

BAB III

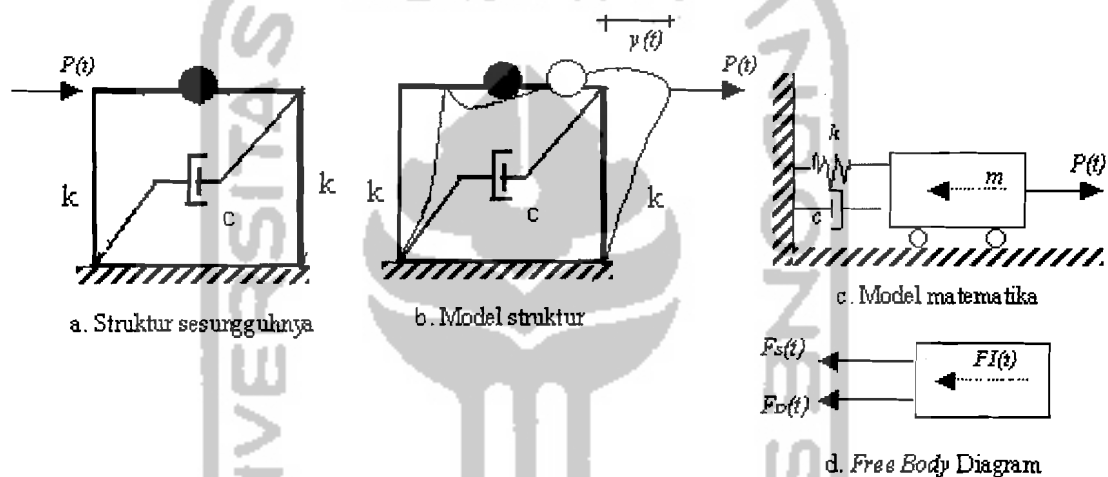
LANDASAN TEORI

Landasan teori memuat dasar-dasar teori yang akan dipergunakan secara garis besar dan merupakan tuntunan yang akan digunakan untuk merumuskan hipotesis. Landasan teori ini meliputi sistem berderajat kebebasan tunggal, sistem berderajat kebebasan banyak, *mode shape* dan frekuensi, persamaan gerak akibat gempa, jenis simpangan dan efeknya terhadap kerusakan, persamaan diferensial independen, dan respon terhadap gempa.

3.1 Sistem Berderajat Kebebasan Tunggal

Sistem dengan derajat kebebasan tunggal mempunyai satu koordinat yang diperlukan untuk menyatakan posisi suatu massa pada saat tertentu. Jumlah derajat kebebasan biasanya dapat dikaitkan dengan jumlah massa, artinya, suatu struktur tiga tingkat akan mempunyai tiga massa dan tiga derajat kebebasan dengan anggapan struktur berperilaku *shear building*, sama halnya bila struktur dengan empat tingkat akan mempunyai empat massa dan empat derajat kebebasan. Pada landasan teori ini untuk memudahkan pengertian dipakai struktur dengan tiga tingkat. Struktur dengan derajat kebebasan tunggal atau *single degree of freedom* (SDOF) berarti hanya akan mempunyai satu massa.

Dalam menyelesaikan masalah dinamik, sebaiknya memakai metoda yang menghasilkan suatu analisis yang tersusun dan sistematis. Yang paling penting dalam praktek analisis dinamis adalah menggambar sebuah diagram *free body* dari sistem yang memungkinkan penulisan besaran matematik dari sistem tersebut. Diagram *free body* (DFB) adalah gambar keseimbangan dinamik yang bekerja pada massa m . Sistem berderajat kebebasan tunggal dapat ditunjukkan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Model Sistem SDOF akibat Beban Dinamik

Berdasarkan keseimbangan dinamik dengan *free body diagram* sebagaimana terlihat pada Gambar 3.1d,

$$F_I(t) + F_D(t) + F_S(t) = P(t) \quad (3.1)$$

$$F_I(t) = m \cdot \ddot{y}(t), \quad F_D(t) = c \cdot \dot{y}(t), \quad \text{dan} \quad F_S(t) = k \cdot y(t) \quad (3.2)$$

dimana F_I adalah gaya inersia, F_D adalah gaya redam, F_S adalah gaya pegas yang mempresentasikan kekakuan kolom, $P(t)$ adalah beban dinamik, dan $\ddot{y}(t)$, $\dot{y}(t)$, dan $y(t)$ masing-masing adalah percepatan, kecepatan, dan simpangan massa, dan m , c , k masing-masing adalah massa, redaman, dan kekakuan kolom.

