

## **BAB III**

### **LANDASAN TEORI**

#### **3.1 Respon Dinamik Struktur *Couple* dan *Uncouple***

Pada batasan penelitian telah diasumsikan bahwa penyelesaian respon dinamik struktur 2 arah dapat dilakukan secara independen atau dengan kata lain respon yang terjadi antara struktur arah x dan arah y tidak saling mempengaruhi satu sama lain atau *uncouple*. Asumsi tersebut dapat dibuktikan terlebih dahulu dengan cara melakukan pemeriksaan terhadap struktur yang ditinjau. Pemeriksaan dilakukan menggunakan program SAP2000 v14 dengan membandingkan simpangan yang terjadi pada masing-masing arah beban (arah x dan y) ketika pembebanan dilakukan secara terpisah dan bersama-sama.

Hasil analisis yang dilakukan menunjukkan bahwa tidak terdapat perbedaan sama sekali pada simpangan bangunan akibat pembebanan secara terpisah maupun bersama-sama pada arah x maupun arah y. Hal tersebut menunjukkan bahwa respon yang terjadi pada arah x dan arah y tidak saling mempengaruhi atau dapat dikatakan *uncouple* atau *independent* sehingga analisis respon bangunan dapat dilakukan secara terpisah pada setiap arah. Hasil analisis secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 4.

#### **3.2 Bangunan Beraturan**

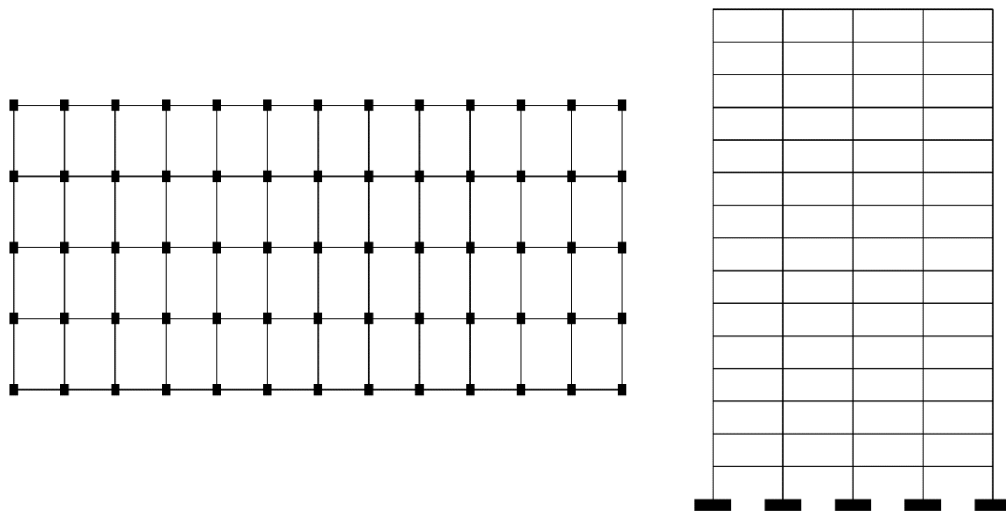
Bangunan beraturan adalah bangunan yang memiliki denah struktur berbentuk persegi panjang tanpa tonjolan maupun coakan pada sudutnya, memiliki berat lantai tingkat yang beraturan, memiliki kekakuan lateral yang beraturan, dan memiliki struktur lantai tingkat yang menerus sehingga tidak terdapat tingkat yang lunak. Menurut SNI 1726-2002, bangunan beraturan memiliki beberapa kriteria sebagai berikut ini.

1. Denah struktur gedung adalah persegi panjang tanpa tonjolan dan meskipun mempunyai tonjolan, panjang tonjolan tersebut tidak lebih dari 25% dari ukuran terbesar denah struktur gedung dalam arah tonjolan tersebut.

2. Denah struktur gedung tidak menunjukkan coakan sudut dan meskipun mempunyai coakan sudut, panjang sisi coakan tersebut tidak lebih dari 15% dari ukuran terbesar denah struktur gedung dalam arah sisi coakan tersebut.
3. Sistem struktur gedung terbentuk oleh subsistem-subsistem penahan beban lateral yang arahnya saling tegak lurus dan sejajar dengan sumbu-sumbu utama ortogonal denah struktur gedung secara keseluruhan.
4. Sistem struktur gedung tidak menunjukkan loncatan bidang muka dan meskipun mempunyai loncatan bidang muka, ukuran dari denah struktur bagian gedung yang menjulang dalam masing-masing arah, tidak kurang dari 75% dari ukuran terbesar denah struktur bagian gedung sebelah bawahnya. Struktur rumah atap yang tingginya tidak lebih dari 2 tingkat tidak perlu dianggap menyebabkan adanya loncatan bidang muka.
5. Sistem struktur gedung memiliki kekakuan lateral yang beraturan, tanpa adanya tingkat lunak. Tingkat lunak adalah suatu tingkat, di mana kekakuan lateralnya kurang dari 70% kekakuan lateral tingkat di atasnya atau kurang dari 80% kekakuan lateral rata-rata 3 tingkat di atasnya. Kekakuan lateral suatu tingkat adalah gaya geser yang bila bekerja di tingkat itu menyebabkan 1 satuan simpangan antar-tingkat.
6. Sistem struktur gedung memiliki berat lantai tingkat yang beraturan, artinya setiap lantai tingkat memiliki berat yang tidak lebih dari 150% dari berat lantai tingkat di atasnya atau di bawahnya. Berat atap atau rumah atap tidak perlu memenuhi ketentuan ini. Sistem struktur gedung memiliki unsur-unsur vertikal dari sistem penahan beban lateral yang menerus, tanpa perpindahan titik beratnya, kecuali bila perpindahan tersebut tidak lebih dari setengah ukuran unsur dalam arah perpindahan tersebut.
7. Sistem struktur gedung memiliki lantai tingkat yang menerus, tanpa lubang atau bukaan yang luasnya lebih dari 50% luas seluruh lantai tingkat. Jika ada lantai tingkat dengan lubang atau bukaan seperti itu, maka jumlahnya tidak boleh melebihi 20% dari jumlah lantai tingkat seluruhnya.

Dalam perencanaan bangunan, struktur bangunan beraturan lebih diminati dibandingkan dengan struktur bangunan tidak beraturan karena massa dan

kekakuan struktur yang terdistribusi secara merata, kemudian pusat massa cenderung berimpit dengan pusat kekakuan sehingga torsi yang terjadi relatif kecil, dan secara keseluruhan mudah untuk didesain karena dimensi struktur utama yang cenderung sama. Contoh dari bentuk bangunan beraturan dapat dilihat pada Gambar 3.1 berikut ini.



**Gambar 3.1 Bentuk Bangunan Beraturan**

### 3.3 Beban Gempa dan Kandungan Frekuensi

Beban gempa adalah beban yang bekerja pada suatu struktur bangunan akibat adanya getaran tanah yang disebabkan oleh gempa bumi. Gempa bumi dapat terjadi akibat aktivitas vulkanik maupun aktivitas pergerakan lempeng bumi yang saling bertabrakan sehingga menyebabkan terjadinya patahan yang diikuti oleh terpancarnya sejumlah energi ke segala arah. Energi tersebut diubah menjadi gelombang yang menyebabkan tanah bergetar. Getaran tanah tersebut direkam dalam bentuk percepatan tanah yang memiliki sifat non-periodik dan non-harmonik dan cenderung bersifat impulsif-fluktuatif. Percepatan tanah ini merupakan fungsi dari waktu sehingga beban gempa merupakan beban dinamis yang berubah-ubah menurut waktu dan menyebabkan respon bangunan yang ditimbulkan juga berubah-ubah menurut waktu.

Rekaman percepatan tanah akibat gempa bumi sebenarnya merupakan gabungan dari beberapa frekuensi kemudian dipakai istilah kandungan frekuensi

sebagai cara untuk mendeskripsikan gabungan beberapa frekuensi tersebut. Kandungan frekuensi merupakan salah satu parameter penting yang dapat menyebabkan respon struktur bangunan terhadap beban gempa menjadi lebih besar. Ada beberapa cara untuk mengetahui kandungan frekuensi suatu gempa bumi salah satunya disampaikan oleh Tso (1992) dalam Pawirodikromo (2012).

Tso (1992) dalam Pawirodikromo (2012) menggunakan istilah *A/V ratio* yaitu perbandingan antara percepatan tanah maksimum ( $A$ ) dengan kecepatan tanah maksimum ( $V$ ). Tso (1992) dalam Pawirodikromo (2012) membagi parameter *A/V ratio* suatu gempa menjadi beberapa golongan, yaitu:

1. *A/V ratio* tinggi (frekuensi tinggi) apabila  $A/V > 1,2$  g/m/dt,
2. *A/V ratio* menengah (frekuensi sedang) apabila  $1,20$  g/m/dt  $> A/V > 0,80$  g/m/dt, dan
3. *A/V ratio* rendah (frekuensi rendah) apabila mempunyai  $A/V < 0,80$  g/m/dt.

Getaran tanah yang diakibatkan oleh gempa bumi ditunjukkan dengan adanya simpangan tanah, kecepatan tanah, dan percepatan tanah. Bangunan yang memiliki massa dan percepatan akan menghasilkan gaya gempa efektif, karena menurut hukum newton produk dari suatu massa dengan percepatan akan menghasilkan gaya (*force*). Percepatan tanah yang terjadi juga dipengaruhi oleh kondisi tanah (*site effect*) di lokasi suatu bangunan berdiri, maka disarankan ada beberapa nilai amplifikasi yang bergantung pada jenis tanah sehingga percepatan tanah akibat gempa dapat ditentukan.

### 3.4 Derajat Kebebasan (*Degree of Freedom, DOF*)

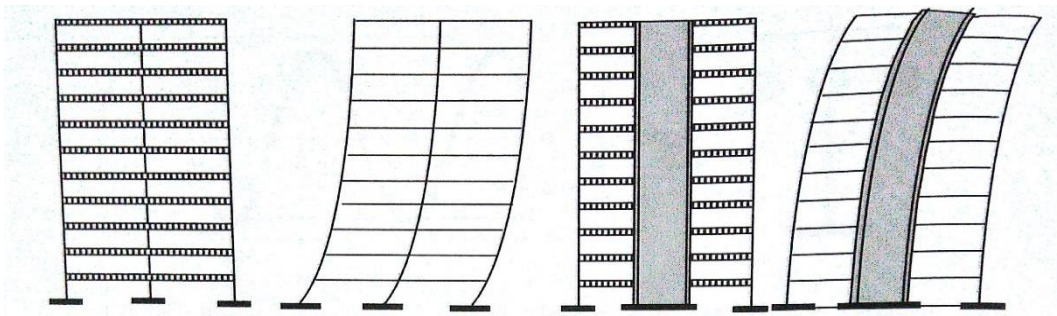
Derajat kebebasan (*degree of freedom*) adalah derajat independensi yang dibutuhkan untuk menyatakan posisi suatu sistem pada setiap saat. Suatu titik mempunyai 3 derajat kebebasan jika ditinjau secara 3-D yakni arah horizontal, vertikal, dan puntir. Hal ini terjadi karena titik tersebut dapat berpindah tempat secara bebas dalam 3-arah. Dalam analisa dinamika struktur, perhitungan menjadi sangat rumit jika suatu titik ditinjau secara 3-D. Oleh karena itu, dilakukan penyederhanaan dalam persoalan *engineering*. Setiap titik atau massa pada umumnya hanya berpindah dalam 1 bidang saja, kemudian penyederhanaan

berlanjut yakni titik atau massa tersebut hanya berpindah dalam 1 arah saja yaitu arah horizontal. Hal ini membuat suatu massa struktur setiap saat hanya mempunyai ordinat tertentu baik bertanda positif maupun negatif. Penyederhanaan ini membuat penyelesaian persoalan dinamik menjadi berkurang baik secara kualitas maupun kuantitas.

Pada struktur bangunan 1 tingkat, struktur hanya memiliki 1 titik massa sehingga setiap saat struktur hanya memiliki 1 koordinat untuk mempresentasikan posisi massa tersebut. Struktur seperti ini dinamakan struktur dengan derajat kebebasan tunggal (*single degree of freedom, SDOF*) kemudian struktur yang mempunyai n-tingkat akan memiliki n-derajat kebebasan yang disebut *multi degree of freedom (MDOF)*. Kesimpulan yang dapat diambil adalah bahwa jumlah derajat kebebasan merupakan jumlah koordinat yang diperlukan untuk menyatakan posisi suatu massa pada saat tertentu.

### **3.5 Prinsip *Shear Building***

Pawirodikromo (2017) menyatakan terdapat 2 macam pola goyangan yang terjadi pada suatu struktur bangunan yang bergoyang ke arah horizontal. Pola pertama yaitu bangunan bergoyang dengan dominasi geser (*shear mode*). Pola goyangan seperti ini akan terjadi pada struktur portal terbuka bertingkat banyak (bangunan fleksibel) dengan balok dan pelat lantai yang relatif kaku pada arah horizontal. Pola kedua adalah pola goyangan yang didominasi oleh lentur (*flexural mode*). Bangunan yang memiliki pola goyangan seperti ini adalah bangunan yang mempunyai struktur dinding yang relatif kaku sehingga akan membuat struktur dinding berperilaku seperti struktur kantilever. Pada analisa dinamika struktur, pola goyangan yang digunakan adalah pola goyangan yang pertama dan bangunan yang memiliki pola goyangan seperti itu disebut *shear building*.



**Gambar 3.2 Pola Goyangan Struktur Bertingkat Banyak**

(Sumber: Pawirodikromo, 2017)

Untuk sampai pada anggapan *shear mode* dan hanya terdapat 1 derajat kebebasan pada setiap tingkat, maka dilakukan penyederhanaan sebagai berikut ini.

1. Massa setiap tingkat dianggap terkonsentrasi pada 1 titik (*lumped mass*).
2. Balok dan pelat dianggap relatif sangat kaku dibandingkan kolom sehingga joint tidak dapat berotasi dan simpangan massa hanya bergerak ke arah horizontal saja tanpa adanya puntir.
3. Pengaruh beban aksial kolom diabaikan sehingga simpangan massa tidak akan bergerak ke arah vertikal.

### 3.6 Karakteristik Dinamik Struktur Bangunan Gedung

Persamaan differensial analisis dinamika struktur melibatkan 3 properti utama suatu struktur, yaitu massa, kekakuan, dan redaman. Ketiga properti ini umumnya disebut sebagai karakteristik dinamik struktur. Hanya kekakuan saja yang digunakan untuk kepentingan analisis statik dan sisanya (massa dan redaman) hanya digunakan pada masalah dinamik. Di bawah ini akan dijelaskan lebih lanjut mengenai karakteristik dinamik tersebut.

#### 3.6.1 Massa Struktur

Terdapat 2 pendekatan pokok yang umumnya dilakukan untuk mendeskripsikan massa struktur, yaitu sebagai berikut ini.

1. Sistem diskretisasi massa, yaitu massa dianggap menggumpal pada tempat-tempat tertentu (*lumped mass*). Matriks massa merupakan matriks diagonal dan cukup akurat digunakan untuk pemodelan struktur bangunan gedung bertingkat banyak.

