

## BAB III

### LANDASAN TEORI

#### 3.1. Pelat Beton

Mengacu kepada SK SNI T-15-1991-03, modulus elastisitas beton berbobot normal didekati dengan persamaan:

$$E_c = w_c^{1,5} \cdot 0,043 \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} \dots \dots \dots (3.1)$$

dengan  $E_c$  menyatakan modulus elastisitas beton.,  $w_c$  merupakan berat isi beton ( $\text{kg/m}^3$ ) dan  $f'_c$  adalah kuat desak silinder beton (MPa).

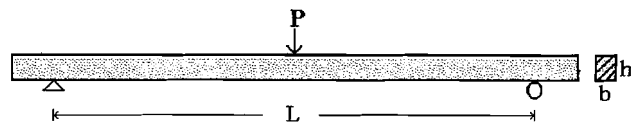
Persamaan (3.1) berlaku untuk beton dengan berat isi antara 1500 sampai  $2500 \text{kg/m}^3$ . Beton normal, boleh dipakai rumus:

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} \dots \dots \dots (3.2)$$

Tampak bahwa modulus elastisitas merupakan fungsi kuat desak atau density (berat isi) beton tersebut. Semakin besar kuat desak atau density, maka semakin besar nilai modulus elastisitas beton.

#### 3.2. Kayu

Mengacu pada Suwandojo dan Zubaidah (1987), kuat lentur patah kayu atau *Modulus Of Rupture* (MOR) ditentukan pada pengujian lentur kayu dengan beban terpusat ditengah bentang, yang dijelaskan pada Gambar 3.1 berikut:



Gambar 3.1. Model pengujian kuat lentur patah kayu (MOR).

Momen maksimum dengan model pembebanan seperti pada Gambar 3.1 dapat dicari dengan rumus sebagai berikut:

$$M_{\text{maks}} = \frac{1}{4} PL \quad (3.3)$$

dengan P adalah beban dan L adalah panjang bentang.

Tahanan momen balok berpenampang persegi adalah:

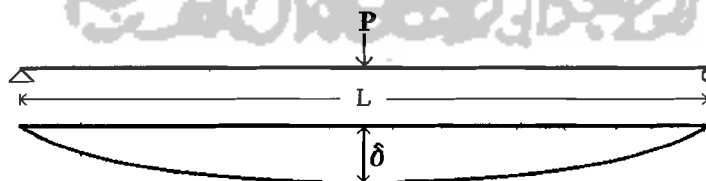
$$W = \frac{1}{6} bh^2 \quad (3.4)$$

dengan b adalah lebar balok uji dan h adalah tinggi balok uji.

$$\text{Kuat lentur patah kayu (MOR)} = \frac{M_{\text{maks}}}{W} \quad (3.5)$$

dengan M adalah momen maksimum dan W adalah tahanan momen.

Mengacu pada penelitian Suwandojo dan Zubaidah (1987), modulus elastisitas kayu ( $E_w$ ) ditentukan dengan pengujian lentur balok dengan beban terpusat ditengah bentang, sesuai Gambar 3.2 berikut:



Gambar 3.2. Beban dan lendutan benda uji.

Nilai  $E_w$  ditentukan dengan persamaan lendutan untuk balok yang menerima beban terpusat ditengah bentang, yaitu:

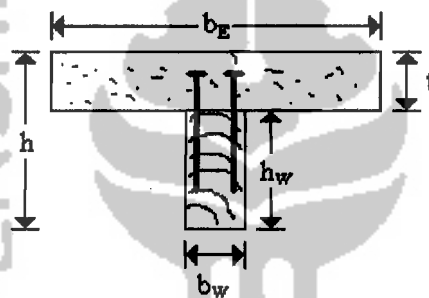
$$\delta = \frac{PL^3}{48E_wI}$$

$$\diamond E_w = \frac{PL^3}{48 I \delta} \dots\dots\dots (3.6)$$

dengan P adalah gaya yang bekerja, L panjang bentang, I inersia kayu dan  $\delta$  adalah lendutan ditengah bentang.

### 3.3. Balok Komposit Kayu – Beton

Mengacu pada Suwandojo dan Zubaidah (1987), komposit kayu – beton merupakan struktur gabungan antara kayu sebagai badan, dan beton sebagai sayap yang mampu beraksi terhadap beban kerja secara satu kesatuan.



Gambar 3.3. Penampang balok komposit.

Penampang komposit kayu – beton diperlihatkan pada Gambar 3.3 seperti diatas,  $b_E$  merupakan lebar efektif, h adalah tinggi total penampang, t tebal beton,  $h_w$  tinggi kayu dan  $b_w$  adalah lebar kayu.

#### 3.3.1. Lebar Efektif ( $b_E$ )

SK SNI T-15-1991-03 memberikan pembatasan lebar sayap efektif untuk balok T dan diambil nilai terkecil dari:

- (1)  $b_E \leq L/4$
- (2)  $b_E \leq b_o$
- (3)  $b_E \leq b_w + 16t \dots\dots\dots (3.7)$

dengan  $L$  adalah panjang bentang,  $b_o$  adalah jarak pusat ke pusat antar balok,  $b_w$  merupakan lebar kayu dan  $t$  adalah tinggi sayap beton.

Apabila tidak diketahui jarak antar balok ( $b_o$ ), maka persamaan yang dipakai hanyalah persamaan (1) dan (3).