Substitusi persamaan (3.2) ke dalam persamaan (3.1), menjadi,

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = P(t) \quad (3.3)$$

Persamaan (3.3) disebut persamaan diferensial gerakan (*differential equation of motion*) pada struktur dengan derajat kebebasan tunggal. Untuk selanjutnya $\ddot{y}(t), \dot{y}(t), y(t), P(t)$ masing-masing adalah percepatan, kecepatan, simpangan, dan beban gempa yang merupakan fungsi dari waktu, penulisannya dapat disederhanakan menjadi \ddot{y}, \dot{y}, y, P , sehingga persamaan (3.3) dapat ditulis menjadi,

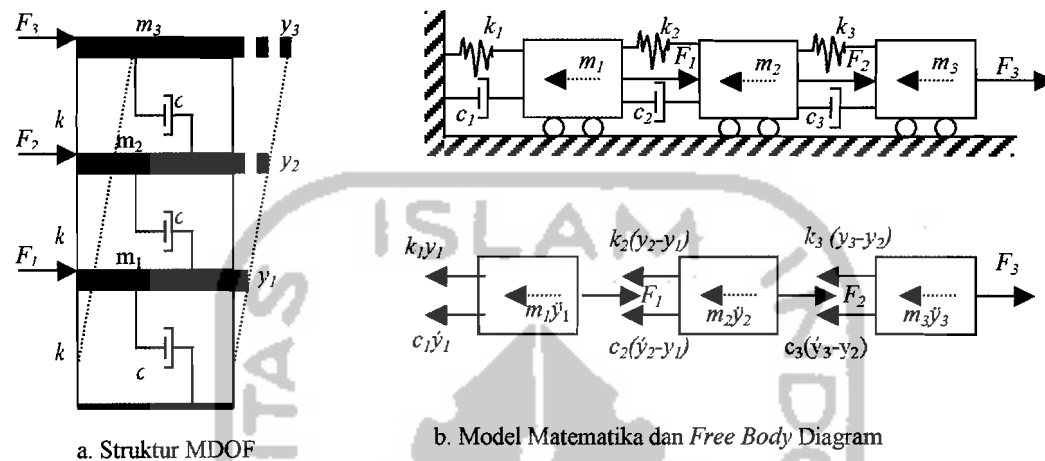
$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = P \quad (3.4)$$

3.2 Sistem Berderajat Kebebasan Banyak

Secara umum, struktur bangunan gedung tidak selalu dapat dinyatakan dengan suatu sistem yang mempunyai derajat kebebasan tunggal (SDOF). Umumnya struktur bangunan gedung mempunyai derajat kebebasan banyak (*Multi Degree of Freedom*).

Pada struktur bangunan bertingkat banyak, umumnya massa struktur dapat digumpalkan di satu titik (*lumped mass*), dengan demikian struktur yang semula mempunyai derajat kebebasan tak terhingga, akan dapat dipandang sebagai struktur kebebasan terbatas. Untuk memperoleh persamaan diferensial gerakan pada struktur kebebasan banyak, dapat digunakan anggapan *shear building*, selanjutnya $\ddot{y}(t), \dot{y}(t), y(t), P(t)$ masing-masing adalah percepatan, kecepatan, simpangan, dan beban gempa yang merupakan fungsi dari waktu, penulisannya dapat disederhanakan menjadi \ddot{y}, \dot{y}, y, P , sebagaimana penulisan pada struktur SDOF. Pada struktur bangunan gedung bertingkat tiga pada Gambar 3.2a, struktur akan mempunyai tiga derajat

kebebasan, sehingga struktur yang mempunyai n -tingkat akan mempunyai n -derajat kebebasan dan mempunyai n -mode.



