

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### 2.1 Umum

Jika suatu struktur dengan beban yang relatif kecil, misal dua balok yang diletakkan diatas dua tumpuan sendi dan diberi beban terpusat maka tegangan yang terjadi masih diatas batas elastis. Tetapi jika tegangan ini diperbesar, pada bagian-bagian tertentu dari balok tersebut, dalam hal ini terletak dibawah beban akan mengalami tegangan leleh ( *Yield Stress* ) sehingga struktur akan mengalami deformasi elastis plastis ( *Elasto Plastis* ).

Penambahan beban selanjutnya masih bisa dilanjutkan, namun akan mengakibatkan besar momen pada salah satu penampang akan sama dengan momen plastisnya, sehingga terbentuk sendi plastis pertama. Selanjutnya dengan jumlah sendi plastis tertentu akan menyebabkan keruntuhan ( *collapse* ).

Dalam skripsi ini telah ditentukan suatu struktur portal baja bertingkat banyak dengan beban yang telah ditentukan pula. Dengan menggunakan metode mekanisme kombinasi akan diketahui besarnya momen plastis (  $M_p$  ), harga momen plastis terbesar kemudian akan menentukan dimensi profil dan dicari besarnya reduksi momen akibat gaya aksial serta reduksi momen akibat gaya yang terjadi pada struktur akibat beban ultimate yang bekerja. Dari mekanisme yang menghasilkan momen

plastis yang terbesar dapat diketahui pula sendi-sendi plastis pada saat struktur mengalami keruntuhan.

## 2.2 Dasar-dasar Teori Plastis

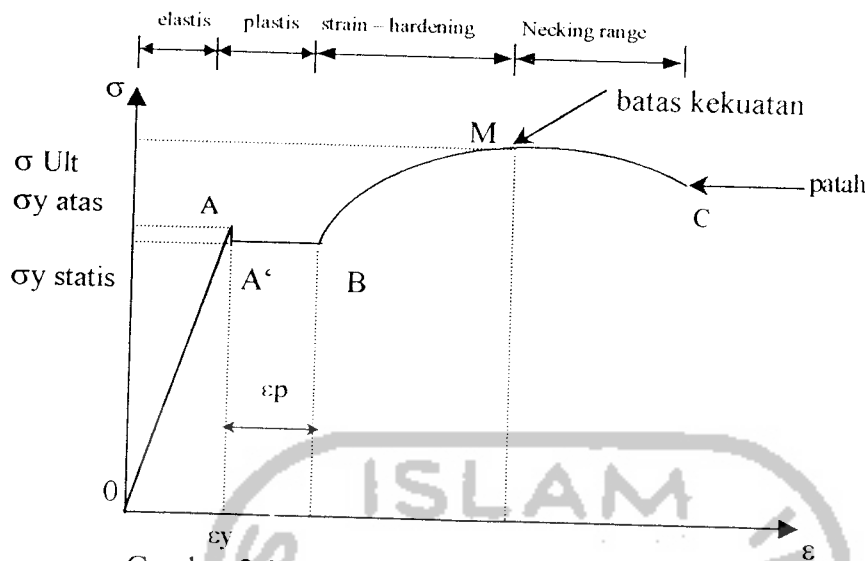
Konsep analisis dan desain plastis berdasarkan kondisi plastis, yang selanjutnya disebut teori plastis. Konsep ini mulai berkembang pada tahun 1930, karena relatif sederhana konsep ini digunakan untuk mendesain struktur baja, misalnya portal baja, portal beratap lancip (*pitched roof portal*) ataupun balok menerus.

Dasar dari teori plastis sebenarnya adalah meninjau suatu struktur yang mendapat beban berlebih, sehingga sebagian atau seluruhnya dari elemen struktur tersebut mengalami kelelahan. Dengan demikian struktur baja masih mempunyai kemampuan untuk menahan beban di bawah tegangan ijin. Dalam teori ini dapat dihitung berapa besar beban maksimum yang dapat ditahan oleh elemen struktur serta mekanisme keruntuhan strukturnya.

Teori plastis pada baja ini didasari pada studi penelitian dari hubungan tegangan regangan dibawah kondisi pembebanan yang sederhana.

### 2.2.1 Hubungan Tegangan – Regangan

Kurva tegangan – regangan yang umum akibat tarikan baja ditunjukkan pada gambar 2.1



Gambar 2.1 Kurva Hubungan Tegangan – Regangan

( Michael Bruneau, Chia – Ming Uang, Andrew Whittaker, 1998, fig 2.2 )

Besarnya kurva pada tegangan – regangan, tegangan ditentukan dengan membagi beban dengan luas penampang, sedangkan regangannya dihitung sebagai perpanjangan dibagi dengan panjang semula.

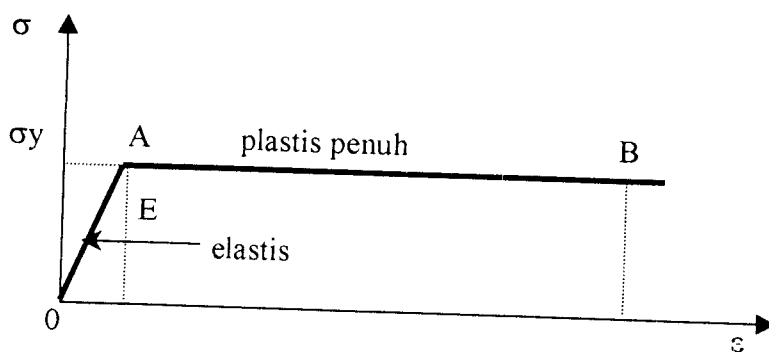
Tegangan atau stress dilambangkan dengan  $\sigma$ , sedangkan regangan dilambangkan dengan  $\epsilon$ . Pada kurva hubungan tegangan – regangan ( gambar 2.1 ) menunjukkan bahwa daerah pertama yaitu OA merupakan garis lurus yang menyatakan daerah linier elastis, kemiringan dari garis ini menyatakan besarnya modulus elastis atau disebut juga modulus Young, yang dilambangkan dengan  $E$ .

Hubungan garis lurus terakhir di titik A yang disebut batas proporsional. Titik ini biasanya berhimpit dengan titik lelehnya. Pada gambar 2.1 keadaan regangan yang besar dengan tegangan yang konstan ( garis A'B ) disebut daerah plastis.

Metode perencanaan plastis menggunakan daerah ini untuk menentukan kekuatan plastis ( yang biasa dianggap kekuatan batas ). Tegangan kembali menaik terutama di titik B yang sebagai pemikiran dapat ditentukan terletak pada regangan 0,014 atau secara praktis dapat diterapkan sebesar 10 kali besarnya regangan leleh  $\epsilon_y$ . Kenaikan kekuatan ini disebut pengerasan regangan ( *strain hardening* ). Daerah pengerasan regangan berakhir di titik M yang disebut tegangan tarik ultimate atau (*ultimate tensile strength*) dan kemudian menurun sampai batang patah dengan beban menurun. Setelah kekuatan tarik dilalui maka batang baja menggenting atau necking dan akhirnya material putus ( di titik C ).

Kurva tegangan – regangan menunjukkan daktilitas. Daktilitas didefinisikan sebagai sebagai jumlah regangan permanen ( yaitu regangan yang melampaui batas proporsional ) sampai titik patah. Besarnya daktilitas diperoleh dari uji tarik dengan menentukan prosentase perpanjangan ( dengan membandingkan luas penampang lintang akhir dengan semula ) benda uji.

Jadi pada teori elastis hubungan antara tegangan – regangan bersifat linier, sedangkan pada plastis hubungan tersebut sudah tidak linier lagi karena walaupun regangan bertambah terus tetapi harga tegangan tetap. Diagram tegangan – regangan pada gambar 2.1 dapat diidealisasikan seperti terlihat pada gambar 2.2

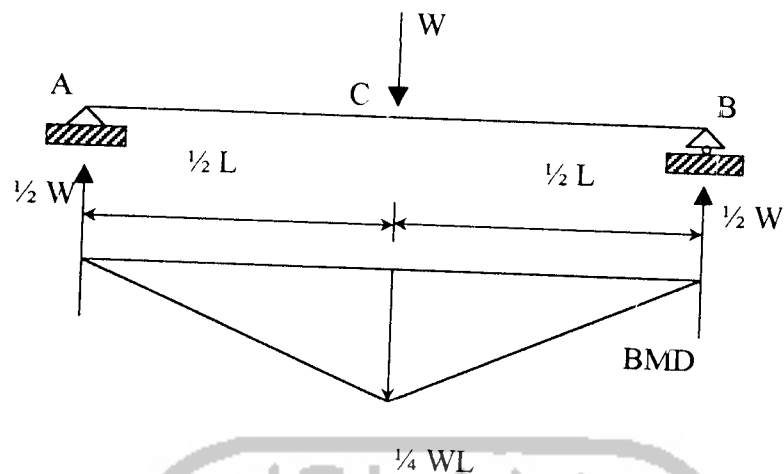


Gambar 2.2 Kurva Tegangan – Regangan yang Diidealisasikan  
( M.R Horne, L. J Morris, 1981, fig 1.1 )

Dari gambar tersebut terlihat bahwa mula-mula bahan tersebut bersifat elastis, tetapi setelah mencapai titik leleh ( A ) maka bahan tersebut berubah bentuk tetapi regangannya tetap atau  $\epsilon_y$ . Tegangan ini biasanya dikenal sebagai tegangan leleh ( $\sigma_y$ ). Perubahan bentuk pada tegangan ini berlangsung terus hingga titik B. Perilaku leleh pada tegangan ( A – B ) dikenal sebagai leleh plastis dan daerah A – B disebut daerah plastis.

### 2.2.2 Momen Plastis Penampang

Pengetahuan tentang besarnya momen plastis pada batang sangat penting dalam desain dan analisis plastis. Besarnya momen plastis sangat bervariasi pada struktur frame sehingga besarnya beban batas plastis pada sebuah frame dapat ditentukan dengan cepat, pada struktur baja momen plastis tergantung pada tegangan leleh baja dan ukuran batang. Sebagai contoh tinjaulah penampang lintang suatu balok di atas dua tumpuan sendi yang menahan beban terpusat  $W$ , seperti pada gambar 2.3



Gambar 2.3 Balok Diatas Dua Tumpuan Dengan Beban Terpusat  
( L. Wahyudi, Sjahril A Rahim, 1992, Gb. 1.4 )

Dari persamaan keseimbangan, kita dapat memperoleh reaksi tumpuan sebesar  $1/2 W$  dengan momen maksimum sebesar  $1/4 WL$  yang terletak di bawah titik beban.