### 3.3.2. Rasio Modular ( $n$ ) dan Lebar Transformasi ( $b_{tr}$ )

Rasio modular ( $n$ ) adalah nilai rasio antara modulus elastisitas beton dengan modulus elastisitas kayu. Menghitung lebar transformasi dengan cara mentransformasikan lebar efektif dengan menggunakan rasio modular ( $n$ ):

$$n = \frac{E_c}{E_w} \dots\dots\dots (3.8)$$

dengan  $E_c$  modulus elastisitas beton dan  $E_w$  modulus elastisitas kayu. Persamaan (3.8) merupakan persamaan dalam tahap elastis.

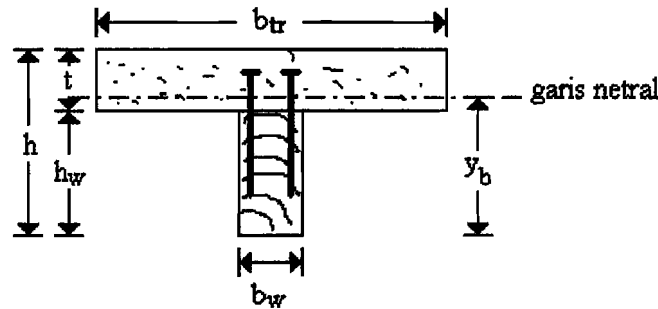
Lebar transformasi ( $b_{tr}$ ) dari bahan beton menjadi bahan kayu, didapat dengan mengalikan persamaan (3.8) diatas dengan lebar efektifnya sehingga:

$$b_{tr} = n \cdot b_E \dots\dots\dots (3.9)$$

dengan menggunakan lebar transformasi, bahan dianggap homogen sehingga dapat langsung dihitung statis momen/garis netral dan inersia tampang.

### 3.3.3. Garis Netral Tampang Balok

Garis netral tampang balok dapat dicari dengan cara menghitung statis momen tampang (lihat Gambar 3.4).



Gambar 3.4. Garis netral tampang.

Statis momen apabila dihitung dari serat tepi terbawah:

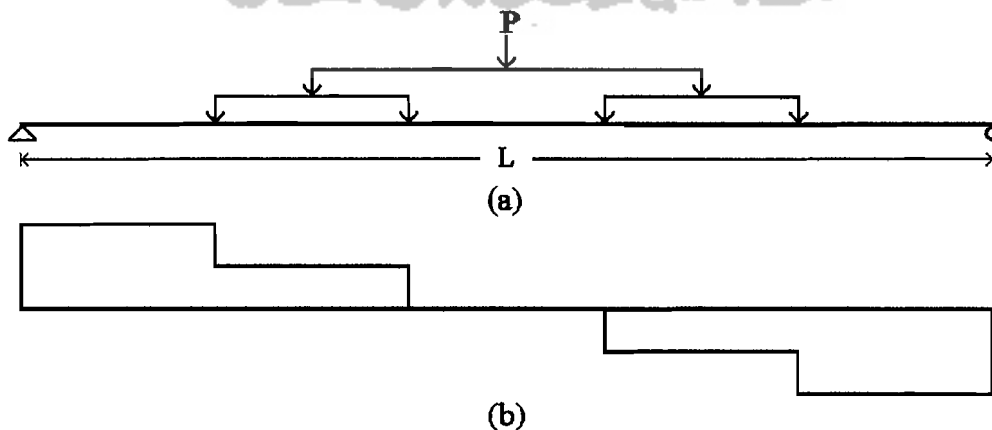
$$y_b = \frac{b_{tr} \cdot t (h - \frac{1}{2}t) + b_w \cdot h_w (\frac{1}{2}h_w)}{b_{tr} \cdot t + b_w \cdot h_w} \dots\dots\dots(3.10)$$

Persamaan (3.10) menunjukkan letak garis netral tampang diukur dari serat tepi terbawah. Dengan mengetahui letak garis netral ini, maka dapat dihitung inersia penampang komposit (I), maka:

$$I = \frac{1}{12} b_{tr} \cdot t^3 + b_{tr} \cdot t (h - \frac{1}{2}t - y_b)^2 + \frac{1}{12} b_w \cdot h_w^3 + b_w \cdot h_w (y_b - \frac{1}{2}h_w)^2 \dots\dots\dots(3.11)$$

**3.4. Penghubung Geser**

Untuk menghitung jumlah kebutuhan penghubung geser, dapat dijelaskan sebagai berikut (lihat Gambar 3.5):



