BAB III

LANDASAN TEORI

3.1. Penjualan (*Sales*)

3.1.1. Pengertian Penjualan

Penjualan merupakan sebuah kegiatan yang bertujuan untuk mencari, mempengaruhi dan memberi petunjuk kepada pembeli agar dapat menyesuaikan kebutuhannya dengan produk yang ditawarkan serta mengadakan perjanjian mengenai harga yang menguntungkan bagi kedua belah pihak (Moekijat, 2000).

3.1.2. Pengelolaan Penjualan

Pengelolaan penjualan merupakan suatu proses yang membantu perusahaan untuk menjaga permintaan dan *supply* agar tetap seimbang. Pada pengelolaan penjualan, bagian *marketing* akan mengembangkan perencanaan penjualan untuk 3 hingga 18 bulan ke depan. Dengan mengembangkan perencanaan penjualan berdasarkan agregat produk dan volume penjualan, maka dapat ditemukan perencanaan akan permintaan barang. Pada umumnya kegiatan pengelolaan penjualan berupa manajemen jangka pendek, menengah dan jangka panjang. Pada umumnya, kegiatan pengelolaan permintaan/penjualan (*demand/sales management*) terdiri dari empat kegiatan utama (Wirawan, 2011) yaitu :

1. Peramalan permintaan/penjualan

   Peramalan permintaan/penjualan dilakukan perusahaan untuk memproyeksikan jumlah permintaan/penjualan yang akan diterima oleh perusahaan ke depannya. Peramalan permintaan/penjualan merupakan kegiatan yang penting dalam sebuah bisnis industri. Hal ini disebabkan peramalan permintaan dapat mempengaruhi proses kerja lainnya seperti pembelian bahan baku dan perencanaan produksi. Oleh karena itu, diperlukan suatu cara peramalan yang memiliki tingkat akurasi tinggi.

2. Proses pemesanan

   Proses pemesanan dimulai ketika perusahaan menerima pesanan dari konsumen. Untuk memenuhi pesanan konsumen tersebut dapat dilakukan dengan mengambil ketersediaan barang yang ada atau melakukan proses produksi untuk memenuhi permintaan tersebut. Oleh karena itu, sebuah perusahaan harus mengetahui produk apa yang harus diproduksi, berapa banyak, dan kapan produk tersebut harus diantarkan.
3. Jadwal pengantaran

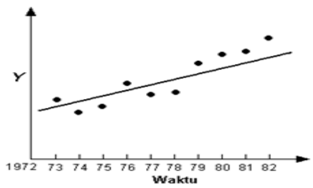
   Penjadwalan pengantaran merupakan suatu kegiatan pengiriman barang yang harus dilakukan atas permintaan konsumen.
4. Konfimasi antara perencanaan produksi dengan kondisi pasar.

3.1.3. Karakteristik Penjualan

Penjualan terhadap suatu produk tentunya akan berbeda-beda, sehingga penjualan tersebut tentunya akan membentuk sebuah karakteristik tersendiri. Apabila digambarkan dalam sebuah grafik, maka data historis akan menunjukkan berbagai macam bentuk maupun pola dari tingkat penjualan yang ada (Arnold & Chapman, 2004). Pada umumnya penjualan akan memiliki pola karakteristik seperti berikut:

1. Tren (*Trend*)

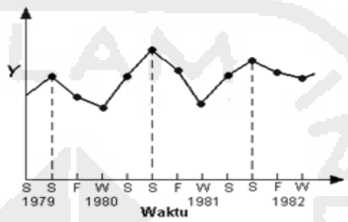
   Pola penjualan tren biasanya dialami oleh produk yang baru mengalami masa kejayaan (*prosperity*) dan masih berkembang dalam suatu siklus hidupnya. Pada masa seperti itu, biasanya produk akan menunjukkan kecenderungan (tren) naik. Dan hal sebaliknya terjadi ketika produk sudah mencapai masa dewasa (*mature*) dan sudah tidak bisa berkembang lagi, maka lama kelamaan produk tersebut akan mengalami penurunan dan cenderung menunjukan tren turun. Pola data tren seperti Gambar 3.1 berikut:



Gambar 3.1 Pola Data Tren
Sumber : Arnold & Chapman, 2004

2. Musiman (*Seasonality*)

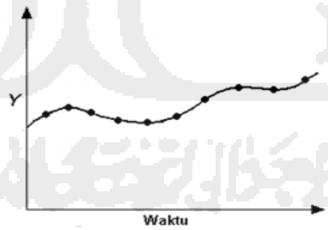
   Pola musiman biasanya terbentuk oleh penjualan dengan produk yang tingkat penjualannya dipengaruhi oleh cuaca, musim liburan, maupun hari-hari besar. Dasar periode untuk penjualan musiman biasanya dalam rentang waktu tahunan, akan tetapi bulanan dan mingguan juga bisa membentuk suatu pola penjualan musiman. Pola data musiman seperti Gambar 3.2 berikut :



Gambar 3.2 Pola Data Musiman
Sumber : Arnold & Chapman, 2004

3. Siklis (*Cycle*)

   Pola siklis hampir mirip dengan pola penjualan musiman. Namun, pola penjualan siklis terbentuk dalam satu rentang periode yang lebih panjang, misalnya pola siklis tersebut terbentuk dalam rentang waktu beberapa tahun maupun dekade.



Gambar 3.3 Pola Data Siklis
Sumber : Arnold & Chapman, 2004

3.2. Peramalan (*Forecasting*)

3.2.1. Pengertian Peramalan

Peramalan adalah perkiraan atas suatu kejadian atau situasi di masa mendatang. Sehingga peramalan penjualan merupakan suatu usaha untuk memperkirakan tingkat penjualan yang akan dicapai perusahaan pada waktu mendatang (Asri, 1986).