Gambar 3.2 Model Sistem MDOF

Persamaan diferensial gerakan pada struktur, disusun berdasarkan atas goyangan struktur menurut mode pertama. Berdasarkan keseimbangan dinamik seperti pada Gambar 3.2b,

$$m_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 + k_1 y_1 - c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - k_2 (y_2 - y_1) = F_1 \quad (3.5a)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_2 (y_2 - y_1) - c_3 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) - k_3 (y_3 - y_2) = F_2 \quad (3.5b)$$

$$m_3 \ddot{y}_3 + c_3 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + k_3 (y_3 - y_2) = F_3 \quad (3.5c)$$

Selanjutnya persamaan (3.5) dapat ditulis dalam bentuk matrik yang lebih ringkas, menjadi,

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{F\} \quad (3.6)$$

$[M]$, $[C]$, $[K]$ berturut-turut adalah matrik massa, matrik redaman, dan matrik kekakuan, yang dapat ditulis menjadi,

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (3.7a)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_3 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \quad (3.7b)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_3 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \quad (3.7c)$$

$$\{\ddot{y}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \end{Bmatrix}, \quad \{\dot{y}\} = \begin{Bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{Bmatrix}, \quad \{y\} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{Bmatrix}, \quad \text{dan} \quad \{F(t)\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

$\{\ddot{y}\}, \{\dot{y}\}, \{y\}, \{F\}$ masing-masing adalah vektor percepatan, vektor kecepatan, vektor simpangan, dan vektor gaya atau beban.

3.3 Mode Shape dan Frekuensi

Suatu struktur umumnya akan bergerak akibat pembebanan dari luar maupun adanya suatu nilai awal (*initial condition*). Misalnya suatu massa ditarik sedemikian rupa, sehingga mempunyai simpangan awal sebesar y_n , dan apabila gaya tarik tersebut dilepas kembali, maka massa akan bergerak. Peristiwa pergerakan massa tersebut disebut dengan getaran bebas (*free vibration system*). Gerakan suatu massa disebabkan pembebanan dari luar, misalnya beban angin, beban gempa dan lainnya, maka gerakan massa dikelompokkan sebagai gerakan dipaksa (*forced vibration system*). Untuk menyederhanakan permasalahan anggapan bahwa massa bergetar bebas akan sangat membantu menyelesaikan analisis dinamika struktur.

Persamaan diferensial gerak getaran bebas pada struktur seperti pada persamaan (3.6) dapat dinyatakan menjadi,

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = 0 \quad (3.9)$$

Frekuensi sudut pada struktur dengan redaman (*damped frequency*) nilainya hampir sama dengan frekuensi sudut pada struktur tanpa redaman, jika nilai rasio redaman (*damping ratio*) kecil, sehingga persamaan (3.9) menjadi,

$$[M]\{\ddot{y}\} + [K]\{y\} = 0 \quad (3.10)$$

Persamaan (3.10) diasumsikan pada getaran bebas, sehingga vektor y berbentuk,

$$\{y\} = \{\phi\}z \quad (3.11a)$$

$$\{\ddot{y}\} = \{\phi\}\ddot{z} \quad (3.11b)$$

$\{\phi\}$ adalah vektor *mode shape* yaitu suatu vektor yang tidak berdimensi, yang memiliki paling sedikit sebuah elemen yang tidak sama dengan nol. Sedangkan z dan \ddot{z} adalah vektor perpindahan dan vektor percepatan. Jika persamaan (3.11) disubstitusikan ke dalam persamaan (3.10), akan didapatkan,

$$[M]\{\phi\}\ddot{z} + [K]\{\phi\}z = \{0\} \quad (3.12)$$

$[M]$ dan $[K]$ adalah matrik konstan dan pada sebuah hipotesis disebutkan bahwa $\{\phi\}$ juga merupakan matrik konstan, maka akan didapatkan,

$$\ddot{z} + (\text{konstan}) z = 0 \quad (3.13)$$

Jika konstanta di atas adalah ω_n^2 (*undamped natural frequency*), maka persamaan (3.13) menjadi,

$$\ddot{z} + \omega_n^2 z = 0 \quad (3.14)$$

Persamaan (3.14) diselesaikan dengan,

$$z = A \sin \omega_n t \quad (3.15)$$

sehingga persamaan (3.11) menjadi,

$$\{y\} = \{\phi\} A \sin \omega_n t \quad (3.16a)$$

$$\{\ddot{y}\} = -\omega^2 \{\phi\} A \sin \omega_n t \quad (3.16b)$$

Persamaan (3.16) disubstitusikan ke dalam persamaan (3.10) didapatkan,

$$-\omega^2 [M] \{\phi\} A \sin \omega t + [K] \{\phi\} A \sin \omega t = 0 \quad (3.17)$$