2. Massa suatu bangunan konsisten dari atas ke bawah (*consistent mass matrix*) yang mana elemen struktur akan berdeformasi menurut bentuk fungsi (*shape function*) tertentu. Jika diperhitungkan 3 derajat kebebasan, maka diperoleh matriks massa dengan *off diagonal* yang tidak sama dengan nol. Contoh struktur yang cocok menggunakan pemodelan ini adalah struktur cerobong.

Massa suatu bangunan dapat dihitung menggunakan rumus sederhana sebagai berikut ini.

$$m = \frac{W}{g} \quad (3.1)$$

dengan:

$m$  = massa struktur (kg dt<sup>2</sup>/cm),

$W$  = berat beban gravitasi (kg), dan

$g$  = percepatan gravitasi (cm/dt<sup>2</sup>).

### 3.6.2 Kekakuan Struktur

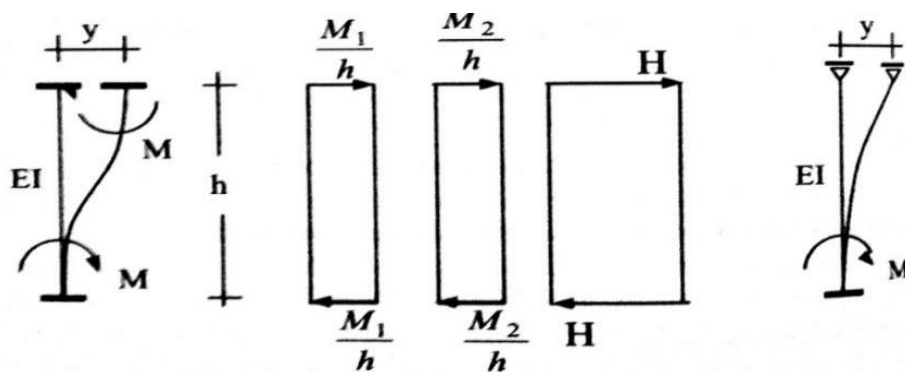
Kekakuan adalah gaya yang diperlukan untuk terjadinya 1 deformasi. Kekakuan merupakan salah satu parameter penting dalam dinamika struktur. Hubungan kekakuan dengan massa akan menghasilkan persamaan *eigenproblem* yang digunakan untuk mendapatkan nilai frekuensi sudut dan periode getar struktur. Kedua nilai ini sangat berpengaruh terhadap respon dinamik struktur yang akan terjadi.

Dalam Pawirodikromo (2017), ada berbagai macam metode untuk mencari nilai kekakuan pada struktur, diantaranya kekakuan dengan prinsip *shear building*, kekakuan menurut Muto (1975), kekakuan menurut Blume dkk (1961), kekakuan menurut Aydin dan Gonen (1994), dan sebagainya, tetapi dalam penelitian ini hanya digunakan 2 metode perhitungan kekakuan struktur yang akan dijelaskan sebagai berikut ini.

#### 1. Kekakuan Prinsip *Shear Building*.

Kekakuan sangat dipengaruhi oleh rotasi pada join-join struktur bangunan. Semakin kaku balok maka semakin besar kemampuannya dalam mengekang rotasi ujung kolom sehingga akan menambah kekakuan kolom. Pelat lantai yang

menyatu secara kaku dengan balok diharapkan dapat membantu kekakuan balok. Pada prinsip *shear building*, balok lantai tingkat dianggap tetap horizontal sebelum ataupun sesudah terjadi penggoyangan sehingga join-join pada struktur bangunan tidak dapat berotasi. Anggapan ini sebenarnya tidak benar karena faktanya join-join pada struktur bangunan dapat berotasi secara bebas. Anggapan ini akan menghasilkan suatu nilai kekakuan kolom yang sifatnya *upperbound*. Jika asumsi tersebut digunakan maka kondisi kolom dengan dukungan jepit-jepit akan diperoleh. Kondisi ini membuat kolom menjadi sangat kaku. Perhitungan kekakuan kolom mengambil model kolom jepit-jepit yang bagian atasnya mengalami deformasi horizontal seperti pada Gambar 3.3 berikut.



**Gambar 3.3 Kekakuan Kolom Jepit-Jepit**

(Sumber: Pawirodikromo, 2017)

Menurut prinsip mekanika, suatu elemen jepit-jepit dengan tinggi  $h$  dan kekakuan lentur (*flexural rigidity*)  $EI$  yang salah satu ujungnya mengalami perpindahan tempat sebesar  $y$ , maka pada ujung-ujung elemen tersebut akan timbul momen sebesar,

$$M_1 = \frac{6EI}{h^2} y \quad \text{dan} \quad M_2 = \frac{6EI}{h^2} y \quad (3.2)$$

Elemen tersebut mempunyai potongan yang prismatis sehingga  $M_1$  akan sama dengan  $M_2$ . Adanya momen ini akan menimbulkan gaya geser yang bekerja pada masing-masing join sebesar,



$$\begin{aligned}
 H_1 &= \frac{M_1}{h} + \frac{M_2}{h} \\
 &= \left( \frac{6EI}{h^3} + \frac{6EI}{h^3} \right) y \\
 &= \frac{12EI}{h^3} y
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Pada hakekatnya gaya horizontal yang bekerja pada join atas  $P = H_1 = H_2$ , maka kekakuan dapat dihitung dengan,

$$\begin{aligned}
 K &= \frac{P}{y} = \frac{12EI}{h^2 h} \times \frac{y}{y} \\
 &= \frac{12EI}{h^3}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

## 2. Kekakuan Kolom Metode Muto (1975).

Muto (1975) dalam Pawirodikromo (2017) memberikan cara lain untuk menghitung kekakuan kolom. Kekakuan kolom dihitung dengan memperhitungkan kekakuan balok sehingga join-join dimungkinkan untuk berotasi. Kekakuan relatif balok dan kolom dinyatakan dalam rumus berikut ini.

$$Kk_c = \frac{I_c}{h_c} \quad \text{dan} \quad Kk_b = \frac{I_b}{h_b} \tag{3.5}$$

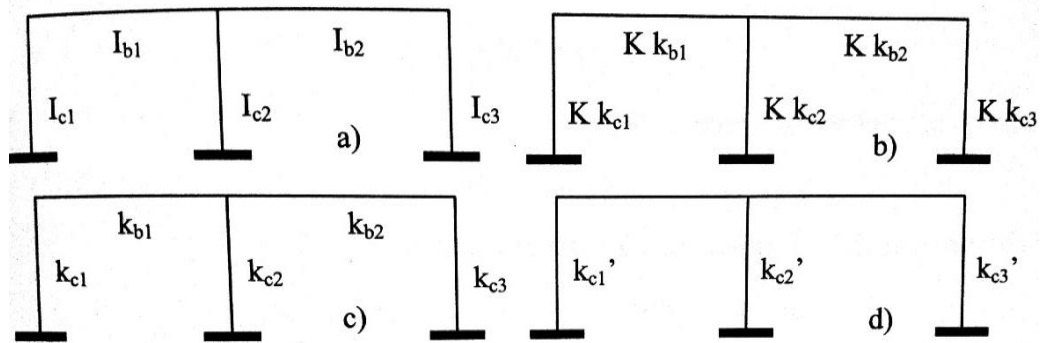
dengan:

$Kk_c$  = Kekakuan relatif kolom,

$Kk_b$  = Kekakuan relatif balok,

$I_c$  = Inersia kolom ( $\text{cm}^4$ ), dan

$I_b$  = Inersia balok ( $\text{cm}^4$ ).



**Gambar 3.4 Kekakuan Relatif Balok dan Kolom Menurut Muto**

(Sumber: Pawirodikromo, 2017)

Metode Muto (1975) dalam Pawirodikromo (2017) memberikan beberapa asumsi sebagai berikut ini.

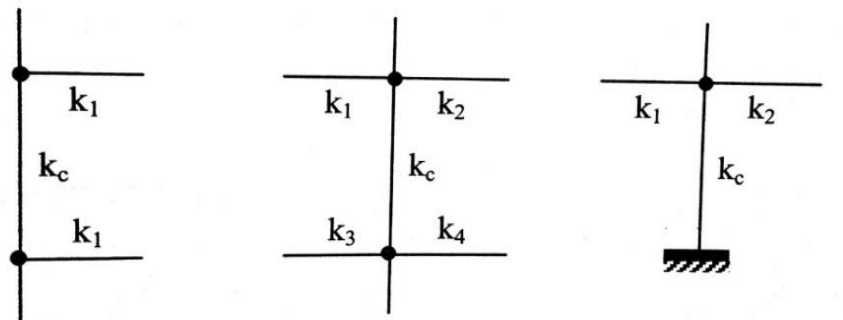
- Bangunan cukup besar, banyak kolom, simetri, dan gaya geser kolom dianggap sama.
- Join-join mengalami rotasi yang sama.
- Pengaruh P-delta (beban gravitasi diabaikan).
- Bending momen berbangun anti-simetrik.
- Titik balik pada kolom dan balok dianggap ditengah-tengah.

Rumus yang digunakan untuk menghitung kekakuan dengan cara muto ini adalah,

$$K_m = C_m \times K_f \quad (3.6)$$

$$K_f = \frac{12EI}{h^3} \quad (3.7)$$

Rumus untuk mencari nilai  $C_m$  berbeda-beda tergantung letak kolom (kolom tengah, kolom tepi, dan kolom lantai dasar).



a. kolom tepi                      b. kolom tengah                      c. kolom lantai dasar

### Gambar 3.5 Kondisi Pengekangan Kolom Oleh Balok

(Sumber: Pawirodikromo, 2017)

a. kolom tepi adalah kolom yang dipegang oleh 2 balok seperti Gambar 3.5a.

$$k' = \frac{k_1 + k_2}{2 \times k_c} = \frac{\sum k_b}{2 \times k_c} \quad (3.8)$$

$$C_m = \frac{k'}{k' + 2} \quad \text{atau} \quad C_m = \frac{\sum k_{ba} + \sum k_{bb}}{(\sum k_{ba} + \sum k_{bb}) + 4k_c} \quad (3.9)$$

dengan:

$k_b$  = Kekakuan balok (kg/cm),

$k_c$  = Kekakuan kolom (kg/cm), dan

$C_m$  = Koefisien Muto.

b. kolom tengah adalah kolom yang dipegang oleh 4 balok seperti Gambar 3.5b.

$$k' = \frac{k_1 + k_2 + k_3 + k_4}{2 \times k_c} = \frac{\sum k_b}{2 \times k_c} \quad (3.10)$$

$$C_m = \frac{k'}{k' + 2} \quad \text{atau} \quad C_m = \frac{\sum k_{ba} + \sum k_{bb}}{(\sum k_{ba} + \sum k_{bb}) + 4k_c} \quad (3.11)$$

dengan:

$k_b$  = Kekakuan balok (kg/cm),

$k_c$  = Kekakuan kolom (kg/cm), dan

$C_m$  = Koefisien Muto.

- c. kolom lantai dasar adalah kolom yang berada pada lantai dasar dan dipegang oleh 2 balok dan tanah seperti pada Gambar 3.5c.

$$k' = \frac{k_1 + k_2}{k_c} = \frac{\sum k_b}{k_c} \quad (3.12)$$

$$C_m = \frac{k' + 0,5}{k' + 2} \quad \text{atau} \quad C_m = \frac{\sum k_{ba} + 0,5 k_c}{\sum k_{ba} + 2k_c} \quad (3.13)$$

dengan:

$k_b$  = Kekakuan balok (kg/cm),

$k_c$  = Kekakuan kolom (kg/cm), dan

$C_m$  = Koefisien Muto.

### 3.6.3 Redaman Struktur

Redaman adalah peristiwa pelepasan energi (*energy dissipation*) oleh struktur akibat berbagai macam sebab. Penyebab terjadinya redaman dapat dibedakan menjadi 3 jenis, yaitu *structural damping*, *coulomb damping*, dan *viscous damping*. *Structural damping* dihasilkan dari gesekan internal antara molekul-molekul didalam bahan, gesekan antara bagian struktur dengan penyambung, dan gesekan struktur dengan sistem dukungan. *Coulomb damping* dihasilkan dari gesekan antar benda padat dan *viscous damping* dihasilkan dari gesekan antara benda padat dengan zat cair. Pada respon struktur inelastik, pelepasan energi juga terjadi akibat adanya sendi plastis. Redaman akan mengurangi respon struktur karena berfungsi menyerap energi.

Pemodelan redaman sebuah struktur menggunakan nilai rasio redaman (*damping ratio*)  $\zeta$ . Rasio redaman ( $\zeta$ ) adalah suatu nilai tidak berdimensi yang bergantung pada properti fisik suatu sistem struktur (massa dan kekakuan), yaitu perbandingan antara konstanta redaman dengan konstanta redaman kritis ( $\zeta = c/2m\omega$ ). Beberapa nilai rasio redaman dapat dilihat pada Tabel 3.1 berikut.

**Tabel 3.1 Nilai-Nilai Rasio Redaman Untuk Berbagai Jenis dan Kondisi**

No	Level Tegangan ( <i>Stress Level</i> )	Jenis dan Kondisi Struktur	Rasio Redaman ( <i>Damping Ratio</i> )
1.	Tegangan elastik atau tegangan kurang ½ tegangan leleh	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Struktur baja las, beton prestress, beton biasa retak rambut</li> <li>• Beton biasa retak minor</li> <li>• Struktur baja sambungan baut, keling, atau struktur kayu dengan sambungan baut/paku</li> </ul>	2 – 3 % 3 – 5 % 5 – 7 %
2.	Tegangan sedikit di bawah leleh atau pada saat leleh	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Struktur baja las, beton prestress tanpa <i>loss of orestress</i> secara total</li> <li>• Beton prestress dengan tegangan lanjut</li> <li>• Beton biasa</li> <li>• Struktur baja sambungan baut, keling, atau struktur kayu dengan sambungan baut</li> <li>• Struktur kayu dengan sambungan paku</li> </ul>	5 – 7 % 7 – 10 % 7 – 10 % 10 – 15 % 15 – 20 %

Sumber: Newmark N.M dan Hall W.J (1982) dalam Pawirodikromo (2017)

Selanjutnya, untuk menyelesaikan persoalan dinamika struktur diperlukan nilai matriks redaman. Matriks redaman dapat diperoleh dengan 3 cara, yaitu sebagai berikut ini.

1. Damping matriks proposional dengan massa (*mass proportional damping*).

Matriks ini memiliki *off diagonal* sama dengan nol bila digunakan pemodelan *lumped mass*. Bentuk umum hubungan redaman dengan massa adalah,

$$[C] = \alpha[M] \quad (3.14)$$

Apabila prinsip kondisi orthogonal diterapkan pada persamaan di atas maka akan diperoleh,

$$\begin{aligned}\phi^T C \phi &= \alpha \phi^T M \phi \\ C^*_j &= \alpha M^*_j \\ 2\zeta_j \omega_j M^*_j &= \alpha M^*_j\end{aligned}\tag{3.15}$$

Persamaan 3.15 akan menghasilkan,

$$\alpha = 2\zeta_j \omega_j\tag{3.16}$$

Persamaan 3.16 adalah nilai koefisien matriks massa apabila frekuensi sudut dan rasio redaman referensi ( $\omega_j$  dan  $\zeta_j$ ) telah ditentukan. Setiap *mode* akan memiliki hubungan seperti persamaan 3.15 sehingga untuk *mode* ke-i akan diperoleh hubungan,

$$2\zeta_i \omega_i M^*_i = \alpha M^*_i\tag{3.17}$$

Substitusi nilai  $\alpha$  dari persamaan 3.16 ke dalam persamaan 3.17 dan akan diperoleh,

$$\begin{aligned}2\zeta_i \omega_i M^*_i &= 2\zeta_j \omega_j M^*_i \\ \zeta_j &= \frac{\zeta_j \omega_j}{\omega_i}\end{aligned}\tag{3.18}$$

Pada persamaan 3.18, nilai  $\omega_j$  dan  $\zeta_j$  adalah *damping ratio* dan kecepatan sudut pada *mode* ke-i, yaitu nilai-nilai yang dipakai sebagai referensi. *Damping ratio* pada *mode* lain akan proporsional dengan *damping ratio* yang sudah ditetapkan.

