BAB III

LANDASAN TEORI

3.1. Gelagar Pelat.

Gelagar pelat secara umum merupakan komponen struktural yang memikul momen lentur dan gaya geser. Dari sudut pandang perencanaan, gelagar pelat didefinisikan sebagai balok yang penampangnya simetris terhadap bidang badan, mempunyai sayap sama atau tidak sama, berbadan tipis sehingga kekuatannya dibatasi oleh tekuk lentur dan tekuk geser. Gelagar pelat tersusun dari elemen-elemen pelat sayap yang dilas pada pelat badan yang relatif tipis.

Gelagar pelat penampang I pada bagian sayap diasumsikan pada kondisi jepit bebas sehingga kekakuan sayap tekannya lemah. Dengan menambah pelat penopang pada sisi pelat sayap yang menghubungkan pelat badan bertujuan untuk menambah kekakuan pelat. Hal ini dikarenakan karena pelat sayap diasumsikan pada kondisi jepit-jepit pada sisinya. Selain itu, dengan menambah penopang yang menghubungkan sisi luar sayap dan badan mengakibatkan pengurangan ketinggian pada pelat badan, sehingga kondisi badan akan semakin kaku.

3.2. Tegangan Pada Penampang Pelat.

Gelagar Pelat dengan tumpuan sederhana yang dibebani oleh beban P (Gambar 3.1a) akan menimbulkan momen lentur murni dan gaya geser (Gambar 3.1b) dan 3.1c). Jika beban P melalui pusat geser penampang dobel delta (Gambar 3.1d) menerima tegangan lentur. dan tegangan geser. Dalam keadaan elastis, distribusi tegangan lentur diperlihatkan pada Gambar 3.1e, besarnya tegangan yang terjadi dapat dihitung dengan persamaan (3.1) yang diturunkan oleh *Timoshenko* dan *Gere* yaitu :

$$\sigma = \pm \frac{My}{I} \tag{3.1}$$

dimana M = momen, y = jarak serat ke sumbu netral dan I = momen inersia. Distribusi tegangan geser diperlihatkan pada Gambar 3.1f, dapat dihitung dengan persamaan (3.2) sebagai berikut yaitu :



Dari Gambar (3.1) dijelaskan bahwa sebuah balok sederhana yang diberikan beban sebesar $\frac{P}{2}$ pada jarak yang sama dan terletak pada jarak $\frac{1}{3}$ bentang. Pembebanan pada balok mengakibatkan terjadinya gaya geser sebesar $\frac{P}{2}$ dan terjadi juga momen lentur murni sebesar $\frac{1}{6}$ PL. Lentur murni terjadi karena pada bentang tengah tidak terjadi gaya geser. Pada Gambar (3.1d) terlihat bahwa penampang pelat akan terjadi tegangan-tegangan yaitu tegangan lentur dan tegangan geser pada pelat sayap Gambar (3.1e) dan pelat badannya Gambar (3.1f).

Pada persamaan (3.2) dijelaskan bahwa V = gaya geser, Q = momen statis luasan dan b = lebar penampang dari faktor tersebut maka akan diketahui nilai tegangan geser.

3.3. Penampang I dan Dobel Delta.

Penampang I merupakan pelat yang tersusun dari elemen-elemen sayap dengan ketebalan tertentu yang diteruskan pada pelat badan yang langsing, sedangkan penampang Dobel Delta merupakan modifikasi dari penampang I dimana sisi luar sayap dan sepertiga dari tinggi badan dipasangkan penopang. Pada penampang I dan Penampang Dobel Delta memiliki sumbu simetri yaitu sumbu kuat (sumbu-x) dan sumbu lemah (sumbu-y). hal ini dapat dijelaskan pada gambar sebagai berikut :



Gambar 3.2 (a) Penampang I dan (b). Penampang Dobel Delta.

Dari Gambar (3.2a) merupakan pelat penampang I dimana memiliki ketinggian yang lebih dibanding Gambar (3.2b) pelat Dobel Delta, sehingga pelat I memiliki badan yang langsing sedangkan pelat Dobel Delta merupakan pelat yang memiliki tinggi yang pendek. Pelat Dobel delta pada pada dasarnya memiliki geometri yang hampir sama dengan pelat I, namun pada sisi sayap pelat Dobel Delta lebih diperkaku dengan pelat penopang yang diletakkan pada sisi sayap dengan sudut 45^{0} dengan ketebalan pelat sama dengan pelat badan.

Bila diasumsikan penampang I dan penampang Dobel Delta memiliki ketinggian dan lebar yang sama, dan memiliki ketebalan sayap dan ketebalan badan yang sama maka, secara teoritis momen inersia penampang Dobel Delta akan relatif lebih besar daripada penampang I. Secara umum momen inersia (ix) dan (iy) pada penampang I dan Penampang Dobel Delta dapat ditulis pada persamaan (3.3a) dan persamaan (3.3b) sebagai berikut yaitu:

$$I_x = \int_0^A y^2 dA$$
 (3.3a)

$$I_{y} = \int_{0}^{A} x^{2} dA$$
 (3.3b)

Momen inersia sumbu kuat (ix) dan sumbu lemah (iy) pada penampang I dengan badan yang langsing dan tersusun dari pelat-pelat segi empat dapat dituliskan pada persamaan sebagai berikut yaitu :

$$I_{ix} = \frac{1}{12}t_w(d)^3 + \frac{1}{6}b.t_f^3 + \frac{1}{2}(b.t_f)d^2$$
(3.4a)

$$I_{iy} = \frac{1}{12} (d) t_w^3 + \frac{1}{6} t_f b^3$$
 (3.4b)

Pada pelat penampang Dobel Delta merupakan modifikasi dari pelat penampang I dengan menambahkan penopang pada sisi luar dan badan yang membentuk sudut 45° , secara tcoritis momen inersia pada penampang Dobel Delta hampir sama dengan penampang I hanya pada penampang dobel delta menambahkan perhitungan pada pelat penopang. Secara umum pada penampang Dobel Delta dapat ditulis pada

$$d_{x} = I_{ix} + \left(\frac{1}{24}t_{w}b^{3} + 2(t_{w})(b)(d/2 - b/4)^{2}\right)$$
(3.5a)