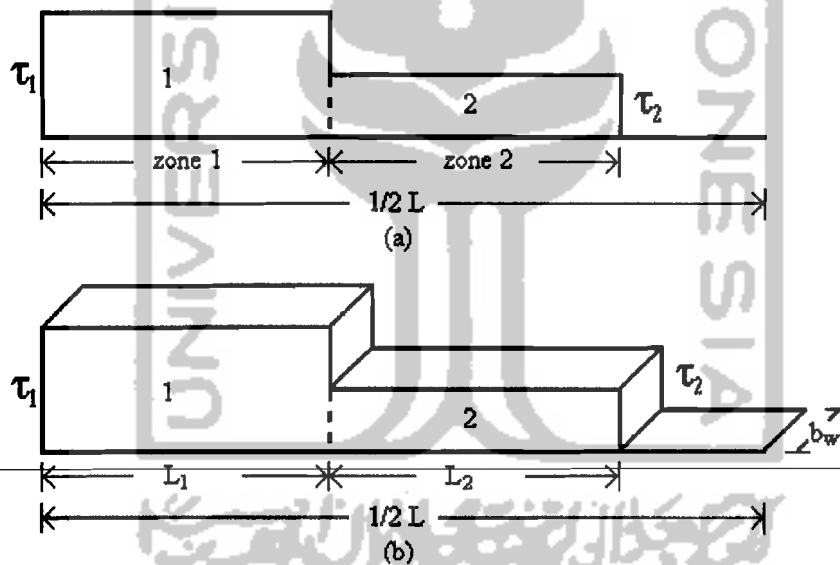
Gambar 3.5. (a) Pembebanan struktur.  
(b) Diagram gaya lintang balok.

Gambar 3.5 (b) memperlihatkan diagram gaya lintang (SFD) balok yang dibebani dengan beban – beban terpusat seperti terlihat pada Gambar 3.5 (a).

Tegangan geser yang terjadi pada balok lentur komposit, dihitung dengan:

$$\tau = \frac{D.S}{I.b_w} \dots\dots\dots(3.12)$$

dengan D, S, I dan  $b_w$  berturut – turut menyatakan gaya lintang balok, statis momen yang ditinjau, momen inersia balok dan lebar badan balok. Distribusi tegangan geser balok yang memikul beban seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.5 (a), disajikan pada Gambar 3.6 (a) berikut (untuk  $\frac{1}{2}$  bentang):



Gambar 3.6. (a) Distribusi tegangan geser balok untuk  $\frac{1}{2}$  bentang.  
 (b) Nilai gaya geser pada zone 1 dan zone 2.

Gaya geser tiap zone (V), merupakan volume tiap zone seperti ditunjukkan pada Gambar 3.6 (b), sehingga:

$$V_i = \tau_i L_i b_w \dots\dots\dots(3.13)$$

dengan  $L_i$  adalah panjang zone i,  $\tau_i$  adalah tegangan geser zone i dan  $b_w$  adalah lebar badan balok.

Dari Gambar 3.6 tampak bahwa besar tegangan geser ataupun gaya geser nilainya sama sepanjang  $L_1$  dan sepanjang  $L_2$ . Apabila jumlah beban terpusat semakin bertambah sepanjang bentang, maka nilai tegangan geser ataupun gaya geser mengarah kebentuk garis lurus sepanjang bentang. Dari tumpuan ke arah pertengahan bentang, tegangan dan gaya geser nilainya semakin kecil, sehingga jumlah penghubung geser yang dibutuhkan juga semakin kecil.

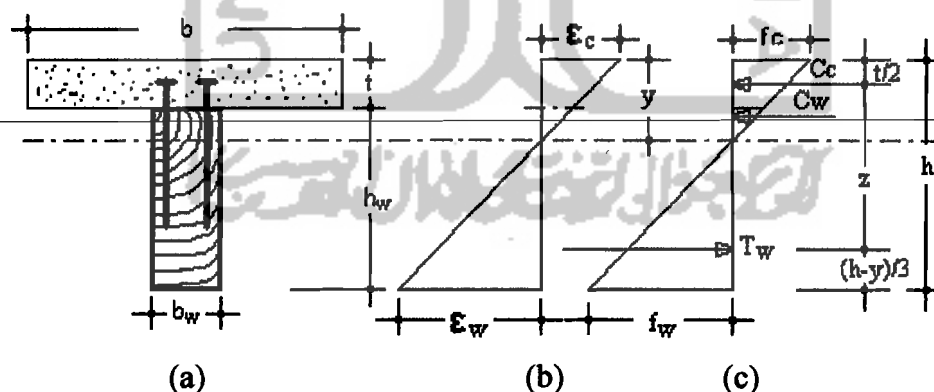
Jumlah penghubung geser yang diperlukan tiap zone ( $N_i$ ), dihitung dengan:

$$N_i = \frac{V_i}{n_p} \dots \dots \dots (3.14)$$

dengan  $V$  adalah gaya geser tiap zone, dan  $n_p$  adalah kemampuan / kuat geser satu penghubung geser.

### 3.5. Analisis Tampang dan Momen Batas

#### 3.5.1. Momen Batas pada Tahap Elastis



Gambar 3.7. Distribusi regangan dan tegangan penampang lantai komposit tahap elastis

Penampang komposit yang menerima lentur ditunjukkan pada Gambar 3.7 (a), regangan yang terjadi disajikan pada Gambar 3.7 (b), sedangkan distribusi tegangan disajikan pada Gambar 3.7 (c).

### a. Momen Batas pada Tegangan Ijin

Mengacu pada Suwandojo dan Zubaidah (1987), tegangan – tegangan ijin untuk:

$$\text{Beton : } F_c = f'c/3 \dots\dots\dots(3.15)$$

$$\text{Kayu : } F_w = f_w/2,74 \dots\dots\dots(3.16)$$

$$I_{ef} = \Phi \cdot I_o, \text{ dengan } \Phi = 0,90 \dots\dots\dots(3.17)$$

$$\text{Momen batas beton } (M_c) = \frac{F_c \times I_{ef}}{y} \dots\dots\dots(3.18)$$

$$\text{Momen batas kayu } (M_w) = \frac{F_w \times I_{ef}}{(h - y)} \dots\dots\dots(3.19)$$

Momen lentur batas balok lantai komposit ditentukan oleh nilai terkecil dari persamaan (3.18) dan persamaan (3.19).