2. Damping matriks proporsional dengan kekakuan (*stiffness proportional damping*).

Matriks ini memiliki bentuk yang sama dengan matriks kekakuan. Matriks ini berupa matriks diagonal, tetapi nilai *off diagonal* tidak sama dengan nol. Bentuk umum hubungan redaman dengan kekakuan adalah,

$$[C] = \beta[K] \quad (3.19)$$

Apabila prinsip kondisi orthogonal diterapkan pada persamaan di atas maka akan diperoleh,

$$\begin{aligned} \phi^T C \phi &= \beta \phi^T K \phi \\ C^*_j &= \beta K^*_j \\ 2\xi_j \omega_j M^*_j &= \beta \omega_j^2 M^*_j \end{aligned} \quad (3.20)$$

Persamaan 3.20 akan menghasilkan,

$$\beta = \frac{2\xi_j}{\omega_j} \quad (3.21)$$

Persamaan 3.21 adalah nilai koefisien matriks massa apabila frekuensi sudut dan rasio redaman referensi ( $\omega_j$  dan  $\xi_j$ ) telah ditentukan. Setiap *mode* akan memiliki hubungan seperti persamaan 3.20 sehingga untuk *mode* ke- $i$  akan diperoleh hubungan,

$$2\xi_i \omega_i M^*_i = \beta \omega_i^2 M^*_i \quad (3.22)$$

Substitusi nilai  $\beta$  dari persamaan 3.21 ke dalam persamaan 3.22 dan akan diperoleh,

$$\begin{aligned} 2\xi_i \omega_i M^*_i &= \frac{2\xi_j}{\omega_j} \omega_i^2 M^*_i \\ \xi_j &= \frac{2\xi_j \omega_i}{\omega_j} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Pada persamaan 3.22, nilai  $\omega_j$  dan  $\xi_j$  adalah *damping ratio* dan kecepatan sudut pada *mode* ke- $i$ , yaitu nilai-nilai yang dipakai sebagai referensi. *Damping ratio* pada *mode* lain akan proporsional dengan *damping ratio* yang sudah ditetapkan.

3. Damping matriks proposional dengan massa dan kekakuan (*mass and stiffness proportional damping*).

Clough dan Penzien (1993) dalam Pawirodikromo (2017) mengatakan bahwa 2 jenis redaman di atas masing-masing memiliki kelemahan. Oleh karena itu, kombinasi keduanya dapat dipakai sebagai penyempurnaan dari 2 jenis redaman di atas. Bentuk umum hubungan antara massa, kekakuan, dan redaman adalah,

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3.24)$$

Apabila prinsip kondisi orthogonal diterapkan pada persamaan di atas maka akan diperoleh,

$$\begin{aligned} \phi^T C \phi &= \alpha \cdot \phi^T M \phi + \beta \cdot \phi^T K \phi \\ C^*_j &= \alpha \cdot M^*_j + \beta \cdot \omega_j^2 M^*_j \\ 2 \cdot \xi_j \omega_j &= \alpha + \beta \cdot \omega_j^2 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Pada 2 *mode* yang berurutan yaitu *mode* ke-*i* dan *mode* ke-*j*, persamaan 3.25 akan menghasilkan,

$$2\xi_j \omega_j = \alpha + \beta \omega_j^2 \quad (3.26)$$

$$2\xi_i \omega_i = \alpha + \beta \omega_i^2 \quad (3.27)$$

Berdasarkan persamaan 3.26 dan 3.27 maka akan diperoleh nilai  $\alpha$  dan  $\beta$  sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{2(\xi_j \omega_j - \xi_i \omega_i)}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \\ \alpha &= 2\xi_j \omega_j - \beta \omega_j^2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Persamaan 3.28 adalah nilai koefisien matriks massa dan kekakuan apabila frekuensi sudut dan rasio redaman referensi ( $\omega_j$  dan  $\xi_j$ ) telah ditentukan. Setiap *mode* akan memiliki hubungan seperti persamaan 3.26 dan 3.27. Pada 2 *mode* yang ditinjau, persamaan 3.26 dan 3.27 biasanya ditulis menjadi,



$$\begin{aligned}\frac{\alpha}{2\omega_j} + \frac{\beta}{2}\omega_j &= \zeta_j \\ \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta}{2}\omega_i &= \zeta_i\end{aligned}\quad (3.29)$$

Persamaan 3.29 merupakan persamaan simultan dimana nilai  $\alpha$  dan  $\beta$  perlu dihitung dalam *mass and stiffness proportional damping*. Frekuensi sudut ( $\omega$ ) dan rasio redaman ( $\zeta$ ) untuk *mode* ke- $i$  dan *mode* ke- $j$  sudah ditentukan sebagai nilai referensi. Jika hal ini sudah dilakukan, maka nilai  $\alpha$  dan  $\beta$  dapat dicari melalui bentuk matriks persamaan 3.30 berikut.

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_j} & \omega_j \\ \frac{1}{\omega_i} & \omega_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \zeta_j \\ \zeta_i \end{Bmatrix}\quad (3.30)$$

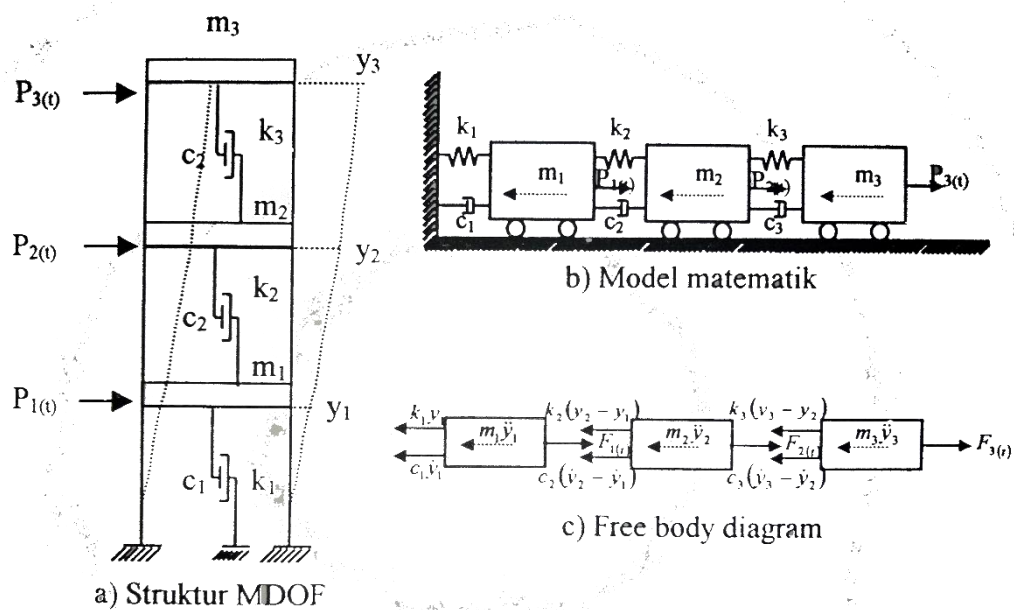
Berdasarkan persamaan 3.30 di atas, jika nilai frekuensi sudut ( $\omega$ ) dan rasio redaman ( $\zeta$ ) untuk *mode* ke- $i$  dan *mode* ke- $j$  sudah ditentukan, maka nilai  $\alpha$  dan  $\beta$  dapat dihitung. Selanjutnya, nilai-nilai rasio redaman untuk setiap *mode* dapat dicari dengan persamaan 3.31 berikut ini dengan catatan nilai  $\alpha$  dan  $\beta$  sudah dihitung menurut persamaan 3.30.

$$\zeta_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta}{2}\omega_i\quad (3.31)$$

### 3.7 Getaran Bebas pada Struktur *Multi Degree of Freedom* (MDOF)

Struktur MDOF adalah suatu struktur yang memiliki jumlah tingkat yang banyak atau lebih dari 1. Umumnya suatu struktur akan bergoyang apabila menerima pembebanan dari luar, yaitu berupa getaran yang biasanya disebut sebagai getaran dipaksa (*forced vibration systems*). Namun, pemodelan suatu struktur yang bergoyang dengan sistem getaran bebas (*free vibration systems*), yaitu getaran yang tidak diakibatkan oleh beban luar, akan berguna dalam menentukan beberapa karakter struktur yang penting dan bermanfaat dalam analisis dinamika struktur. Karakter tersebut adalah *normal modes*, frekuensi sudut, frekuensi alami,

dan periode getar struktur. Karakter-karakter tersebut akan diselesaikan melalui persamaan yang disebut nilai karakteristik diri (*eigenproblem*). Penyelesaian persamaan ini masih diikuti dengan penyederhanaan yaitu menganggap struktur tidak mempunyai redaman (*undamped system*). Pemodelan pada struktur MDOF dapat dilihat pada Gambar 3.6 berikut ini.



**Gambar 3.6 Pemodelan Struktur MDOF**

(Sumber: Pawirodikromo, 2017)

### 3.7.1 Nilai Karakteristik Diri (*Eigenproblem*)

Seperti yang telah dijelaskan di atas bahwa penyelesaian persamaan ini akan menghasilkan nilai karakteristik yang sangat berguna dalam pembahasan respon dinamika struktur. Karakteristik yang utama adalah *normal modes* dan frekuensi sudut ( $\omega$ ). Pada penelitian ini, struktur tidak memiliki *normal modes* atau standar *modes* karena adanya interaksi antara tanah dengan fondasi. Oleh karena itu, karakteristik yang diperlukan dalam penelitian ini hanya frekuensi sudut ( $\omega$ ).

Getaran bebas pada struktur dengan derajat kebebasan banyak menghasilkan persamaan differensial gerakan seperti pada persamaan 3.32,

$$[M]\{\ddot{Y}\} + [C]\{\dot{Y}\} + [K]\{Y\} = \{0\} \quad (3.32)$$

Nilai frekuensi sudut ( $\omega$ ) pada struktur dengan redaman (*damped frequency*) hampir sama nilainya dengan frekuensi sudut struktur tanpa redaman (*undamped frequency*) apabila nilai *damping ratio* relatif kecil. Oleh karena itu, persamaan 3.32 dapat dianggap tidak memiliki redaman sehingga akan menjadi,

$$[M]\{\ddot{Y}\} + [K]\{Y\} = \{0\} \quad (3.33)$$

Persamaan di atas adalah persamaan differensial pada struktur MDOF dengan asumsi tidak memiliki redaman. Penyelesaian persamaan differensial tersebut diharapkan dalam fungsi harmonik menurut bentuk,

$$Y = \{\phi\}_i \sin(\omega t) \quad (3.34)$$

$$\dot{Y} = \omega\{\phi\}_i \sin(\omega t) \quad (3.35)$$

$$\ddot{Y} = -\omega^2\{\phi\}_i \sin(\omega t) \quad (3.36)$$

$\{\phi\}_i$  adalah suatu ordinat massa pada *mode* ke-i. Substitusi persamaan 3.34, 3.35, dan 3.36 ke dalam persamaan 3.33 sehingga akan diperoleh,

$$-\omega^2[M]\{\phi\}_i \sin(\omega t) + [K]\{\phi\}_i \sin(\omega t) = 0 \quad (3.37)$$

$$\{[K] - \omega^2[M]\} \{\phi\}_i = 0 \quad (3.38)$$

Matriks massa dan matriks kekakuan berturut-turut adalah sebagai berikut ini.

$$[M] = \begin{bmatrix} m1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & mn \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k1 + k2 & -k2 & 0 \\ -k2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & kn \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Eigen problem pada persamaan di atas dapat ditulis sebagai berikut ini.

$$\begin{bmatrix} k1 + k2 & -k2 & 0 \\ -k2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & kn \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & mn \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.41)$$

Persamaan 3.38 dan 3.41 di atas disebut persamaan *eigenproblem*. Persamaan tersebut merupakan persamaan simultan yang harus dicari penyelesaiannya. Penyelesaian persamaan tersebut dapat memakai hukum Cramer, seorang ahli matematika dari Swiss. Hukum tersebut dapat menyelesaikan persamaan simultan baik yang homogen maupun non-homogen. Hukum tersebut menyatakan bahwa penyelesaian persamaan simultan homogen akan ada nilainya apabila determinan dari matriks yang merupakan koefisien dari vector  $\{\phi\}_i$  adalah nol sehingga didapat persamaan,

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (3.42)$$

Penyelesaian persamaan 3.42 berikut akan menghasilkan nilai frekuensi sudut ( $\omega$ ) yang kemudian diikuti dengan dihasilkannya nilai *mode*. *Mode* adalah jenis/pola/ragam goyangan/getaran suatu struktur bangunan. Jumlah *mode* dan frekuensi sudut ( $\omega$ ) berhubungan langsung dengan jumlah massa. Contoh pada bangunan yang memiliki 3-tingkat akan memiliki 3 derajat kebebasan dan akan memiliki 3 jenis *mode* gerakan dan 3 nilai frekuensi sudut ( $\omega$ ) yang berhubungan langsung dengan jenis *mode*-nya. *Mode* dan frekuensi sudut ( $\omega$ ) hanya merupakan fungsi dari massa dan kekakuan sehingga bebas dari pengaruh waktu dan frekuensi getaran.

### 3.8 Karakteristik Statik dan Dinamik Tanah

Untuk mengetahui respon yang dihasilkan tanah diperlukan data yang lebih rinci tentang jenis, sifat, maupun properti tanah. Sifat atau karakteristik tanah yang dimaksud terbagi menjadi 2, yaitu karakteristik statik dan karakteristik dinamik. Karakteristik statik misalnya nilai kohesi ( $c$ ), sudut gesek dalam ( $\phi$ ), dan *poisson ratio* dan karakteristik dinamik misalnya nilai modulus geser tanah (*shear modulus*), sifat-sifat linearitas, dan perilaku mekanik atas beban siklis. Karakteristik statik dan dinamik tanah akan dijelaskan lebih lanjut sebagai berikut ini.

#### 3.8.1 Karakteristik Statik

Secara umum tanah dibedakan menjadi 2 yaitu, tanah berpasir (kohesi  $c = 0$ ) dan tanah lempung murni ( $\phi = 0$ ), tetapi di lapangan sering dijumpai tanah yang

merupakan campuran keduanya. Tanah sering dianggap pasir murni atau lempung murni untuk menyederhanakan masalah analisis atau perhitungan. Berikut ini penjelasan lebih lanjut mengenai tanah pasir murni dan lempung murni.