Semakin tahun persaingan dunia usaha di berbagai vektor produksi semakin meningkat. Untuk menghadapi hal tersebut, peramalan penjualan sangat diperlukan baik dalam hal penjualan, produksi, personalia, maupun keuangan.

3.2.2. Tujuan Peramalan

Tujuan peramalan produksi adalah untuk mendapatkan ramalan yang dapat meminimumkan kesalahan peramalan yang diukur dengan *Mean Absolute Deviation* dan *Mean Squared Error*. Sehingga dengan adanya peramalan produksi akan mempermudah manajemen perusahaan dalam mendapatkan gambaran keadaan produksi di masa yang akan datang serta dalam mengambil kebijakan yang dibuat oleh perusahaan.

3.2.3. Peramalan Menurut Horizon Waktu

Menurut (Render dan Heizer, 2005) Peramalan dilihat dari horizon waktu ada tiga yaitu peramalan jangka pendek, peramalan jangka menengah, serta peramalan jangka panjang. Peramalan ini digunakan untuk perencanaan produk dan perencanaan sumberdaya. Berikut pembagian peramalan menurut horizon waktu :

a) Peramalan Jangka Pendek

   Peramalan ini meliputi jangka waktu hingga satu tahun, tetapi umumnya kurang dari 3 bulan. Peramalan ini digunakan untuk mengambil keputusan dalam hal perlu tidaknya lembur, penjadwalan kerja, jumlah tenaga kerja, penugasan kerja, dan tingkat produksi.

b) Peramalan Jangka Menengah

   Peramalan jangka menengah atau *intermediate* mencakup hitungan bulanan hingga 3 tahun. Peramalan ini digunakan untuk menentukan aliran kas, perencanaan produksi, dan penentuan anggaran.

c) Peramalan Jangka Panjang

   Peramalan jangka panjang umumnya untuk merencanakan masa 3 tahun atau lebih. Peramalan jangka panjang digunakan untuk merencanakan produk baru, pembelanjaan, modal, lokasi atau pembangunan fasilitas, serta penelitian dan pengembangan (litbang).

3.2.4. Metode-Metode Peramalan

Terdapat berbagai cara atau metode untuk melakukan proses peramalan. Apabila dilihat berdasarkan sifat peramalan, maka dibedakan menjadi dua macam (Makridakis dan Wheelwrigt, 1999) yakni :

1. Peramalan kualitatif

   Peramalan kualitatif adalah peramalan sebuah nilai yang dikandung oleh sesuatu atau sebuah benda, dimana penilaian yang dilakukan berdasarkan pada mutu dan kualitas. Data kualitatif terdiri dari data interval dan rasio. Beberapa model peramalan yang digolongkan sebagai model kualitatif adalah :

   a. Dugaan Manajemen (*management estimate*)

      Dugaan manajemen merupakan metode forecasting dimana *forecasting* semata-mata berdasarkan pertimbangan manajemen. Metode ini cocok dalam situasi yang sangat sensitif terhadap intuisi dari satu atau sekelompok kecil orang yang kerena pengalamannya mampu memberikan opini yang kritis dan relevan.

   b. Riset Pasar (*market research*)

      Riset pasar merupakan metode *forecasting* berdasarkan hasil *survey* pasar yang dilakukan oleh tenaga pemasar produk atau yang mewakilinya. Metode ini menjaring informasi dari pelanggan yang berkaitan dengan rencana pembelian produk di masa yang akan datang.

   c. Metode Kelompok Terstruktur (*structured groups methods*)

      Metode kelompok terstruktur merupakan metode *forecasting* berdasarkan proses konvergensi dari opini beberapa orang atau ahli secara interaktif dan membutuhkan fasilisator untuk menyimpulkan hasil dari *forecasting*.

   d. Analogi Historis (*historical analogy*)

      Analogi historis merupakan teknik *forecasting* berdasarkan pola data masa lalu dari produk yang disamakan secara analogi.

2. Peramalan kuantitatif

   Peramalan yang berdasarkan atas dasar kuantitatif pada masa lampau. Data kuantitatif adalah penilaian yang dilakukan berdasarkan jumlah sesuatu dan hasil dari perhitungan dan pengukuran. Data kuantitatif terdiri dari data interval dan rasio. Metode peramalan kuantitatif dibedakan menjadi dua yaitu metode deret berkala dan metode kausal.

   a. Metode Deret Berkala (*time series*)

      Metode deret berkala merupakan metode kuantitatif yang didasarkan atas penggunaan analisa pola hubungan antar variabel yang akan diperkirakan dengan variabel waktu. Penjualan/permintaan dimasa lalu pada analisa deret waktu yang akan dipengaruhi oleh keempat komponen utama yakni *trend* (tren), *cycle* (siklus), *seasonal* (musiman), dan *random* (acak).

   b. Metode Kausal

      Metode peramalan kausal mengembangkan suatu model sebab-akibat antaara permintaan yang diramalkan dengan variabel-variabel lain yang dianggap berpengaruh. Pada metode kausal ini dibagi menjadi tiga bagian yakni :

      i. Metode Korelasi Regresi

         Peramalan ini dapat digunakan untuk :

         i.i. Peramalan penjualan
         i.ii. Peramalan keuntungan
         i.iii. Peramalan permintaan
         i.iv. Peramalan keadaaan ekonomi

         Metode ini dapat digunakan untuk peramalan jangka pendek, data yang digunakan adalah kumpulan dari data beberapa tahun.

      ii. Metode Ekonometrik

         Peramalan ini dapat digunakan untuk :

         ii.i. Peramalan penjualan menurut kelas produksi
         ii.ii. Peramalan keadaan ekonomi masyarakat yang meliputi permintaan, harga, dan penawaran.