Jika besarnya tegangan maksimum belum mencapai tegangan leleh, distribusi tegangan dan regangan dari semua penampangnya akan berupa garis lurus atau linier dan nol pada garis netral. Dengan demikian tegangan dan regangan di suatu serat yang ditinjau adalah berbanding lurus terhadap jarak dari garis netral penampang. Besarnya tegangan maksimum yang terjadi adalah :

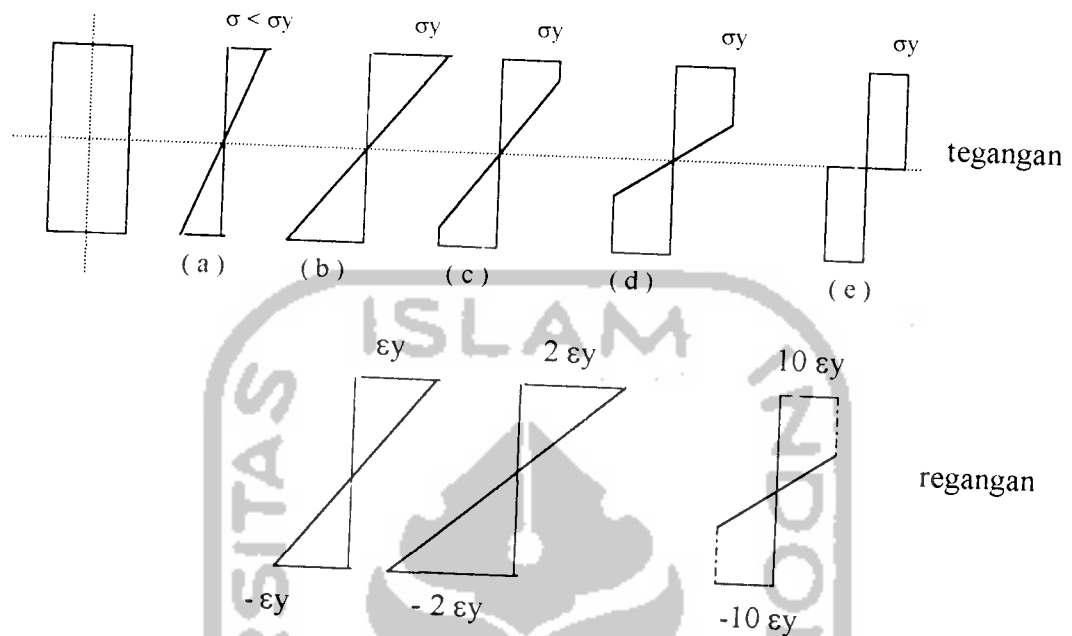
$$\sigma_{\max} = \frac{M}{S} \dots \dots \dots (2.1)$$

Dimana :  $M$  = Momen Lentur

$S$  = Modulus penampang section ( section modulus )

( L. Wahyudi, Sjahril A Rahim, 1992, Pers. 1-2 )

Jika beban terpusat semakin besar, tegangan disetiap penampang turut bertambah pula. Keadaan ini dapat kita lihat pada gambar 2.4



Gambar 2.4 Distribusi Tegangan – Regangan  
(L. Wahyudi, Sjahril A Rahim, 1992, Gb. 1.5)

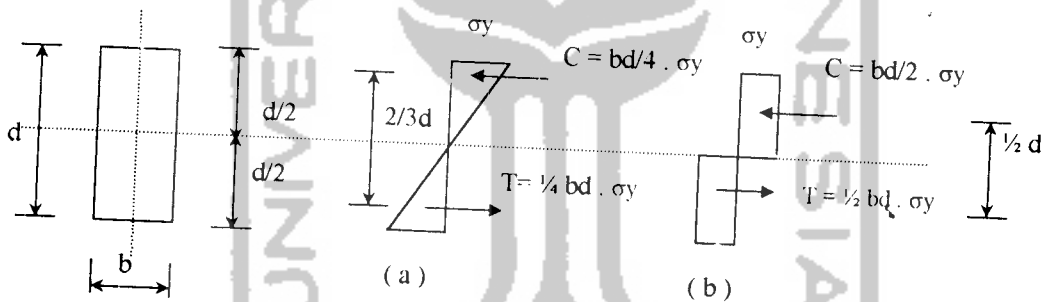
Gambar 2.4b menunjukkan tegangan dan regangan pada serat terluar yang telah mencapai kondisi leleh. Keadaan ini pada gambar 2.1 terletak pada titik A, dan besarnya momen pada titik ini disebut sebagai momen leleh (*Yield Momen*),  $M_y$ .

Apabila beban  $W$  diperbesar lagi, tegangan lelehnya mulai menjalar ke serat sebelah dalam, sebagaimana terlihat pada gambar 2.4c, dan 2.4d. Perhatikan bahwa tidak ada tegangan yang lebih besar dari tegangan leleh, tetapi *momen dalam* dapat terus bertambah karena resultan gaya dalamnya terus bertambah besar. Dengan penambahan beban lagi, maka akan tercapailah keadaan dimana seluruh penampang

mengalami tegangan leleh, seperti gambar 2.4e. Momen dalam menjadi maksimum dan merupakan momen plastis. Pada kondisi ini, penampang tadi akan mengalami rotasi yang cukup besar tanpa terjadi perubahan momen. Dengan kata lain, di titik tersebut telah terjadi sendi plastis.

**2.2.3 Modulus Plastis**

Momen leleh (  $M_y$  ) sama dengan tegangan leleh dikali modulus elastis. Modulus elastis untuk penampang segi empat sama dengan  $BD^2/6$  dan momen lelehnya sama dengan  $1/6 BD^2 \cdot \sigma_y$ . Nilai persamaan bisa diperoleh dengan mempertimbangkan kopel tahanan yang terjadi dalam penampang, seperti terlihat pada gambar 2.5



Gambar 2.5 Distribusi Tegangan Dalam

( L. Wahyudi, Sjahril A Rahim, 1992, Gb. 1.12 )

Momen tahanan sama dengan T atau C dikali dengan jarak antara keduanya seperti berikut :

$$M_y = \left[ \frac{1}{2} \cdot \sigma_y \cdot \frac{d}{2} \cdot b \right] \left[ \frac{2}{3} \cdot d \right] = \frac{\sigma_y \cdot b \cdot d^2}{6} \dots\dots\dots ( 2.2 )$$

( Robert O. Disque, 1971 )



Momen tahanan dari penampang segi empat pada kondisi plastis penuh (  $M_p$  ) dapat ditentukan dengan cara yang sama seperti pada gambar 2.5b

$$M_y = \left[ \sigma \cdot \frac{d}{2} \cdot b \right] \left[ \frac{1}{2} \cdot d \right] = \frac{\sigma_y \cdot b \cdot d^2}{4} \dots\dots\dots ( 2.3 )$$

$$M_p = \sigma_y \cdot Z$$

( L. Wahyudi, Sjahril A Rahim, 1992, Pers. 1-15 )

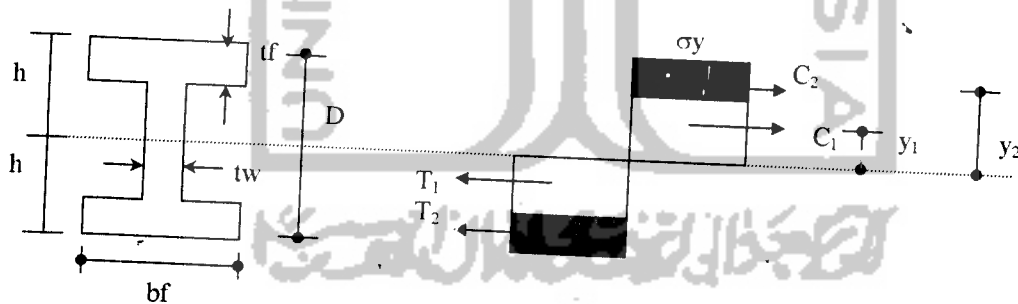
Dengan demikian momen plastis dikatakan sama dengan tegangan leleh dikali modulus plastis, dimana modulus plastis (  $Z$  ) :

$$Z = \frac{1}{4} b d^2 \dots\dots\dots ( 2.4 )$$

Studi dari momen plastis ditentukan disini menunjukkan bahwa modulus plastis sama dengan statis momen dari daerah tarik dan tekan di sekitar sumbu netral.

Untuk profil WF perhitungan modulus plastis sama caranya dengan perhitungan modulus plastis untuk penampang segi empat.

Langkah-langkah perhitungan modulus plastis profil WF adalah sebagai berikut :



Gambar 2.6 Distribusi Tegangan Plastis Profil Baja WF

( Lynn S. Beedle, 1958, hal. 32 )

$M_p = b \cdot t_f \cdot \sigma_y (d - t_f) + (D - 2t_f^2) t_w \cdot \sigma_y$ , berarti :

$$Z = \frac{b \cdot t_f \cdot (d - t_f) + t_w (D - 2t_f^2)}{4} \dots\dots\dots ( 2.5 )$$

**2.2.4 Faktor Bentuk**

Faktor bentuk dari suatu penampang adalah perbandingan antara modulus plastis (Z) dengan modulus elastisnya ( S ):

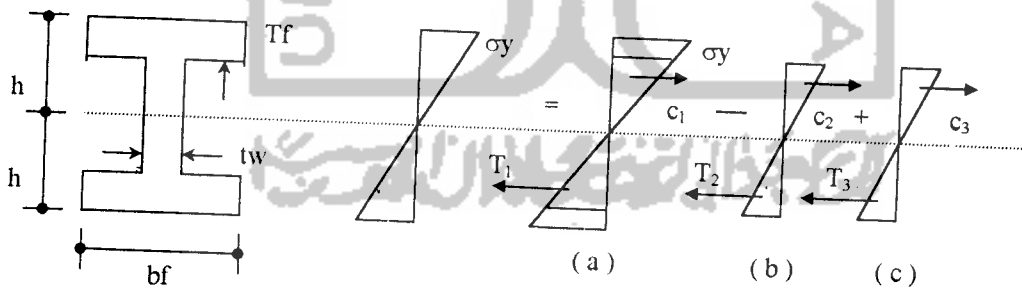
$$F = Z / S \dots\dots\dots( 2.6 )$$

Besarnya modulus plastis sangat tergantung dari bentuk penampangnya dengan demikian besarnya faktor bentuk untuk setiap penampang juga berbeda-beda. Pada penampang segi empat kita peroleh  $Z = \frac{1}{4} bd^2$  dan  $S = \frac{1}{6} bd^2$ , dengan demikian kita dapatkan :

$$F = Z / S = \frac{1/4 bd^2}{1/6 bd^2} = 1,5$$

( Robert O. Disque, 1971 )

Untuk menghitung besarnya faktor bentuk dari profil WF terlebih dahulu kita mencari modulus elastisitasnya. Sedangkan modulus plastisnya telah dihitung dan hasilnya seperti pada persamaan 2.5. Untuk menghitung modulus elastis dari profil WF adalah sebagai berikut :



Gambar 2.7 Distribusi Tegangan Elastis Profil WF

( Lynn S. Beedle, 1958, hal. 32 )

$$(a). M_y = 2 \left( \frac{1}{2} \cdot \sigma_y \cdot b f \cdot h \cdot \frac{2}{3} h \right)$$

$$= \left( \frac{2}{3} \cdot \sigma_y \cdot b f \cdot h^2 \right)$$

$$(b). M_y = 2 \left[ \frac{1}{2} \cdot \sigma_y \cdot \left( \frac{h-t_f}{h} \right) b f \cdot (h-t_f) \cdot \frac{2}{3} (h-t_f) \right]$$

$$= \left( \frac{2}{3} \cdot \sigma_y \cdot \frac{b f}{h} \cdot (h-t_f)^3 \right)$$

$$(c). M_y = 2 \left[ \frac{1}{2} \cdot \sigma_y \cdot \left( \frac{h-t_f}{h} \right) t_w \cdot (h-t_f) \cdot \frac{2}{3} (h-t_f) \right]$$

$$= \left( \frac{2}{3} \cdot \sigma_y \cdot \frac{t_w}{h} \cdot (h-t_f)^3 \right)$$

$$M_y = \frac{2}{3} \cdot \sigma_y \cdot b f \cdot h^2 + \frac{2}{3} \cdot \sigma_y \cdot \frac{1}{h} (t_w - t_f) (h-t_f)^3$$

$$= \sigma_y \cdot \left[ \frac{2}{3} \cdot b f \cdot h^2 + \frac{2}{3 h} \cdot \frac{1}{h} (t_w - t_f) (h-t_f)^3 \right]$$

$M_y = \sigma_y \cdot S$ , berarti :

$$S = \frac{2}{3} \left[ b f \cdot h^2 + \frac{1}{h} \cdot (t_w - t_f) (h-t_f)^3 \right] \quad (2.7)$$

Perbandingan antara modulus plastis dengan modulus elastis,  $M_p/M_y$  akan memberikan nilai faktor bentuk (*Shape Factor*) yang nilainya untuk profil WF berkisar antara 1,14 s/d 1,16.