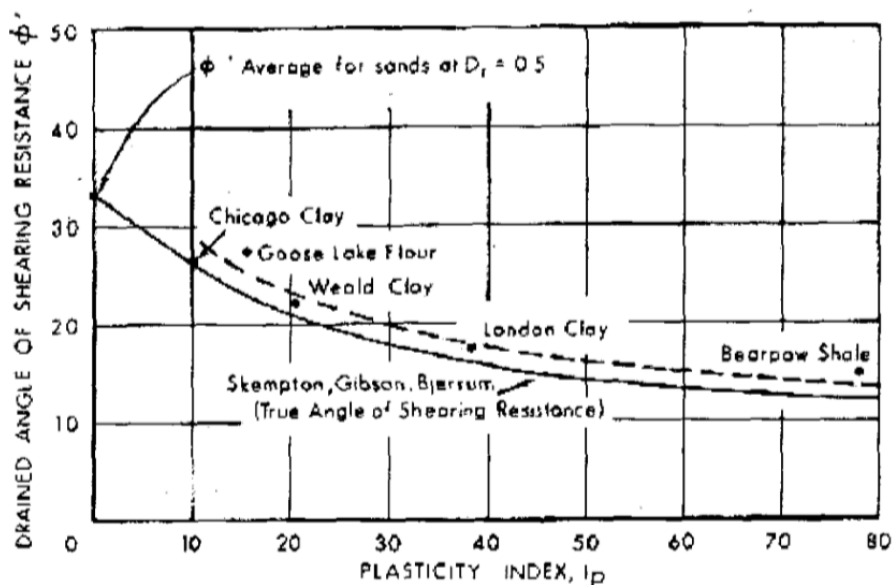
#### 1. Tanah pasir murni (*Cohesionless Soils*).

Tanah pasir murni tidak memiliki kohesi sehingga butiran pasir akan saling memadat atau merenggang dengan mudah seperti peristiwa likuifaksi pada saat terjadi gempa. Likuifaksi adalah peristiwa hilangnya gaya gesek antar butiran tanah sebagai akibat dari meningkatnya tekanan air pori akibat getaran gempa. Nilai sudut gesek dalam ( $\phi$ ) pasir dari beberapa tempat sangat berbeda. Ada kecenderungan bahwa semakin besar *relative density* ( $D_r$ ) maka semakin besar nilai sudut gesek dalam ( $\phi$ ). Pasir dengan nilai  $D_r$  antara 45-65% memiliki sudut gesek dalam ( $\phi$ ) berkisar antara 28-37°. Broker dan Ireland (1965) dalam Pawirodikromo (2012) memberikan nilai  $\phi = 33^\circ$  untuk  $D_r = 50\%$ . Sudut gesek dalam pada pasir yang diambil sebesar  $\phi = 30^\circ$  adalah untuk pasir dengan  $D_r$  kurang dari 50%. Sudut gesek dalam ( $\phi$ ) merupakan karakteristik statik yang sangat diperlukan terutama untuk analisis dan desain fondasi. Das (1983) dalam Pawirodikromo (2012) menyatakan bahwa apabila terjadi gempa bumi maka nilai sudut gesek dalam ( $\phi$ ) akan berkurang sehingga akan mempengaruhi besarnya daya dukung tanah. Nilai *poisson ratio* tanah pada umumnya dipakai untuk analisis *settlement* atau untuk menentukan kecepatan gelombang geser. Kecepatan gelombang geser dipakai pada analisis rotasi fondasi (*rocking*) akibat beban gempa. Nilai *poisson ratio* dipengaruhi oleh suatu anggapan bahwa tanah merupakan material yang homogen dan mempunyai perilaku fisik atau mekanik yang sama di segala arah (isotropik).

#### 2. Tanah lempung murni (*Cohesive Soils*).

Tanah lempung murni umumnya terdiri atas butir-butir yang sangat halus dari beberapa jenis mineral yang mempunyai sifat kohesif. Sifat kohesif ini muncul dari adanya interaksi antara mineral-mineral penyusun lempung dengan air. Interaksi ini menyebabkan lekatan antara butir yang satu dengan butir yang lain sehingga menimbulkan nilai kohesi ( $c$ ). Nilai kohesi ( $c$ ) tanah lempung merupakan nilai yang penting untuk digunakan pada analisis atau desain fondasi.

Jika terjadi gempa bumi maka terdapat perubahan karakteristik tanah lempung yang dapat mengurangi daya dukung tanah. Sifat fisik tanah lempung selain kohesi ( $c$ ) adalah *plasticity index* ( $PI$ ). *Plasticity index* ini mempunyai pengaruh yang sangat penting dan setiap tanah lempung memiliki nilai  $PI$  yang berbeda-beda. Broker dan Ireland (1965) dalam Pawirodikromo (2012) mengadakan penelitian tentang koefisien tekanan tanah saat diam  $K_o$  (*lateral earth pressure coefficient at rest*) dan sekaligus menghasilkan hubungan antara *plasticity index* dengan sudut gesek dalam ( $\phi$ ) yang dapat dilihat pada Gambar 3.7 berikut.



**Gambar 3.7 Plasticity Index ( $PI$ ) vs Sudut Gesek Dalam ( $\phi$ )**

(Sumber: Broker dan Ireland (1965) dalam Pawirodikromo, 2012)

Gambar 3.7 di atas menjelaskan bahwa sudut gesek dalam ( $\phi$ ) dipengaruhi oleh *plasticity index* dengan hubungan mirip seperti fungsi eksponensial. *Plasticity index* yang tinggi akan menyebabkan nilai sudut gesek dalam ( $\phi$ ) yang relatif kecil.

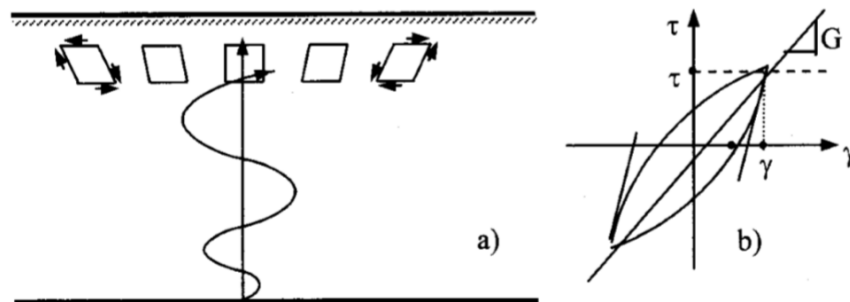
### 3.8.2 Karakteristik Dinamik

Karakteristik dinamik tanah meliputi modulus geser tanah ( $G$ ), redaman material atau damping tanah ( $D$ ), dan kecepatan gelombang geser tanah ( $V_s$ ). Das (1993) dalam Pawirodikromo (2012) menyatakan nilai-nilai karakteristik dinamik tanah dapat dicari dengan berbagai macam cara misalnya dengan uji lapangan, uji

laboratorium, dan hubungan empirik yang diperoleh dari hasil uji lapangan dan laboratorium. Nilai-nilai karakteristik dinamik sangat diperlukan pada persoalan-persoalan daya dukung dinamik tanah, persoalan akibat getaran mesin, dan interaksi tanah dengan fondasi.

#### 1. Modulus Geser Tanah ( $G$ ).

Modulus geser (*shear modulus*) adalah perbandingan antara tegangan geser ( $\tau$ ) dengan regangan geser ( $\gamma$ ). Tegangan geser (*shear stress*) didapat dengan cara membagi gaya geser dengan luas bidang geser. Regangan geser (*shear strain*) diperoleh dari derajat distorsi pada elemen tanah yang diakibatkan oleh adanya gelombang geser akibat gempa atau dapat dinyatakan dalam rasio antara simpangan horizontal (*horizontal displacement*) dengan tinggi elemen. Penjelasan lebih lanjut mengenai modulus geser dapat dilihat pada Gambar 3.8 berikut.

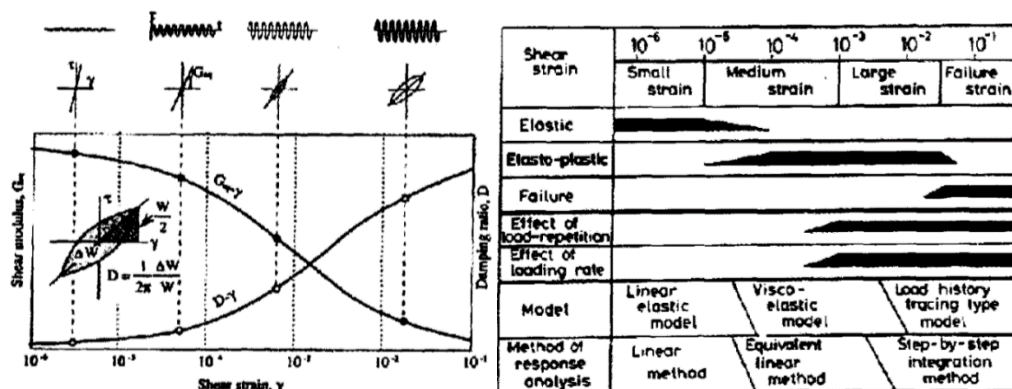


**Gambar 3.8 Elemen Tanah Akibat Gelombang Geser Vertikal dan *Hysteretic Loops***

(Sumber: Pawirodikromo, 2012)

Gambar 3.8 di atas menjelaskan bahwa akibat beban geser siklis gelombang geser vertikal, tanah akan mengalami perubahan yang ditandai oleh timbulnya distorsi atau *relative displacement* sisi atas terhadap sisi bawah. Dalam modulus geser terdapat istilah modulus geser maksimum ( $G_o$ ). Nilai modulus geser maksimum ( $G_o$ ) adalah nilai modulus geser untuk regangan geser yang sangat kecil yaitu regangan geser berkisar antara  $10^{-6}$ . Tanah akan benar-benar berada dalam kondisi elastik pada nilai regangan geser sebesar  $10^{-6}$  yang artinya  $G_o$  adalah nilai modulus geser tanah pada kondisi elastik. Nilai modulus geser juga

memiliki hubungan dengan nilai koefisien redaman ( $D$ ) yang dapat dilihat pada Gambar 3.9 berikut.



**Gambar 3.9 Shear Modulus and Damping Reduction Curves**

(Sumber: Anonim (1993) dalam Pawirodikromo, 2012)

Gambar 3.9 di atas menjelaskan bahwa semakin besar nilai regangan geser tanah ( $\gamma$ ), maka nilai modulus geser tanah ( $G$ ) akan semakin kecil dan sebaliknya nilai koefisien redaman ( $D$ ) akan semakin besar. Hal tersebut berarti nilai regangan geser tanah ( $\gamma$ ) mempunyai pengaruh yang sangat besar terhadap modulus geser dan redaman. Atas fakta tersebut, terdapat hubungan yang terbalik antara modulus geser ( $G$ ) dengan regangan geser ( $\gamma$ ) di satu sisi dan hubungan koefisien redaman ( $D$ ) dengan regangan geser ( $\gamma$ ) di sisi yang lain. Gambar 3.9 juga menjelaskan bahwa tanah dalam kondisi benar-benar linier elastik apabila regangan geser tanah ( $\gamma$ )  $< 10^{-4}$ . Analisis dinamik lapisan tanah menggunakan model linier elastik pada level regangan tersebut. Pada regangan geser yang lebih besar yaitu antara  $10^{-4} - 5 \cdot 10^{-3}$ , perilaku tanah sudah menjadi elastik-plastik sehingga model analisis biasanya dipakai model ekuivalen kekakuan linier, yaitu dengan menghubungkan antara puncak-puncak histeristik. Jika regangan geser  $> 10^{-2}$  maka tanah sudah berperilaku non-linier inelastik sehingga analisis dinamik lapisan tanah sudah harus memakai analisis non-linier.

## 2. Modulus Geser Maksimum ( $G_0$ ).

Nilai modulus geser maksimum ( $G_0$ ) adalah nilai modulus geser untuk regangan geser yang sangat kecil yaitu regangan geser berkisar antara  $10^{-6}$  atau nilai modulus geser tanah pada kondisi linier-elastik. Terdapat beberapa peneliti yang



sudah melakukan studi tentang besarnya nilai modulus geser maksimum ( $G_o$ ). Nilai  $G_o$  dipengaruhi oleh berbagai macam parameter. Parameter yang paling utama adalah jenis tanah (lempung atau pasir), *effective confining pressure*, *void ratio* ( $e$ ), dan derajat konsolidasi. Hardin dan Black (1969) dalam Pawirodikromo (2012) mengusulkan suatu rumus yang dapat dipakai untuk menghitung nilai modulus geser maksimum ( $G_o$ ) untuk tanah liat dengan nilai  $0,4 < e < 1,2$  yaitu,

$$G_o = 326 \cdot OCR^k \frac{(2,973 - e)^2}{(1 + e)} \bar{\sigma}_0^{0,5} \quad (3.43)$$

Hardin dan Black (1978) dalam Pawirodikromo (2012) juga mengusulkan formula modulus geser maksimum untuk tanah pasir yaitu,

$$G_o = 326 \frac{(2,973 - e)^2}{(1 + e)} \bar{\sigma}_0^{0,5} \quad (3.44)$$

dengan:

$G_o$  = Modulus geser maksimum (kg/cm<sup>2</sup>),

$OCR$  = Derajat konsolidasi,

$e$  = *Void ratio*, dan

$\bar{\sigma}_0$  = *Effective confining pressure* (kg/cm<sup>2</sup>).

Nilai  $k$  dapat dilihat pada Tabel 3.2 berikut ini.

**Tabel 3.2 Nilai k Menurut *Plasticity Index* ( $PI$ )**

Plasticity Index ( $PI$ )	k
0	0
20	0,18
40	0,3
60	0,41
80	0,48
100	0,5

Nilai  $\bar{\sigma}_0$  dapat diperoleh dengan,

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3} \quad (3.45)$$

dengan:

$\bar{\sigma}_0$  = *Effective confining pressure* (kg/cm<sup>2</sup>),

$\sigma_1$  = *Effective vertical stress* (kg/cm<sup>2</sup>), dan

$\sigma_2 = \sigma_3$  = Tekanan tanah horizontal (kg/cm<sup>2</sup>).

*Effective vertical stress* dapat diperoleh dengan rumus,

$$\sigma_1 = \gamma' \cdot h \quad (3.46)$$

dengan:

$h$  = Ketebalan lapisan tanah dan

$\gamma'$  = Berat volume tanah efektif, untuk tanah di atas muka air tanah menggunakan  $\gamma_{wet}$  atau  $\gamma_{bulk}$ .

Tekanan tanah horizontal dapat diperoleh dengan rumus,

$$\sigma_2 = \sigma_3 = K_o \cdot \sigma_1 \quad (3.47)$$

dengan:

$K_o$  = Koefisien tekanan horizontal tanah saat diam ( $K_o = 1 - \sin \varphi$ ).

Das (1993) dalam Pawirodikromo (2012) menyatakan apabila modulus geser ( $G$ ) setiap lapis tanah telah diperoleh, maka kekakuan geser lapisan tanah dapat dihitung dengan,

$$K_i = \frac{G_i \cdot A}{h_i} \quad (3.48)$$

dengan:

$K_i$  = Kekakuan tanah lapis ke-i,

$G_i$  = Modulus geser tanah lapis ke-i,

$A$  = Luasan prisma tanah yang ditinjau, dan

$h_i$  = Tebal lapisan ke- $i$ .

