4.1 Pengertian ASI

Air Susu Ibu (ASI) merupakan sejenis emulsi lemak di dalam protein dan garam – garam organik yang dikeluarkan kelenjar mamae ibu untuk asupan utama sang bayi (Soetjiningsih, 2007). ASI merupakan makanan ideal yang tiada bandingnya untuk pertumbuhan dan perkembangan bayi karena mengandung *nutrient* yang dibutuhkan untuk membangun dan penyedia energi, pengaruh biologis dan emosional antara ibu dan bayi, serta meningkatkan sistem kekebalan pada bayi (Hanson, 2003).

3.4.2 ASI Eksklusif dan Manfaatnya

ASI Eksklusif adalah air susu ibu yang diberikan tanpa tambahan makanan atau minuman lain termasuk air putih, kecuali obat, vitamin, dan mineral (Persatuan Perinatologi Indonesia, 2009). UNICEF dan WHO merekomendasikan sebaiknya anak hanya disusui air susu ibu (ASI) selama paling sedikit 6 bulan. Makanan padat seharusnya diberikan sesudah anak berumur 6 bulan, dan pemberian ASI dilanjutkan sampai anak berumur 2 tahun. Pada tahun 2003, pemerintah mengubah rekomendasi lamanya pemberian ASI eksklusif dari 4 bulan menjadi 6 bulan (Infodatin, 2014).

Manfaat pemberian ASI secara eksklusif antara lain :

1) ASI dapat meningkatkan daya tahan tubuh

Secara alamiah bayi baru lahir mendapat imunoglobin dari ibunya melalui plasenta, tetapi kadar tersebut menurun dengan segera setelah kelahiran. Badan bayi dengan alamiah akan memproduksi imunoglobulin secara cukup saat mencapai usia sekitar 4 bulan. Pada saat kadar imunoglobulin dari ibu menurun dan yang dibentuk oleh bayi belum mencukupi, terjadilah suatu kesenjangan imunoglobulin. Kesenjangan ini dapat diatasi dengan pemberian ASI. ASI merupakan cairan yang mengandung antibodi sehingga menjadi pelindung untuk terpaparnya penyakit infeksi bakteri, virus dan mikroorganisme lainnya (Ikatan Dokter Anak Indonesia, 2008).

2) ASI merupakan nutrisi yang terbaik

ASI adalah makanan yang paling sempurna baik kualitas maupun kuantitas ASI merupakan sumber gizi yang ideal dengan komposisi yang sesuai dengan kebutuhan pertumbuhan dan perkembangan bayi. Dengan melaksanakan tata cara menyusui dengan tepat dan benar, produksi ASI sudah cukup menjadi makanan tunggal untuk bayi hingga usia 6 bulan. Setelah bayi berusia 6 bulan harus mulai diberi makanan pendamping atau tambahan tetapi ASI bisa diteruskan hingga 2 tahun atau lebih (Ikatan Dokter Anak Indonesia, 2008).

3) ASI eksklusif meningkatkan jalinan kasih sayang

Bayi yang sering dalam dekapan ibu karena menyusu akan merasakan kasih sayang dari ibunya. Ia juga akan merasa nyaman dan tentram karena masih dapat mendengar detak jantung ibu yang telah ia kenal sejak dalam kandungan. Perasaan disayangi dan terlindungi inilah yang akan menjadi dasar spiritual dan membentuk kepribadian percaya diri yang baik serta perkembangan emosi bayi (Ikatan Dokter Anak Indonesia, 2008).

4) ASI eksklusif mengembangkan kecerdasan

Perkembangan kecerdasan otak anak sanggat berkaitan erat dengan pertumbuhan otak. Faktor yang mempengaruhi pertumbuhan otak adalah nutrisi yang diterima oleh bayi saat pertumbuhan otak, terutama saat pertumbuhan otak berlangsung dengan cepat. ASI merupakan nutrien ideal dengan komposisi yang tepat sesuai kebutuhan bayi serta mengandung berbagai nutrien khususnya nutrien yang diperlukan bagi pertumbuhan optimal. ASI mengandung zat *lactoferin* yang mengikat ASI, sehingga selama di usus tidak ada zat besi yang hilang (Ikatan Dokter Anak Indonesia, 2008).