Metode ini dapat digunakan untuk peramalan jangka pendek dan jangka panjang. Data yang digunakan merupakan kumpulan data beberapa tahun.

iii. Metode Input Output

Peramalan ini dapat digunakan untuk :

iii.i. Peramalan penjualan perusahaan

iii.ii. Peramalan produksi dari sektor dan sub sektor industri

Metode ini dapat digunakan untuk peramalan jangka panjang. Data yang digunakan merupakan kumpulan data 10-15 tahun.

3.2.5. Tahap-Tahap Peramalan

Terdapat sembilan tahap yang harus diperhatikan untuk menjamin keefektivitasan dari sistem peramalan. Tahap peramalannya adalah sebagai berikut (Gasperzs, 2005) :

1. Menentukan tujuan dari peramalan.
2. Memilih item yang akan diramalkan.
3. Menentukan horizon waktu peramalan.
4. Memilih model-model peramalan.
5. Memperoleh data yang dibutuhkan untuk melakukan peramalan.
6. Validasi model peramalan.
7. Membuat peramalan.
8. Implementasikan hasil-hasil peramalan.
9. Memantau keandalan hasil peramalan.

3.3. Metode *Grey System Theory*

3.3.1. Definisi

Grey System theory dimulai tahun 1982 oleh Julong Deng yang merupakan metodologi yang memiliki sedikit sampel dan informasi, untuk menghasilkan model peramalan yang valid dan model ini tidak membutuhkan pertimbangan distribusi statistik. Terdapat berbagai tipe *Grey System Theory* namun tipe yang sering digunakan tipe GM (1,1) (Deng, 1989).

Pengolahan data pada metode *Grey* menggunakan data *history* yang diambil secara acak dengan jumlah total empat data. Model GM (1,1) dengan bentuk umum GM (d,v) dimana *d* menyatakan order atau tingkat persamaan diferensial dan *v* menyatakan jumlah variabel dalam persamaan model (Nguyen dan Huang, 2011). Setelah dilakukan perhitungan peramalan dengan *Grey Forecasting*, kemudian dilanjutkan dengan perhitungan nilai *error* menggunakan MSE (*Mean Squared Error*) untuk menentukan tingkat akurasi dari hasil peramalan.

3.3.2. Tipe *Grey Model First Order One Variable* (GM (1,1))

Tipe GM (1,1) merupakan salah satu tipe *Grey System Theory* yang sering diaplikasikan peneliti karena keefisienannya dalam sistem perhitungan. Tipe GM (1,1) dikenal sebagai *Grey Model First Order One Variable* dimana dalam peramalannya menggunakan data *time series*.

Peramalan GM (1,1) melalui beberapa langkah. Rumus tipe GM (1,1) sebagai berikut (Deng, 1989):

a. Mengambil data aktual

$$X^{(0)} = \left\{X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), X^{(0)}(3), \ldots, X^{(0)}(n)\right\}$$

$$X^{(0)} = \left\{X^{(0)}(k)\right\} \qquad ; k = 1,2,3,\ldots,n \tag{3.1}$$

dengan : $X^{(0)}(k)$: nilai pengukuran selama proses peramalan (data aktual)

b. Membuat seri data baru menggunakan AGO (*Accumulated Generating Operation*)

$$\begin{aligned} X^{(1)}(1) &= X^{(0)}(1) \\ X^{(1)}(2) &= X^{(0)}(1) + X^{(0)}(2) \\ X^{(1)}(3) &= X^{(0)}(1) + X^{(0)}(2) + X^{(0)}(3) \\ &= X^{(1)}(2) + X^{(0)}(3) \\ \vdots \\ X^{(1)}(k) &= X^{(1)}(k-1) + X^{(0)}(k) \end{aligned} \tag{3.2}$$

dimana : $X^{(1)}(k)$: nilai pengukuran di periode ke-k yang berdasarkan AGO (*Accumulated Generating Operation*) dimana $k = 1,2,3,\ldots,n$

c. Menghitung nilai latar belakang $z^{(1)}(k)$ dan $x^{(0)}(k)$

Dalam menghitung nilai latar belakang ini, dapat menerapkan *diferensial* GM (1,1) sebagai berikut :

$$\frac{dx}{dt} + ax^{(1)} = b \tag{3.3}$$

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b \quad ; k = 1,2,3,\ldots,n \tag{3.4}$$

Sehingga,

$$z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1) \; ; k = 1,2,3,\ldots,n \tag{3.5}$$

dimana, a : *developing coefficient*

b : *grey input*

$z^{(1)}(k)$: *mean value generating function* (rata-rata data AGO ke k dan data AGO sebelumnya $(k-1)$

d. Menghitung vektor Y_N dan matriks B melalui metode *Least-Square*

Berdasarkan perhitungan nilai latar belakang pada persamaan (3.3) dan (3.4) dapat ditulis dalam bentuk notasi matriks berikut :

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1}(B^T Y_N) \tag{3.6}$$

dimana, $\hat{a}$: penaksiran koefisien regresi

B : matriks

Y_N : vektor berdimensi n

$$B = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \qquad Y_N = \begin{bmatrix} X^{(0)}(2) \\ \vdots \\ X^{(0)}(n) \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

Persamaan (3.6) didapatkan dari hasil perhitungan menggunakan metode *least square* (Metode Kuadrat Terkecil (MKT)). Perhitungan ini seperti estimasi parameter dengan metode kuadrat terkecil pada persamaan regresi linier, persamaan kuadrat dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y = X\beta + \varepsilon \tag{3.8}$$

atau

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \cdots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_i \end{bmatrix}$$

dimana, Y : vektor berdimensi n

X : matriks berukuran $n \times p$ dengan pangkat (*rank*) sama dengan $p = k + 1$