Perhitungan kekakuan tiap lapisan memerlukan nilai modulus geser ( $G$ ) tiap lapis. Nilai tersebut dapat menggunakan nilai modulus geser rata-rata atau modulus geser ekuivalen dengan cara yang lebih teliti yaitu,

$$\bar{G} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{i=n} G_i \cdot h_i \quad (3.49)$$

dengan:

$\bar{G}$  = Modulus geser tanah ekuivalen,

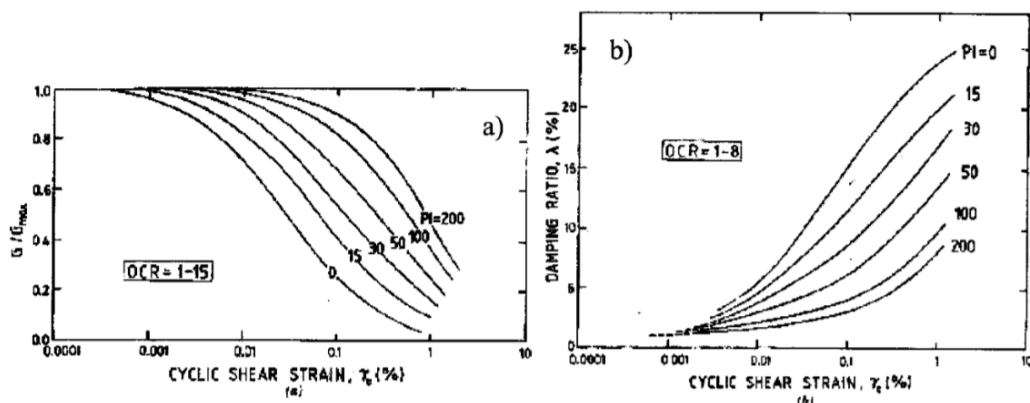
$H$  = Tebal total lapisan yang ditinjau,

$G_i$  = Modulus geser tanah lapis ke- $i$ , dan

$h_i$  = Tebal lapis ke- $i$ .

### 3. Regangan geser tanah dekat permukaan tanah ( $\gamma_{ss}$ ).

Regangan geser tanah ( $\gamma$ ) sangat berpengaruh terhadap nilai modulus geser ( $G$ ) dan damping ( $D$ ). Vucetic dan Dobry (1991) dalam Pawirodikromo (2012) meneliti tentang efek *plasticity index* terhadap perilaku dinamik tanah lempung. Besarnya nilai modulus geser ( $G$ ) untuk setiap regangan geser ( $\gamma$ ) kemudian dinormalisasikan terhadap modulus geser maksimum atau dinyatakan dalam notasi  $G/G_{max}$ . Plot hubungan antara normalisasi modulus geser ( $G/G_{max}$ ) lawan regangan geser dan hubungan antara rasio redaman lawan regangan geser untuk setiap nilai  $PI$  dapat dilihat pada Gambar 3.10 berikut.



**Gambar 3.10 Modulus Geser Tanah dan Redaman vs Shear Strain**

(Sumber: Vucetic dan Dobry (1991) dalam Pawirodikromo, 2012)

Regangan geser dari tanah lebih dipengaruhi oleh regangan geser tanah dekat permukaan ( $\gamma_{ss}$ ) yang dapat dicari dengan persamaan,

$$\gamma_{ss} = \{0,894 \cdot 10^{0,548M} (R + 30)^{-0,774}\} 10^{-6} \quad (3.50)$$

dengan:

$\gamma_{ss}$  = Regangan geser tanah dekat permukaan,

$M$  = Magnitudo gempa, dan

$R$  = Jarak episenter gempa (km).

Modulus geser tanah ( $G$ ) dapat dicari dengan menggunakan persamaan 3.50 dan gambar 3.10 di atas. Nilai modulus geser tanah ( $G$ ) dapat dicari dari nilai modulus geser maksimum ( $G_o$ ) berdasarkan nilai *index plasticity* ( $PI$ ), *over consolidated ratio* ( $OCR$ ), dan *soil shear strain near the ground surface* ( $\gamma_{ss}$ ). Selanjutnya, gambar 3.10 di atas menunjukkan bahwa tanah yang mempunyai nilai  $PI$  yang tinggi (tanah lempung gemuk) akan mempunyai nilai normalisasi modulus geser yang relatif tinggi pada suatu regangan geser tertentu dibandingkan dengan tanah yang memiliki nilai  $PI$  yang relatif rendah. Tanah lempung dengan  $PI$  tinggi cenderung masih berperilaku elastik ( $G/G_{max}$  masih cukup besar) pada regangan geser yang sudah relatif besar dan terjadi sebaliknya. Jika tanah lempung memiliki nilai  $PI$  yang rendah seperti tanah pasir, maka kekakuannya cepat sekali menurun ( $G/G_{max}$  menurun drastis) pada regangan geser yang semakin besar. Kekakuan tanah pasir yang cepat menurun

tersebut akan berakibat pada bergeser/bertambahnya periode getar endapan tanah. Hal ini akan berakibat terhadap respon struktur. Kebalikan dari hubungan sebelumnya, rasio redaman akan meningkat pada regangan geser yang semakin besar. Hal ini dikarenakan semakin besarnya luasan inelastik histeretik pada regangan geser yang semakin besar. Rasio redaman juga akan membesar pada tanah dengan  $PI$  yang kecil. Hal ini berarti tanah pasir memiliki kemampuan meredam energi gelombang gempa yang lebih besar daripada tanah lempung.

#### 4. Kecepatan gelombang geser ( $V_s$ ).

Kecepatan gelombang geser merupakan parameter penting pada dinamik tanah. Terdapat beberapa cara untuk menghitung nilai kecepatan gelombang geser, salah satunya adalah berdasarkan data properti tanah yaitu,

$$V_s = \sqrt{\frac{G_s}{\rho_s}} \quad (3.51)$$

$$\rho_s = \frac{\gamma_s}{g} \quad (3.52)$$

dengan:

$V_s$  = Kecepatan gelombang geser tanah,

$G_s$  = Modulus geser tanah,

$\rho_s$  = Rapat massa tanah,

$\gamma_s$  = Berat volume tanah, dan

$g$  = Percepatan gravitasi.

Dobry dkk (1976) dalam Pawirodikromo (2012) telah menyajikan prosedur yang sederhana yang dapat dipakai untuk menghitung kecepatan gelombang geser tanah ( $V_s$ ) untuk tanah yang terdiri atas beberapa lapis. Selanjutnya, rumus pendekatan untuk kecepatan gelombang geser rata-rata tanah dengan kedalaman  $H$  dapat dihitung dengan,

$$\bar{V}_s = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{i=n} V_{si} \cdot h_i \quad (3.53)$$

dengan:

$\bar{V}_s$  = Kecepatan gelombang geser tanah ekuivalen,

$H$  = Tebal total lapisan yang ditinjau,

$V_{si}$  = Kecepatan gelombang geser tanah lapis ke-i, dan

$h_i$  = Tebal lapis ke-i.

Kecepatan gelombang geser ( $V_s$ ) juga dapat dicari dengan berbagai cara lain misalnya *cross hole method*, *bore hole method*, maupun *N-SPT value*. Telah banyak penelitian yang dilakukan untuk mengestimasi kecepatan gelombang geser. Selanjutnya, nilai rapat massa ekuivalen juga perlu diperhitungkan sebagai penyederhanaan lapisan tanah dengan rumus,

$$\bar{\rho}_s = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{i=n} \rho_{si} \cdot h_i \quad (3.54)$$

dengan:

$\bar{\rho}_s$  = Rapat massa tanah ekuivalen,

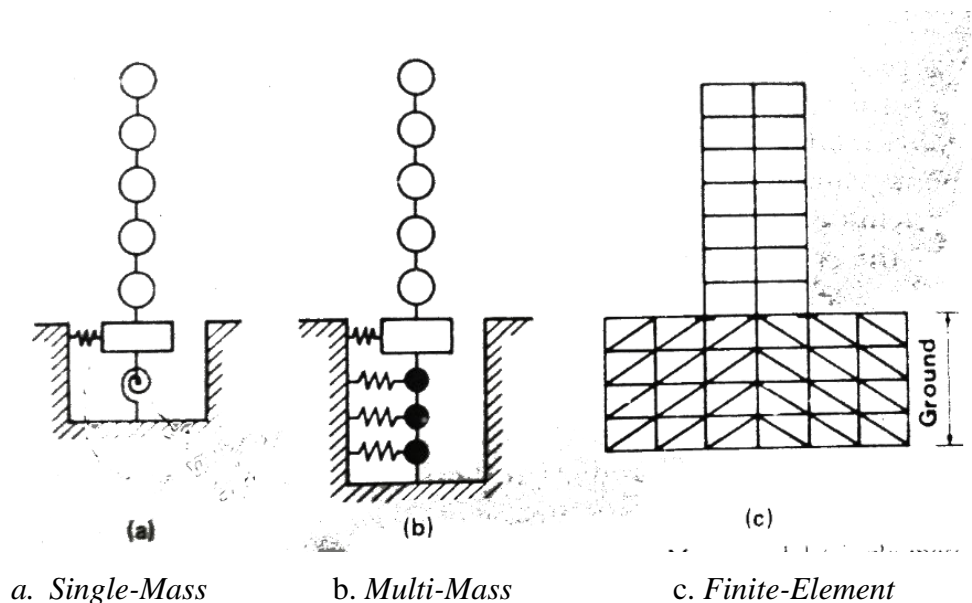
$H$  = Tebal total lapisan yang ditinjau,

$\rho_{si}$  = Rapat massa tanah lapis ke-i, dan

$h_i$  = Tebal lapis ke-i.

### 3.9 Pemodelan Tanah pada *Rocking Vibrations*

Tanah tidak sepenuhnya bersifat kaku sehingga tanah di sekitar bangunan akan berdeformasi sebagai respon terhadap getaran bangunan tersebut. Hal ini menunjukkan bahwa bangunan dan tanah saling berinteraksi ketika terjadi getaran tanah akibat gempa. Bangunan tidak hanya bergetar ke arah horizontal, tetapi juga bergetar ke arah rotasi yang disebut sebagai *rocking vibration*. Berikut ini beberapa pemodelan tanah yang dapat digunakan untuk mempelajari *rocking vibration* pada bangunan dapat dilihat pada Gambar 3.11 berikut.



**Gambar 3.11 Model Tanah dan Struktur Bangunan**

(Sumber: Wakabayashi, 1986)

1. Model pegas (*Spring models of ground*).

Model pegas adalah model yang paling sederhana dalam analisis goyangan bangunan akibat *rocking vibration*. Bangunan dianggap ditumpu oleh pegas yang dapat dilihat pada Gambar 3.11a. Pegas yang menahan rotasi bangunan diidentifikasi sebagai *rocking spring*. Selain pegas juga terdapat dashpot yang memodelkan redaman pada dasar bangunan. Nilai konstanta pegas dapat dihitung secara teori dengan menganggap tanah sebagai *semi-infinite* dan fondasi diberi gaya gempa. Nilai konstanta pegas juga dapat dihitung dengan melakukan percobaan dengan cara memberi getaran mesin pada tanah. Nilai kekakuan dan redaman tanah kemudian dapat dihitung berdasarkan perbedaan fase antara gaya dan deformasi yang dihasilkan.

2. Model massa terpusat (*Lumped-mass model of ground*).

Tanah dimodelkan sebagai massa yang terpusat dan saling terhubung secara vertikal seperti pada Gambar 3.11b. Setiap massa dengan pegas dan dashpot mewakili 1 lapis tanah. Pemodelan ini sulit untuk diperhitungkan dan model ini tidak memperhitungkan disipasi energi atau redaman. Selanjutnya, asumsi bahwa tanah di sekitarnya sangat kaku sering dipertanyakan.

### 3. *Semi-infinite-body model.*

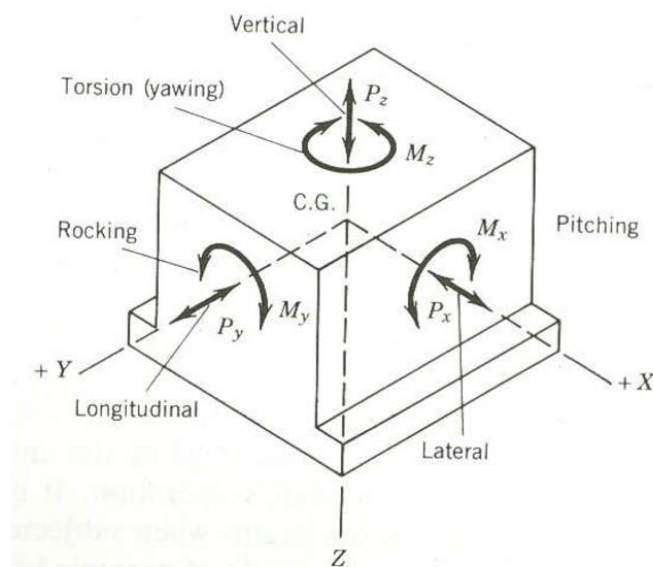
Tanah diasumsikan menjadi elastik atau visko-elastik *semi-infinite*. Redaman radiasi dapat diperhitungkan dan efek redaman tanah juga dapat tergabung ke dalam analisis.

### 4. *Finite-element model.*

Tanah didiskritisasi menjadi elemen hingga seperti yang diperlihatkan pada Gambar 3.11c. Keberagaman properti tanah dapat dihitung dengan cara input nilai properti tanah pada setiap elemen berbeda-beda. Tanah yang bersifat inelastik dapat diperhitungkan dengan perhitungan non-linier *finite-element*. Kekurangannya adalah model ini sangat sulit untuk diperhitungkan.

## 3.10 Karakteristik Dinamik Struktur Tanah dengan Fondasi

Fondasi dapat dipengaruhi oleh getaran akibat gempa bumi dan juga oleh berat dari fondasi tersebut. Getaran tersebut dapat memberi pengaruh yang merugikan pada bangunan di atas fondasi dan dapat membuat fondasi mengalami deformasi. Fondasi blok yang kaku dapat diasumsikan memiliki 6 derajat kebebasan yakni *displacement* dan rotasi terhadap sumbu x, sumbu y, dan sumbu z yang dapat dilihat pada Gambar 3.12 berikut.

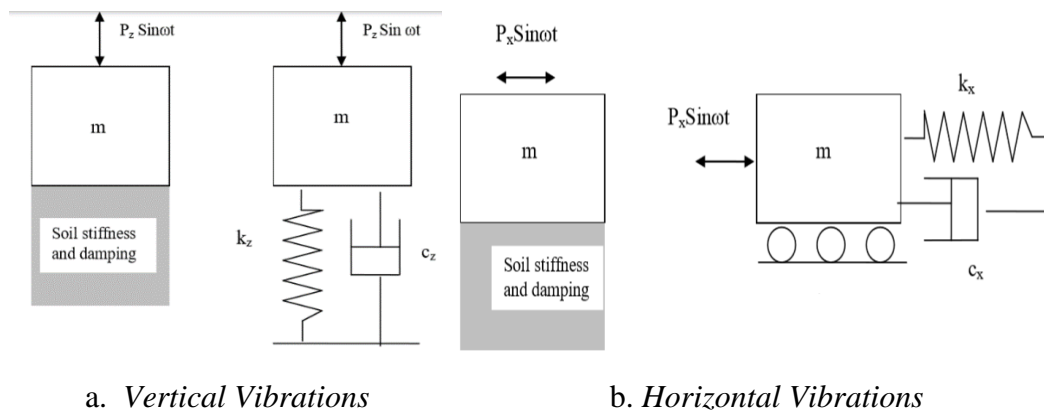


**Gambar 3.12 Mode Getaran Pada Fondasi**

(Sumber: Prakash dan Puri, 2006)



Interaksi antara tanah dengan fondasi dipresentasikan melalui pegas dan dashpot yang menggambarkan kekakuan dan redaman interaksi tanah dengan fondasi atau biasa disebut dengan *spring-mass-dashpot system*. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 3.13 berikut.