(L. Wahyudi, Sjahri A. Rahim, *Metode Plastis Analisis dan Desain*, 1992, hal 15).

### 2.2.5 Faktor Beban/ Faktor Keamanan

Faktor keamanan ( *Safety faktor* ) dapat dirumuskan dalam beberapa cara Umpamanya. Pada teori elastis faktor ini dirumuskan sebagai perbandingan antara tegangan leleh dengan tegangan ijinnya ( $\sigma_y/\sigma$  ), atau dapat pula dirumuskan sebagai beban pada kondisi tegangan leleh dibagi dengan tegangan kerja. Beban kerja didefinisikan sebagai beban yang menimbulkan tegangan ijin maksimum. Rumusan yang digunakan pada teori plastis menyatakan bahwa faktor keamanan merupakan hasil pembagian antara kapasitas beban maksimum dengan beban kerja, yang ekuivalen dengan momen plastis dibagi dengan momen elastis ( $M_p/M$  )

Dari uraian sebelumnya telah diketahui bahwa :

$$M_p = \sigma_y \cdot Z$$

$$M = \sigma \cdot S$$

$$\frac{M_p}{M} = \frac{\sigma_y \cdot Z}{\sigma \cdot S}$$

$$\lambda = \frac{\sigma_y \cdot f}{\sigma} \dots \dots \dots (2.8)$$

( L. Wahyudi, Sjahril A Rahini, 1992, Pers. 1.22 )

Dimana :  $\sigma_y$  = tegangan leleh baja

$\sigma$  = tegangan ijin baja

$f$  = faktor bentuk

Sebagai contoh untuk penampang *rolled W shapes* yang mempunyai tegangan ijin sebesar  $0,66\sigma_y$  dan faktor bentuknya 1,12 mempunyai faktor beban sebesar :

$$\lambda = \frac{\sigma_y \cdot f}{\sigma} = \frac{\sigma_y}{0,66\sigma_y} \cdot 1,12 = 1,7 \dots \dots \dots (2.9)$$

Harga ini dipakai dalam desain plastis dimana beban rencana atau beban kerja dapat diperoleh dari beban plastis ( beban runtuh ) dibagi faktor beban.

$$Pr = \frac{Pp}{\lambda} \dots \dots \dots (2.10)$$

Untuk balok yang terletak di atas dua tumpuan atau menerus menggunakan faktor beban 1,70. Sedangkan untuk portal digunakan faktor beban 1,85 bila menahan beban mati atau beban hidup saja, dan 1,4 bila ditambah beban gempa atau beban angin ( L. Wahyudi, Sjahril A Rahim, 1992 )

### 2.3 Hubungan Momen Kelengkungan

Jika suatu balok diberi beban luar dengan peningkatan besaran yang bertahap, aliran plastis akan bermula pada suatu tahap saat kriteria leleh pertama kali muncul pada elemen yang bertegangan paling kritis. Peningkatan beban yang lebih besar menyebabkan menyebarnya zone plastis yang dimana dipisahkan dari material elastis dengan sebuah batas elastis – plastis. Posisi dari batas ini adalah sesuatu yang tidak diketahui permasalahannya, dan umumnya berbentuk cukup rumit yang penyelesaiannya dari masalah batas meliputi metode numerik. Pemecahannya harus dibawa kesuatu rangkaian kenaikan yang kecil dari regangan meskipun saat deformasi dibatasi pada keadaan elastis. Hal ini penting untuk menjamin pada setiap

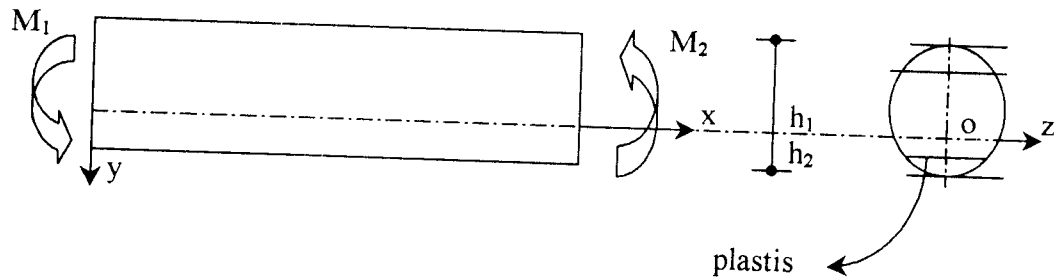
tahap bahwa tegangan yang diperhitungkan dan perpindahan ( *displacement* ) pada daerah elastis plastis memenuhi kondisi kontinuitas melintasi batas elastis plastis.

### 2.3.1 Penampang Segi Empat

Tinjaulah sebuah balok prismatis seperti pada gambar 2.8. Dilenturkan oleh dua momen kopel yang sama dan berlainan arah (  $M$  ) yang bekerja diujung-ujungnya. Penampang lintang dari balok mempunyai sumbu simetri pada  $Oy$  dan sumbu kopel kelengkungan sejajar dengan  $Oz$ , dimana  $O$  diletakkan pada bidang netral. Bidang kelengkungan bertepatan dengan bidang  $XY$ , serat netral  $Ox$  akan melentur menjadi lengkungan lingkaran dengan radius  $R$ . Selama kelenturan elastis,  $O$  ditempatkan pada pusat dari penampang melintang dan hanya tegangan yang ada  $\sigma_x = \sigma$  dinyatakan oleh :

$$\sigma = \frac{E.y}{R} = \frac{M.y}{I_z} \dots \dots \dots (2.11)$$

Dimana  $E$  adalah Modulus Young dari material, dan  $I_z$  adalah momen inersia dari penampang melintang dengan sumbu netral  $Oz$ . Kelengkungan pertama terjadi pada serat terjauh dari sumbu netral, saat tegangan mencapai nilai yang sama dengan  $\sigma_y$ . Jika penampang melintang tidak simetris dengan sumbu netral  $Oz$ , zone plastis menyebar ke dalam sisi ini sebelum sisi lainnya mulai meleleh.



Gambar 2.8 Potongan Balok Simetris

Kelenturan selanjutnya dari balok melibatkan dua zone plastis yang terpisah, dengan batas elastis plastis terjadi pada jarak yang sama  $c = \frac{(\sigma_y/E)}{r}$  dari sumbu netral bervariasi dengan sejumlah kelenturan, dan ditentukan oleh kondisi resultan gaya longitudinal yang sama dengan 0 ( nol ) melintasi penampang melintang dinyatakan sebagai :

$$\int \sigma \cdot b(y) \cdot y \, dy = 0 \dots\dots\dots ( 2.12 )$$

dimana b adalah lebar dari penampang melintang sejauh y dari Oz. Jika Oz sumbu simetri dari penampang melintang, sumbu netral bertepatan dengan sumbu netral pada kedua jarak elastis dan plastis dari kelenturan. Tegangan pada daerah elastis bervariasi dengan linier dengan 0 pada sumbu netral sampai sebesar  $\sigma_y$  pada batas elastis – plastis. Tegangan mempunyai nilai leleh lokal dalam tarikan atau tekanan dan merupakan fungsi dari regangan. Momen lentur pada suatu tahap dapat dihitung dengan pernyataan :

$$M = \int \sigma \cdot y \cdot b(y) \, dy \dots\dots\dots ( 2.13 )$$

Untuk material yang mengeras dengan proses pemanasan ( *annealed* ), permukaan elasto plastis menghilang, tetapi integralnya masih bisa dievaluasi dengan hukum tegangan regangan yang ada, meliputi seluruh penampang. Untuk material nonhardening perbandingan dari momen plastis dengan momen leleh awal dari penampang melintang yang ada disebut *shape factor*.

### 2.3.2 Penampang Balok Wide – Flange ( WF )

Tinjaulah suatu penampang balok WF dengan tinggi  $2h$  dan lebar  $b$  serta kopel kelenturan bekerja pada bidang vertikal, mengalami kelenturan seperti pada gambar 2.9. Gambaran dari penampang melintang, sumbu vertikal selalu melalui pusatnya. Momen inersia pada sumbu ini dapat dihitung dengan persamaan :

$$I_z = \frac{b \cdot t_f^3}{6} + 2b \cdot t_f \left( h - \frac{t_f}{2} \right)^2 + \frac{1}{12} \cdot t_w [2(h - t_f)]^3 \dots \dots \dots ( 2.14 )$$

Kelelahan plastis bermula pada  $y = \pm h$  sewaktu momen lentur dan jari-jari kelengkungan menjadi :

$$M_y = \frac{I_z \cdot \sigma_y}{y} \text{ dan } K_y = \frac{E \cdot h}{\sigma_y} \dots \dots \dots ( 2.15 )$$

Jari-jari kelengkungan pada suatu tahap selama kelenturan elastis – plastis adalah

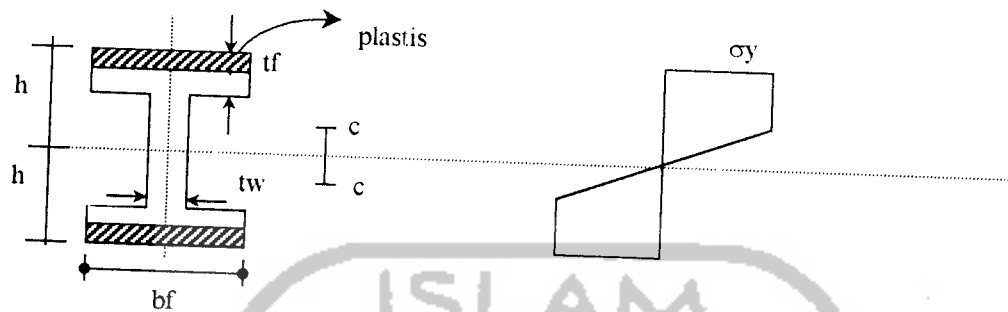
$K = \frac{E \cdot c}{\sigma_y}$ , dimana  $c$  adalah ketinggian dari inti elastis. Hal ini mengarah pada material

yang strain hardening mengacu pada aturan :



$$\frac{\sigma}{\sigma_y} = \left[ \frac{E \cdot \epsilon}{\sigma_y} \right]^n, \epsilon \geq \frac{\sigma_y}{E} \dots \dots \dots (2.16)$$