### b. Momen Batas pada Batas Proporsional

Mengacu pada Suwandojo dan Zubaidah (1987), tegangan – tegangan ijin pada batas proporsional:

$$F_c = (2/3) f'c \dots\dots\dots(3.20)$$

$$F_w = (3/4) \text{ MOR} \dots\dots\dots(3.21)$$

$$I_{ef} = \emptyset \times I_o, \quad \emptyset = 0,80 \dots\dots\dots(3.22)$$

Momen lentur lantai komposit ditentukan oleh persamaan berikut :

1. Momen lentur rencana yang ditentukan oleh tegangan kayu :

$$M_w = F_w \times I_{ef} / (h - y) = (3/4) \text{ MOR} \times I_{ef} / (h - y) \dots\dots\dots(3.23)$$

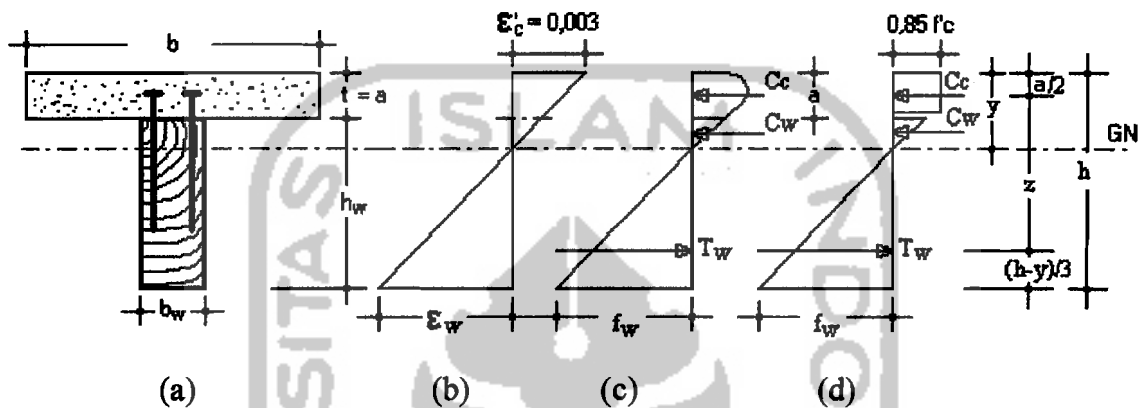
2. Momen lentur rencana yang ditentukan oleh kuat tekan beton :

$$M_c = F_c \times I_{ef} / y = (2/3) f'c \times I_{ef} / y \dots\dots\dots(3.24)$$



Besar momen lentur batas Lantai Tingkat Komposit (LTK) pada batas proposional, ditentukan oleh nilai terkecil dari persamaan (3.23) dan persamaan (3.24).

### 3.5.2. Momen Batas pada Tahap Kekuatan Batas (*Ultimate Strength*)



Gambar 3.8. Distribusi regangan dan tegangan penampang lantai komposit tahap in elastis.

Penampang komposit yang menerima lentur ditunjukkan pada Gambar 3.8 (a), regangan yang terjadi disajikan pada Gambar 3.8 (b), distribusi tegangan yang sesungguhnya disajikan pada Gambar 3.8 (c), sedangkan distribusi tegangan blok tekan ekuivalen disajikan pada Gambar 3.8 (d), dengan tegangan untuk blok ekuivalen diambil  $0,85 f'c$ .

Tegangan rencana bahan:

Beton :  $F_c = 0,85 f'c$

Kayu :  $F_w = 0,80 \text{ MOR}$

Mengacu pada Gambar 3.8 (d), maka gaya desak pada blok tegangan beton desak ekuivalen  $C_c$  :

$$C_c = 0,85 f'c \times a \times b_f \dots \dots \dots (3.25)$$

dengan  $a$  adalah tinggi stressed block (tinggi blok yang mengalami tekan).

Gaya tarik ultimate pada badan kayu;

$$T_w = \{b_w \times (h_w + t - y) \times (0,8 \text{ MOR})\} / 2 \dots\dots\dots(3.26)$$

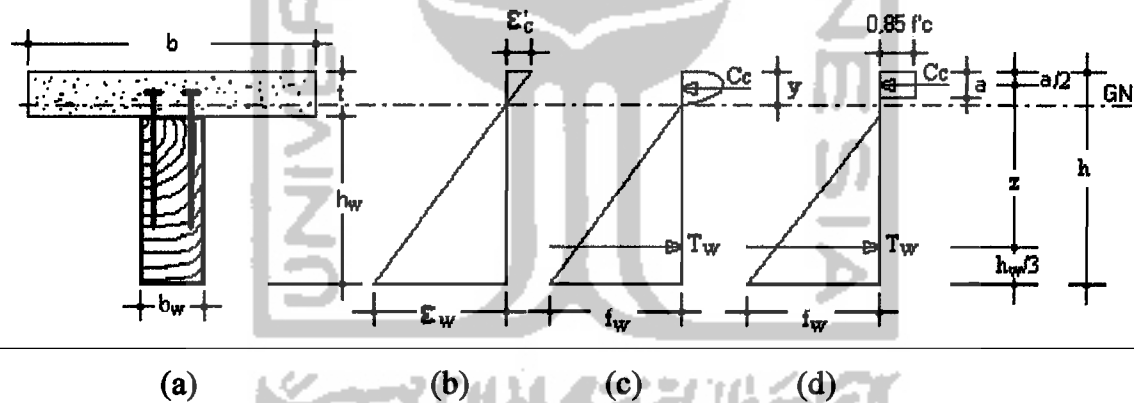
Penampang komposit dalam keadaan seimbang, maka besar gaya tekan beton  $C_c$  sama dengan besar gaya tarik kayu  $T_w$ .