1943 - CARL & 1951

$$I_{dy} = I_{iy} + \frac{1}{6}(t_w)b^3$$
 (3.5b)

Dari persamaan (3.4a) terhadap (3.5a) dan persamaan (3.4b) terhadap (3.5b) akan didapatkan rasio nilai peningkatan inersia pada penampang Dobel Delta terhadap Penampang I, sehingga persamaan dapat ditulis sebagai berikut yaitu :

$$\frac{I_{dx}}{I_{ix}} = 1 + \left(\frac{\frac{1}{24}t_{w}b^{3} + 2(t_{w})(b)(d/2 - b/4)^{2}}{1/12t_{w}(d)^{3} + \frac{1}{6}bt_{f}^{3} + 1/2(bt_{f})(d)^{2}}\right)$$
(3.6a)

$$\frac{I_{dy}}{I_{iy}} = 1 + \left(\frac{\frac{1}{6}t_wb^3}{1/12(d)t_w^3 + (1/6)t_fb^3}\right)$$
(3.6b)

Untuk memperjelas persamaan diatas maka bila digunakan tinggi terhadap lebar pelat yang divariasikan maka didapatkan grafik rasio inersia sumbu kuat (ix) dan rasio inersia sumbu lemah (iy) pelat Dobel Delta terhadap pelat I adalah sebagai berikut yaitu :







Gambar grafik rasio inersia y (Iy) gelagar pelat penampang I dan penampang Dobel Delta.

Dari gambar grafik diatas dapat dijelaskan bahwa dengan menambahkan pelat penopang pada pelat badan dan sisi pelat sayap secara teoritis akan meningkatkan momen inersia sumbu lemah dan sumbu kuat.

3.4. Tegangan Kritis Pelat.

Tegangan kritis pelat adalah tegangan yang mengakibatkan pelat menjadi tidak stabil, tegangan ini membatasi kapasitas momen (momen batas) pada gelagar penampang I dan penampang Dobel Delta. Faktor-faktor yang mempengaruhi besarnya tegangan kritis antara lain sebagai berikut yaitu : aspek rasio, kondisi tegangan, dan jenis tegangan. Pada gelagar pelat tegangan kritis yang terjadi yaitu pada pelat sayap dan pada pelat badan.

3.5. Tekuk Elastis Pelat Akibat Tekan.

Elemen pelat yang menerima tegangan tekan berpotensi mengalami tekuk. Keseimbangan pelat *isotropic* yang ditumpu sederhana pada keempat sisinya Gambar (3.3) oleh *Timoshenko* dan *Gere* (1961) dinyatakan dengan persamaan :

$$D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) = q \qquad (3.7)$$

Bila pelat diasumsikan memiliki kelangsingan dan dikonfigurasikan dengan beban normal (q) maka keadaan batas stabilitas menjadi :

$$q = -Nx \frac{\delta^4 \omega}{\delta x^2} \tag{3.8}$$

Bila persamaan (3.7) disubstitusikan dengan persamaan (3.8), maka didapatkan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) = -\frac{Nx}{D}\frac{\delta^2 \omega}{\delta x^2}$$
(3.9)

Dimana $D = Et^2/12(1-\mu^2)$ menunjukan kekuatan lentur pelat, E menunjukan modulus elastisitas bahan, dan μ menunjukan nilai banding poison dan

$$Nx = \frac{D\pi^2}{b^2} \left(\frac{1}{m}\frac{a}{b} + m\frac{b}{a}\right)^2$$
. Agar penjelasan diatas dapat dipahami maka lihat Gambar

3.3 sebagai berikut yaitu :



Gambar 3.3. Pelat Memikul Tekanan Merata

Persamaan (3.9) disubstitusikan dengan nilai D dan Nx maka didapatkan persamaan :

$$\sigma_{cr} = \frac{k \pi^2 \bar{E}}{12(1-\mu^2)(b/t)^2}$$
(3.10)

Dimana k menunjukan koefisien tekuk pelat yang bergantung pada kondisi tumpuan pelat, jenis tegangan, dan aspek rasio. Dari persamaan diatas tampak bahwa tegangan kritis berbanding terbalik dengan kuadrat kelangsingan, sehingga semakin besar kelangsingan pelat badan dan sayap maka semakin kecil tegangan kritisnya begitu pula sebaliknya.

Koefisien tekuk pelat yang ditumpu keempat sisinya dan memikul beban merata dapat diselesaikan dengan persaman sebagai berikut yaitu :

$$\mathbf{k} = \left(\frac{1}{\mathbf{m}}\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} + \mathbf{m}\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}\right) \tag{3.11}$$

Dimana m menunjukan jumlah gelombang sinus pada arah gaya, (a/b) menunjukan rasio panjang terhadap lebar pelat. Bila koefisien tekuk pada pelat yang memikul beban merata dengan kondisi tepi atau kondisi tumpuan yang bervariasi dapat dilihat pada penjelasan Gambar (3.4) yaitu :



Pada Gambar (3.4) menunjukan pelat berpenampang I dimana elemen pelat sayap hanya ditumpu pada salah satu sisinya dan diasumsikan bertumpu pada sendi maka nilai kekakuannya (k) = 0.425, sedangkan pada penampang Dobel Delta kedua sisi elemen sayap baik sisi luar dan sisi dalam elemen sayap ditumpu oleh pelat dengan mengasumsikan gelagar memiliki tumpuan sederhana maka nilai k = 4. hal ini dinyatakan oleh *Timoshenko* dan *Gere* (1961).