β : vektor koefisien regresi

Kemudian, jumlah kuadrat dari error dapat ditulis sebagai berikut :

$$S = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \underline{\varepsilon}'\underline{\varepsilon} = (\underline{Y} - \underline{X}\underline{\beta})'(\underline{Y} - \underline{X}\underline{\beta})$$

$$= \underline{Y}'\underline{Y} - \underline{Y}'\underline{X}\underline{\beta} - (\underline{X}\underline{\beta})'\underline{Y} + (\underline{X}\underline{\beta})'(\underline{X}\underline{\beta})$$

$$= \underline{Y}'\underline{Y} - \underline{Y}'\underline{X}\underline{\beta} - \underline{Y'X\beta} + (\underline{X}\underline{\beta})'(\underline{X}\underline{\beta})$$

$$= \underline{Y}'\underline{Y} - 2\underline{Y}'\underline{X}\underline{\beta} + (\underline{X}\underline{\beta})'(\underline{X}\underline{\beta}) \qquad (3.9)$$

Setelah itu mengestimasi β dengan meminimumkan S dalam persamaan berikut :

$$\frac{\partial S}{\partial \beta} = 0 \qquad (3.10)$$

$$-2\underline{Y}'\underline{X} + 2\underline{X}'\underline{X}\underline{\beta} = 0$$

$$2\underline{X}'\underline{X}\underline{\beta} = 2\underline{Y}'\underline{X}$$

$$(\underline{X}'\underline{X})\underline{\beta} = \underline{Y}'\underline{X}$$

$$\underline{\beta} = (\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{Y}'\underline{X} \qquad (3.11)$$

Jadi estimasi untuk $\underline{\beta}$, yaitu $\hat{\underline{\beta}} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix}$ adalah $(\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}'\underline{Y}$ (3.12)

e. Menduga parameter a dan b

Menentukan parameter a dan b yakni berasal dari persamaan fungsi linier

$$y = ax + b \qquad (3.13)$$

Dimana x dan y merupakan variabel bebas, sedangkan a dan b merupakan parameter. Jika kita mempunyai sekumpulan data pasangan (x, y) dan suatu data digambarkan dalam bentuk grafik linear, maka akan diperoleh garis lurus. Dengan menganggap bahwa x memiliki sesatan yang lebih kecil daripada sesatan pada y, maka garis lurus terbaik dapat diperoleh berdasarkan metode kuadrat terkecil (regresi terhadap y). Nilai a terbaik dituliskan dengan notasi a, sedangkan nilai b terbaik di notasikan dengan b. Rumusnya sebagai berikut :

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)\sum_{i=1}^{n} - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)} \tag{3.14}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n}(x_i y_i)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i^2} \tag{3.15}$$

Pada persamaan (3.14) dan (3.15) merupakan nilai parameter a dan b pada persamaan fungsi linier.

Perhitungan untuk mendapatkan parameter a dan b dalam metode *Grey System* adalah dari persamaan (3.6) sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1}(B^T Y_N)$$

Diketahui :

$$B = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \qquad Y_N = \begin{bmatrix} X^{(0)}(2) \\ \vdots \\ X^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

Sehingga,

$$(B^T B) = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & \cdots & -Z^{(1)}(n) \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2 & \sum_{k=2}^{n}(-Z^{(1)}(k)) \\ \sum_{k=2}^{n}(-Z^{(1)}(k)) & (n-1) \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

Persamaan (3.18) di-*invers*-kan menjadi seperti berikut :

$$(B^T B)^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{(n-1)}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} & \dfrac{\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} \\ \dfrac{\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} & \dfrac{\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

Persamaan (3.17) dikalikan dengan B *tranpose* , seperti berikut :

$$(B^T B)^{-1} \times B^T = \begin{bmatrix} \dfrac{(n-1)}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} & \dfrac{\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} \\ \dfrac{\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} & \dfrac{\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & \cdots & -Z^{(1)}(n) \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$$(B^T B)^{-1} \times B^T = \begin{bmatrix} \dfrac{-(n-1)Z^{(1)}(2) + \sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} & \dfrac{-(n-1)Z^{(1)}(n)\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} \\ \dfrac{\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)(-Z^{(1)}(2)) + \sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} & \dfrac{\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)(-Z^{(1)}(n))\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Kemudian, hasil perhitungan dalam persamaan (3.18) di kalikan dengan Y_N , seperti berikut :

$$((B^T B)^{-1} \times B^T) \times Y_N =$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{-(n-1)Z^{(1)}(2) + \sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} & \dfrac{-(n-1)Z^{(1)}(n)\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} \\ \dfrac{\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)(-Z^{(1)}(2)) + \sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} & \dfrac{\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)(-Z^{(1)}(n))\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^{(0)}(2) \\ \vdots \\ X^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{X^{(0)}(2)(-(n-1)Z^{(1)}(2) + \sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k))}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} + \cdots + \dfrac{X^{(0)}(n)(-(n-1)Z^{(1)}(n)\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k))}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} \\ \dfrac{X^{(0)}(2)(\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)(-Z^{(1)}(2)) + \sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} + \cdots + \dfrac{X^{(0)}(n)(\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)(-Z^{(1)}(n))\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)}{(n-1)(\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2) - (\sum_{k=2}^{n}(Z^{(1)}(k))^2)} \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan nilai parameter *a* dan *b* dalam metode *Grey System* adalah sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} a \\ \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\sum_{k=2}^{n} X^{(0)}(k) - \left((n-1)Z^{(1)}(k) + \sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)\right)}{(n-1)\left(\sum_{k=2}^{n} (Z^{(1)}(k))^2\right) - \left(\sum_{k=2}^{n} (Z^{(1)}(k))^2\right)} \\ \dfrac{\sum_{k=2}^{n} X^{(0)}(k)(\sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)(-Z^{(1)}(k)) + \sum_{k=2}^{n} (Z^{(1)}(k))^2)}{(n-1)\left(\sum_{k=2}^{n} (Z^{(1)}(k))^2\right) - \left(\sum_{k=2}^{n} (Z^{(1)}(k))^2\right)} \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