$$C_c = T_w \dots\dots\dots(3.27)$$

Sedangkan nilai  $a$  (tinggi blok tekan) memiliki 3 kemungkinan (Suwandojo dan Zubaidah, 1987):

**1. Kemungkinan 1,  $a < \text{tebal sayap beton } t$**

Jika garis netral ada pada beton, maka tinggi blok tegangan beton – desak  $a < t$



Gambar 3.9. Distribusi regangan, tegangan dan keseimbangan gaya dalam, penampang lantai komposit, dengan  $a < t$ .

Dari persamaan (3.25) dan (3.26) serta mengacu pada Gambar 3.9 (d), maka :

$$a = \frac{\{b_w \times h_w \times (0,8 \text{ MOR})\} / 2}{b_{tr} \times 0,85 f'c} \dots\dots\dots(3.28)$$

$C_c = T_w$ , terjadi kopel momen dengan lengan  $z$  (lihat Gambar 3.9. (d))

Tegangan tarik pada beton dibawah garis netral diabaikan, lengan momen dalam :

$$z = h - (a/2 + h_w/3) \text{ atau}$$

$$z = (2/3)h_w + t - a/2 \dots \dots \dots (3.29)$$

Momen nominal:

$$M_{n,w} = T_w \times z \dots \dots \dots (3.30)$$

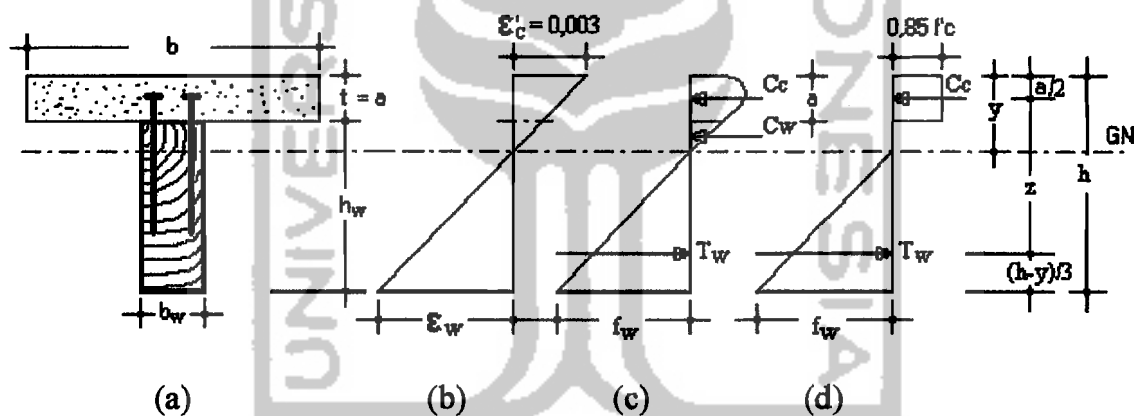
$$M_{n,c} = C_c \times z \dots \dots \dots (3.31)$$

Nilai Mn diambil yang terkecil dari persamaan (3.30) dan persamaan (3.31).

Daya dukung rencana  $M_u = \phi \times M_n$ , dengan  $\phi = 0,80$

**2. Kemungkinan 2,  $a = t$**

Garis netral ada pada badan kayu, dan  $a = t$



Gambar 3.10. Distribusi regangan, tegangan dan keseimbangan gaya dalam, penampang lantai komposit dengan  $a = t$ .

Dari Gambar 3.10 (d) :

$$C_c = 0,85 f'_c \times t \times b_{tr} \text{ dan } T_w = \frac{1}{2} b_w (h - y) \times (0,8 \text{ MOR}) \dots \dots \dots (3.32)$$

Karena keseimbangan gaya dalam  $C_c = T_w$ , maka tinggi posisi garis netral  $y$ , diukur dari serat tertekan :

$$y = a / 0,80 \dots \dots \dots (3.33)$$

$$h - y = \frac{0,85 f'_c \cdot t \cdot b_{tr}}{\frac{1}{2} b_w (0,80 \text{ MOR})} \dots \dots \dots (3.34)$$

disederhanakan menjadi:

$$y = h - \{(b_{tr} \times t) / b_w \times 2,125 f'c / (MOR)\} \dots\dots\dots(3.35)$$