Persamaan (3.17) akan ada penyelesaiannya (*nontrivial solution*), jika A dan ω keduanya tidak sama dengan nol, sehingga,

$$[K] - \omega^2 [M] \{\phi\} = 0 \quad (3.18)$$

Suatu sistem akan ada amplitudo yang terbatas, jika nilai determinan sama dengan nol, sehingga,

$$[K] - \omega^2 [M] = 0 \quad (3.19)$$

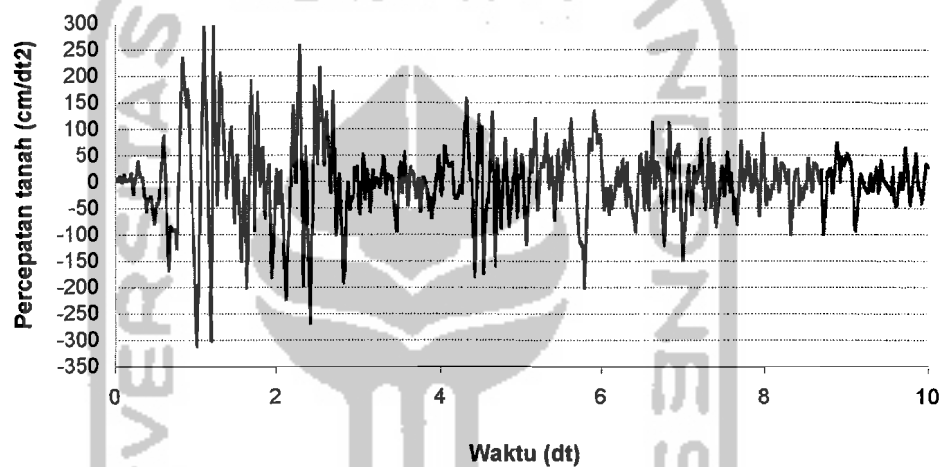
Persamaan (3.19) disebut dengan *eigenproblem*. Nilai determinan dari persamaan ini akan menghasilkan suatu persamaan polinomial dengan derajat ke- n , yaitu $\lambda = \omega^2$, kemudian nilai λ yang diperoleh disubstitusikan ke persamaan (3.18) maka akan menghasilkan nilai *mode shape* $\{\phi\}_n$ dan simpangan $(y)_n$. Indeks n menunjukkan ragam/pola goyangan.

3.4 Persamaan Gerak Akibat Beban Gempa

Beban akibat guncangan gempa adalah suatu beban yang unik. Umumnya beban yang bekerja pada struktur menggunakan satuan gaya, tetapi beban gempa berupa percepatan tanah. Beban lain biasanya statis, tidak berubah pada periode waktu yang pendek, tetapi beban gempa adalah beban yang dinamis yang berubah dengan sangat cepat dalam periode waktu yang pendek, dapat diartikan beban gempa

berubah setiap saat. Beban lain biasanya bekerja pada arah vertikal, tetapi beban gempa bekerja secara simultan pada arah vertikal maupun horisontal bahkan beban gempa dapat berupa putaran (Hu, Liu, dan Dong, 1996).

Analisis yang didasarkan pada riwayat waktu dapat digunakan sebagai eksitasi gempa yang berpengaruh pada struktur. Pada tugas akhir ini dipakai riwayat waktu gempa El Centro tahun 1940, seperti pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Percepatan Tanah Gempa El Centro, 1940
(Prasetyo dan Risdiwiyanta, 2003)

Persamaan gerakan struktur yang dikenai beban gempa dapat diturunkan melalui suatu pendekatan yang sama seperti pada persamaan gerak struktur kebebasan tunggal seperti pada Gambar 3.4a, sedangkan model matematisnya adalah sebagaimana terlihat pada Gambar 3.4b.

Dengan menggunakan konsep keseimbangan dinamis, dari *free body* diagram pada Gambar 3.4.c, akan didapatkan persamaan,

$$F_I(t) + F_D(t) + F_S(t) = 0 \quad (3.20)$$

$$F_I(t) = m.\ddot{y}(t), \quad F_D(t) = c.\dot{y}(t), \quad \text{dan} \quad F_S(t) = k.y(t) \quad (3.21)$$

sedangkan $\ddot{y}_i(t)$ sebagaimana terlihat pada Gambar 3.4.a adalah,

$$\ddot{y}_i(t) = \ddot{y}_g(t) + \ddot{y}(t) \quad (3.22)$$

dimana F_I adalah gaya inersia, F_D adalah gaya redam, F_S adalah gaya tarik/desak pegas yang mempresentasikan kekakuan kolom, dan $\ddot{y}(t)$, $\dot{y}(t)$, dan $y(t)$ masing-masing adalah percepatan, kecepatan, dan simpangan massa, dan m , c , k masing-masing adalah massa, redaman, dan kekakuan kolom.