$$a = \frac{\left(\sum_{k=2}^{n} X^{(0)}(k) \sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)\right) - \left((n-1)\sum_{k=2}^{n} X^{(0)}(k) Z^{(1)}(k)\right)}{(n-1)\left(\sum_{k=2}^{n} (Z^{(1)}(k))^2\right) - \left(\sum_{k=2}^{n} (Z^{(1)}(k))^2\right)}$$

$$b = \frac{\left(\sum_{k=2}^{n} X^{(0)}(k) \sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)\right) - \left(\sum_{k=2}^{n} X^{(0)}(k) Z^{(1)}(k) \sum_{k=2}^{n} Z^{(1)}(k)\right)}{(n-1)\left(\sum_{k=2}^{n} (Z^{(1)}(k))^2\right) - \left(\sum_{k=2}^{n} (Z^{(1)}(k))^2\right)}$$

f. Menghitung nilai prediksi target

Formula prediksi GM (1,1) adalah sebagai berikut :

$$\hat{X}^{(0)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a}(e^{-ak}) \tag{3.20}$$

Formula pada persamaan (3.20) didapatkan dari hasil perhitungan *Grey Differensial*. perhitungannya sebagai berikut :

$$\frac{dx^{(1)}(k)}{d(t)} + ax^{(1)}(k) = b \tag{3.21}$$

Kemudian, setiap ruas pada persamaan (3.21) dikalikan dengan $e^{\int ad(t)}$ (faktor integral) seperti berikut :

$$e^{\int ad(t)} \frac{dx^{(1)}(k)}{d(t)} + ae^{\int ad(t)} x^{(1)}(k) = be^{\int ad(t)} \tag{3.22}$$

Persamaan (3.22), dijadikan bentuk seperti berikut :

$$\left(e^{\int ad(t)} x^{(1)}(k)\right)' = be^{\int ad(t)} \tag{3.23}$$

Selanjutnya pada persamaan (3.23) ruas kanan di integralkan seperti berikut :

$$e^{\int ad(t)} x^{(1)}(k) \quad = \quad \int be^{\int ad(t)} d(t)$$

$$e^{ak}x^{(1)}(k) \quad = \quad \int be^{ak}d(t)$$

$$e^{ak}x^{(1)}(k) \quad = \quad \frac{b}{a}e^{ak}+c$$

$$x^{(1)}(k) \quad = \quad \left(\frac{b}{a}e^{ak}+c\right)e^{-ak} \tag{3.24}$$

Langkah selanjutnya yakni mencari nilai c pada persamaan (3.24). Dalam mencari nilai c yakni ketika k = 0 , perhitungannya seperti berikut :

$$0 \quad = \quad \left(\frac{b}{a}e^{a0}+c\right)e^{-a0}$$

$$0 \quad = \quad \left(\frac{b}{a}+c\right)$$

$$c \quad = \quad -\frac{b}{a}$$

Kemudian nilai c tersebut dimasukkan ke dalam rumus awal menjadi :

$$\hat{x}^{(1)}(k)=\left(\frac{b}{a}e^{ak}-\frac{b}{a}\right)e^{-ak} \text{ atau } \hat{x}^{(1)}(k)=\frac{b}{a}-\frac{b}{a}(e^{-ak}) \tag{3.25}$$

Untuk mendapatkan rumus $\hat{x}^{(1)}(k+1)$, dengan menggunakan formula *Invers Accumulated Generating Operation* (IAGO) adalah sebagai berikut :

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) \quad = \quad \hat{x}^{(1)}(k+1)-\hat{x}^{(1)}(k)$$

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) \quad = \quad \hat{x}^{(1)}(k)+\hat{x}^{(0)}(k+1)$$

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) \quad = \quad \left(\frac{b}{a}-\frac{b}{a}(e^{-ak})\right)+x^{(0)}(k+1)$$

$$= \quad \frac{x^{(0)}(k+1)}{e^{-ak}}e^{-ak}-\frac{b}{a}(e^{-ak})+\frac{b}{a}$$

$$= \quad \left(\frac{x^{(0)}(k+1)}{e^{-ak}}-\frac{b}{a}\right)e^{-ak}+\frac{b}{a}$$

$$= \quad \left(x^{(0)}(1)-\frac{b}{a}\right)e^{-ak}+\frac{b}{a} \qquad \text{Ketika k = 0} \tag{3.26}$$

Persamaan (3.26) merupakan rumus $\hat{x}^{(1)}(k+1)$

Sehingga didapatkan perhitungan rumus untuk prediksi GM (1,1) sebagai berikut :

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) \quad = \quad \hat{x}^{(1)}(k+1)-\hat{x}^{(1)}(k)$$

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) \quad = \quad \left[\left(x^{(0)}(1)-\frac{b}{a}\right)e^{-ak}+\frac{b}{a}\right]-\left[\frac{b}{a}-\frac{b}{a}(e^{-ak})\right]$$

$$= \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a} - \frac{b}{a} + \frac{b}{a}(e^{-ak})$$

$$= \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a}(e^{-ak}) \tag{3.27}$$

Sehingga persamaan (3.27) merupakan formula prediksi target.

g. Menghitung nilai *error*

Setelah memperoleh nilai prediksi, persamaan nilai relatif *error* dapat diaplikasikan untuk mengevaluasi ketepatan prediksi, nilai *error*-nya sebagai berikut :

$$E(k) = \left| \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right| \times 100\% \tag{3.28}$$