3.6. Tekuk Elastis Akibat Lentur Murni.

Gelagar pelat biasanya direncanakan memiliki penampang yang langsing, baik pada elemen sayap dan elemen badan pelat. Karena elemen badan gelagar memiliki rasio (h/tw) kemungkinan tekuk terjadi akibat lentur pada bidang badan. Untuk mengetahui tegangan pada pelat badan dapat dilihat pada persamaan (8) yang telah dijelaskan diatas, dimana b = h dan tf = 1,5 tw.

Pengembangan nilai koefisien tekuk badan akibat lentur murni oleh Timoshenko dan Gere (1961) dijelaskan pada Gambar (3.5) sebagai berikut yaitu :





Pada Gambar (3.5) dijelaskan bahwa bila mengambil nilai (a/h) dengan rasio sembarang, dan pada pelat badan diasumsikan pelat ditumpu pada balok sederhana

maka nilai kekakuan pelat badan adalah 23,9. Bila tumpuan pelat badan diasumsikan jepit sempurna maka nilai kekakuan adalah 39,6.

Tekuk lokal pada elemen plat dapat menyebabkan kegagalan dini (*premature collapse*) pada keseluruhan penampang. Pada Gambar (3.6) menunjukkan nilai koefisien tekuk lokal pada pelat tipis bentuk penampang I pada kondisi lentur.



Gambar 3.6 Koefisien tekuk lokal untuk batang lentur penampang I (N.S Tharair dan M Bradford)



Gambar 3.7 Koefisien tekuk lokal untuk batang lentur penampang Box (N.S Tharair dan M Bradford)

Pada Gambar 3.6 dan Gambar 3.7 dapat dilihat nilai koefisien tekuk lokal pada pelat tipis penampang I dan penampang Box. Nilai koefisien tekuk pada pelat dipengaruhi oleh rasio lebar sayap terhadap tinggi badan (b/d) dan tebal sayap terhadap tebal badan (T/t). Dari kedua gambar diatas dapat dijelaskan bahwa untuk mendapatkan nilai koefisien tekuk yang besar diperlukan lebar sayap yang semakin panjang dan tebal sayap yang semakin besar sehingga akan tercapai nilai koefisien tekuk yang besar. Penggunaan pelat Box lebih baik dibandingkan penggunaan pelat I sebab nilai koefisien tekuk pada pelat box lebih besar dibandingkan dengan pelat I.

3.7. Tekuk Elastis Akibat Geser.

Tegangan kritis elastis pelat-pelat yang menerima tegangan geser dinyatakan pada persamaan ebagai berikut yaitu :

$$\tau_{\rm cr} = k \frac{k \pi^2 E}{12(1-\mu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2}$$
(3.12)

Dimana b menunjukan sisi pendek pelat. Koefisien tekuk pelat yang memikul geser bergantung dari (a/h), dimana (a/h) merupakan rasio jarak bentang terhadap lebar, yang dinyatakan pada persamaan sebagai berikut yaitu :

Nilai k untuk kasus $(a/h) \leq 1$ Gambar (3.8a) adalah

$$k = 4 + \frac{5,34}{(a/h)^2}$$
(3.13a)

Nilai k pada kasus $a/h \ge 1$ (Gambar 6b) adalah

$$k = \frac{4}{(a/h)^2} + 5,34$$
 (3.13b)

Agar persamaan (3.13a) dan persamaan (3.13b) dapat dipahami maka dapat dijelaskan pada Gambar (3.8) sebagai berikut yaitu :



Gambar 3.9 Nilai Koefisien Tekuk Dengan Variasi a/h

3.8. Rasio Kelangsingan Batas Pelat Sayap.

Rasio kelangsingan pelat sayap penampang I harus dibatasi dengan tujuan dari tegangan sayap tekan dapat mencapai leleh. Rasio kelangsingan pelat sayap dapat ditentukan dengan menyamakan persamaan (3.10) dengan tegangan leleh, menjadi :

$$\sigma_{cr} = \frac{k.\pi^2 E}{12(1-\mu^2)(b/t)^2} \le \sigma_y$$
(3.14)

Masing-masing ruas persamaan (3.14) dibagi tegangan leleh, maka akan didapat persamaan menjadi :

$$\frac{\sigma_{\rm cr}}{\sigma_{\rm y}} = \frac{k.\pi^2.E}{12(1-\mu^2)(b/t)^2\sigma_{\rm y}}$$
(3.15)

Parameter kelangsingan dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$\lambda^2 = \frac{\sigma_y}{\sigma_{cr}}$$
(3.16)

Bila persamaan (3.16) disubstitusikan kedalam persamaan (3.15) maka akan didapat persamaan baru yang menunjukan rasio kelangsingan batas pelat sayap yaitu :

$$\frac{b}{t} = \sqrt{\frac{\lambda k \pi^2 E}{12(1-\mu^2)\sigma_y}}$$
(3.17)

Agar diperoleh kepastian pelat sayap mencapai tegangan leleh digunakan parameter kelangsingan berdasarkan hasil penelitian, $\lambda_c = 0,7$ untuk lebih jelas perhatikan Gambar (3.9) yang dinyatakan oleh **Ostapenko** (1974) yaitu :



Gambar 3.10. Kurva Parameter Kelangsingan Pelat Panjang

Dari Gambar 3.10 bila diasumsikan $\lambda_c = 0,7$, k = 0.425, dan E=2,10⁵ Mpa disubstitusikan kedalam persamaan (3.17) dan menggunakan notasi pada gambar (2a) didapat rasio kelangsingan batas pelat sayap gelagar penampang I yaitu :

$$\frac{b}{2t_r} = 15,8$$
 (3.18)

.

Untuk gelagar Dobel Delta bila sayap gelagar diasumsikan ditumpu menerus pada kedua sisinya, maka disarankan menggunakan nilai k = 1,4.

3.9. Rasio Kelangsingan Batas Pelat Badan.

Rasio kelangsingan batas pelat badan perlu dibatasi agar pelat sayap mempunyai kekakuan yang cukup untuk mencegah terjadinya tekuk vertikal.