Substitusi persamaan (3.20) ke dalam persamaan (3.21), maka persamaan (3.21) dapat ditulis menjadi,

$$m\ddot{y}_i(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = 0 \quad (3.23)$$

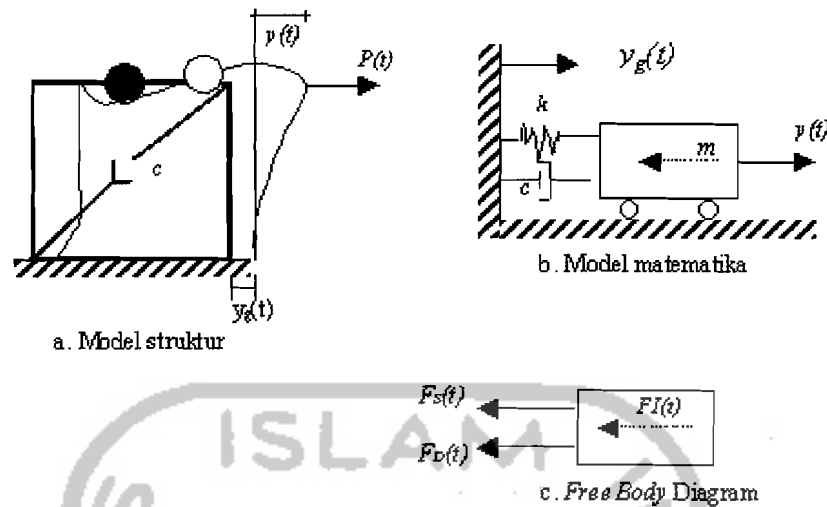
$$m(\ddot{y}_g(t) + \ddot{y}(t)) + c\dot{y}(t) + ky(t) = 0 \quad (3.24)$$

$$m\ddot{y}_g(t) + m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = 0 \quad (3.25)$$

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = -m\ddot{y}_g(t) \quad (3.26)$$

Persamaan (3.26) disebut persamaan diferensial gerakan suatu massa dengan gerak kebebasan tunggal akibat gerakan tanah (*base motion*). Ruas kanan pada persamaan (3.26) biasa disebut sebagai beban gempa. Untuk selanjutnya $\ddot{y}(t)$, $\dot{y}(t)$, $y(t)$, masing-masing adalah percepatan, kecepatan, dan simpangan yang merupakan fungsi dari waktu, penulisannya dapat disederhanakan menjadi \ddot{y} , \dot{y} , dan y , sehingga persamaan (3.26) dapat ditulis menjadi,

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m\ddot{y}_g \quad (3.27)$$



Gambar 3.4 Model Sistem SDOF dengan Beban Gempa

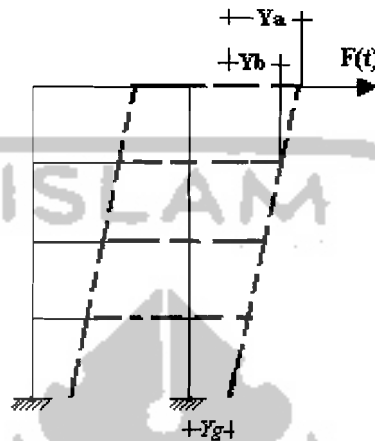
3.5 Jenis-jenis Simpangan dan Efeknya Terhadap Kerusakan

Jenis simpangan pada struktur dapat dibagi menjadi tiga, yaitu simpangan relatif, simpangan antar tingkat, dan simpangan absolut.

1. Simpangan Relatif

Simpangan relatif adalah simpangan yang dihitung relatif terhadap lantai dasar struktur atau pondasi. Simpangan relatif mempunyai efek yang berpengaruh terhadap *structural pounding*. Masalah *structural pounding* biasanya terjadi pada bangunan yang berdekatan untuk memaksimalkan penggunaan lahan, yang dapat mengakibatkan kerusakan fatal pada bangunan bahkan dapat menyebabkan kerusakan total. Hal ini dapat dicegah dengan memperhitungkan jarak antara dua bangunan yang saling berdekatan. Jarak tersebut dapat dihitung dengan menghitung simpangan horisontal plastik pada setiap tingkat. Gambar 3.5 menunjukkan

simpangan yang dihitung relatif tingkat empat terhadap pondasi yaitu y_a , dan simpangan relatif tingkat tiga terhadap pondasi yaitu y_b .