Dengan, $E(k)$: *error* antara nilai prediksi dan nilai asli

$\hat{x}^{(0)}(k)$: nilai prediksi

$x^{(0)}(k)$: nilai aktual (asli)

h. Menghitung Ketepatan Metode Peramalan

1. *Mean Square Error (MSE)*

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \left(X^{(0)}(k) - \hat{X}^{(0)}(k) \right)^2 \tag{3.29}$$

2. *Mean Absolute Percentage Error (MAPE)*

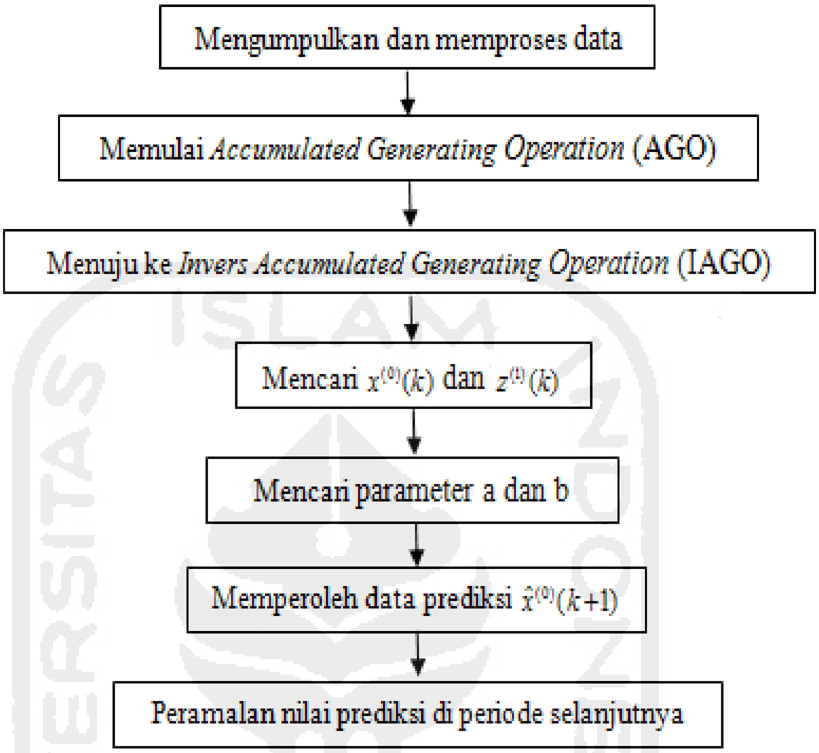
$$MAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{k=1}^{n} \left| \frac{X^{(0)}(k) - \hat{X}^{(0)}(k)}{X^{(0)}(k)} \right| \tag{3.30}$$

Keterangan : n : banyaknya data

$X^{(0)}(k)$: data aktual pada waktu k

$\hat{X}^{(0)}(k)$: data hasil peramalan pada waktu k

i. *Flowchart* memprediksi nilai prediksi periode selanjutnya dengan metode GM (1,1)



Gambar 3.4. : *Flowchart* Prediksi GM (1,1)

3.4. Metode SARIMA (*Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average*)

3.4.1. Definisi

Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA) merupakan pengembangan dari model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) pada data runtun waktu yang memiliki pola musiman. Langkah-langkah pemodelan data runtun waktu musiman menggunakan model SARIMA dengan penyesuaian aditif (plot runtun waktu cenderung konstan) dan penyesuaian multiplikatif (plot runtun waktu mengalami perubahan amplitudo) serta menjelaskan penerapan model SARIMA pada kasus dengan penyesuaian aditif dan multiplikatif.

3.4.2. Stasioneritas

Suatu data dapat dikatakan stasioner apabila pola data tersebut berada pada kesetimbangan di sekitar nilai rata-rata yang konstan dan variasi di sekitar rata-rata tersebut konstan selama waktu tertentu (Makridakis, 1991).

Pengujian stasioneritas dari suatu deret waktu dapat dilakukan dengan melakukan Uji *Augmented Dicky Fuller* (Gujarati, 2003). Pengujian ini dilakukan untuk melihat apakah terdapat akar satuan di dalam model. Berikut hipotesis pengujiannya :

Hipotesis : $H_0 : \delta = 0$ (data deret waktu tidak stasioner)

$H_1 : \delta < 0$ (data deret waktu stasioner)

Statistik Uji :

$$\hat{\tau} = \frac{\hat{\delta}}{se(\hat{\delta})} \tag{3.31}$$

Kriteria Pengujian :

Tolak H_0 jika $|\hat{\tau}_\delta| \geq |\tau_{(n,\alpha)}|$ *Dickey Fuller*

dengan : δ : parameter yang ditaksir

n : jumlah data

α : taraf signifikansi (*Test Critical Values*)

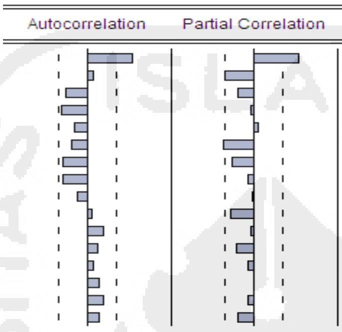
τ : konstanta

Pada data yang belum stasioner secara rata-rata maka dapat dilakukan proses *differencing*, yakni dengan mengurangi data dengan data itu sendiri namun dengan lag yang berbeda sesuai dengan kebutuhan. Apabila data belum stasioner secara rata-rata maupun variansi maka dilakukan transformasi data dan dilanjutkan dengan proses *differencing*.

3.4.3. Fungsi Autokorelasi (ACF) dan Fungsi Autokorelasi Parsial (PACF)

Fungsi autokorelasi berarti hubungan (korelasi) terhadap diri sendiri, yaitu korelasi antara suatu hasil observasi dengan hasil observasi itu sendiri namun dengan *time lag* yang berbeda misal X_t dengan X_{t+k} (Makridakis, 1983). Fungsi ACF digunakan untuk melihat apakah ada sifat MA (q) dalam model dari grafik correlogram.