Dimana  $0 \leq n \leq 1$



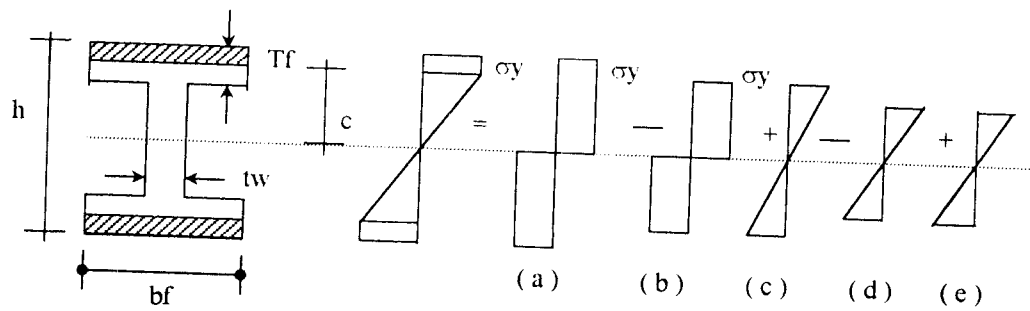
Gambar 2.9 Perampang Melintang Balok WF  
( Lynn S. Beedle, 1958 )

Jelaslah bahwa  $\sigma$  dan  $E$  adalah sama dengan besaran dari tegangan longitudinal dan regangan longitudinal pada daerah plastis. Dengan  $\epsilon = |y/K|$ , penyebaran tegangan pada bagian tarik dari penampang melintang dapat ditulis sebagai berikut :

$$\sigma = \sigma_y \left( \frac{y}{c} \right) \quad 0 \leq y \leq c \dots \dots \dots (2.17)$$

$$\sigma = \sigma_y \left( \frac{y}{c} \right)^n \quad c < y < h \dots \dots \dots (2.18)$$

Untuk bagian sayap persamaan momen dapat diturunkan sebagai berikut :



Gambar 2.10 Distribusi Tegangan Penampang WF Saat Batas Elasto Plastik Berada di Bagian Sayap

(Lynn S. Beedle, 1958)

$$(a). M = 2(bf \cdot h \cdot \sigma_y \cdot 1/2h)$$

$$= (bf \cdot h^2 \cdot \sigma_y)$$

$$(b). M = 2(bf \cdot c \cdot \sigma_y \cdot 1/2c)$$

$$= (bf \cdot c^2 \cdot \sigma_y)$$

$$(c). M = 2(1/2bf \cdot c \cdot \sigma_y \cdot 2/3c)$$

$$= 2/3(bf \cdot c^2 \cdot \sigma_y)$$

$$(d). M = 2\left(\frac{1}{2} \cdot bf \cdot (h - tf)\right) \sigma_y / h \cdot (h - tf) \cdot \frac{2}{3} \cdot (h - tf)$$

$$= \frac{2/3 \sigma_y \cdot bf}{h \cdot (h - t)^3}$$

$$(e). M = 2\left(\frac{1}{2} \cdot tw \cdot (h - tf)\right) \sigma_y / h \cdot (h - tf) \cdot \frac{2}{3} \cdot (h - tf)$$

$$= \frac{2/3 \sigma_y \cdot tw}{h \cdot (h - t)^3}$$

$$M = Ma - Mb + Mc - Md + Me$$

$$M = \sigma_y \left[ bf \cdot h^2 - bf \cdot c^2 + 2/3 bf \cdot c^2 - 2/3 \frac{bf}{h} (h - tf)^3 + 2/3 \frac{bw}{h} (h - tf)^3 \right]$$

$$M = \sigma_y \left[ bf \cdot h^2 - \frac{1}{3} bf \cdot c^2 + \frac{2}{3h} (tw - h)(h - tf)^3 \right]$$

$$M = \sigma_y \left[ bf \left( h^2 - \frac{1}{3} c^2 \right) + h/c \left( S - \frac{2}{3} bf \cdot h^2 \right) \right]$$

$$M = \sigma_y \left[ bf \left( h^2 - \frac{1}{3} \left( \frac{K}{K_y} h^2 \right) \right) + \frac{K}{K_y} \left( S - \frac{2}{3} bf \cdot h^2 \right) \right]$$

$$= \sigma_y \left[ bf \cdot h^2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{K}{K_y} \right)^2 \right) + \frac{K}{K_y} \cdot \left( S - \frac{2}{3} bf \cdot h^2 \right) \right]$$

$M_y = \sigma_y \cdot S$  , berarti :

$$\frac{M}{M_y} = \frac{\sigma_y \left[ bf \cdot h^2 \left( 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{K}{K_y} \right)^2 \right) + \left( \frac{K}{K_y} \right) \left( S - \frac{2}{3} bf \cdot h^2 \right) \right]}{\sigma_y \cdot S}$$

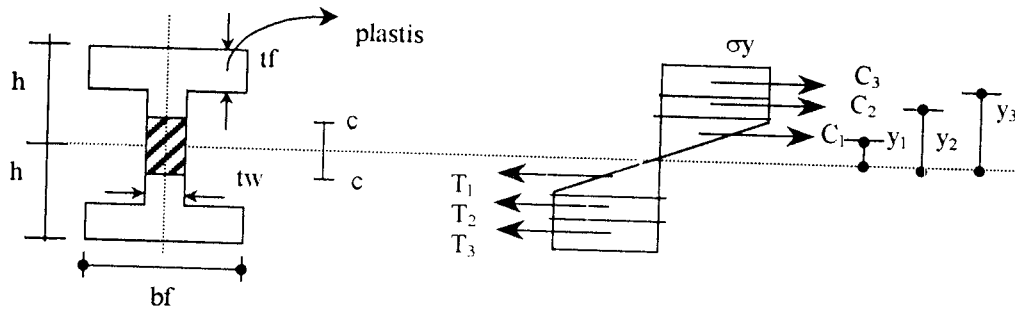
$$\frac{M}{M_y} = \frac{bf \cdot h^2}{S} \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{K}{K_y} \right)^2 \right] + \left( \frac{K}{K_y} \right) \left( 1 - \frac{2}{3} \frac{bf \cdot h^2}{S} \right)$$

Jadi persamaan kelengkungan untuk sayap profil adalah sebagai berikut :

$$\frac{M}{M_y} = \frac{K}{K_y} \left[ 1 - \left( \frac{2 \cdot bf \cdot h^2}{3S} \right) \right] + \frac{bf \cdot h^2}{S} \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{K}{K_y} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (2.20)$$

( M. Bruneau, Chia-Miang Uang, A. Whittaker, hal. 68 )

Untuk bagian badan profil, persamaan kelengkungannya didapat dari penurunan rumus sebagai berikut :



Gambar 2.11 Distribusi Tegangan Profil WF Batas Elastoplastis Berada Pada Badan

$$m = 2(C_3 \cdot y_3 + C_2 \cdot y_2 + C_1 \cdot y_1)$$

$$M = 2(bf \cdot tf \cdot \sigma_y (h - tf / 2) + tw (h - tf - c) \sigma_y \cdot 1/2 (h - tf + c) + 1/2 \sigma_y \cdot tw \cdot c \cdot 2/3c)$$

$$M = 2\sigma_y (bf \cdot tf (h - tf / 2) + tw / 2 (h - tf - c) (h - tf + c) + tw / 3c^2)$$

$$M = 2\sigma_y (bf \cdot tf (h - tf / 2) + tw / 2 ((h - tf)^2 - c^2) + tw / 3c^2)$$

$$M = 2 \cdot \sigma_y \cdot (bf \cdot tf (h - tf / 2) + tw / 2 ((h - tf)^2 - c^2) + tw / 3 \cdot c^2)$$

$$M = \sigma_y \cdot (bf \cdot tf (h - tf / 2) + tw \cdot ((h - tf)^2) - 1/3 \cdot tw \cdot c^2)$$

$$M = \sigma_y \cdot (Z - 1/3 \cdot tw \cdot c^2)$$

$$M = \sigma_y \cdot \left\{ Z - \frac{1}{3} \cdot tw \cdot \left( \frac{Ky}{K} \right)^2 \right\}$$

$$M = \sigma_y \cdot S \quad \text{berarti :}$$

$$\frac{M}{My} = \frac{\sigma_y \cdot \left\{ \frac{1}{3} \cdot tw \cdot h^2 \left( \frac{Ky}{K} \right)^2 \right\}}{\sigma_y \cdot S}$$

$$\frac{Z}{S} - \frac{tw \cdot h^2}{3 \cdot S} \left[ \frac{Ky}{K} \right]^2$$

Jadi persamaan kelengkungan untuk bagian badan profil adalah sebagai berikut :

$$\frac{M}{My} = \frac{Z}{S} - \frac{tw.h^2}{3.S} \left[ \frac{Ky}{K} \right]^2 \dots\dots\dots (2.21)$$

( M. Bruneau, Chia-Miang Uang, A. Whittaker, hal. 69 )

dimana : M = momen lentur terhadap suatu tahap

My = momen leleh

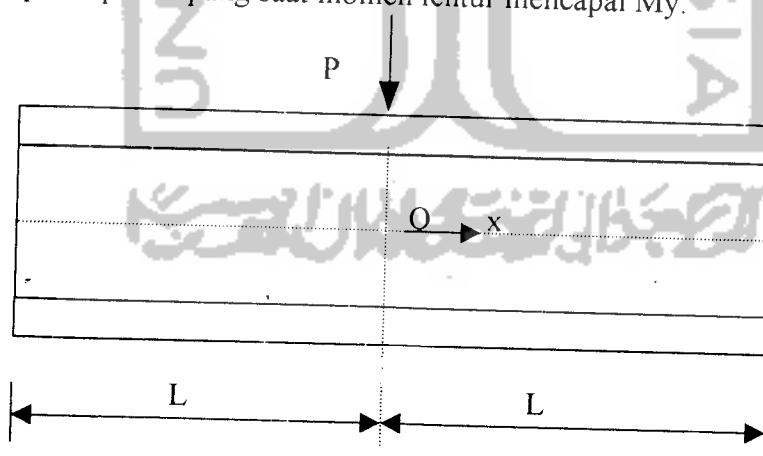
K = jari-jari kelengkungan

Ky = jari-jari kelengkungan pada saat leleh

Z = modulus plastis profil

S = modulus elastis profil

Tinjaulah balok WF secara memanjang seperti terlihat pada gambar 2.12. Momen lentur terjadi pada pusat potongan melintang X=0, yang besarnya sama dengan  $\frac{1}{4} PL$ , dimana 2L adalah panjang keseluruhan dari balok. Kelelahan pertama terjadi pada  $y = \pm h$  pada pusat penampang saat momen lentur mencapai My.