Gambar 3.5 Model Simpangan Relatif

2. Simpangan Antar Tingkat (*Inter Story Drift*)

Simpangan antar tingkat adalah simpangan yang terjadi pada tiap tingkat, dihitung dengan cara simpangan tingkat atas dikurangi simpangan tingkat bawah. *Inter story drift* terjadi karena cacatnya perencanaan konfigurasi bangunan yang berhubungan dengan kekakuan struktur. Distribusi kekakuan struktur terjadi secara vertikal tidak merata yang menyebabkan adanya suatu tingkat yang lemah. *Inter story drift* yang berlebihan sangat mungkin terjadi pada daerah tingkat lemah, oleh karena itu kerusakan struktur akibat ini sangat mungkin terjadi. Besar simpangan antar tingkat dihitung dengan $(y_a - y_b)$.

3. Simpangan Absolut

Simpangan absolut merupakan penjumlahan antara simpangan relatif tiap tingkat dengan simpangan akibat tanah yaitu y_g , dapat dihitung dengan $(y_a + y_g)$. Simpangan ini berpengaruh terhadap kemungkinan terjadinya benturan antar bangunan yang berdekatan. Simpangan tanah pada keadaan *rigid motion* umumnya dianggap tidak menyebabkan perbedaan simpangan dan kecepatan antar tanah dengan massa struktur.

3.6 Persamaan Diferensial Independen (*Uncoupling*)

Struktur yang mempunyai n -derajat kebebasan yang bergetar akan mempunyai n -mode getaran. Dengan demikian masing-masing *mode* akan memberikan kontribusi pada simpangan horisontal tiap-tiap massa. Simpangan massa ke- i atau y_i , dapat diperoleh dengan menjumlahkan pengaruh atau kontribusi tiap-tiap *mode*. Kontribusi *mode* ke- j terhadap simpangan horisontal massa ke- i tersebut dinyatakan dalam produk antara ϕ_{ij} dengan suatu amplitudo Z_j , yang dinyatakan dalam bentuk,

$$\{y\} = [\phi]\{Z\} \quad (3.28a)$$

$$\{\dot{y}\} = [\phi]\{\dot{Z}\} \quad (3.28b)$$

$$\{\ddot{y}\} = [\phi]\{\ddot{Z}\} \quad (3.28c)$$

Substitusi persamaan (3.28) ke dalam persamaan (3.27) akan diperoleh,

$$[M][\phi]\{\ddot{Z}\} + [C][\phi]\{\dot{Z}\} + [K][\phi]\{Z\} = -[M]\{1\}\ddot{y}_g \quad (3.29)$$

Apabila persamaan (3.29) dikalikan dengan *transpose* suatu mode $\{\phi\}^T$, maka,

$$\{\phi\}^T [M] \{\ddot{Z}\} + \{\phi\}^T [C] \{\dot{Z}\} + \{\phi\}^T [K] \{Z\} = -\{\phi\}^T [M] \{1\} \ddot{y}_g \quad (3.30)$$

Misal, diambil struktur yang mempunyai tiga derajat kebebasan, maka suku pertama persamaan (3.30) berbentuk,

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{21} & \phi_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Z}_1 \\ \ddot{Z}_2 \\ \ddot{Z}_3 \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

Berdasarkan hubungan orthogonal, maka untuk mode ke-1 persamaan (3.31) akan menjadi,

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{21} & \phi_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \phi_{31} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Z}_1 \\ \ddot{Z}_2 \\ \ddot{Z}_3 \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

Dengan catatan, persamaan di atas dalam hubungan orthogonal, $i = j$. Pada kondisi orthogonal apabila $i \neq j$, maka perkalian matrik sama dengan nol.

$$\{\phi\}_i^T [M] \{\phi\}_j = 0 \quad (3.33a)$$

$$\{\phi\}_i^T [C] \{\phi\}_j = 0 \quad (3.33b)$$

$$\{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_j = 0 \quad (3.33c)$$

Untuk mode ke- j , secara umum persamaan (3.32) dapat ditulis dengan,

$$\{\phi\}_j^T [M] \{\phi\}_j \ddot{Z}_j \quad (3.34)$$

Cara di atas juga berlaku untuk suku ke-2 dan ke-3 pada persamaan (3.29).