Berdasarkan penelitian oleh (Salmon dan Johnson, 1996), (Taly, 1998) dihasilkan persamaan yang menyatakan kelangsingan batas pelat badan yaitu :

$$\frac{h}{t_w} = 319,9$$
 (3.19)

Kelangsingan pelat badan yang diberi pengaku boleh melebihi (h/t_w) yang didapat dari persamaan (3.19) dan boleh digunakan hingga (h/t_w) mencapai persamaan (3.20), yaitu

= 332,04

3.10. Momen Batas Gelagar Pelat.

Momen batas gelagar pelat oleh Salmon dan Johnson (1996) dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$M_{cr} = f\left(\frac{h}{t_w}, \frac{b}{t_f}, \frac{A_w}{A_f}, \frac{L_b}{r_r}\right)$$
(3.21)

Dari persamaan (3.21) dapat diketahui bahwa momen batas gelagar pelat dipenaruhi oleh kelangsingan pelat badan (h/t_w), kelangsingan pelat sayap (b/t_f), rasio luas badan terhadap luas sayap(A_w/A_f), dan rasio jarak bentang terhadap jari-jari inersia minimum (L/r_y). Bila tekuk sayap dan tekuk puntir lateral dapat dicegah, maka momen batas gelagar pelat merupakan fungsi dari persamaan (h/t_w) dan persamaan (A_w/A_f). Momen batas gelagar pelat penampang I fungsi (h/t_w) ditunjukan pada

(3.20)

Gambar 3.11. daerah perencanaan gelagar pelat yang efisien yaitu antara 162<h/t<320.



Gambar 3.11. Rasio momen batas terhadap momen leleh versus kelangsingan Untuk menentukan kapasitas geser gelagar pelat digunakan rasio tegangan geser kritis terhadap tegangan geser leleh Persamaan (3.22), yaitu:

$$C_{v} = \frac{\tau_{cr}}{\tau_{y}}$$
(3.22)

dengan τ_y = tegangan leleh geser. Dalam keadaan badan gelagar mengalami tekuk geser elastis nilai C_v menjadi

$$C_{v} = \frac{303000k}{(h/t_{w})^{2}\sigma_{yw}}$$
(3.23)

Pada keadaan badan gelagar mengalami tekuk geser tidak elastis nilai C_v adalah

$$C_{v} = \frac{491}{(h/t_{w})^{2}} \sqrt{\frac{k}{F_{yw}}}$$
(3.24)

Badan gelagar yang diperkaku oleh sayap dan pengaku transversal mempunyai kekuatan pasca tekuk yang cukup besar. Kuat tekuk pelat badan dengan menyertakan kuat pelat pasca tekuk adalah jumlah kuat tekuk kritis V_{cr} ditambah kuat geser pasca tekuk (V_{if}), jadi

$$\mathbf{V}_{\mathbf{n}} = \mathbf{V}_{\mathbf{cr}} + \mathbf{V}_{\mathbf{if}} \tag{3.25}$$

Jumlah kuat tekuk kritis (Vcr) dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$V_{cr} = \tau_{y} ht Cv \tag{3.26}$$

kekuatan geser V_{tf} akibat aksi medan tarik pada pelat badan menimbulkan jalur gaya tarik yang terjadi setelah badan tertekuk akibat tekanan diagonal. Keseimbangan dipertahankan dengan pemindahan tegangan pengaku vertikal. Bila beban diperbesar maka sudut tarik berubah untuk mengakomodasi daya pikul terbesar. Jumlah kuat geser dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$V_{if} = \sigma_{i} \frac{ht}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + (a/h)^{2}}} \right]$$
(3.27)

3.11. Momen Batas Berdasarkan Tekuk Lokal.

Momen batas gelagar penampang I berdasarkan kondisi tekuk lokal merupakan momen maksimum yang dipikul gelagar pelat akibat pelat sayap atau pelat badan yang tertekuk. Momen tekuk lokal pada penampang I adalah momen batas pelat sayap ditambah dengan momen batas pelat badan. Secara prinsip dapat dilihat pada Gambar (3.12) sebagai berikut :



Dari Gambar (3.12) diatas secara analitis dapat dirumuskan dalam persamaan untuk mencari nilai momen batas berdasarkan tekuk lokal, adapun persamaan sebagai berikut yaitu :

$$M_{cr} = b.t_{f}(\sigma_{crf})(d) + \frac{1}{4}t_{w}(d)^{2}\sigma_{crw}$$
(3.28)

Momen batas berdasarkan tekuk lokal pada penampang dobel delta secara prinsip sama dengan penampang I, namun pada penampang Dobel Delta hanya terdapat penampahan pada penopang yang menghubungkan 1/3 tinggi badan terhadap sisi luar pelat sayap. Agar dapat dipahami lihat gambar 3.13. sebagai berikut :



Secara analitis penampang Dobel Delta dapat dibuat peršamaan untuk menghitung momen batas berdasarkan tekuk lokal, persamaan dapat diturunkan,

$$M_{cr} = bt_f(d)(\sigma_{crf}) + (d_1t_w)\sigma_{crw}(d_1) + \frac{1}{4}t_w(d_2)^2\sigma_{crw} + (2)(b/2)(t_w)(d-b/2)\sigma_{crw}$$
(3.29)

berdasarkan persamaan (29) dan persamaan (30) akan didapatkan rasio momen batas berdasarkan tekuk lokal yaitu dengan persamaan,

$$\frac{M_{crd}}{M_{crl}} = \frac{b.t_f(d)\sigma_{crf} + (d_l t_w)\sigma_{crw}(d_l) + \frac{1}{4}t_w(d)^2\sigma_{crw} + (2)((b/2)((t_w)(d-b/2)\sigma_{crw}))}{b.t_f(d)\sigma_{crf} + \frac{1}{4}t_w(d)^2\sigma_{crw}}$$
(3.30)

Bila persamaan (3.30) digunakan dengan tinggi terhadap lebar bervariasi yaitu rasio tinggi terhadap lebar 4, 5, dan 5,7 maka didapatkan grafik rasio momen lentur



terhadap rasio tinggi dan lebar penampang pelat I dan penampang Dobel Delta adalah sebagai berikut yaitu :

Gambar grafik rasio momen kritis berdasarkan tekuk lokal gelagar pelat penampang I dan Dobel Delta

3.12. Momen Batas Berdasarkan Tekuk Puntir.

`..