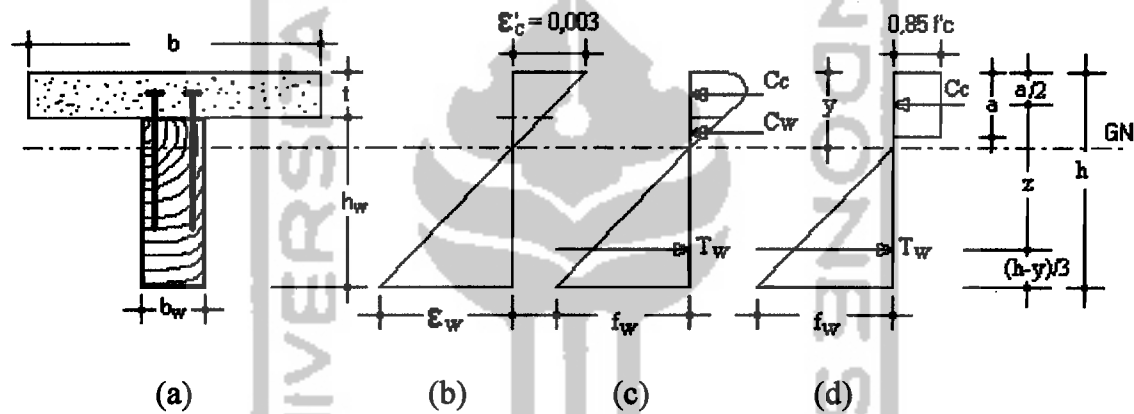
Dari Gambar 3.10 (d) lengan momen dalam:

$$z = h - t/2 - (h - y) / 3, \text{ disederhanakan:}$$

$$z = 1/6 \times (4h - 3t + 2y) \dots\dots\dots(3.36)$$

$$\text{Momen ultimit } Mu = \phi [C_c \times z] = \phi [T_w \times z], \text{ dengan } \phi = 0,80 \dots\dots\dots(3.37)$$

3. Kemungkinan 3,  $a > t$



Gambar 3.11. Distribusi regangan, tegangan dan keseimbangan gaya dalam, penampang lantai komposit, dengan  $a > t$ .

Memperhatikan Gambar 3.11 (d),  $a > t$ , berarti garis netral jatuh di badan.

Bagian badan yang tertekan diabaikan. Gaya tarik penampang bagian badan kayu yang tertarik  $T_w$  dapat ditentukan:

$$T_w = (h - y) b_w \times 0,80 MOR \dots\dots\dots(3.38)$$

Gaya tekan di sayap :

$$C_c = b_{tr} \times t \times 0,85 f'c \dots\dots\dots(3.39)$$

$$y = (h_w + t) - \frac{b_{tr} \times t \times 0,85 f'c}{1/2 b_w (0,80 MOR)} \dots\dots\dots(3.40)$$

Lengan momen dalam :

$$z = 1/6 \times (4h - 3t + 2y) \dots \dots \dots (3.41)$$

$$Mu = \phi C_c \times z = \phi T_w \times z \dots \dots \dots (3.42)$$

dengan  $\phi = 0,80$ .

Dari 3 kemungkinan nilai a diatas, dapat dilihat diagram tegangan yang berbeda – beda. Terlihat pada gambar bagian (d), semakin besar nilai a, semakin besar luasan blok tegangan beton desak ekivalen, yang berarti semakin besar gaya tekan beton yang terjadi.

### 3.5.3. Kapasitas Momen

Kapasitas momen balok komposit dapat dihitung menggunakan rumus sebagai berikut:

$$M_{kap} = \phi (C_c \times z) \text{ atau } \phi (T_w \times z) \dots \dots \dots (3.43)$$

dengan:  $C_c = b_r \times t \times F_c$  ;  $F_c = 0,85 f'_c$

$$T_w = \frac{1}{2} (h - y) \times b_w \times F_w ; F_w = 0,90 \text{ MOR}$$

$$\phi = 0,70 ; z = 1/6 (4h - 3t + 2y)$$

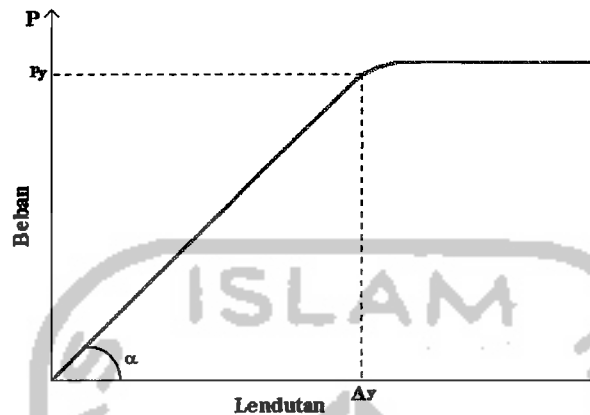
$$y = (h_w + t) - \frac{b_r \times t \times 0,85 f'_c}{1/2 b_w (0,90 \text{ MOR})} \dots \dots \dots (3.44)$$

## 3.6. Kekakuan dan Faktor Kekakuan Struktur

### 3.6.1. Hubungan Beban (P) dan Lendutan ( $\Delta$ )

Pembebanan transversal pada balok akan mengakibatkan penurunan (defleksi). Dari hasil pengujian, didapat data beban dan lendutan. Rasio antara beban (P) dan lendutan ( $\Delta$ ) dalam keadaan linier menunjukkan kekakuan struktur. Dari setiap pembebanan dan lendutan yang terjadi, maka dapat dibuat grafik yang

menggambarkan beban – lendutan, yang mempunyai bentuk seperti Grafik 3.1 berikut:



Grafik 3.1. Hubungan beban (P) dan lendutan (Δ)

$$\operatorname{tg} \alpha = P_y / \Delta_y \dots\dots\dots (3.45)$$

$$k = \operatorname{tg} \alpha \dots\dots\dots (3.46)$$

$$\text{maka: } k = P_y / \Delta_y \dots\dots\dots (3.47)$$

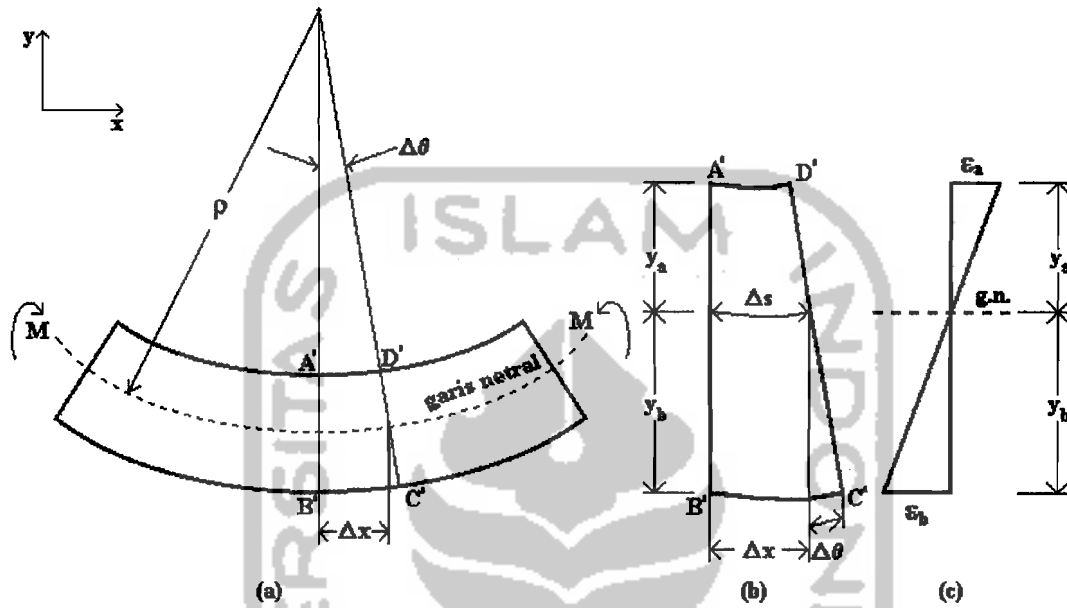
Pada uji pembebanan, setelah  $P$  leleh atau  $P$  patah dilampaui, maka kekakuan struktur akan menurun, seperti terlihat pada Grafik 3.1. diatas.

### 3.6.2. Hubungan Momen (M) dan Kelengkungan (Φ)

#### a. Metode Kelengkungan Balok Teoritis

Perilaku struktur yang mengalami lentur dapat diketahui dari hubungan momen kelengkungan. Menurut Park and Paulay (1975), dan Popov (1978), setelah dimodifikasi sesuai dengan penelitian ini, kelengkungan teoritis dapat dijelaskan dengan Gambar 3.12 yang merupakan elemen dari sebuah balok dengan momen – momen ujung dan gaya aksial. Jari – jari kelengkungan  $\rho$  diukur dari garis netral. Kelengkungan sebuah balok dapat diperoleh dengan

mengukur regangan tepi atas / bawah, kemudian membagi dengan tinggi netral, dalam hal ini akan digunakan untuk perhitungan kelengkungan balok teoritis.



Gambar 3.12. Kelengkungan balok.

Gambar 3.12 (a) merupakan elemen sebuah balok yang menerima lentur, Gambar 3.12 (b) merupakan elemen kecil dari balok lentur (a) dan Gambar 3.12 (c) adalah diagram regangan balok. Dari Gambar 3.12 didapat:

$$\frac{dx}{\rho} = \frac{\epsilon_a \cdot dx}{y_a} = \frac{\epsilon_b \cdot dx}{y_b} \dots\dots\dots(3.48)$$

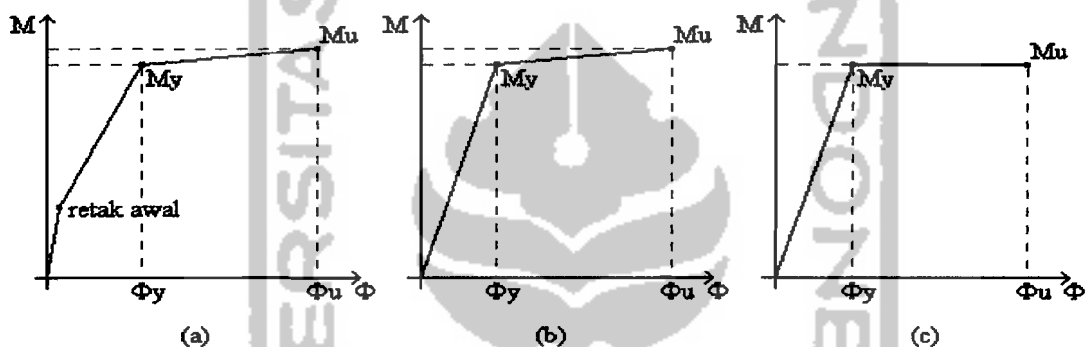
$$\frac{1}{\rho} = \frac{\epsilon_a}{y_a} = \frac{\epsilon_b}{y_b} \dots\dots\dots(3.49)$$

dengan:  $\frac{1}{\rho} = \Phi$

$$\text{maka: } \Phi = \frac{\epsilon_a}{y_a} = \frac{\epsilon_b}{y_b} \dots\dots\dots(3.50)$$

dengan  $\Phi$ ,  $\epsilon_a$ ,  $\epsilon_b$ ,  $y_a$  dan  $y_b$  berturut – turut menyatakan kelengkungan, regangan tekan, regangan tarik, jarak garis netral ke tepi atas dan jarak garis netral ke tepi bawah.