Berdasarkan hubungan orthogonal, persamaan (3.30) akan menjadi,

$$\{\phi\}_j^T [M] \{\phi\}_j \ddot{Z}_j + \{\phi\}_j^T [C] \{\phi\}_j \dot{Z}_j + \{\phi\}_j^T [K] \{\phi\}_j Z_j = -\{\phi\}_j^T [M] \{1\} \ddot{y}_g \quad (3.35)$$

Persamaan (3.35) adalah persamaan diferensial yang bebas/*independent* antara satu dengan yang lain. Persamaan tersebut diperoleh setelah diterapkan hubungan orthogonal, baik orthogonal matrik massa, matrik redaman, dan matrik kekakuan. Dengan demikian untuk n -derajat dengan n -persamaan diferensial yang dahulu bersifat *coupling*, sekarang menjadi *independent/uncoupling*. Berdasarkan sifat-sifat tersebut, maka persamaan diferensial dapat diselesaikan untuk setiap pengaruh *mode*.

Berdasarkan persamaan (3.35), dapat didefinisikan suatu generalisasi massa (*generalized mass*), redaman, dan kekakuan sebagai berikut,

$$M_j^* = \{\phi\}_j^T [M] \{\phi\}_j \quad (3.36a)$$

$$C_j^* = \{\phi\}_j^T [C] \{\phi\}_j \quad (3.36b)$$

$$K_j^* = \{\phi\}_j^T [K] \{\phi\}_j \quad (3.36c)$$

Dengan definisi seperti pada persamaan (3.36), maka persamaan 3.35 menjadi,

$$M_j^* \ddot{Z}_j + C_j^* \dot{Z}_j + K_j^* Z_j = P_j^* \ddot{y}_g, \quad (3.37)$$

dengan,

$$P_j^* = \phi_j^T [M] \{1\} \quad (3.38)$$

Terdapat suatu hubungan bahwa,

$$\xi_n = \frac{C_j^*}{C_{cr}^*} = \frac{C_j^*}{2M_j^* \omega_j}, \text{ maka } \frac{C_j^*}{M_j^*} = 2\xi_j \omega_j \quad (3.39a)$$

$$\omega_j^2 = \frac{K_j^*}{M_j^*} \text{ dan } \Gamma_j = \frac{P_j^*}{M_j^*} \quad (3.39b)$$

Dengan hubungan-hubungan seperti pada persamaan (3.39), maka persamaan (3.38) akan menjadi,

$$\ddot{Z}_j + 2\xi_j \omega_j \dot{Z}_j + \omega_j^2 Z_j = -\Gamma_j \ddot{y}_g \quad (3.40)$$

dan,

$$\Gamma_j = \frac{P_j^*}{M_j^*} = \frac{\{\phi\}_j^T [M] \{1\}}{\{\phi\}_j^T [M] \{\phi\}_j} \quad (3.41)$$

Persamaan (3.41) sering disebut dengan partisipasi setiap *mode* atau *modal participation factor*. Selanjutnya persamaan (3.40) juga dapat ditulis menjadi,

$$\frac{\ddot{Z}_j}{\Gamma_j} + 2\xi_j \omega_j \frac{\dot{Z}_j}{\Gamma_j} + \omega_j^2 \frac{Z_j}{\Gamma_j} = -\ddot{y}_g \quad (3.42)$$

Apabila diambil suatu notasi bahwa,

$$\ddot{g}_j = \frac{\ddot{Z}_j}{\Gamma_j}, \quad \dot{g}_j = \frac{\dot{Z}_j}{\Gamma_j}, \quad \text{dan} \quad g_j = \frac{Z_j}{\Gamma_j} \quad (3.43)$$

maka persamaan (3.42) menjadi,

$$\ddot{g}_j + 2\xi_j \omega_j \dot{g}_j + \omega_j^2 g_j = -\ddot{y}_g \quad (3.44)$$

Persamaan (3.44) adalah persamaan diferensial yang *independent*, karena persamaan tersebut hanya berhubungan dengan tiap-tiap *mode*.

Nilai partisipasi setiap *mode* akan dapat dihitung dengan mudah setelah koordinat setiap *mode* ϕ_{ij} telah diperoleh. Nilai \ddot{g} , \dot{g} , dan g dapat dihitung dengan integrasi secara numerik. Apabila nilai tersebut telah diperoleh, maka nilai Z_j dapat dihitung. Dengan demikian simpangan horisontal setiap tingkat dapat dihitung pula.