Gambar 2.12 Struktur Penampang Memanjang Profil WF  
( Design of Steel Structure, Duggal S. K, 1993 )

Untuk nilai lebih besar dari  $P_y$ , akan terbentuk 2 zone sendi plastis yang simetris meliputi panjang  $2x$  sepanjang  $y = \pm h$  dari balok. Momen statis pada suatu bagian penampang adalah  $M = \frac{1}{4} \cdot P \cdot (L - 2x)$  dan akan didapatkan :

$$\frac{M}{My} = \frac{P}{Py} \left[ 1 - \frac{2x}{L} \right] \dots\dots\dots ( 2.22 )$$

Dengan mensubstitusikan persamaan ( 2.22 ) kedalam persamaan ( 2.20 ) dan persamaan ( 2.21 ) akan didapat ketinggian dari inti plastis sebagai fungsi dari  $x$ , maka persamaannya menjadi :

→ Untuk bagian sayap :

$$\begin{aligned} \frac{h}{c} \left[ 1 - \frac{2 \cdot b \cdot h^2}{3 \cdot s} \right] + \frac{b \cdot h^2}{s} \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{c}{h} \right)^2 \right] &= \frac{P}{Py} \left[ 1 - \frac{2x}{L} \right] \\ \left[ 1 - \frac{2x}{L} \right] &= \frac{P}{Py} \left[ \frac{h}{c} \left[ 1 - \frac{2 \cdot b \cdot h^2}{3 \cdot s} \right] + \frac{b \cdot h^2}{s} \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{c}{h} \right)^2 \right] \right] \\ \frac{2x}{L} &= 1 - \left[ \frac{P}{Py} \left( \frac{h}{c} \left[ 1 - \frac{2 \cdot b \cdot h^2}{3 \cdot s} \right] + \frac{b \cdot h^2}{s} \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{c}{h} \right)^2 \right] \right) \right] \\ x &= \frac{L}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\rho} \left( \left( \frac{h}{c} \left[ 1 - \frac{2 \cdot b \cdot h^2}{3 \cdot s} \right] + \frac{b \cdot h^2}{s} \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{c}{h} \right)^2 \right] \right) \right) \right] \\ x &= \frac{L}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\rho} \left( 1 + \frac{b \cdot h^2}{3 \cdot S} \left( 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{c}{h} \right)^2 \right) \right) \right] \dots\dots\dots ( 2.23 ) \end{aligned}$$

Dimana  $x$  = jarak horisontal dari titik tengah bentang profil

$$\rho = \frac{P}{P_y}$$

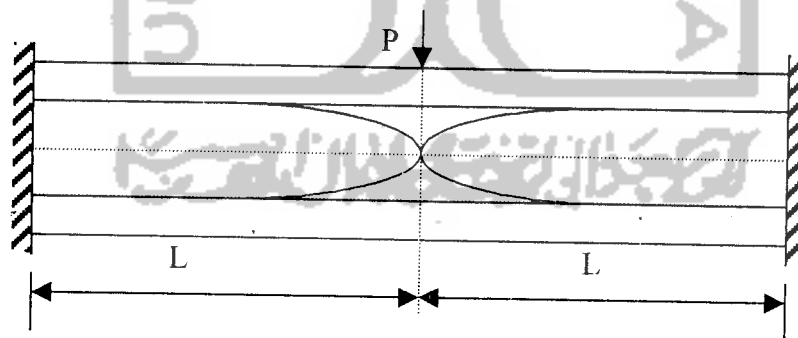
→ Untuk bagian badan :

$$\frac{Z}{S} - \frac{bw.c^2}{3.S} = \rho(1 - 2x/L)$$

$$\frac{2x}{L} = 1 - \frac{1}{\rho} \left( \frac{Z}{S} - \frac{bw.c^2}{3.S} \right)$$

$$x = \frac{L}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\rho} \left( \frac{Z}{S} - \frac{bw.c^2}{3.S} \right) \right] \dots \dots \dots (2.24)$$

Perlu diketahui di sini bahwa harga  $c$  adalah merupakan jarak batas elastoplastis maka harga  $c$  selalu bernilai positif. Sedangkan untuk nilai  $x$ , karena disebabkan oleh nilai momen plastis sepanjang  $\frac{1}{2}$  bentang profil simetris maka perkembangan zone plastisnya simetris. Balok runtuh saat  $P = f \cdot P_y$ , yang mana kedua zone plastis bertemu dipusat  $O$ . Posisi dari batas elastis/plastis untuk beberapa nilai dari  $P/P_y$  ( $\rho$ ) diperlihatkan pada gambar 2.13.



Gambar 2.13 Penampang Memanjang Balok dan Perkembangan Dari Zona Plastis Dengan Batas-Batasnya Untuk Nilai Konstan  $\rho = P/P_y$   
( M.R Horne, L. J Morris, 1981, hal.3 )

## 2.4 Teorema Plastis

Pada umumnya jika suatu struktur mencapai kondisi keruntuhan akan memenuhi keadaan berikut :

- a). Kondisi leleh (*yield condition*)
- b). Kondisi keseimbangan (*equilibrium condition*)
- c). Kondisi mekanisme (*mekanism condition*)

Kondisi leleh merupakan persyaratan dari sifat deformasi plastis, dimana pada saat runtuh momen dalam dari suatu struktur tidak ada yang melampaui kapasitas momen plastisnya. Kondisi keseimbangan menghendaki, bahwa momen lentur dalam harus seimbang dengan momen luar yang bekerja. Dalam uraian berikut akan kita lihat bahwa persamaan momen ini akan identik dengan persamaan momen elastis. Selanjutnya kondisi mekanisme akan terjadi bila jumlah sendi plastis dalam struktur telah cukup untuk mengubah sebagian atau seluruh struktur tersebut kedalam kondisi mekanisme keruntuhannya. Ketiga kondisi di atas merupakan syarat dasar dari teorema berikut :

### 2.4.1. Teorema Batas Bawah (*Lower Bound Thoerm*)

Teorema batas bawah menetapkan atau menghitung distribusi momen dalam struktur berdasarkan kondisi keseimbangan dan leleh. Beban ( faktor beban ),  $\lambda$ , yang dihasilkan akan lebih kecil atau sama dengan harga yang sebenarnya,  $\lambda_e$ .



$$\lambda \leq \lambda_c$$

Sehingga penyelesaian yang diperoleh dengan cara ini mungkin benar atau aman.

#### 2.4.2 Teorema Batas Atas ( *Upper Bound Thoerm* )

Kalau kondisi distribusi momen yang diperoleh dihitung berdasarkan syarat yang memenuhi keseimbangan dan mekanisme, dapat dipastikan bahwa harga faktor bebannya akan lebih besar atau sama dengan harga sebenarnya, maka :

$$\lambda \geq \lambda_c$$

Dengan demikian, hasil dari teorema ini mungkin benar atau mungkin tidak aman.

#### 2.4.3 Teorema Unik ( *Unique Theorm* )

Distribusi momen untuk teorema ini akan memenuhi ketiga kondisi tersebut, sehingga diperoleh nilai beban atau faktor beban atau eksak dari mekanisme struktur yang ditinjau.

$$\lambda = \lambda_c$$

Terdapat tiga metode yang berdasarkan pada teorema ini, yaitu :

- a. Metode Statis ( *Statical Method* )
- b. Metode Kerja Maya ( *Virtual Work Method* )
- c. Metode Distribusi Moment ( *Moment Balancing Method* )

## 2.5 Metode Kerja Virtual

Untuk menyelesaikan berbagai masalah keruntuhan pada balok atas struktur yang memiliki redundan lebih dari dua, penggunaan metode kerja virtual akan lebih sederhana dan lebih cepat dibanding metode lainnya. Metode kerja virtual pada dasarnya adalah meninjau keseimbangan energi dari struktur ketika mengalami mekanisme runtuhnya. Pada saat runtuh (*collapse*), struktur akan mengalami deformasi ( $\delta$ ) sehingga beban luar ( $W$ ) akan mengalami kerja luar (*eksternal work*) sebesar  $W\delta$ . Kerja luar total dari keseluruhan adalah  $\Sigma W\delta$ , yang akan diserap oleh setiap sendi plastis melalui perubahan sudut  $\theta$ , energi dari masing-masing sendi plastis yang disebut kerja dalam  $M_p\theta$ . Dengan demikian kerja dalam untuk seluruh sendi menjadi  $\Sigma M_p\theta$ . Kondisi keseimbangan menghendaki kerja luar harus sama dengan kerja dalam sehingga menghasilkan persamaan :

$$\Sigma W\delta = \Sigma M_p\theta \dots\dots\dots ( 2.25 )$$

Dalam metode ini perlu diperkirakan letak sendi plastis, dan mencoba beberapa mekanisme yang mungkin terjadi, karena metode ini berdasarkan teorema batas atas, beban runtuh akan sama dengan atau lebih besar nilai sebenarnya. Dalam hal ini, inti persoalannya adalah menentukan faktor beban yang paling kecil atau kapasitas momen plastis yang paling besar, agar tidak ada satu pun momen luar yang melampaui momen plastisnya

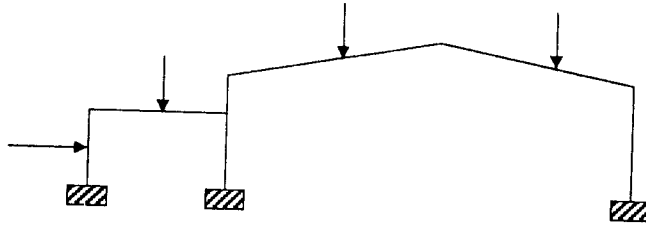
Mekanisme pada suatu struktur rangka dapat dibedakan menjadi beberapa tipe mekanisme yaitu :

1. Mekanisme Balok ( *Beam Mechanism* ), terjadi bila gaya vertikal lebih besar daripada gaya horisontal.
2. Mekanisme Panel ( *Sway Mechanism* ), terjadi bila gaya vertikal jauh lebih kecil daripada gaya horisontal.
3. Mekanisme Gable ( *Gable Mechanism* ), adalah mekanisme khusus yang terjadi portal beratap lancip atau gable frame.
4. Mekanisme Titik Simpul ( *Joint Mechanism* ), terjadi pada titik pertemuan tiga buah batang atau lebih.
5. Mekanisme Kombinasi ( *Combine Mechanism* ), merupakan kombinasi dari mekanisme-mekanisme yang ada.

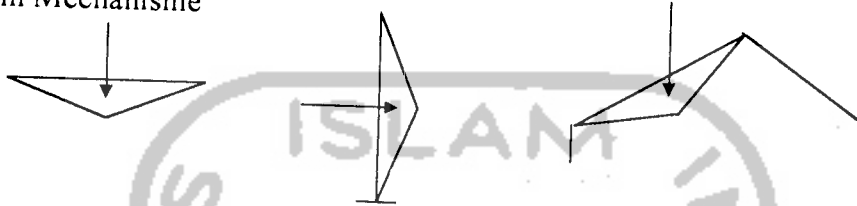
Dari uraian di atas dapat kita katakan bahwa tujuan dari mekanisme kombinasi adalah mengurangi energi dalam sebesar mungkin agar dihasilkan suatu faktor beban terkecil, yaitu dengan cara mengeliminasi ( mengurangi sendi plastis sebanyak mungkin). Dalam pelaksanaannya dipergunakan suatu perjanjian tanda atau aturan sebagai berikut :

- Tanda untuk momen dan rotasi adalah positif, jika serat yang bersebelahan dengan garis putus-putus tambahannya mengalami tegangan tarik.
- Tanda untuk momen dan rotasi pada mekanisme titik simpul adalah positif, jika sendi plastisnya mendekati garis putus-putus, dan bertanda negatif jika menjauhi garis tersebut.