**Gambar 3.13 Pemodelan Kekakuan dan Redaman Interaksi Tanah dengan Fondasi**

(Sumber: Prakash dan Puri, 2006)

Untuk menganalisis karakteristik getaran pada fondasi, terdapat beberapa metode yang dapat digunakan, yaitu:

#### 1. *The Linear Elastic Spring Method*

Barkan (1962) dalam Prakash dan Puri (2006) mengatasi masalah getaran pada fondasi dengan model *spring-mass*, tetapi redaman pada tanah diabaikan. Redaman dapat diperhitungkan jika diinginkan.

#### 2. *The Elastic Half Space Analogs*

Metode ini dapat digunakan untuk menentukan nilai kekakuan dan redaman interaksi tanah dengan fondasi dengan menggunakan teori getaran untuk menentukan respon yang dihasilkan fondasi. Metode ini dapat digunakan untuk fondasi di permukaan tanah maupun fondasi di dalam tanah. Nilai kekakuan dan redaman interaksi tanah dengan fondasi bergantung dari:

- tipe dan properti tanah,
- geometri dan letak fondasi, dan
- frekuensi natural fondasi.

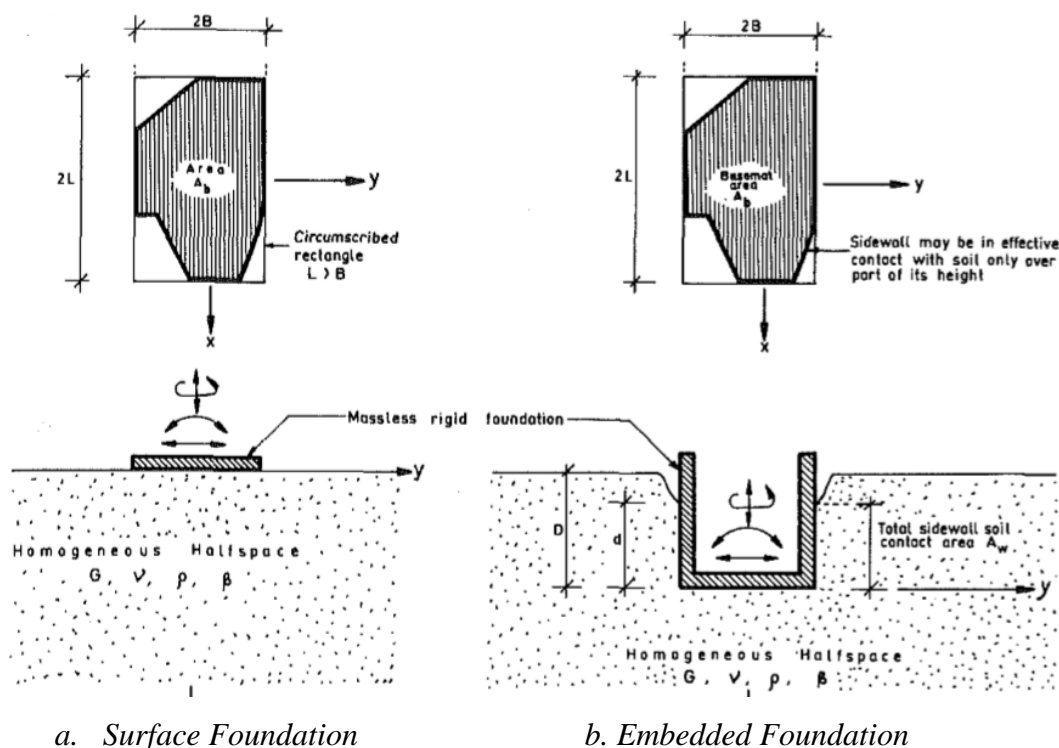
Metode ini juga memiliki asumsi bahwa lapisan tanah yang mendukung fondasi merupakan lapisan yang homogen dan elastis.

### 3. The Impedance Function Method

Metode ini merupakan metode yang berdasarkan fungsi impedansi dinamik. Metode ini juga dapat dipakai untuk menentukan nilai kekakuan dan redaman interaksi tanah dengan fondasi untuk fondasi permukaan maupun fondasi di dalam tanah.

Berdasarkan 3 jenis metode di atas, terdapat banyak metode yang dikembangkan oleh para peneliti untuk perhitungan nilai kekakuan dan redaman interaksi tanah dengan fondasi. Pada penelitian ini, fondasi yang digunakan berupa *mat foundation* berbentuk persegi panjang sehingga metode yang paling cocok digunakan adalah metode Gazetas (1991) yang merupakan metode fungsi impedansi baik untuk fondasi di permukaan tanah maupun fondasi di dalam tanah.

Pemodelan fondasi pada metode Gazetas (1991) dapat dilihat pada Gambar 3.14 berikut.



**Gambar 3.14 Pemodelan Fondasi Metode Gazetas (1991)**

(Sumber: Gazetas, 1991)

Metode ini memperhitungkan terlebih dahulu kekakuan dan redaman fondasi yang berada di permukaan tanah kemudian ditambah dengan pengaruh kekakuan dan redaman fondasi akibat tanah di sisi fondasi pada fondasi yang terbenam/tertanam di dalam tanah. Terdapat beberapa asumsi untuk fondasi yang tertanam di dalam tanah, yaitu:

1. Fondasi bersifat kaku,
2. Reaksi tanah di dasar fondasi tidak dipengaruhi oleh kedalaman tertanam,
3. Reaksi tanah di sisi fondasi tidak berhubungan dengan tanah di dasar fondasi,
4. Hubungan antara sisi fondasi dan tanah sempurna.

Berdasarkan asumsi di atas, tanah pada dasar fondasi memiliki propertinya sendiri, yakni modulus geser tanah ( $G$ ), *poisson ratio* ( $\nu$ ), dan rapat massa tanah ( $\rho$ ). Tanah pada sisi fondasi juga memiliki nilai modulus geser tanah ( $G_s$ ), *poisson ratio* ( $\nu_s$ ), dan rapat massa tanah ( $\rho_s$ ).

Nilai kekakuan dan redaman interaksi tanah dengan fondasi sebenarnya tergantung dari frekuensi beban. Namun, Prakash dan Puri (1988) menyatakan bahwa nilai kekakuan dan redaman interaksi tanah dengan fondasi boleh diasumsikan sebagai *frequency independent* untuk kepentingan praktis dan kepentingan tertentu. Kekakuan dan redaman interaksi tanah dengan fondasi meliputi 3 arah, yaitu arah vertikal, horizontal, dan torsi. Pada penelitian ini, arah vertikal dapat diabaikan karena pengaruhnya terhadap respon struktur relatif kecil dan torsi belum diperhitungkan sehingga penelitian ini hanya menggunakan kekakuan dan redaman interaksi tanah dengan fondasi arah horizontal dengan pengaruh rotasi. Sebenarnya kedua respon ini saling terkait/*dependent/couple*, tetapi untuk memudahkan perhitungan maka respon arah horizontal dan rotasi diselesaikan secara terpisah. Berikut ini penjelasan lebih lanjut mengenai perhitungan kekakuan dan redaman interaksi tanah dengan fondasi.

### 3.10.1 Kekakuan Interaksi Tanah dengan Struktur Fondasi

Kekakuan yang akan diperhitungkan adalah kekakuan horizontal dan rotasi. Kekakuan ini nilainya sama dengan kekakuan statik karena kekakuan diasumsikan sebagai *frequency independent*. Perhitungan kekakuan horizontal dan rotasi akan dijelaskan sebagai berikut ini.

### 1. Kekakuan Horizontal

Kekakuan horizontal arah sumbu y pada fondasi yang berada di atas permukaan tanah dapat dihitung dengan rumus,

$$K_y = \frac{2GL}{(2-\nu)} (2 + 2,5x^{0,85}) \quad (3.55)$$

dengan:

$K_y$  = Kekakuan horizontal arah sumbu y (kg/cm),

$G$  = Modulus geser tanah (kg/cm<sup>2</sup>),

$L$  = Panjang fondasi (cm),

$\nu$  = *Poisson ratio*, dan

$x$  =  $A_b/4L^2$  dengan  $A_b$  adalah luas dasar fondasi.

Nilai kekakuan horizontal arah sumbu x pada fondasi yang berada di atas permukaan tanah dihitung dengan rumus,

$$K_x = K_y - \frac{0,2GL}{(0,75-\nu)} \left(1 - \frac{B}{L}\right) \quad (3.56)$$

dengan:

$K_x$  = Kekakuan horizontal arah sumbu x (kg/cm),

$K_y$  = Kekakuan horizontal arah sumbu y (kg/cm),

$G$  = Modulus geser tanah (kg/cm<sup>2</sup>),

$L$  = Panjang fondasi (cm),

$B$  = Lebar fondasi (cm), dan

$\nu$  = *Poisson ratio*.

Setelah didapat persamaan 3.55 dan 3.56, maka kekakuan horizontal arah sumbu y pada fondasi yang tertanam dapat dihitung dengan rumus,

$$K_{y,emb} = K_y \left[ 1 + 0,15 \left(\frac{D}{B}\right)^{0,5} \right] \left[ 1 + 0,52 \left(\frac{h}{B} \frac{A_w}{L^2}\right)^{0,4} \right] \quad (3.57)$$

dengan:

$K_{y,emb}$  = Kekakuan horizontal fondasi tertanam arah sumbu y (kg/cm),

$K_y$  = Kekakuan horizontal arah sumbu y (kg/cm),

$D$  = Kedalaman tertanam (cm),

$B$  = Lebar fondasi (cm),

$L$  = Panjang fondasi (cm),

$h$  = Tebal fondasi (cm), dan

$A_w$  = Luas kontak sisi fondasi dengan tanah (cm<sup>2</sup>).

Kekakuan horizontal arah sumbu x pada fondasi yang tertanam dengan rumus,

$$K_{x,emb} = K_x \left( \frac{K_{y,emb}}{K_y} \right) \quad (3.58)$$

dengan:

$K_{x,emb}$  = Kekakuan horizontal fondasi tertanam arah sumbu x (kg/cm),

$K_x$  = Kekakuan horizontal arah sumbu x (kg/cm),

$K_{y,emb}$  = Kekakuan horizontal fondasi tertanam arah sumbu y (kg/cm), dan

$K_y$  = Kekakuan horizontal arah sumbu y (kg/cm).

## 2. Kekakuan Rotasi

Kekakuan rotasi terhadap sumbu x atau searah sumbu y pada fondasi yang berada di atas permukaan tanah dapat dihitung dengan rumus,

$$K_{ry} = \frac{G}{(1-\nu)} I_{bx}^{0,75} \left( \frac{L}{B} \right)^{0,25} \left[ 2,4 + 0,5 \left( \frac{B}{L} \right) \right] \quad (3.59)$$

Nilai kekakuan rotasi terhadap sumbu y atau searah sumbu x pada fondasi yang berada di atas permukaan tanah dihitung dengan rumus,

$$K_{rx} = \frac{3G}{(1-\nu)} I_{by}^{0,75} \left( \frac{L}{B} \right)^{0,15} \quad (3.60)$$

dengan:

$K_{ry}$  = Kekakuan rotasi searah sumbu y (kg/rad),

$K_{rx}$  = Kekakuan rotasi searah sumbu x (kg/rad),

$G$  = Modulus geser tanah ( $\text{kg/cm}^2$ ),

$\nu$  = *Poisson ratio*,

$I_{bx} = \frac{1}{12} (2L) (2B)^3$ , momen inersia dasar fondasi terhadap sumbu x ( $\text{cm}^4$ ),

$I_{by} = \frac{1}{12} (2L)^3 (2B)$ , momen inersia dasar fondasi terhadap sumbu y ( $\text{cm}^4$ ),

$L$  = Panjang fondasi (cm), dan

$B$  = Lebar fondasi (cm).

Setelah didapat persamaan 3.59 dan 3.60, maka kekakuan rotasi terhadap sumbu x atau searah sumbu y pada fondasi yang tertanam dapat dihitung dengan rumus,

$$K_{ry,emb} = K_{ry} \left\{ 1 + 1,26 \left( \frac{d}{B} \right) \left[ 1 + \left( \frac{d}{B} \right) \left( \frac{d}{D} \right)^{-0,2} \left( \frac{B}{L} \right)^{0,5} \right] \right\} \quad (3.61)$$

dengan:

$K_{ry,emb}$  = Kekakuan rotasi fondasi tertanam searah sumbu y ( $\text{kg/rad}$ ),

$K_{ry}$  = Kekakuan rotasi searah sumbu y ( $\text{kg/rad}$ ),

$d$  = Kedalaman tertanam dengan kontak yang sempurna (cm),

$B$  = Lebar fondasi (cm),

$D$  = Kedalaman tertanam (cm), dan

$L$  = Panjang fondasi (cm).

Kekakuan rotasi terhadap sumbu y atau searah sumbu x pada fondasi yang tertanam dengan rumus,

$$K_{rx,emb} = K_{rx} \left\{ 1 + 0,92 \left( \frac{d}{L} \right)^{0,6} \left[ 1,5 + \left( \frac{d}{L} \right)^{1,9} \left( \frac{d}{L} \right)^{-0,6} \right] \right\} \quad (3.62)$$

dengan:

$K_{rx,emb}$  = Kekakuan rotasi fondasi tertanam searah sumbu x ( $\text{kg/rad}$ ),

$K_{rx}$  = Kekakuan rotasi searah sumbu x ( $\text{kg/rad}$ ),

$d$  = Kedalaman tertanam dengan kontak yang sempurna (cm), dan

$L$  = Panjang fondasi (cm).

### 3.10.2 Redaman Interaksi Tanah dengan Struktur Fondasi

Redaman yang akan diperhitungkan adalah redaman horizontal dan rotasi. Redaman ini nilainya sama dengan redaman statik karena redaman juga diasumsikan sebagai *frequency independent*. Perhitungan redaman horizontal dan rotasi akan dijelaskan sebagai berikut ini.

#### 1. Redaman Horizontal

Redaman horizontal arah sumbu y maupun sumbu x pada fondasi yang berada di atas permukaan tanah dapat dihitung dengan rumus,

$$C_y = C_x = \rho V_s A_b \quad (3.63)$$

dengan:

$C_y = C_x$  = Redaman horizontal arah sumbu y dan sumbu x (kg dt/cm),

$\rho$  = Rapat massa tanah (kg dt<sup>2</sup>/cm<sup>4</sup>),

$V_s$  = Kecepatan gelombang geser tanah (cm/dt), dan

$A_b$  = Luas dasar fondasi (cm<sup>2</sup>).