Momen batas gelagar pelat berdasarkan tekuk puntir lateral merupakan fungsi dari momen inersia sumbu lemah, panjang bentang antar dukungan lateral (I.b), Konstanta puntir / koefisien warping (Cw), Modulus Geser (G), dan momen inersia polar (J), dinyatakan oleh *Timoshenko* dan *Gere* perhatikan Gambar (3.14) sebagai berikut :



Gambar 3.14 Balok Dibebani Dengan Beban Merata

Pada Gambar (3.14) dapat diketahui bahwa sebuah balok yang diberikan beban secara merata tidak hanya mengalami tekuk lentur tapi dapat mengalami tekuk secara puntir atau yang disebut dengan tekuk puntir lateral.

Bila balok penampang I Gambar (3.15) dipuntir dan deformasi arah aksialnya dicegah maka serat memanjang pada balok tersebut mengalami deformasi ditunjukkan pada Gambar (3.16). Puntir murni hanya menghasilkan tegangan gescr yang distribusinya ditunjukkan pada Gambar (3.17).



Gambar 3.15 Balok gelagar pelat puntir

۰.

٢,



Gambar 3.16 Defomasi balok akibat puntir



Gambar 3.17 Distribusi tegangan geser pada puntir murni

Untuk pelat tipis pada penampang terbuka (seperti profil I dan U) anggapan seperti cukup akurat, tegangan geser pada pelat sayap dan badan tegangan bekerja sejajar dengan tepi plat dan besarnya berbanding lurus dengan dengan jarak permukaan pelat. Deformasi puntir dapat dinyatakan dalam sudut puntir per satuan panjang yang dihubungkan dengan puntiran yang bekerja Q,

÷,

$$\phi/L = Q/C \tag{3.31}$$

Dengan C = kekakuan puntir dapat dinyatakan sebagai hasil dari, G = modulus geser material, J = konstanta puntir penampang. Kontanta J untuk dinding tipis seperti pada penampang I dan kanal didekati dengan Persamaan

Nilai J pada penampang yang tebalnya tidask sama dihitung dengan Persamaan

$$J = \sum \frac{1}{3} b_i . t_i^3$$
(3.33)

Puntiran mengakibatkan serat longitudial yang semula lurus membentuk helices. Pada sudut puntir yang kecil dapat dianggap garis lurus miring pada sumbu

rotasi. Dengan demikian serat di pusat sayap yang berjarak h/2 dari sumbu z menjadi miring dengan sudut miring $(\phi/L)(h/2)$ yang menghasilkan deformasi arah aksial pada sayap, bentuk deformasi seperti ini dinamakan warping dan deformasi aksial yang dihasilan dinamakan warping displacement



Gambar 3.18 Defleksi lateral pada sayap

Secara umum puntir dapat diketahui dengan persamaan (3.34) sebagai berikut :

\$

$$Q_1 = \frac{GJ\phi}{L}$$
(3.34)

Berdasarkan Gambar (3.17) defleksi lateral pada pelat sayap dapat dinyatakan pada persamaan sebagai berikut :

$$U_f = \phi \frac{h}{2} \tag{3.35}$$

Momen lateral pada pelat sayap (Mf) dinyatakan dengan persamaan (3.36) yaitu :

$$M_{f} = EI_{f} \frac{d^{2}u}{dz^{2}}$$
(3.36)

Dengan *If* merupakan momen inersia pelat sayap arah sumbu y. Bila inersia sayap disubstitusikan dengan momen lateral pada pelat sayap maka didapatkan persamaan sebagai berikut yaitu :

$$M_{f} = EI_{f} \frac{h}{2} \frac{d^{2} \phi}{dz^{2}}$$
(3.37)

Gaya geser untuk lebar sayap (Vf) dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut :

$$V_{f} = \frac{dM_{f}}{dz}$$
(3.38)

Bila tegangan geser disubstitusikan dengan momen pada sayap maka didapatkan persamaan sebagai berikut :

$$V_{f} = -EI_{f} \frac{h}{2} \frac{d^{3}\phi}{dz^{3}}$$
(3.39)

karena nilai gaya geser sama dengan nilai puntir maka gaya puntir dinyatakan dengan persamaan :

$$Q_2 = -EI_f \frac{h^2}{2} \frac{d^3 \phi}{dz^3}$$
(3.40)

Bila persamaan (3.34) dan persamaan (3.40) dikombinasikan maka didapat persamaan sebagai berikut :

$$Q = GJ \frac{d\phi}{dz} - EI_f \frac{h^2}{2} \frac{d^3\phi}{dz^3}$$
(3.41)

Bila If diasumsikan Iy/2 dan memasukan nilai koefisien warping maka,

$$Q = GJ \frac{d\phi}{dz} - EI_{w} \frac{d^{3}\phi}{dz^{3}}$$
(3.42)

Dimana koefisien warping dinyatakan dengan persamaan :

$$I_{w} \approx \frac{I_{y}}{2} \frac{h^{2}}{2} = I_{y} \frac{h^{2}}{4}$$
 (3.43)