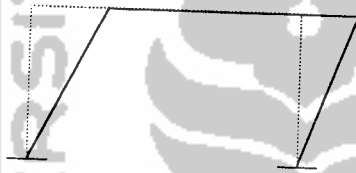
( a ) Type Struktur



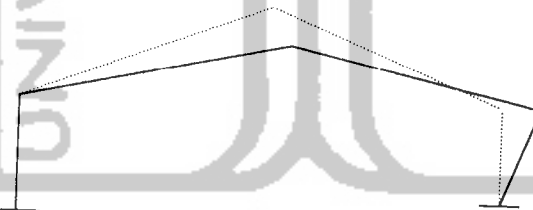
( b ) Beam Mechanisme



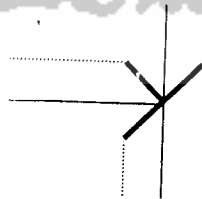
( c ) Panel Mechanisme



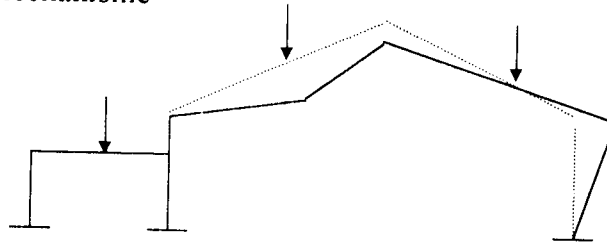
( d ) Gable Mechanisme



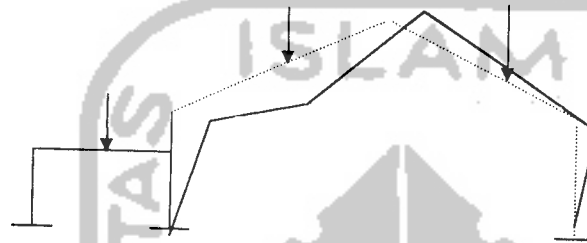
( e ) Joint Mechanisme



( f ) Partial Mechanisme



( g ) Complete Mechanisme



Gambar 2.14 Tipe Mekanisme Keruntuhan Struktur

## 2.6 Metode Mekanisme Kombinasi

Metode mekanisme kombinasi merupakan pengembangan metode kerja virtual. Pada prinsipnya metode mekanisme kombinasi membentuk penyelesaian dengan cara menggabungkan masing-masing mekanisme atau persamaan elementernya. Hasil penyelesaian ditentukan oleh harga faktor beban atau momen plastis yang dapat memberikan penyebaran momen pada setiap penampang dengan aman.

### 2.6.1 Mekanisme Elementer

Dalam uraian sebelumnya telah kita kenal adanya beberapa mekanisme. Semua mekanisme tersebut dikatakan sebagai mekanisme elementer atau mekanisme bebas (*Independent Mechanism*). Mekanisme titik simpul dapat terjadi bila terdapat tiga batang atau lebih yang bertemu di satu titik, meskipun pada titik tersebut tidak bekerja gaya luar. Oleh karena itu persamaan kerja dari mekanisme ini tidak akan menghasilkan faktor beban tertentu. Untuk mengetahui jumlah mekanisme elementer yang ada pada suatu struktur dapat kita rumus berikut :

$$K = n - N \dots \dots \dots (2.26)$$

Dimana : K = Jumlah mekanisme elementer

n = Jumlah sendi plastis yang mungkin

N = Jumlah redundan

( V.N Vazirani dan M.M. Ratwani, Khanna Publisher, ND 1979 ).

Jumlah redundannya dapat kita peroleh dengan cara menghitung semua gaya dalam yang tidak dapat ditentukan oleh persamaan keseimbangan.

### 2.6.2 Mekanisme Kombinasi

Telah kita ketahui bahwa, kita dapat menyusun suatu persamaan kerja dari setiap mekanisme elementer yang disebut persamaan elementer. Dari persamaan ini dapat diperoleh harga faktor beban tertentu, tetapi struktur mungkin juga struktur runtuh pada harga beban faktor yang lebih kecil dari faktor beban yang diperlukan pada masing-masing elementernya. Sehingga kita harus mencari mekanisme runtuh yang

tepat dengan cara menggabungkan beberapa mekanisme elementernya dan kita dapatkan mekanisme kombinasi. Karena mekanisme tersebut merupakan hasil kombinasi, persamaan kerjanya juga dapat diperoleh dengan mengkombinasikan persamaan elementre yang bersesuaian.

Penyelesaian ini berdasarkan teorema batas atas, sehingga mekanisme yang tepat adalah mekanisme yang memberikan harga faktor beban terkecil. Akan tetapi sebagaimana sebelumnya, kita perlu memeriksa distribusi momen setiap penampangnya. Apabila terdapat momen yang lebih besar dari kapasitas momen plastisnya, hasil tersebut perlu direduksi. Keadaan semacam ini akan kita jumpai pada struktur yang memiliki beban merata.

Jumlah sendi yang diperoleh untuk mengubah suatu struktur kedalam kondisi mekanisme runtuhnya, sangat berkaitan dengan derajat statis tak tentu yang ada dalam struktur tersebut hal ini dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$n_1 = r + 1 \dots\dots\dots ( 2.27 )$$

Dimana :  $n_1$  = Jumlah sendi plastis untuk runtuh

$r$  = Derajat statis tak tentu ( redundan )

ketika sendi plastis terbentuk, besarnya momen diujung elemen tersebut akan sama dengan kapasitas momen plastisnya. Penambahan beban berikutnya tidak akan mempengaruhi harga momen ini, yaitu tidak terjadi penambahan momen pada titik ujung yang bersangkutan. Ini mengakibatkan derajat statis tak tentunya berkurang satu pada saat yang sama, satu buah syarat kompatibilitas akan terhapus. Bila telah

terbentuk sendi plastis struktur akan menjadi struktur statis tertentu, dimana hanya diperlukan satu buah sendi untuk mencapai keruntuhannya.

Ada dua pengecualian yang perlu diperhatikan. Pada suatu kondisi struktur yang mempunyai dimensi serta pembebanan tertentu, keruntuhan sudah dapat terjadi hanya dengan  $r$  sendi plastis. Sehingga jumlah sendi plastisnya kurang satu dari yang seharusnya didapat dari rumus diatas. Keadaan ini disebut keruntuhan parsial (*Partial Collapse*). Selanjutnya dengan kombinasi pembebanan yang lain, bisa terjadi jumlah sendi plastis yang lebih dari hasil rumus diatas tadi dan keadaan ini disebut sebagai keruntuhan berlebih (*Over Collapse*).

## 2.7 Kontrol Kekuatan Balok

Penentuan momen plastis terbesar adalah dengan mekanisme kombinasi itu sendiri. Dari beberapa mekanisme kombinasi didapatkan harga momen plastis yang terbesar, yang mana akan digunakan sebagai dasar untuk menentukan dimensi profil. Sebagai momen desain yaitu momen plastis dikalikan dengan faktor keamanan. Kemudian dilihat dalam tabel desain plastis AISC untuk profil yang sesuai. Meskipun telah dipilih profil yang sesuai namun bukan berarti profil yang kita pilih telah aman terhadap bahaya tekuk setempat (*local buckling*) dan bahaya tekuk puntir (*lateral torsional buckling*). Untuk itu perlu dikontrol terhadap bahaya keduanya.



### 2.7.1 Kontrol Terhadap Local Buckling

Local buckling dapat disebabkan oleh tegangan desak yang besar pada elemen yang relatif tipis. Untuk menghindari kemungkinan local buckling pada perencanaan plastis, kelangsingan pada badan dan sayap perlu dibatasi. *Steel Construction Manual AISC* mensyaratkan sebagai berikut :

1. Untuk bagian sayap (  $bf/2tf \leq F_y$  ).

Nilai  $F_y$  atau tegangan leleh dan perbandingan lebar sayap atau  $bf$  dan tebal sayap atau  $tf$  maksimum dalam tabel berikut ini :

Tabel 2.1

$F_y$	$bf/2tf$
36	8,5
42	8,0
45	7,4
50	7,0
55	6,5
60	6,3
65	6,0

2. Bagian Web

Perbandingan tinggi profil (  $d$  ) dengan tebal badan (  $t_w$  ) maksimum.

- a. Tanpa beban aksial.

Tabel 2.2

$F_y$	$d/t_w$
36	68,7
42	62,9
45	61,4
50	58,3
55	55,6
60	53,2
65	51,1

b. Dengan beban aksial.

- bila  $\frac{P}{P_y} \leq 0,27$

$$\frac{d}{tw} = \frac{412}{\sqrt{F_y}} \left( 1 - 1,4 \frac{P}{P_y} \right) \dots\dots\dots (2.28)$$

- bila  $\frac{P}{P_y} > 0,27$

$$\frac{d}{tw} = \frac{257}{\sqrt{F_y}} \dots\dots\dots (2.29)$$

### 2.7.2 Kontrol Terhadap Lateral Torsional Buckling

Untuk menghindari bahaya Tekuk Puntir Lateral atau *Lateral Torsional Buckling* diperlukan pengaku ( Bracing ). Menurut AISC untuk menentukan jarak pengaku ada dua cara yaitu dengan Moment Gradient dan Uniform Moment, dimana jarak maksimum pengaku menurut *Steel Construction Manual* AISC hal 5-97 sebagai berikut :

a. Momen Gradien, bila  $1 > M/M_p > -0,5$

$$\frac{L_{ct}}{r_y} = \left[ \frac{1375}{F_y} + 25 \right] \dots\dots\dots (2.30)$$

b. Uniform Momen, bila  $-0,5 > M/M_p > -1$

$$\frac{L_{ct}}{r_y} = \left[ \frac{1375}{F_y} \right] \dots\dots\dots (2.31)$$

Dimana :  $L_{ct}$  = jarak maksimum pengaku

$r_y$  = jari-jari girasi

$F_y$  = tegangan leleh baja

$M/M_p$  = perbandingan momen

### 2.7.3 Kontrol Terhadap Gaya Aksial

Persamaan interaksi yang digunakan dalam desain plastis untuk kondisi ketidakstabilan menentukan untuk struktur yang menerima kombinasi lentur beban aksial ( balok-kolom ) menurut AISC hal 5-95 sebagai berikut :

#### A. Selidiki Persyaratan Kekuatan

$$\frac{P}{P_y} + \frac{M}{1,18M_p} < 1,0 \quad \dots \dots \dots ( 2.32 )$$

Dimana :  $P_y = F_y \cdot A_g$

$M_p$  = kapasitas momen plastis pada penampang

#### B. Selidiki Persyaratan Stabilitas

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{C_m M}{\left( 1 - \frac{P}{P_e} \right) M_m} < 1,0 \quad \dots \dots \dots ( 2.33 )$$

Dimana :  $P$  = gaya aksial dikalikan faktor beban

$P_{cr}$  = kekuatan batang dengan tekanan aksial ( =  $1,70 \cdot A_g \cdot F_a$  )

$C_m$  = koefisien reduksi interaksi

$M$  = momen lentur

$M_m$  = daya tahan momen maksimum jika beban aksial tidak bekerja

a). Jika tekuk puntir lateral dicegah dengan memberi sokongan

$$M_m = M_p$$

b). Jika tidak disokong sepanjang

$$M_m = \left[ 1,07 - \frac{\sqrt{F_y} I / r_y}{3160} \right] M_p$$

( Robert O. Disque, 1971, hal. 47 )

#### 2.7.4 Kontrol Terhadap Gaya Geser

Total gaya geser yang bekerja pada penampang berbentuk WF karena beban batas tidak boleh melebihi :

$$V_p = 0,55 \cdot F_y \cdot t_w \cdot d_w \dots \dots \dots ( 2.34 )$$

( Robert O. Disque, 1971, hal 28 )

Dimana :  $t_w$  = tebal web

$d$  = tinggi penampang

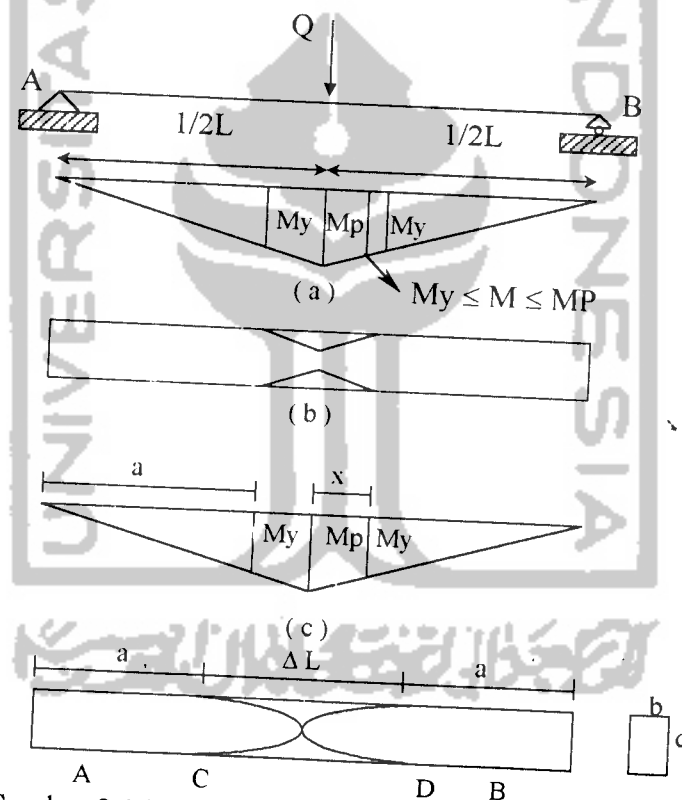
$t_f$  = tebal flange

$$d / ( d - 2t_f ) = 1,07$$

web pada kolom, balok dan girder harus diperkuat dengan pengaku atau *double plat* jika gaya geser (  $V$  ) pada beban batas melebihi  $V_p$ .