Setelah didapat persamaan 3.63, maka redaman horizontal arah sumbu y pada fondasi yang tertanam dapat dihitung dengan rumus,

$$C_{y,emb} = C_y + 4\rho V_s B d + 4\rho V_{LA} L d \quad (3.64)$$

Redaman horizontal arah sumbu x pada fondasi yang tertanam dengan rumus,

$$C_{x,emb} = C_x + 4\rho V_{LA} B d + 4\rho V_{LA} L d \quad (3.65)$$

dengan:

$C_{y,emb}$  = Redaman horizontal fondasi tertanam arah sumbu y (kg.dt/cm),

$C_{x,emb}$  = Redaman horizontal fondasi tertanam arah sumbu x (kg.dt/cm),

$C_y$  = Redaman horizontal arah sumbu y (kg dt/cm),

$C_x$  = Redaman horizontal arah sumbu x (kg dt/cm),

$\rho$  = Rapat massa tanah (kg dt<sup>2</sup>/cm<sup>4</sup>),

$V_s$  = Kecepatan gelombang geser tanah (cm/dt),

$$V_{LA} = \frac{3,4}{\pi(1-\nu)} V_s, \text{ kecepatan semu gelombang longitudinal lymner (cm/dt),}$$

$B$  = Lebar fondasi (cm),

$L$  = Panjang fondasi (cm), dan

$d$  = Kedalaman tertanam dengan kontak yang sempurna (cm).

## 2. Redaman Rotasi

Redaman rotasi terhadap sumbu x atau searah sumbu y pada fondasi yang berada di atas permukaan tanah dapat dihitung dengan rumus,

$$C_{ry} = \rho V_{LA} I_{bx} \quad (3.66)$$

Nilai redaman rotasi terhadap sumbu y atau searah sumbu x pada fondasi yang berada di atas permukaan tanah dapat dihitung dengan rumus,

$$C_{rx} = \rho V_{LA} I_{by} \quad (3.67)$$

dengan:

$C_{ry}$  = Redaman rotasi searah sumbu y (kg dt/rad),

$C_{rx}$  = Redaman rotasi searah sumbu x (kg dt/rad),

$\rho$  = Rapat massa tanah (kg dt<sup>2</sup>/cm<sup>4</sup>),

$V_{LA} = \frac{3,4}{\pi(1-\nu)} V_s$ , kecepatan semu gelombang longitudinal lymner (cm/dt),

$I_{bx} = \frac{1}{12} (2L) (2B)^3$ , momen inersia dasar fondasi terhadap sumbu x (cm<sup>4</sup>), dan

$I_{by} = \frac{1}{12} (2L)^3 (2B)$ , momen inersia dasar fondasi terhadap sumbu y (cm<sup>4</sup>).

Setelah didapat persamaan 3.66 dan 3.67, maka redaman rotasi terhadap sumbu x atau searah sumbu y pada fondasi yang tertanam dapat dihitung dengan,

$$C_{ry,emb} = C_{ry} + \rho I_{bx} \left( \frac{d}{B} \right) \left[ V_{LA} \left( \frac{d^2}{B^2} \right) + 3V_s + V_s \left( \frac{B}{L} \right) \left( 1 + \left( \frac{d^2}{B^2} \right) \right) \right] \quad (3.68)$$



Redaman rotasi terhadap sumbu y atau searah sumbu x pada fondasi yang tertanam,

$$C_{rx,emb} = C_{rx} + \rho I_{by} \left( \frac{d}{L} \right) \left[ V_{LA} \left( \frac{d^2}{L^2} \right) + 3V_s + V_s \left( \frac{B}{L} \right) \left( 1 + \left( \frac{d^2}{L^2} \right) \right) \right] \quad (3.69)$$

dengan:

$C_{ry,emb}$  = Redaman rotasi fondasi tertanam searah sumbu y (kg.dt/rad),

$C_{rx,emb}$  = Redaman rotasi fondasi tertanam searah sumbu x (kg.dt/rad),

$C_{ry}$  = Redaman rotasi searah sumbu y (kg dt/rad),

$C_{rx}$  = Redaman rotasi searah sumbu x (kg dt/rad),

$\rho$  = Rapat massa tanah (kg dt<sup>2</sup>/cm<sup>4</sup>),

$I_{bx} = \frac{1}{12} (2L) (2B)^3$ , momen inersia dasar fondasi terhadap sumbu x (cm<sup>4</sup>),

$I_{by} = \frac{1}{12} (2L)^3 (2B)$ , momen inersia dasar fondasi terhadap sumbu y (cm<sup>4</sup>),

$d$  = Kedalaman tertanam dengan kontak yang sempurna (cm),

$B$  = Lebar fondasi (cm),

$L$  = Panjang fondasi (cm),

$V_s$  = Kecepatan gelombang geser tanah (cm/dt), dan

$V_{LA} = \frac{3,4}{\pi(1-\nu)} V_s$ , kecepatan semu gelombang longitudinal lymner (cm/dt).

### 3.11 Momen Inersia Polar ( $I_G$ )

Momen inersia polar adalah gaya reaksi yang melawan rotasi fondasi beserta bangunan. Momen inersia polar dipengaruhi oleh massa bangunan beserta fondasi serta letak titik berat pada struktur fondasi karena akan terjadi pergeseran titik berat ketika terjadi rotasi akibat beban gempa. Momen inersia polar untuk fondasi yang berbentuk persegi panjang dengan kedalaman tertentu dapat dicari menggunakan persamaan,

$$I_G = I_{\theta x} + I_{\theta y} \quad (3.70)$$

$$I_{\theta x} = \frac{1}{12} m (a^2 + B^2) \quad (3.71)$$

$$I_{\theta y} = \frac{1}{12} m (a^2 + L^2) \quad (3.72)$$

dengan:

$I_G$  = Momen inersia polar (kg dt<sup>2</sup> cm),

$I_{\theta x}$  = Momen inersia massa terhadap sumbu x (kg dt<sup>2</sup> cm),

$I_{\theta y}$  = Momen inersia massa terhadap sumbu y (kg dt<sup>2</sup> cm),

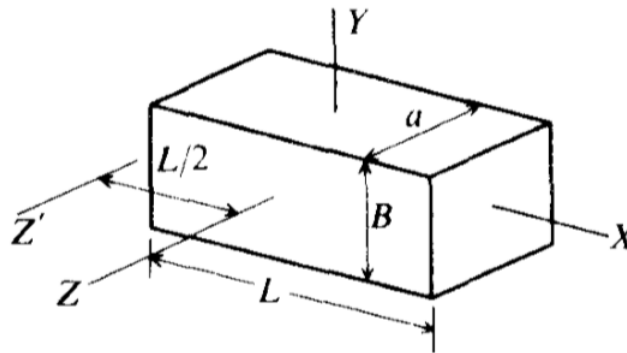
$m$  = Massa total bangunan + fondasi (kg dt<sup>2</sup>/cm),

$a$  = Tebal fondasi (cm),

$B$  = Lebar fondasi (cm), dan

$L$  = Panjang fondasi (cm).

Penjelasan tentang momen inersia polar pada fondasi yang berbentuk persegi panjang dengan kedalaman tertentu lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 3.15 berikut.



**Gambar 3.15 Momen Inersia Polar Fondasi Persegi Panjang**

(Sumber: Bowles, 1977)

### 3.12 Struktur dengan Memperhitungkan Rotasi Fondasi Akibat Gerakan Tanah

Tanah tidak sepenuhnya bersifat kaku. Tanah pada dasar bangunan akan mengalami respon dinamik ketika terjadi getaran akibat gerakan tanah. Struktur bangunan tidak hanya bergetar ke arah horizontal tetapi juga bergetar ke arah vertikal dan rotasi. Getaran arah horizontal bersamaan dengan rotasi biasanya

disebut dengan *rocking vibration*. Pada *lumped parameter model*, gerakan tanah mengakibatkan fondasi bangunan akan mengalami rotasi atau perputaran. Tanah harus dimodelkan terlebih dahulu untuk memperhitungkan getaran arah horizontal dan rotasi pada fondasi. Pemodelan pada tanah yang paling sederhana adalah model pegas (*spring models of ground*). Model ini mengasumsikan struktur bangunan didukung oleh pegas dan *dashpot* yang menggambarkan karakteristik tanah. Pegas tersebut menahan simpangan horizontal dan rotasi bangunan yang biasanya disebut *rocking spring*. *Dashpot* menggambarkan pengaruh redaman pada tanah. Pada pemodelan pegas dan *dashpot*, tanah diasumsikan sebagai *semi-infinite body* yang menerima gaya dinamik dan diteruskan menuju fondasi. Nilai kekakuan dan redaman interaksi tanah dengan fondasi kemudian dapat ditentukan berdasarkan nilai ekivalennya. Kekakuan dan redaman interaksi tersebut kemudian disatukan dengan struktur bangunan gedung dan terjadilah sistem struktur yang utuh.

Pada metode *sub structure* dengan pendekatan *lumped parameter model*, simpangan horizontal struktur terdiri atas simpangan tanah bebas ( $u_g$ ), simpangan tanah dasar ( $u_o$ ), simpangan relatif tingkat ke- $i$  ( $u_i$ ), dan simpangan akibat rotasi fondasi ( $u_r$ ), parameter ini dapat disusun menjadi sebuah persamaan menjadi,

$$u_t = u_g + u_o + u_i + u_r \quad (3.73)$$

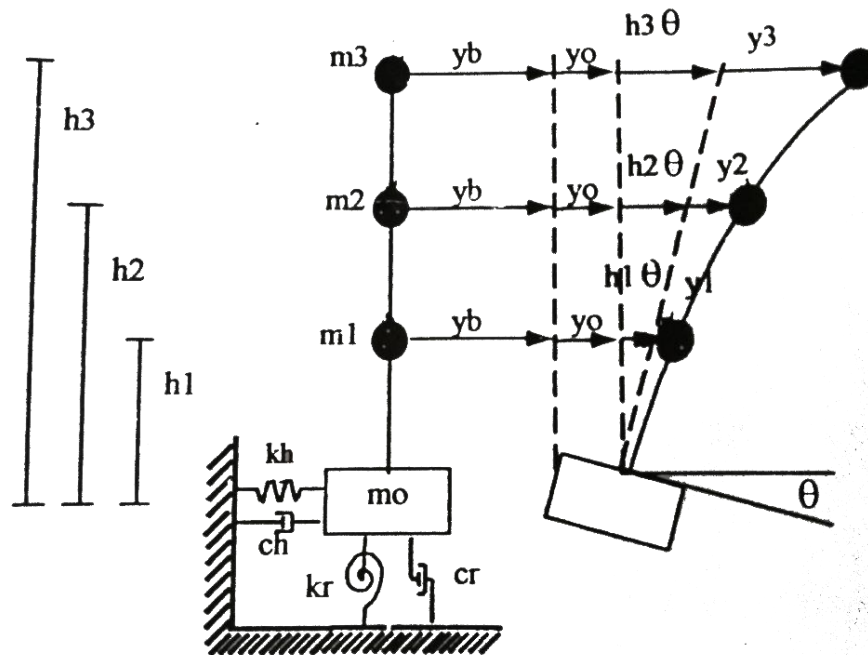
denga  $u_t$  adalah simpangan total struktur bangunan.

Persamaan differensial gerakan dalam sebuah sistem struktur dapat diperoleh dari persamaan keseimbangan dinamik struktur yang terdiri dari keseimbangan vertikal, keseimbangan horizontal, dan keseimbangan momen. Keseimbangan tersebut dapat tulis menjadi,

$$\begin{aligned} F_i + F_k + F_c &= 0 \\ F_{i,v} + F_{k,v} + F_{c,v} &= 0 \\ F_{i,h} + F_{k,h} + F_{c,h} &= 0 \\ F_{i,m} + F_{k,m} + F_{c,m} &= 0 \end{aligned} \quad (3.74)$$

dengan indeks  $i$ ,  $k$ , dan  $c$  berturut-turut adalah inersia, kekakuan, dan redaman, kemudian indeks  $v$ ,  $h$ , dan  $m$  berturut-turut adalah vertikal, horizontal, dan momen. Apabila *vertical mode* diabaikan maka persamaan-persamaan di atas akan membentuk 1 set persamaan differensial dengan variabel  $u_i$ ,  $u_o$ , dan  $u_r$ .

Pengaruh gerakan tanah yang mengakibatkan rotasi pada fondasi dan bangunan dapat digambarkan seperti Gambar 3.16 berikut ini.



**Gambar 3.16 Struktur MDOF dengan Rotasi pada Fondasi**

(Sumber: Wibowo dan Auzzami, 2003)

Gambar 3.16 di atas mengasumsikan massa struktur bangunan menggunakan model *lumped mass*, simpangan yang terjadi hanya pada arah horizontal saja, dan *vertical mode* diabaikan. Persamaan keseimbangan akan memperoleh persamaan sebagai berikut,

$$F_i = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} (\ddot{y}_i + \ddot{y}_b + \ddot{y}_o + h_i \ddot{\theta}) = 0$$

$$F_k = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} (y_i + y_b + y_o + h_i \theta) = 0$$

$$F_c = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} (\dot{y}_i + \dot{y}_b + \dot{y}_0 + h_i \dot{\theta}) = 0 \quad (3.75)$$

Keseimbangan struktur arah horizontal diperoleh melalui persamaan,

$$\begin{aligned} F_{i,h} &= \sum_{i=1}^n m_i (\ddot{y}_i + \ddot{y}_b + \ddot{y}_0 + h_i \ddot{\theta}) + m_0 (\ddot{y}_b + \ddot{y}_0) = 0 \\ F_{k,h} &= \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} (y_i + y_b + y_0 + h_i \theta) + k_h y_0 = 0 \\ F_{c,h} &= \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} (\dot{y}_i + \dot{y}_b + \dot{y}_0 + h_i \dot{\theta}) + c_h \dot{y}_0 = 0 \end{aligned} \quad (3.76)$$

Keseimbangan struktur arah rotasi atau putar diperoleh melalui persamaan,

$$\begin{aligned} F_{i,r} &= \sum_{i=1}^n m_i h_i (\ddot{y}_i + \ddot{y}_b + \ddot{y}_0 + h_i \ddot{\theta}) + I_G \ddot{\theta} = 0 \\ F_{k,r} &= \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} (y_i + y_b + y_0 + h_i \theta) + k_r \theta = 0 \\ F_{c,r} &= \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} (\dot{y}_i + \dot{y}_b + \dot{y}_0 + h_i \dot{\theta}) + c_r \dot{\theta} = 0 \end{aligned} \quad (3.77)$$

Dari persamaan 3.75, 3.76, dan 3.77 maka akan diperoleh,

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & m_1 & m_1 h_1 \\ 0 & m_2 & 0 & m_2 & m_2 h_2 \\ 0 & 0 & m_3 & m_3 & m_3 h_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 & m_0 + m_1 + m_2 + m_3 & m_1 h_1 + m_2 h_2 + m_3 h_3 \\ m_1 h_1 & m_2 h_2 & m_3 h_3 & m_1 h_1 + m_2 h_2 + m_3 h_3 & I_G + m_1 h_1^2 + m_2 h_2^2 + m_3 h_3^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \\ \ddot{y}_0 \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_0 \\ \theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

$$- \left\{ \begin{array}{c} m_1 \ddot{y}_b \\ m_2 \ddot{y}_b \\ m_3 \ddot{y}_b \\ (m_o + m_1 + m_2 + m_3) \ddot{y}_b \\ (m_1 h_1 + m_2 h_2 + m_3 h_3) \ddot{y}_b \end{array} \right\} \quad (3.78)$$

Matriks massa, kekakuan, dan redaman berturut-turut adalah,

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & & & m_1 h_1 \\ 0 & m_2 & 0 & & & m_2 h_2 \\ 0 & 0 & m_3 & & & m_3 h_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 & m_o + m_1 + m_2 + m_3 & & m_1 h_1 + m_2 h_2 + m_3 h_3 \\ m_1 h_1 & m_2 h_2 & m_3 h_3 & m_1 h_1 + m_2 h_2 + m_3 h_3 & I_G + m_1 h_1^2 + m_2 h_2^2 + m_3 h_3^2 & \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_r \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_r \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Vektor simpangan, kecepatan, dan percepatan adalah,

$$\{y\} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_0 \\ \theta \end{Bmatrix} \quad \{\dot{y}\} = \begin{Bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad \{\ddot{y}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \\ \ddot{y}_0 \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (3.80)$$

dengan:

$I_G$  = Momen inersia polar,

$k_h$  = Kekakuan interaksi tanah dengan fondasi arah horizontal,

$k_r$  = Kekakuan interaksi tanah dengan fondasi arah rotasi,

$c_h$  = Redaman interaksi tanah dengan fondasi arah horizontal, dan

$c_r$  = Redaman interaksi tanah dengan fondasi arah rotasi.