Gambar 3.19 Balok Profil I Dalam Keadaan Tertekuk

Dengan mengacu Gambar (3.19) yang memperlihatkan balok dalam suatu posisi tertekuk, terlihat bahwa momen yang bekerja Mo pada bidang yz akan meningkatkan komponen momen Mx, My dan Mz, masing-masing menurut sumbu x'-, y'-, dan z'-. ini berate akan terdapat kurvatur lentur baik pada bidang x'z' maupun y'z' serta *kurvatur* puntir menurut sumbu z'. dengan asumsi deformasi kecil, lentur pada bidang y'z' (dengan memperhitungkan kosinus arahnya adalah 1 antara sumbu-sumbu y'- dan y-, dan z'- dan z) dapat ditulis:

$$EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} = M_{x'} \tag{3.43}$$

dimana v adalah *displacement sentroid* pada arah y (lihat Gambar 3.18). Demikian pula, kurvatur pada bidang x'z' adalah

$$EI_x \frac{d^2 u}{dz^2} = M_y \tag{3.44}$$

serperti terlihat pada Gambar (3.44), dimana u merupakan pergesaeran sentroid pada arah x. yang mentutakan persamaan untuk torsi adalah:

$$GJ \frac{d\phi}{dz} = M_{\zeta}$$
 (3.45)

Dimana M_{ξ} = merupakan komponen momen puntir pada sumbu kuat (sumbu x). Gambar (3.13) menunjukkan hubungan aplikasi momen M_{ξ} yang mana terletak pada bidang yz dan komponen $\xi\eta\varsigma$ itu mengacu pada sumbu x. Penetapan η dan ξ dalam persamaan M ditunjukkan dalam Gambar (3.19). persamaan (3.43) dan (3.44) dapat ditulis kembali menjadi persamaan lain yaitu:

$$EI_{x} \frac{d^{2}v}{dz^{2}} = M.\cos\phi$$

$$EI_{x} \frac{d^{2}u}{dz^{2}} = M.\sin\phi$$
(3.46)

dimana, selama φ kecil, maka sin $\varphi \approx \varphi$ dan cos $\varphi \approx 1$, persamaan menjadi:

$$EI_{x} \frac{d^{2}v}{dz^{2}} = M$$
(3.48)

$$EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} = M_{x'} \tag{3.43}$$

dimana v adalah *displacement sentroid* pada arah y (lihat Gambar 3.18). Demikian pula, kurvatur pada bidang x'z' adalah

$$E J_{x} \frac{d^{2} u}{dz^{2}} = M_{y'}$$
(3.44)

serperti terlihat pada Gambar (3.44), dimana u merupakan pergesaeran sentroid pada arah x. yang mentutakan persamaan untuk torsi adalah:

$$GJ\frac{d\phi}{dz} = M_{\zeta}$$
 (3.45)

Dimana M_{ξ} = merupakan komponen momen puntir pada sumbu kuat (sumbu x).

Gambar (3.13) menunjukkan hubungan aplikasi momen M_{ξ} yang mana terletak pada bidang yz dan komponen $\xi\eta\varsigma$ itu mengacu pada sumbu x. Penetapan η dan ξ dalam persamaan M ditunjukkan dalam Gambar (3.19). persamaan (3.43) dan (3.44) dapat ditulis kembali menjadi persamaan lain yaitu:

$$EI_{x} \frac{d^{2}v}{dz^{2}} = M.\cos\phi$$

$$(3.46)$$

$$EI_{x} \frac{d^{-}u}{dz^{2}} = M.\sin\phi \qquad (3.47)$$

dimana, selama φ kecil, maka sin $\varphi \approx \varphi$ dan cos $\varphi \approx 1$, persamaan menjadi:

$$EI_{x} \frac{d^{2}v}{dz^{2}} = M$$
(3.48)

....



Gambar 3.20 Komponen Momen Puntir

Jumlah M_{ξ} mungkin berlaku nilai 0 yang dapat dilihat pada Gambar (3.20) yang dapat disamakan dengan persamaan $M \sin \alpha$. Menyamakan sin α dengan -du/dz dapat ditunjukkan pada persamaan 3.50 terhadap persamaan 3.45 yaitu:

$$GJ\frac{d\phi}{dz} = M\frac{du}{dz}$$
(3.50)

Persamaan (3.48) – persamaan (3.50) merupakan sistem yang mengambarkan respon dari balok terhadap pembebanan M. Bila persamaan (3.50) disubtitusikan dengan d^2u/dz^2 dapat ditunjukkan pada persamaan (3.51) sebagai berikut:

$$\frac{d^2\phi}{dz^2} = \frac{M^2}{EI_yGJ}\phi = 0$$
(3.51)

Dari semua persamaan tersebut, dapat diambil kesimpulan bahwa momen kritis atau momen nominal dapat ditunjukkan dengan persamaan sebagai berikut:

$$M_{\rm cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{E.I_{\rm y}.GJ}$$
(3.52)

Pada persamaan 3.52 menunjukkan pula bahwa Mcr = M yang telah disebutkan pada persamaan sebelumnya. Persamaan 3.45 perlu dirubah dengan memasukkan efek warping menjadi :

$$GJ\frac{d\phi}{dz} - EI_{w}\frac{d^{3}\phi}{dz^{3}} = M\varsigma$$
(3.53)

dengan menstubtitusikan $M\varsigma$ ke persamaan 3.49 menjadi :

$$EI_{w} \frac{d^{4}\phi}{dz^{4}} - GJ \frac{d^{2}\phi}{dz^{2}} + \frac{M^{2}}{EI_{y}}\phi = 0 \qquad (3.54)$$

dan persamaan Mcr ditetapkan menjadi :

$$M_{\rm cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{E.I_{\rm y}.GJ} \sqrt{I + \left(\frac{\pi^2 EI_{\rm w}}{L^2 GJ}\right)}$$
(3.55)

dengan v= perpindahan adalah arah y :

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{\left(\frac{\pi E}{L}\right)^2 C_w I_y + E I_y .GJ}$$
(3.56)

Dimana Cw = koefisien puntir, G = modulus geser, Lb = panjang bentang antara dukungan lateral, Iy = momen inersia sumbu y atau momen inersia sumbu lemah,

E = modulus *elastisitas* bahan, dan J = Konstanta puntir. Agar persamaan (3.56) dapat diselesaikan maka diperlukan nilai-nilai dari fungsi persamaan (3.56), nilai yang harus dicari antara lain Cw, J, Iy, dan G.