## 2.8. Panjang Sendi Plastis

Jika sebuah balok dengan perletakkan sendi-rol seperti pada gambar 2.15 balok masih mempunyai sifat elastis ketika  $Q$  lebih kecil dari  $Q_y = 4 M_y/L$ . Jika  $Q = Q_y$  serat-serat terluar pada tampang mulai mengalami leleh, ketika beban  $Q$  terus ditambah secara berangsur-angsur hingga melebihi  $Q_y$  maka akan terjadi momen maksimum ditengah bentang dan momen di dekat tengah bentang melebihi  $M_y$  (gambar 2.15a) dan perkembangan daerah leleh pada penampang balok seperti ditunjukkan pada gambar 2.15b.



Gambar 2.15 Panjang Sendi Plastis Pada Balok  
( Design of Steel Structure, Duggal S.K, hal 567 )

Daerah leleh terus menjalar sehingga pada tengah bentang terbentuk momen plastis  $M_p$  ( pada gambar 2.15c ). Pada tahap ini seluruh bagian pada tengah bentang sudah mengalami leleh dan panjang penjaralan daerah leleh ini disebut panjang sendi plastis ( pada gambar 2.15d ). Bertambahnya lengkung pada balok seiring dengan bertambahnya besar momen plastis pada tengah bentang. Lokasi dimana nilai  $M_p$  dicapai pada struktur disebut sendi plastis.

Panjang dan luas sendi plastis pada balok tergantung pada bidang momen. Untuk tujuan desain diambil dari tiap-tiap baja pada sendi plastis pada satu sisi bagian balok. Pada gambar 2.15d titik C baru akan mengalami kelelahan dan berakhir pada titik A dapat kita peroleh.

Persamaan di C yang merupakan momen leleh

$$M_c = 1/2 Q_p \cdot a = M_y \dots\dots\dots ( 2.35 )$$

Dimana  $Q_p$  = beban batas plastis, dari persamaan 2.35 diperoleh :

$$a = 2M_y / Q_p \dots\dots\dots ( 2.36 )$$

dengan memasukkan  $Q_p = 4M_p/L$  kepersamaan 2.36 akan diperoleh :

$$a = L/2f \dots\dots\dots ( 2.37 )$$

dimana :  $f$  = faktor bentuk ( shape faktor )

$L$  = panjang bentang balok

Dari gambar 2.15d panjang sendi plastis dapat diketahui :

$$\Delta L = L - 2a$$

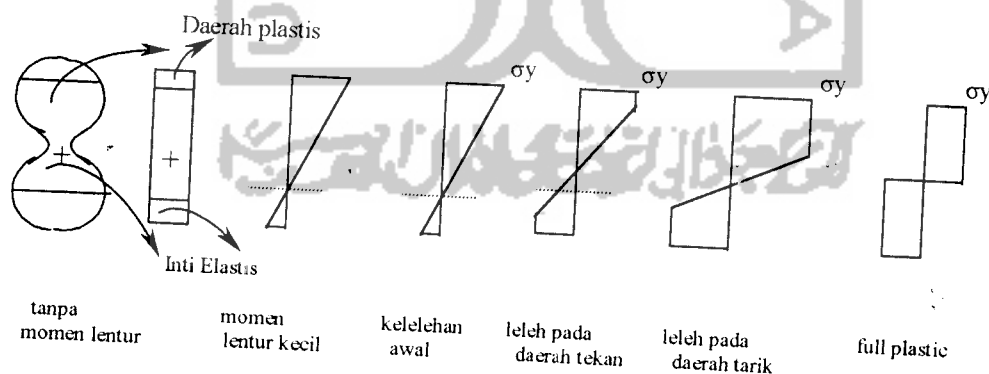
$$\Delta L = L(1 - 1/f) \dots\dots\dots ( 2.38 )$$

Panjang sendi plastis ini adalah untuk struktur balok diatas dua tumpuan sendi-rol dengan beban terpusat Q yang terletak ditengah bentang, panjang sendi plastis akan berbeda untuk struktur dan pembebanan yang berbeda. Sebelumnya perlu dicatat bahwa panjang sendi plastis tergantung pada bentuk bidang momen, panjang bentang, dan bentuk profil. Perkembangan daerah leleh didalam sendi plastis tergantung kurva hubungan momen kelengkungan.

## 2.9 Reduksi Momen Plastis

### 2.9.1 Akibat Gaya Aksial

Hampir semua batang pada struktur memikul momen lentur dan beban aksial baik tarik maupun tekan, Bila salah satu relatif kecil, pengaruhnya biasanya diabaikan dan batang direncanakan sebagai balok, sebagai kolom atau sebagai batang tarik. Dalam banyak hal, kedua pengaruh tersebut tidak dapat diabaikan dan kekakuan akibat beban gabungan harus dipertimbangkan dalam perencanaan. Batang yang memikul gaya aksial dan momen lentur disebut balok kolom.



Gambar 2.16 Distribusi Tegangan Akibat Kombinasi Momen dan Tekanan Aksial  
( Design of Steel Structure, Duggal S.K, hal 565 )

Pertambahan momen lengkung dan tekanan aksial menyebabkan variasi tegangan elastis secara linier pada penampang seperti pada gambar 2.16. Lebih lanjut pertambahan lengkung momen, dengan tekanan aksial konstan, akan menyebabkan kelelahan pada daerah tekan penampang, diikuti kelelahan pada daerah tarik, dan akhirnya kelelahan terjadi pada seluruh tampang. Ketika proses ini terjadi, sumbu netral awal terletak di luar penampang untuk nilai momen yang sangat kecil dan pertambahan itu makin lama makin ke posisi akhir penampang dalam kondisi plastis.

Kapasitas momen plastis pada penampang dengan adanya gaya aksial dapat mengakibatkan adanya dua kondisi keseimbangan :

$$P = \int_A \sigma \, dA \dots\dots\dots (2.39)$$

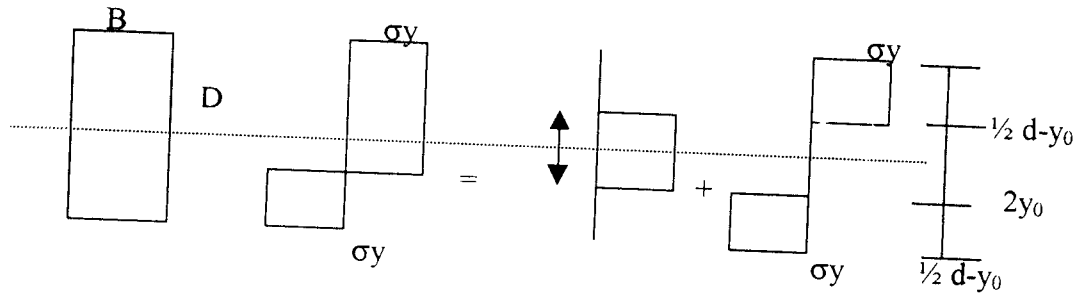
$$M = \int_A \sigma \cdot y \, dA \dots\dots\dots (2.40)$$

Adanya gaya aksial menyebabkan berkurangnya momen plastis, besarnya reduksi tergantung besarnya gaya aksial.

#### **A. Penampang Segi Empat**

Pengaruh gaya aksial menyebabkan berkurangnya momen plastis, besarnya reduksi tergantung gaya aksial.





Gambar 2.17 Distribusi Tegangan Pada Penampang Persegi Panjang

Yang Memikul gaya Aksial

( Robert O. Disque, hal 49 )

Distribusi tekanan pada penampang dapat kita gambarkan pada gambar 2.17, kita ketahui bahwa sumbu netralnya akan terletak sejauh  $y_0$  dari sumbu simetri. Besarnya  $y_0$  dan momen plastis yang tereduksi ( $M_{pc}$ ) dapat dirumuskan :

$$y_0 = \frac{P}{2 \cdot \sigma_y \cdot b} \quad \dots \dots \dots (2.41)$$

$$M_{pc} = \sigma_y \cdot b \cdot \left\{ \left( \frac{1}{2} d \right)^2 - y_0^2 \right\} \quad \dots \dots \dots (2.42)$$

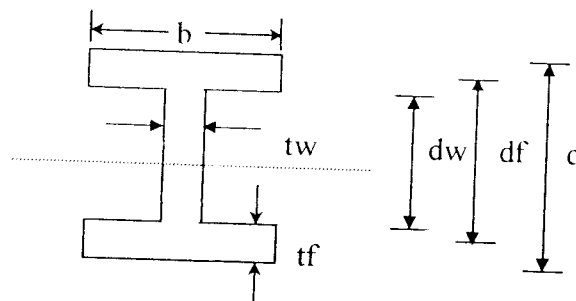
Dengan memasukkan persamaan 2.41 ke persamaan 2.42 dan  $\sigma_y \cdot b \cdot d = \sigma_y \cdot A = P_y$  dan  $M_p = \frac{1}{4} \cdot \sigma_y \cdot b \cdot d^2$  maka dapat dirumuskan :

$$\frac{M_{pc}}{M_p} = 1 - \left( \frac{P}{P_y} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (2.43)$$

( L. Wahyudi dan Sjahril A. Rahim, hal 131 )

### B. Penampang WF

Untuk kondisi dimana tegangan aksialnya kecil, sumbu netral pada penampang WF akan berada bagian web, sedangkan jika tegangan aksialnya besar sumbu netral akan berada pada bagian flange.