3.7 Respon Struktur Terhadap Beban Gempa

Persamaan gerakan yang disebabkan adanya beban gempa dapat diselesaikan dengan persamaan (3.27). Nilai $g(t)$ dapat diperoleh dengan membandingkan antara persamaan (3.27) dengan persamaan gerakan *mode* ke- n dari sistem SDOF. Sistem

SDOF mempunyai frekuensi natural (*natural frequency*) (ω) dan rasio redaman (ξ) *mode* ke- j dari sistem MDOF, dengan $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Nilai yang akan dicari adalah $g_n(t)$, dan misalnya dipakai metode *central difference*, diperoleh hubungan awal bahwa,

$$\dot{g}_j = \frac{g_{j+1} - g_{j-1}}{2\Delta t} \quad ; \quad \ddot{g}_j = \frac{g_{j+1} - 2g_j + g_{j-1}}{(\Delta t)^2} \quad (3.45)$$

Substitusikan persamaan (3.45) ke dalam persamaan (3.44) akan diperoleh,

$$\frac{g_{j+1} - 2g_j + g_{j-1}}{(\Delta t)^2} + 2\xi\omega_j \frac{g_{j+1} - g_{j-1}}{2\Delta t} + \omega_j^2 g_j = -\ddot{y}_g \quad (3.46)$$

Persamaan (3.46) dapat ditulis,

$$\left[\frac{1}{(\Delta t)^2} + \frac{2\xi\omega_j}{2\Delta t} \right] g_{j+1} = -\ddot{y}_g - \left[\omega_j^2 - \frac{2}{(\Delta t)^2} \right] g_j - \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{2\xi\omega_j}{2\Delta t} \right] g_{j-1} \quad (3.47)$$

Persamaan (3.47) dapat ditulis menjadi,

$$g_{j+1} = \frac{-\ddot{y}_g - ag_j - bg_{j-1}}{\hat{k}} \quad (3.48)$$

Dengan,

$$a = \left[\omega_j^2 - \frac{2}{(\Delta t)^2} \right] \quad (3.49)$$

$$b = \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} - \frac{2\xi\omega_j}{2\Delta t} \right] \quad (3.50)$$

$$\hat{k} = \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} + \frac{2\xi\omega_j}{2\Delta t} \right] \quad (3.51)$$

Setelah diperoleh g untuk tiap-tiap *mode*, selanjutnya nilai simpangan tiap *mode* dapat diperoleh $y_j(t)$,

$$Y_j = \Gamma_j \phi_j g_j \quad (3.52)$$

Simpangan antar tingkat (*inter story drift*) untuk tingkat tertentu adalah merupakan selisih antara simpangan relatif pada lantai atas dan di bawahnya. Perbandingan antara simpangan antar tingkat (*inter story drift*) dan tinggi tingkat yang bersangkutan tidak boleh melampaui 0,005 dengan ketentuan bahwa dalam segala hal simpangan tersebut tidak boleh melebihi 2 cm (PPKGTG, 1987).

3.8 Nilai Reduksi

Nilai reduksi adalah nilai yang didapat dari hasil pengurangan antara struktur yang tidak menggunakan redaman dengan struktur yang menggunakan redaman. Nilai reduksi ini dinyatakan dalam persen. Nilai reduksi untuk simpangan relatif (RSr) dinyatakan dalam persamaan :

$$RSr = ((S_{r_t} - S_{r_r}) / S_{r_t}) * 100 \% \quad (3.53)$$

Dengan RSr = nilai reduksi simpangan relatif (%)

S_{r_t} = nilai simpangan relatif struktur tanpa redaman

S_{r_r} = nilai simpangan relatif struktur dengan redaman

Untuk nilai reduksi simpangan antar tingkat (RSt) dinyatakan dalam persamaan :

$$RSt = ((S_{t_t} - S_{t_r}) / S_{t_t}) * 100\% \quad (3.54)$$

Dengan RS_t = nilai reduksi simpangan antar tingkat (%)

St_t = nilai simpangan antar tingkat tanpa redaman

Str = nilai simpangan antar tingkat dengan redaman

Apabila nilai reduksi tersebut baik reduksi simpangan relatif maupun simpangan antar tingkat hasilnya negatif, nilai tersebut berarti bertambah bukan berkurang atau tereduksi.