Fungsi autokorelasi parsial (PACF) menyatakan hubungan antara suatu hasil observasi dengan hasil observasi itu sendiri. Fungsi PACF digunakan untuk melihat apakah ada sifat MA (q) dalam model dari grafik correlogram.. Autokorelasi parsial pada lag ke-k dinyatakan sebagai korelasi antara X_t dan X_{t-k} setelah dihilangkan efek dari variabel-variabel $X_{t-1}, X_{t-2}, \ldots, X_{t-k+1}$. Berikut contoh grafik correlogram ACF dan PACF :



	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.563	0.563	11.112	0.001
2	0.066	-0.367	11.270	0.004
3	-0.269	-0.192	13.990	0.003
4	-0.335	-0.042	18.340	0.001
5	-0.171	0.057	19.524	0.002
6	-0.192	-0.377	21.064	0.002
7	-0.306	-0.276	25.143	0.001
8	-0.306	-0.073	29.383	0.000
9	-0.129	-0.011	30.167	0.000
10	0.047	-0.282	30.278	0.001
11	0.192	-0.033	32.181	0.001
12	0.121	-0.222	32.981	0.001
13	0.066	-0.072	33.233	0.002
14	0.150	-0.001	34.591	0.002
15	0.189	-0.079	36.881	0.001
16	0.143	-0.190	38.275	0.001

Gambar 3.5 Contoh Grafik Correlogram ACF dan PACF
Sumber : Makridakis, 1983

Gambar 3.5 adalah contoh grafik correlogram untuk menentukan ACF dan PACF. Jika grafik ACF (*Autocorrelation*) melebihi lag (bar) maka koefisien autokorelasi yang diperoleh tidak signifikan atau terjadi korelasi antar lag. Jika grafik PACF (*Partial Correlation*) melebihi lag (bar) maka koefisien korelasi parsial yang diperoleh tidak signifikan atau terjadi korelasi parsial antar lag

3.4.4. Uji Normalitas Residu

Uji normalitas dilakukan untuk mengetahui apakah residu berdistribusi normal atau tidak. Pengujian dapat dilakukan dengan analisis grafik *normal probability plot* atau *output probability*. Berikut pengujian hipotesisinya :

Hipotesis : H_0 : Data residual berdistribusi normal

H_1 : Data residual tidak berdistribusi normal

Kriteria Pengujian :

Tolak H_0 jika *probability* < α

dengan, α : taraf signifikansi = 0.05

Apabila menggunakan grafik normal maka melihat pola garisnya, jika residu berdistribusi normal, maka residu akan berada disekitar garis diagonal**.** Sebaliknya, jika residu tidak berdistribusi normal, maka residu akan menyebar.

3.4.5. Model *Seasonal* ARIMA (SARIMA)

Model *Seasonal* ARIMA merupakan bentuk khusus dari model ARIMA jika terdapat unsur musiman yang jelas pada hasil observasi {Zt}. Hal ini berarti data memiliki pola berulang-ulang dalam selang waktu yang tetap. Selain melalui grafik data, unsur musiman juga dapat dilihat melalui grafik ACF dan PACF. Untuk menanggulangi ketidakstasioneran data akibat unsur musiman maka dapat dilakukan proses *differencing* sebesar periode musimannya.

Differencing musiman dari Z_t ditulis dengan $\boldsymbol{x_t}$ sehingga

$$x_t = (1 - B^s)Z_t \tag{3.35}$$

Dengan s adalah panjang periode per musim.

Model seasonal mengalihkan perhatiannya kepada data sebelumnya dengan jarak (lag) sepanjang musiman yang terjadi. Berdasarkan ide tersebut, maka model MA (Q) yang bersifat seasonal dengan musiman sepanjang s dinyatakan sebagai berikut (Makridakis,1983):

$$Z_t = \alpha_1 - \theta_1\alpha_{t-s} - \theta_2\alpha_{t-2s} - \ldots - \theta_Q\alpha_{t-Qs} \tag{3.36}$$

Model seasonal ARIMA secara umum yakni sebagai berikut :

$$ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)s \tag{3.37}$$

dengan (*p*,*d*,*q*) : bagian tidak musiman dari model

p : orde untuk *AR*

d : banyaknya *differencing*

q : orde untuk *MA*

(*P*,*D*,*Q*) : bagian musiman dari model

P : orde musiman untuk *AR*

Q : orde musiman untuk *MA*

D : banyaknya *seasonal differencing*

s : jumlah periode per musim.

Suatu deret $\{Z_t\}$ tidak diketahui periode variasi musiman dan tidak musiman, bentuk model ARIMA untuk deret tersebut adalah

$$\phi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_q(B)b_t \tag{3.38}$$

Jika terdapat $\{b_t\}$ tidak *white noise* dengan korelasi antar periode musiman, maka fungsi autokorelasi untuk $\{b_t\}$ adalah

$$\rho_{j(s)} = \frac{E(b_{t-js} - \mu_b)(b_t - \mu_b)}{\sigma_b^2} \qquad j = 1,2,3,\ldots \tag{3.39}$$

Agar lebih mudah melihat korelasi antar periode, dapat direpresentasikan sebagai model ARIMA berikut :

$$\Phi_p(B^s)(1 - B^s)^D b_t = \Theta_Q(B^s)\alpha_t \tag{3.40}$$

dengan, $\Phi_p(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \cdots - \Phi_p B^{ps}$

$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \cdots - \Theta_Q B^{Qs}$

Persamaan (3.40) merupakan persamaan polinomial dalam B^s. Jika akar-akar dari polinomial-polinomial tersebut berada di luar lingkaran unit dan $\{\alpha_t\}$=0, maka proses tersebut adalah proses *white noise*.