Gambar 2.18 Penampang Profil WF

Untuk sumbu netral terletak di web

- $[0 < P/P_y < 1/(1 + 2b.tf/tw.dw)]$

$$\frac{M_{pc}}{M_p} = 1 - \frac{\left(\frac{P}{P_y}\right)^2 \left(1 + \frac{2b.tf}{tw.dw}\right)}{\left(1 + \frac{4b.tf.df}{tw.dw^2}\right)} \quad (2.44)$$

Untuk sumbu netral terletak di flange

- $[1/(1 + 2b.tf/tw.dw) < P/P_y < 1,0]$

$$\frac{M_{pc}}{M_p} = \frac{2 \frac{l}{dw} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \left(1 + \frac{2b.tf}{tw.dw}\right)}{1 + \left(1 + \frac{d}{dw}\right) \left(\frac{2b.tf}{tw.dw}\right)} \quad (2.45)$$

dimana  $l$  = panjang lengan kopel antara gaya tarik dan gaya tekan pada sayap dan dirumuskan

$$l = d - tf \left(1 + \frac{tw.dw}{2b.tf}\right) \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \quad (2.46)$$

dimana  $b$ ,  $t_f$ ,  $t_w$ , dan  $d_w$  adalah dimensi WF seperti ditunjukkan pada gambar 2.18. Nilai maksimum lengan kopel adalah  $d$  dan nilai minimumnya adalah  $d_f$ . Untuk tujuan desain, persamaan 2.44 dan 2.45 dapat disederhanakan menjadi :

- untuk  $0 < P < 0,15P_y$

$$M_{pc} = M_p \dots\dots\dots (2.47)$$

- untuk  $0,15P_y < P < P_y$

$$M_{pc} = 1,18 ( 1 - P/P_y ) M_p \dots\dots\dots (2.48)$$

### 2.9.2 Akibat Gaya Geser

Pada suatu penampang, selain terdapat momen sering juga timbul gaya geser (*shear force*). Hal ini berarti sering terjadi kombinasi tegangan akibat lentur  $\sigma$  dan tegangan akibat geser  $\tau$ . Untuk kombinasi gaya geser dan momen lentur penyelesaian yang praktis dengan menggunakan persamaan keseimbangan pada persamaan 2.1 dan persamaan :

$$V = \int_A \tau dA \dots\dots\dots (2.49)$$

Dan kriteria leleh dari Von Mises yang menyatakan bahwa leleh akan terjadi bila :

$$\sigma^2 + 3\tau^2 \leq \sigma_y^2 \dots\dots\dots (2.50)$$

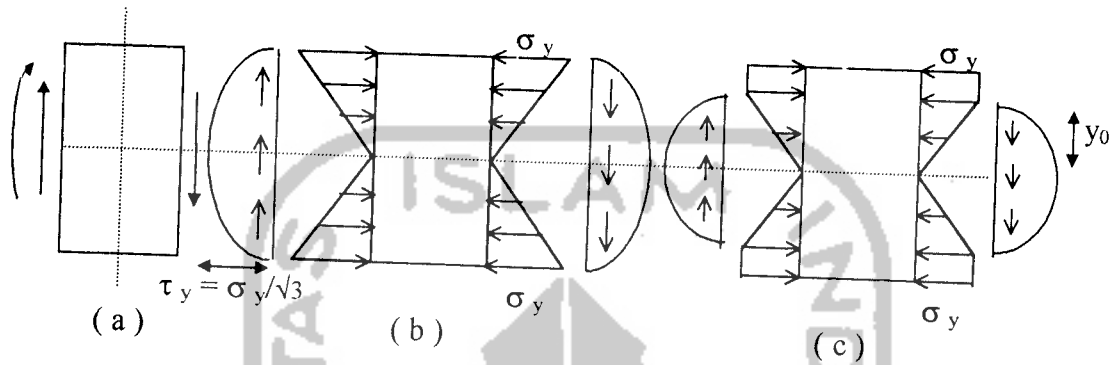
Dimana  $\sigma$  = tegangan normal

$\tau$  = tegangan geser

Pada titik sejauh  $y$  dari sumbu netral.

### A. Penampang Segi Empat

Sebuah penampang segi empat seperti pada gambar 2.19a, penyelesaian elastis pada balok segi empat akibat pengaruh kombinasi lentur dan geser seperti pada gambar 2.19b.



Gambar 2.19 Distribusi Tegangan Pada Penampang Segi Empat Akibat Kombinasi Lentur dan Geser

( Gere dan Timoshenko, hal. 245 )

$$\sigma = \sigma_y (2y/d) \dots\dots\dots (2.51)$$

$$\tau = \sigma_y / \sqrt{3} [1 - (2y/d)^2] \dots\dots\dots (2.52)$$

dimana  $d$  = tinggi balok

Kondisis leleh seperti ditunjukkan pada persamaan 2.50 tidak melebihi seluruh bagian balok. Bagian atas serat tegangannya  $-\sigma_y$  dan bawah serat tegangannya adalah  $+\sigma_y$ , serat mengalami kelelahan pada kasus geser murni  $\tau_y = \sigma_y / \sqrt{3}$ . Menurut Von Mises tegangan pada serat adalah elastis. Dengan menggunakan distribusi tegangan elastis pada penampang, reduksi momen plastis akibat gaya geser dapat dirumuskan :

$$M_{ps} = \frac{1}{6} \cdot \sigma_y \cdot b \cdot d^2 = \frac{2}{3} M_p \dots\dots\dots (2.53)$$

$$v = \frac{2/3 \cdot \sigma_y}{\sqrt{3} \cdot b \cdot d} \dots \dots \dots (2.54)$$

dengan mengambil distribusi tegangan yang lebih banyak dengan kelelahan serat yang lebih banyak seperti pada gambar 2.19.c hubungan  $M_{ps}$  dengan gaya geser  $V$  dapat dirumuskan :

$$M_{ps} = M_p \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{2 \cdot y_0}{d} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (2.55)$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \tau_y \cdot b \cdot y_0 \dots \dots \dots (2.56)$$

dimana  $b$  = lebar balok

$\tau_y$  = tegangan leleh parsial pada kondisi lentur murni ( $= \sigma_y / \sqrt{3}$ )

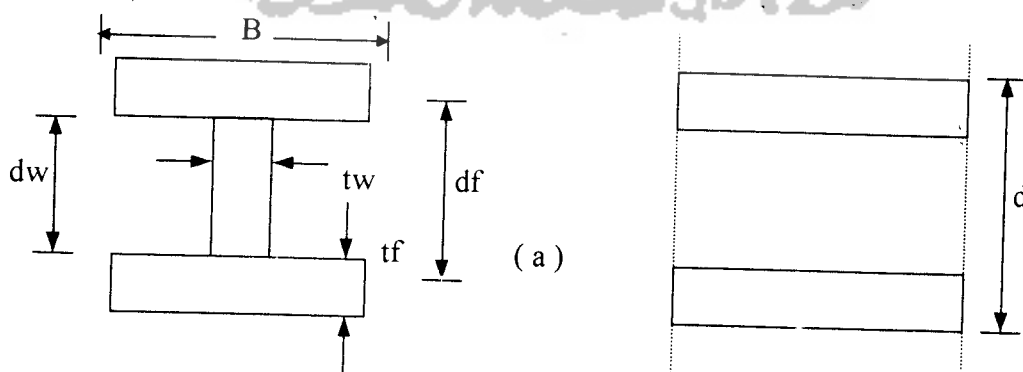
Dengan menghilangkan  $y_0$  pada persamaan di atas maka hubungan momen lentur dan gaya geser dapat dirumuskan sebagai berikut :

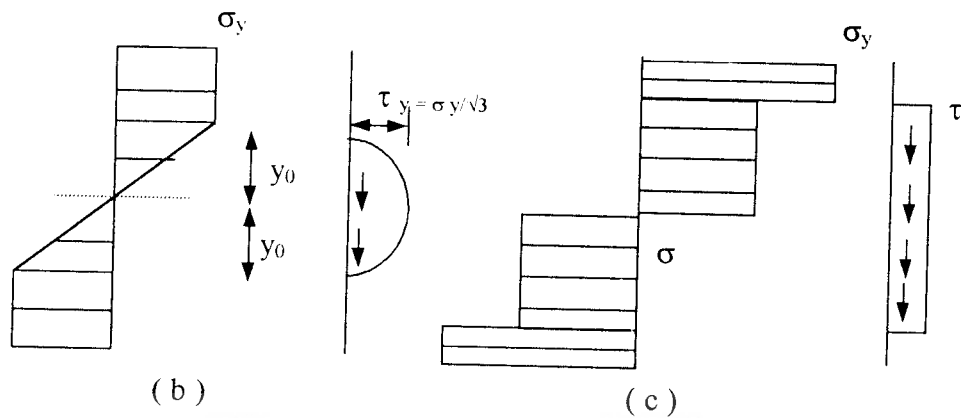
$$\frac{M_{ps}}{M_p} = 1 - \frac{3}{4} \left( \frac{V}{V_p} \right)^2 \dots \dots \dots (2.57)$$

(L. Wahyudi dan Sjahril A. Rahim, hal 131)

dimana  $V_p$  = gaya geser maksimum ( $= b \cdot d \cdot \sigma_y / \sqrt{3}$ )

### B. Penampang WF





Gambar 2.20 Distribusi Tegangan pada profil WF dibawah Pengaruh Kombinasi Lentur dan Geser  
( M.R Horne dan L.J Morris, hal 122 )

Sebuah balok dengan profil WF seperti pada gambar 2.20a misal *flange* dan *web* ieleh dibawah tegangan normal dan distribusi tegangan yang tersisa pada web berbentuk parabolik untuk tegangan geser dan linier untuk tegangan normal seperti pada gambar 2.20b. Dengan mengasumsikan bahwa distribusi tegangan memenuhi kriteria leleh dari Von Mises maka hubungan  $M_{ps}$  dengan gaya geser  $V$  adalah :

$$M_{ps} = M_p - 1/3 \sigma_y \cdot y_0^2 \cdot t_w \dots\dots\dots ( 2.58 )$$

$$V = 4/3 \cdot \sigma_y / \sqrt{3} \cdot t_w \cdot y_0 \dots\dots\dots ( 2.59 )$$

Dengan mengeliminasi  $y_0$  pada persamaan diatas :

$$\frac{M_{ps}}{M_p} = 1 - \frac{\frac{3}{4} \left( \frac{V}{V_p} \right)^3}{1 + \frac{4b \cdot t_f \cdot d_f}{t_w \cdot d_w^2}} \text{ untuk } V < \frac{2}{3} V_p \dots\dots\dots ( 2.60 )$$

Kapasitas geser minimum  $V_p$  pada web adalah :

$$V_p = tw.dw.ty \dots\dots\dots (2.61)$$

persamaan 2.60 untuk  $M_{ps}$  dapat dimanfaatkan dengan mengasumsikan bahwa sayap akan mengakibatkan tegangan normal dan web akan menyebabkan tegangan normal uniform dan geser seperti pada gambar 2.20c. Maka  $M_{ps}$  dapat dirumuskan :

$$M_{ps} = \sigma_y.b.t.f.d_f + 1/4\sigma.tw.dw^2 \dots\dots\dots (2.62)$$

Dimana  $\sigma$  = tegangan normal uniform pada web

Gaya geser (  $V$  ) didapat dengan menggunakan  $\tau = V/tw.dw$  pada kondisi leleh Von Mises dapat dirumuskan :

$$\frac{\sigma}{\sigma_y} = \sqrt{1 - \left(\frac{3r}{\sigma_y}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_p}\right)^2} \dots\dots\dots (2.63)$$

dengan memasukkan  $\sigma$  pada persamaan 2.63 ke persamaan 2.62,  $M_{ps}$  dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\frac{M_{ps}}{M_p} = \frac{1 + 1/4 \left( \frac{tw.dw^2}{b.t.f.d_f} \right) \sqrt{1 - \left( \frac{V}{V_p} \right)^2}}{1 + 1/4 \left( \frac{tw.dw^2}{b.t.f.d_f} \right)} \dots\dots\dots (2.64)$$