Nilai C_w untuk gelagar pelat penampang I dan dobel delta berturut-turut dinyatakan dengan C_{wi} dan C_{wd} .

Nilai C_w untuk penampang I adalah

$$C_{wi} = \frac{1}{12} t_f b^3 \frac{h^2}{2}$$
(3.57a)

Nilai C_w penampang dobel delta pada prinsipnya sama dengan penampang I hanya menambahkan pada penopang, persamaan dapat didekati dengan,

$$C_{wd} = \frac{1}{12} t_f \cdot b^3 \frac{h^2}{2} + 2 \frac{1}{12} t_w (b/2)^3 (h/2 - b/4)^2$$
(3.57b)

Nilai J penampang I dihitung dengan persamaan

$$J_{i} = \frac{1}{3}dt_{w}^{3} + 2\frac{1}{3}bt_{f}^{3}$$
(3.58a)

Nilai J penampang dobel delta dihitung dengan persamaan

$$J_{d} = \frac{1}{3}d.t_{w}^{3} + 2\frac{1}{3}b.t_{f}^{3} + 4.(0,7b)t_{w}^{3}$$
(3.58b)

Nilai modulus geser (G) pada penampang I dan penampang Dobel Delta secara prinsip sama, dapat didekati dengan persamaan sebagai berikut yaitu,

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \tag{3.59}$$

Dimana nilai μ = nilai *poison ratio* (0.3) dan E = modulus elastisitas bahan (2,1x10⁵MPa). Dari persamaan dari fungsi mencari nilai momen batas berdasarkan tekuk puntir lateral, maka didapat persamaan mencari nilai rasio momen batas berdasarkan tekuk puntir lateral, adapun persamaan sebagai berikut yaitu,

$$\frac{M_{crd}}{M_{cri}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 C_{wi} I_{yi} + EI_{yi} GJ_i}}{\sqrt{\left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 C_{wd} I_{yd} + EI_y GJ_d}}$$
(3.60)

Bila persamaan (3.60) digunakan dengan tinggi terhadap lebar bervariasi yaitu rasio tinggi terhadap lebar 4,25, 5, dan 5,71 serta jarak pengaku *lateral support* (Lb) adalah 1550 mm, maka didapatkan grafik rasio momen puntir lateral terhadap rasio tinggi dan lebar penampang pelat I dan penampang Dobel Delta adalah sebagai berikut yaitu :



Gambar grafik rasio momen kritis berdasarkan tekuk puntir lateral gelagar pelat penampang I dan Dobel Delta

3.13. Karakteristik Gelagar Pelat.

\$

Beban transversal P pada gelagar pelat Gambar (3.13). meimbulkan momen dan gaya geser, lendutan dan pelenturan. Karakteristik gelagar pelat dapat diketahui dari kurva beban-lendutan ($P-\Delta$ hasil) dan kurva momen kelengkungan ($M-\phi$) hasil eksperimen.



Gambar 3.21. Gelagar pelat dengan beban terpusat P

.

42

11

·* ...

Jika beban P dikerjakan bertahap hingga balok runtuh dan pada setiap tahap pembenanan lendutan maksimumnya diukur didapat kurva beban-lendutan. Contoh kurva beban lendutan ditunjukkan pada Gambar 3.21.



$$\frac{ty}{tx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x}$$
(3.62)

Turunan dari persamaan (3.62) ditunjukan pada persamaan sebagai berikut :

...

$$\varphi = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta x)\frac{d}{d_x}(y_{i+1} - y_{i-1}) - (y_i + y_{i-1})\frac{d_y}{d_x}(2\Delta x)}{(2\Delta x)^2}$$
(3.63)

Jika $(2\Delta x)$ adalah konstanta, maka :

$$\frac{d}{dx}(2\Delta x) = 0 \tag{3.64}$$

Substitusi persamaan (3.63) dan persamaan (3.64) maka diperoleh persamaan sebagai

berikut yaitu

$$\varphi = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta x)\frac{d}{d_x}(y_{i+1} - y_{i-1})}{(2\Delta x)^2}$$
(3.65)

$$\varphi = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+2} - 2y_i + y_{i-2}}{(2\Delta x)^2}$$
(3.66)

Sehingga persamaan (3.66) disederhanakan menjadi persamaan :

$$\varphi = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta x)^2}$$
(3.67)

Persamaan merupakan pendekatan kelengkungan, dimana kelengkungan $(d_2 \frac{y}{dx})$ pada suatu titik dapat diukur dengan lendutan yang terjadi pada tiga titik yang berurutan (yi-1;yi;yi+1) yang masing-masing berjarak sama (Δx) maka :

Momen yang bekerja pada balok mengakibatkan balok melengkung, dalam keadaan gelagar masih elastis hubungan- momen kelengkungan dan faktor kekakuan (EI) menurut *Timoshenko dan Gere (1961)* adalah

$$\frac{\mathrm{d}_{y}^{2}}{\mathrm{dx}^{2}} = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{EI}}$$
(3.68)

mengacu pada Gambar (3.20) didapatkan momen :

$$M = \frac{1}{6}PL \tag{3.69}$$

Kelengkungan hasil eksperimen dapat dihitung dengan persamaan sebagai erikut yaitu :

$$\phi = \frac{\varepsilon}{h/2}$$
(3.70)

Dimana ε = regangan dan h = tinggi pelat badan. Sehingga dengan menggunakan persamaan diatas didapatkan kurva momen kelengkungan sebagai berikut yaitu :







÷

3.14. Lendutan Gelagar Pelat



Gambar 3.24 Kurva Elastis

Gambar (3.24) menunjukan permukaan netral balok yang melendut atau disebut dengan kurva elastis balok dimana ditetapkan lendutan tegak y dari setiap titik dengan terminologi koordinat x. Bila ditinjau variasi θ dalam panjang diferensial ds yang disebabkan lenturan balok maka :

$$ds = pd\theta$$

Dimana p adalah jari-jari kurva sepanjang ds, karena kurva elastis datar maka didekatkan dengan dx, maka :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 y}{dx^2} \tag{3.72}$$

dengan mengambil rumus lentur maka akan diperoleh hubungan : :

$$\frac{1}{p} = \frac{M}{EI} \tag{3.73}$$

Dengan p didekati dengan persamaan :

(3.71)

$$\rho = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}$$
(3.74)

Persamaan (3.74) disubstitusikan dengan persamaan (3.73) maka akan didapatkan persamaan :

$$\frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{M}{EI}$$
(3.75)

Karena nilai dy/dx sangat kecil, maka dapat dianggap diabaikan, maka :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$
(3.76)

....