Matriks redaman pada struktur atas dapat dihitung dengan 3 cara, yaitu redaman proporsional dengan massa, redaman proporsional dengan kekakuan, dan redaman proporsional dengan massa dan kekakuan sehingga matriks redaman dapat menjadi,

$$[C] = \begin{bmatrix} \alpha.m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha.m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha.m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_r \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \beta(k_1 + k_2) & \beta.-k_2 & 0 & 0 & 0 \\ \beta.-k_2 & \beta(k_2 + k_3) & \beta.-k_3 & 0 & 0 \\ 0 & \beta.-k_3 & \beta.k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_r \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \alpha.m_1 + \beta(k_1 + k_2) & \beta.-k_2 & 0 & 0 & 0 \\ \beta.-k_2 & \alpha.m_2 + \beta(k_2 + k_3) & \beta.-k_3 & 0 & 0 \\ 0 & \beta.-k_3 & \alpha.m_3 + \beta.k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_r \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

### 3.13 Metode Integrasi $\beta$ -Newmark

Metode integrasi numerik  $\beta$ -Newmark adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan dependen (*dependent equations*) atau persamaan kopel (*coupled equations*). Struktur MDOF memiliki persamaan differensial gerakan yang saling terkait (*dependent*). Penyelesaian persamaan differensial *dependent* diperoleh dengan integrasi numerik secara langsung dan *step-by step* yang melibatkan seluruh persamaan yang ada. Oleh karena itu, metode  $\beta$ -Newmark cocok digunakan untuk menyelesaikan persamaan struktur MDOF. Penelitian ini juga memperhitungkan pengaruh interaksi tanah dengan fondasi sehingga struktur tidak memiliki standar *mode shapes* dan tidak dapat diselesaikan secara *independent*. Metode integrasi  $\beta$ -Newmark dapat digunakan untuk menyelesaikan analisis linier-elastik maupun linier-inelastik. Struktur yang berperilaku linier-inelastik ataupun non-linier inelastik dapat menggunakan model integrasi yang dapat mensimulasikan perubahan kekakuan menurut fungsi waktu. Pawirodikromo (2017) menyatakan bahwa metode  $\beta$ -Newmark adalah metode yang berdasar pada *incremental method*.

Persamaan differensial yang berlaku saat interval yang ditinjau pada metode  $\beta$ -Newmark adalah,

$$m \Delta \ddot{y}_i + c \Delta \dot{y}_i + k \Delta y_i = \Delta p_i \quad (3.84)$$

Pada beban dinamik berupa beban gempa, persamaan 3.84 untuk struktur MDOF menjadi,

$$[M] \Delta \ddot{y}_i + [C] \Delta \dot{y}_i + [K] \Delta y_i = [M] \{r\} \ddot{y}_{b,i} \quad (3.85)$$

Metode  $\beta$ -Newmark memakai perjanjian notasi  $\Delta y$  untuk perubahan simpangan,  $\Delta \dot{y}$  untuk perubahan kecepatan, dan  $\Delta \ddot{y}$  untuk perubahan percepatan dengan nilai,

$$\Delta y = y_{i+1} - y_i, \quad \Delta \dot{y} = \dot{y}_{i+1} - \dot{y}_i, \quad \Delta \ddot{y} = \ddot{y}_{i+1} - \ddot{y}_i \quad (3.86)$$

Perubahan intensitas pembebanan adalah,

$$\Delta P = P_{i+1} - P_i \quad (3.87)$$

Pada struktur MDOF akibat beban gempa, persamaan perubahan intensitas pembebanan menjadi,

$$\Delta p_i = [M] \{r\} (\ddot{y}_{b,i+1} - \ddot{y}_{b,i}) \quad (3.88)$$

Integrasi numerik dimulai dengan menggunakan persamaan,

$$\Delta \ddot{y}_i = \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} \Delta y_i - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{y}_i - \frac{1}{2\beta} \ddot{y}_i \quad (3.89)$$

$\Delta \dot{y}_i$  adalah perubahan percepatan pada langkah ke-i, sedangkan perubahan kecepatan  $\Delta \dot{y}_i$  pada langkah yang sama adalah,

$$\Delta \dot{y}_i = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta y_i - \frac{\gamma}{\beta} \dot{y}_i + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \ddot{y}_i \quad (3.90)$$

Selanjutnya, perubahan simpangan dapat dicari dengan persamaan,



$$\Delta y_i = \frac{\Delta \hat{p}_i}{\hat{k}} \quad (3.91)$$

dengan,

$$\hat{k} = \left\{ [K] + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} [C] + \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} [M] \right\} \quad (3.92)$$

$$\Delta \hat{p}_i = (p_{i+1} - p_i) + a \dot{y}_i + b \ddot{y}_i \quad (3.93)$$

Pada struktur MDOF yang menerima beban gempa bumi, persamaan 3.93 akan menjadi,

$$\Delta \hat{p}_i = [M] \{r\} (\ddot{y}_{b,i+1} - \ddot{y}_{b,i}) + a \dot{y}_i + b \ddot{y}_i \quad (3.94)$$

Nilai a dan b pada persamaan di atas adalah,

$$a = \left( \frac{1}{\beta \Delta t} [M] + \frac{\gamma}{\beta} [C] \right), \quad b = \left\{ \frac{1}{2\beta} [M] + \Delta t \left( \frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) [C] \right\} \quad (3.95)$$

Selanjutnya, simpangan, kecepatan, dan percepatan pada akhir interval adalah,

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i \quad (3.96)$$

$$\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + \Delta \dot{y}_i \quad (3.97)$$

$$\ddot{y}_{i+1} = \ddot{y}_i + \Delta \ddot{y}_i \quad (3.98)$$

Newmark (1959) dalam Pawirodikromo (2017) mengisyaratkan untuk menggunakan nilai koefisien  $\gamma$  dan  $\beta$  tergantung dari metode yang digunakan untuk menjaga kestabilan serta keakuratan proses numerik, yaitu:

1. Prinsip *constant average acceleration*, nilai koefisien  $\gamma = 1/2$  dan  $\beta = 1/4$ .
2. Prinsip *linear acceleration*, nilai koefisien  $\gamma = 1/2$  dan  $\beta = 1/6$ .

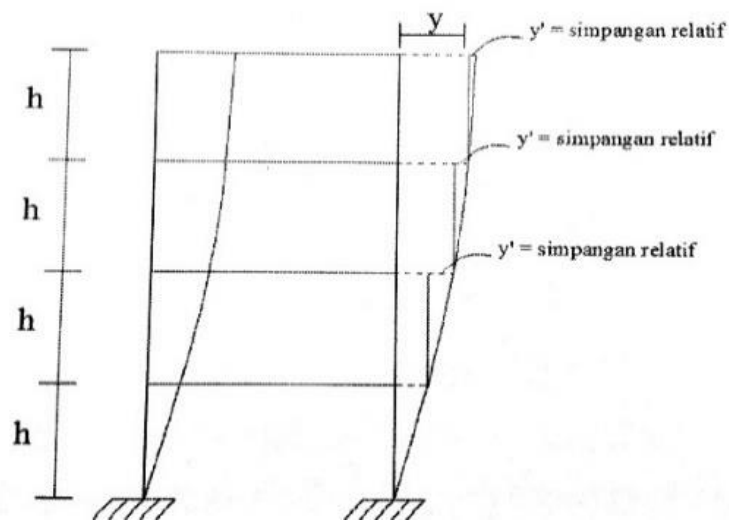
Dari penjelasan persamaan di atas, tahap-tahap integrasi numerik metode  $\beta$ -Newmark dapat diambil sebagai berikut ini.

1. Nilai m, k,  $\xi$ , dan dt diketahui.
2. Menyusun matriks massa [M], matriks kekakuan [K], dan matriks redaman [C].
3. Menghitung nilai  $\hat{k}$ , a, dan b menurut persamaan 3.92 dan 3.95.

4. Menghitung nilai  $\Delta p_i$ ,  $\Delta \hat{p}_i$ ,  $\Delta y_i$ ,  $\Delta \dot{y}_i$ , dan  $\Delta \ddot{y}_i$  menurut persamaan 3.88, 3.93, 3.91, 3.90, dan 3.89.
5. Menghitung simpangan ( $y$ ), kecepatan ( $\dot{y}$ ), dan percepatan ( $\ddot{y}$ ) pada akhir interval menurut persamaan 3.96, 3.97, dan 3.98.
6. Kembali ke langkah-4 sampai iterasi selesai.

### 3.14 Respon Struktur

Pada penelitian ini, respon struktur yang dihasilkan berupa simpangan netto, sudut rotasi, simpangan rotasi, simpangan total, *interstorey drift ratio*, gaya horizontal tingkat, gaya geser tingkat, dan momen guling.



**Gambar 3.17 Simpangan Struktur Bangunan Bertingkat Banyak**

(Sumber: Aryani, 2014)

#### 1. Simpangan Netto

Simpangan netto merupakan simpangan relatif terhadap lantai dasar atau fondasi yang terjadi pada semua lantai/tingkat. Simpangan netto yang dihasilkan merupakan fungsi dari waktu. Simpangan netto maksimum setiap tingkat belum tentu terjadi di waktu yang bersamaan.

#### 2. Sudut Rotasi

Sudut rotasi merupakan besarnya sudut yang terbentuk saat terjadinya rotasi pada struktur fondasi. Sudut rotasi yang dihasilkan juga merupakan fungsi dari

waktu sehingga tiap satuan waktu akan memiliki sudut rotasi yang berbeda-beda. Sudut rotasi akan mempengaruhi respon struktur karena akan memberikan simpangan tambahan pada struktur berupa simpangan rotasi.

### 3. Simpangan Rotasi

Simpangan rotasi merupakan simpangan yang terjadi akibat adanya rotasi yang terjadi pada struktur fondasi yang disebabkan oleh getaran akibat gempa. Simpangan rotasi pada struktur portal memiliki pengaruh yang relatif kecil dibandingkan simpangan netto. Simpangan rotasi dihitung dengan,

$$y_{ri} = h_i \tan \theta \quad (3.99)$$

dengan:

$y_{ri}$  = Simpangan rotasi tingkat ke-i,

$h_i$  = Tinggi tingkat ke-i sampai ke dasar bangunan atau lantai dasar, dan

$\theta$  = Sudut rotasi (rad).

### 4. Simpangan Total

Simpangan total adalah total simpangan yang terjadi pada struktur yang berasal dari penjumlahan simpangan netto, simpangan rotasi, dan simpangan fondasi. Simpangan total menggambarkan simpangan yang terjadi sebenarnya ketika gedung bergoyang akibat adanya getaran gempa. Simpangan total dapat dicari dengan,

$$y_{ti} = y_0 + y_{ni} + y_{ri} \quad (3.100)$$

dengan:

$y_{ti}$  = Simpangan total tingkat ke-i,

$y_0$  = Simpangan fondasi,

$y_{ni}$  = Simpangan netto tingkat ke-i, dan

$y_{ri}$  = Simpangan rotasi tingkat ke-i.

### 5. *Interstorey Drift Ratio*

*Interstorey drift ratio* atau rasio simpangan antar tingkat adalah perbandingan antara selisih simpangan netto antar tingkat dengan tinggi struktur bangunan.

*Interstorey drift ratio* dapat digunakan sebagai indikator untuk menunjukkan kerusakan struktur bangunan. Umumnya struktur yang mempunyai *interstorey drift ratio* kurang dari 0,5% memiliki respon struktur yang masih elastik sehingga masih mampu menahan beban gempa. Jika *interstorey drift ratio* lebih dari 0,5% maka respon struktur sudah memasuki fase inelastik dan sudah mulai terjadi kerusakan struktur dan menimbulkan sendi plastis. Rumus untuk mencari *interstorey drift ratio* adalah,

$$DR_i = \frac{y'}{\Delta h} \times 100\% \\ = \left[ \frac{y_{ni} - y_{ni-1}}{\Delta h_i} \right] \times 100\% \quad (3.101)$$

dengan:

$DR_i$  = *Interstorey drift ratio* tingkat ke-i,

$y'$  = Simpangan relatif,

$y_{ni}$  = Simpangan netto tingkat ke-i, dan

$\Delta h_i$  = Tinggi antar tingkat ke-i.

#### 6. Gaya Horizontal Tingkat

Gaya horizontal tingkat adalah gaya horizontal yang terjadi pada setiap tingkat struktur akibat adanya gaya geser pada dasar bangunan. Gaya horizontal tingkat dapat menyebabkan terjadinya momen guling pada bangunan. Rumus dari gaya horizontal tingkat adalah sebagai berikut,

$$F_i = k_i \times y_{ni} \quad (3.102)$$

dengan:

$F_i$  = Gaya horizontal tingkat ke-i,

$k_i$  = Kekakuan tingkat ke-i, dan

$y_{ni}$  = Simpangan netto tingkat ke-i.

#### 7. Gaya Geser Tingkat

Gaya geser tingkat adalah besarnya gaya geser yang bekerja pada tiap tingkat bangunan akibat adanya beban gempa. Gaya geser tingkat pada lantai paling

bawah atau lantai dasar disebut sebagai gaya geser dasar yang merupakan total dari gaya horizontal tingkat yang terjadi pada bangunan. Rumus untuk menghitung gaya geser tingkat adalah,

$$V = \sum_{i=1}^n F_i \quad (3.103)$$

dengan:

$V$  = Gaya geser tingkat dan

$F_i$  = Gaya horizontal tingkat ke-i.

#### 8. Momen Guling

Momen guling adalah gaya yang menyebabkan bangunan dapat berguling dan roboh. Momen guling merupakan hasil dari perkalian antara gaya horizontal tingkat dengan tinggi tingkat. Rumus momen guling adalah,

$$M_i = \sum_{i=1}^n F_i h_i \quad (3.104)$$

dengan:

$M_i$  = Momen guling tingkat ke-i,

$F_i$  = Gaya horizontal tingkat ke-i, dan

$h_i$  = Tinggi tingkat ke-i sampai ke dasar bangunan.