Model seasonal ARIMA didapatkan dari hasil kombinasi pada persamaan (3.40), hasil modelnya yakni sebagai berikut :

$$\Phi_P(B^s)\phi_p(B)(1 - B)^d(1 - B^s)^D Z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\alpha_t \tag{3.41}$$

dimana, $Z_t = \begin{cases} Z_t - \mu, & d = 0 \quad atau \quad D = 0 \\ Z_t, & lainnya \end{cases}$

p, d, q	:	order AR, *differencing*, dan MA tidak musiman
P, D, Q	:	order AR, *differencing*, dan MA musiman
$(1 - B)^d$	:	order *differencing* tidak musiman
$(1 - B^s)^D$	:	order *differencing* musiman
$\phi_p(B)$	:	faktor AR tidak musiman
$\theta_q(B)$	:	faktor MA tidak musiman
$\Phi_P(B^s)$	:	faktor AR musiman
$\Theta_Q(B^s)$	:	faktor MA musiman
μ	:	rata-rata Z_t
α_t	:	nilai residu pada waktu *t*

3.4.6. Langkah-langkah Peramalan Metode SARIMA

Pembuatan model prediksi titik panas dilakukan dengan langkah sebagai berikut :

a. Identifikasi Model

Dalam tahap ini diawali dengan melihat stasioneritas data, jika data tidak stasioner maka dilakukan proses *differencing*. Setelah data stasioner, ditentukan model-model sementara, yaitu dengan menentukan nilai p, d, q. Penentuan nilai-nilai tersebut dilakukan dengan mengamati grafik fungsi ACF (correlogram) dan PACF (correlogram parsial) (Montgomery et al. 2008). Nilai p (ordo proses AR) dapat ditentukan dengan melihat nilai pada grafik fungsi PACF dan nilai q (ordo proses MA) dapat ditentukan dengan melihat nilai pada grafik fungsi ACF, sedang d merupakan banyaknya proses *differencing* yang dilakukan. (Montgomery et al. 2008)

b. Pendugaan parameter dari setiap model-model sementara

Pendugaan parameter dapat dilakukan dengan melihat hasil nilai AIC (*Akaike Info Critirion)*, uji normalitas residual, uji autokorelasi dan uji homoskedastisitas. Nilai *Akaike Info Critirion* (AIC) digunakan untuk mengukur fit model. Jika nilai AIC lebih kecil dari model lain maka model tersebut sesuai. Uji normalitas residual digunakan untuk melihat apakah data residual berdistribusi normal atau tidak. Jika nilai *probability* > 0.05 maka data normal residual. Uji autokorelasi digunakan untuk melihat apakah terjadi korelasi antara periode t dengan periode sebelumnya. Jika nilai *probability* > 0.05 maka tidak ada autokorelasi (*No Autocorrelation*). Uji Homoskedastisitas digunakan untuk mengetahui apakah varian atau keragaman dari error terpengaruh oleh faktor lain atau tidak. Jika nilai *probability* > 0.05 maka data bersifat homoskedastisitas.

c. Diagnostik model dilakukan untuk melihat model yang relevan dengan data.

Pada tahap ini model harus dicek kelayakannya dengan melihat sifat sisaan dari sisi kenormalan dan kebebasannya. Secara umum pengecekan kebebasan sisaan model dapat dilakukan dengan menggunakan uji Q modifikasi *Box-Pierce* (*Ljung-Box*) (Cryer dan Kung-Sik, 2008).

d. *Overfitting*

Proses ini adalah membandingkan model-model yang diperoleh dengan model beda satu ordo di atasnya. Model yang digunakan sebagai pembanding adalah model yang dihasilkan dengan menambahkan satu ordo pada setiap parameter yang terdapat pada model sementara. Model dengan nilai AIC (*Akaike's Information Criterion*) terkecil, memenuhi asumsi sisaan dan semua parameternya signifikan, diikutsertakan pada langkah berikutnya (Montgomery et al. 2008).

e. Melakukan peramalan dengan menggunakan model-model yang layak untuk beberapa waktu ke depan.

3.4.7. Ketepatan Penggunaan Metode Peramalan

Penggunaan metode peramalan tergantung pada pola data yang akan dianalisis. Jika metode yang digunakan sudah dianggap benar untuk melakukan peramalan, maka pemilihan metode peramalan terbaik didasarkan pada tingkat kesalahan prediksi (Santoso, 2009). Seperti diketahui bahwa tidak ada metode peramalan yang dapat dengan tepat meramalkan keadaan data di masa yang akan datang. Oleh karena itu, setiap metode peramalan pasti menghasilkan kesalahan. Jika tingkat kesalahan yang dihasilkan semakin kecil, maka hasil peramalan akan semakin mendekati tepat.

Alat ukur yang digunakan untuk menghitung kesalahan prediksi, antara lain :

a. *Mean Square Error (MSE)*

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{t-1}^{n}\left(X_t - \hat{X}_t\right)^2 \qquad (3.42)$$

b. *Mean Absolute Error (MAE)*

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|X_t - \hat{X}_t\right| \tag{3.43}$$

c. *Mean Absolute Percentage Error (MAPE)*

$$MAPE = \frac{100\%}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{X_t - \hat{X}_t}{X_t}\right| \tag{3.44}$$

dengan, n : banyaknya data

X_t : data aktual pada waktu *t*

$\hat{X}_t$: data hasil peramalan pada waktu *t*

Semakin kecil nilai yang dihasilkan oleh ketiga alat ukur tersebut, maka metode peramalan yang digunakan akan semakin baik. Dari ketiga alat ukut di atas, *MSE* dan *MAPE* yang paling sering digunakan.