Bila Persamaan (3.76) diintegrasikan dengan EI konstan maka :

$$EI\frac{dy}{dx} = \int Mdx + C_1 \tag{3.77}$$

Bila persamaan (3.77) diintegrasikan maka :

$$EI\frac{dy}{dx} = \int Mdxdx + C_1x + C_2$$
(3.78)

Bila sebuah balok diberikan pembebanan pada $\frac{1}{3}$ bentang dengan beban statik

sebesar $\frac{1}{2}$ P, maka didapatkan momen pada tengah bentang. Untuk lebih jelas lihat Gambar 3.25.



Gambar 3.25 Aksi Momen Akibat Beban Terpusat.

Berdasarkan Gambar (3.25) didapatkan penurunan lendutan berdasarkan metode luas

bidang momen yaitu :

$$\Delta t = \left(\frac{P}{2}\frac{L^2}{2}\right)\left(\frac{L}{3}\right) - \left(\frac{P}{2}\frac{4L^2}{18}\right)\left(\frac{2L}{9}\right) - \left(\frac{P}{2}\frac{L^2}{18}\right)\left(\frac{L}{9}\right)$$
(3.79)

Bila persamaan (3.79) disederhanakan maka :

$$\Delta t = (\frac{PL^3}{12}) - (\frac{8PL^3}{324}) - (\frac{PL^3}{324})$$
(3.80)

Bila persamaan (3.80) disederhanakan dan diambil jarak setengah bentang maka :

$$\Delta t = (\frac{18PL^3}{648})$$
(3.81)

1/6 PL

Lendutan pada setengah bentang dapat diturunkan dengan persamaan :

$$\Delta t = (\frac{PL^3}{96}) - (\frac{PL^3}{2592}) \tag{3.82}$$

Bila persamaan (3.82) disederhanakan maka :

$$\Delta t = (\frac{26PL^3}{2592}) \tag{3.83}$$

Bila persamaan (3.81) dikurangi dengan persamaan (3.83) maka didapatkan lendutan maksimum yaitu :

$$\Delta_{AB} = \frac{23PL^3}{1296EI}$$
 (3.84)

3.15. Desain Plastis Gelagar Pelat

Metode desain plastis memafaatkan kekuatan cadangan balok baja yang ada setelah tegangan leleh tercapai hingga pada saat akan mencapai *strain hardening*. Selang waktu hingga mencapai *strain hardening* secara teoritis memungkinkan elemen struktur baja menahan tegangan tambahan, akan tetapi deformasi dan regangannya sudah sedemikian besarnya sehingga struktur tersebut sudak tidak stabil. Sehingga asumsi yang digunakan pada desain plastis adalah regangannya belum mencapai *strain hardening*. adapun 4 bentuk umum distribusi momen lentur yang terjadi sebagai berikut:



Gambar 3.26 Distribusi Momen Lentur

Pada Gambar (3.26a) adalah merupakan bentuk umum distribusi momen lentur dan dibatasi hingga tegangan lentur maksimum mencapai Fy. Artinya, serat terluar pada balok baja telah mencapai Fy sedangkan bagian yang lain masih ada yang mengalami tegangan < Fy. Momen tahanan balok pada kondisi ini dapat dicari:

 xS_r

$$M_y = F_y$$

Dimana My = Momen leleh

Fy = Tegangan leleh

Sx = Modulus penampang elastis

Apabila momen diperbesar lagi, maka serat terluar yang telah mencapai tegangan leleh dahulu, akan terus mengalami tegangan leleh dan pada saat yang sama mengalami pembesaran regangan. Akan tetapi regangan tersebut tidak sebanding dengan tegangan yang dialami, jadi momen tahanan tambahan yang diperlukan diperoleh dari serat-serat yang mendekati sumbu netral, seperti terlihat pada Gambar (3.26b). Proses ini dapat diteruskan dengan semakin banyak bagian penampang

50

(3.85)

tersebut yang mengalami tegangan leleh seperti terlihat pada Gambar (3.26c). hingga akhirnya dicapai distribusi tegangan segiempat plastis seperti pada Gambar (3.26d). Pada bagian akhir ini, digambarkan bahwa regangan yang terjadi begitu besar dan hingga semua bagian penampang telah mencapai leleh. Momen yang terjadi pada bagian ini disebut Momen Plastis. Momen plastis dapat dihitung dengan persamaan:

 $M_n = F$

Yaitu

- Z = Modulus penampang plastis
- Fy = Tegangan leleh

Mp = Momen plastis

3.16. Hipotesa

Berdasarkan tinjauan pustaka dan landasan teori diatas dapat diambil hipotesa sementara dimana bila diasumsikan h = 5,71 b dan tf = 1,5 tw, maka akan didapat hipotesa sementara sebagai berikut :

1. Rasio inersia sumbu lemah dan rasio inersia sumbu kuat penampang I dan

Penampang Dobel Delta berdasarkan hipotesa sementara yaitu :

$$\frac{I_{Dx}}{I_{lx}} \approx 1,33 \text{ dan } \frac{I_{Dy}}{I_{ly}} \approx 1,66$$

(3.86)

 Rasio momen batas berdasarkan tekuk lokal penampang I dan penampang Dobel Delta adalah

$$\frac{M_{crd}}{M_{cri}} \approx 1,36$$

3. Rasio momen batas berdasarkan tekuk puntir penampang I dan penampang Dobel Delta adalah