Menurut Park and Paulay (1975), momen kelengkungan teoritis balok dianalisis pada beberapa kondisi, yaitu kondisi elastis (retak awal), kondisi mulai leleh / batas proporsional dan kondisi ultimit. Kurva momen kelengkungan dapat dilihat pada Grafik 3.2 berikut:



Grafik 3.2. Momen kelengkungan

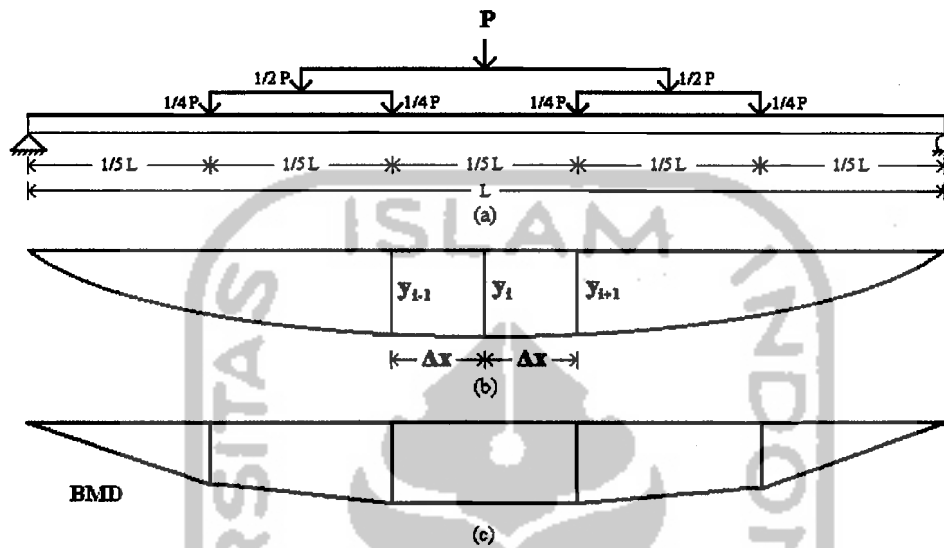
Grafik 3.2 (a) menunjukkan kurva momen kelengkungan tri-linier balok, sedangkan Grafik 3.2 (b) dan Grafik 3.2 (c) menunjukkan kurva momen kelengkungan bi-linier balok.

#### **b. Metode Pendekatan Kelengkungan Balok**

Pada uji pembebanan balok, sumbu balok yang semula lurus, akan menjadi garis lengkung, sehingga dihasilkan nilai momen dan kelengkungan garis. Kelengkungan pada suatu titik dapat dicari dari 3 buah titik yang berurutan ( $y_{i+1}$ ,  $y_i$ ,  $y_{i-1}$ ). Dari lendutan, dengan mengukur ( $y_{i+1}$ ,  $y_i$ ,  $y_{i-1}$ ), maka dapat dicari kelengkungan yang akan digunakan pada penelitian ini.



Menurut Widodo (1997), kelengkungan struktur diturunkan dari data perpindahan titik garis lengkung dengan metode *Central Difference*, dengan keterangan Gambar 3.13 berikut:



Gambar 3.13. Momen kelengkungan balok

Gambar 3.13 (a) menunjukkan pembebanan balok, Gambar 3.13 (b) adalah lendutan yang terjadi sedangkan Gambar 3.13. (c) adalah diagram momen yang terjadi.

Kemiringan (*slope*) didekati dengan persamaan:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x} \dots\dots\dots(3.51)$$

Turunan dari persamaan (3.51) adalah:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{\Delta x^2} \dots\dots\dots(3.52)$$

Menurut Popov (1978), kelengkungan di dekati dengan:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{\rho} \dots\dots\dots(3.53)$$

dengan  $\frac{1}{\rho}$  adalah kelengkungan atau  $\Phi$ , sehingga  $\Phi$  balok dapat di dekati

dengan:

$$\Phi = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{\Delta x^2} \dots\dots\dots(3.54)$$

Nilai momen maksimum balok sederhana yang menerima beban seperti pada Gambar 3.13 (c) adalah:

$$M = 1/2P \cdot 2/5L - 1/4P \cdot 1/5L = 3/20 PL \dots\dots\dots(3.55)$$

Menurut Gere dan Timoshenko (1987), hubungan faktor kekakuan (EI), momen (M) dan kelengkungan ( $\Phi$ ) adalah:

$$\Phi = \frac{M}{EI} \dots\dots\dots(3.56)$$

dengan  $\Phi$ , M dan EI berturut – turut menyatakan kelengkungan, momen dan faktor kekakuan.