BAB III
LANDASAN TEORI

3.1 Balok Beton Bertulang

Balok adalah batang yang mengalami beban transversal (terlentur), dan paling efisien bila luasnya disebar sedemikian rupa hingga jaraknya jauh dari garis netral (Salmon dan Johnson, 1994).

Menurut Istimawan Dipohusodo (1994), asumsi-asumsi yang digunakan dalam menetapkan kekuatan penampang balok adalah sebagai berikut :

1. Bidang penampang rata sebelum terjadi lenturan, tetap rata setelah terjadi lenturan dan tetap tegak lurus pada sumbu bujur balok (prinsip Bernoulli). Oleh karena itu, nilai regangan dalam penampang terdistribusi linier atau berbanding lurus terhadap jaraknya ke garis netral (prinsip Navier).
2. Tegangan sebanding dengan regangan hanya sampai pada kira-kira beban sedang, di mana tegangan beton tekan tidak melampaui kurang dari ½ fc'. Apabila beban meningkat sampai beban ultimit, tegangan yang timbul tidak sebanding lagi dengan regangannya yang berarti distribusi tegangan tekan tidak lagi linier.
3. Kuat tarik beton diabaikan (tidak diperhitungkan) dan seluruh gaya tarik dilimpahkan kepada tulangan baja tarik.

3.2 Analisis Lentur

Kekuatan lentur atau momen tahanan penampang balok adalah kapasitas tegangan-tegangan dalam yang membentuk sebuah momen kopel sebagai perlawanan dari momen lentur luar yang timbul sebagai akibat beban luar

(Dipohusodo, 1994). Tegangan didefinisikan sebagai intensitas gaya per satuan luas permukaan tempatnya bekerja (Timoschenko dan Gere, 1987).

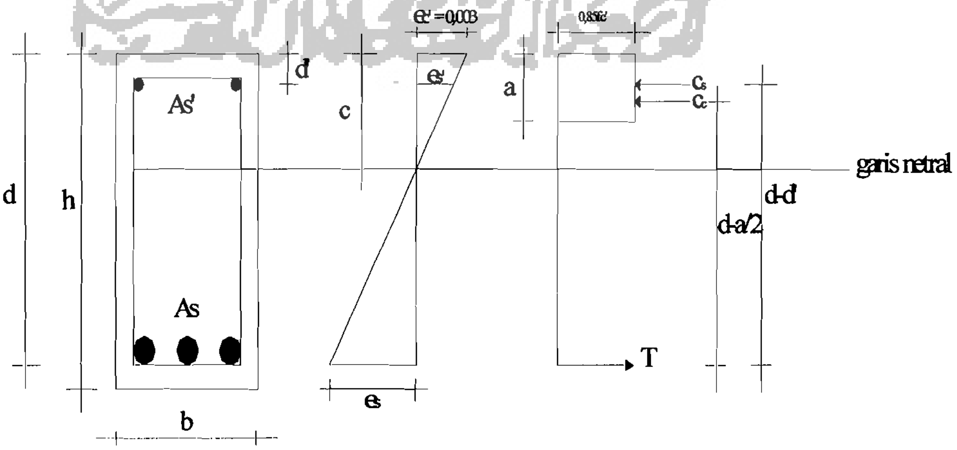
Besaran-besaran di dalam menentukan persegi yang bertulangan rangkap adalah b, d, As' dan As. Luas As diperoleh dari gabungan sejumlah luas tulangan tarik balok. Karena kekuatan tarik beton diabaikan dalam perhitungan lentur, maka bentuk dari penampang di daerah tarik dan besarnya selimut beton tidak mempengaruhi kekuatan lentur (Wang dan Salmon, 1993).

Balok mempunyai tulangan rangkap apabila mempunyai tulangan tarik dan tulangan desak sekaligus. Pemakaian tulangan desak ini dikarenakan tulangan nominal lentur (M_n) yang ada belum mencukupi untuk mendukung momen yang terjadi dan juga bermanfaat untuk pembebanan bolak-balik.

Pada balok bertulangan rangkap, penampangnya secara teoritis dibagi menjadi dua bagian, yaitu :

1. Bagian yang bertulangan tunggal, termasuk balok segi empat ekivalen, dengan luas tulangan tarik adalah A_s–A_{s2},
2. Bagian bertulangan ganda, dengan asumsi baja tulangan tarik dan desak, ekivalen luasnya sama.

Dipohusodo (1994) mengemukakan analisis momen kapasitas balok tulangan rangkap dengan mengacu pada **Gambar 3.1** adalah sebagai berikut :



Gambar 3.1 Blok tegangan ekuivalen Whitney tulangan rangkap

Ada dua kemungkinan yang akan dialami oleh penampang balok tulangan rangkap :

a. Apabila $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_y$ dan $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$, maka baja tekan dan tarik leleh.

b. Apabila $\varepsilon'_s < \varepsilon_y < \varepsilon_s$, maka baja tarik telah leleh, tetapi baja tekan belum leleh.

dengan : ε'_s = regangan baja tekan

ε_s = regangan baja tarik

ε_y = regangan leleh baja

3.2.1 Kemungkinan a

Menganggap semua tulangan telah leleh, sehingga gaya-gaya dalam dari **Gambar 3.1** dihitung dengan rumus :

$$C_c = 0{,}85 f'_c . a . b \tag{3.1}$$

$$C_s = A'_s . f_y \tag{3.2}$$

$$T_s = A_s . f_y \tag{3.3}$$

dengan :
C_c = gaya tekan pada beton
C_s = gaya tekan pada baja
T_s = gaya tarik pada baja
f'_c = kuat tekan beton
f_y = tegangan leleh baja
a = tinggi blok tegangan desak
b = lebar balok
A_s = luas baja tarik
A'_s = luas baja desak

Persamaan keseimbangan didapat :

$$C_c + C_s = T_s \tag{3.4}$$

$$0{,}85 f'_c . a . b + A'_s . f_y = A_s . f_y \tag{3.5}$$

sehingga dari persamaan 2.5 didapat nilai a :

$$a = \frac{(A_s - A'_s) . f_y}{0.85 f'_c . b} \tag{3.6}$$

sehingga momen nominal untuk tulangan rangkap dapat dihitung dengan persamaan :

$$M_n = (A_s - A'_s).f_y.(d - \frac{a}{2}) + A'_s.f_y.(d - d') \qquad (3.7)$$

dengan : M_n = momen nominal

d = tinggi efektif balok

d' = jarak dari tepi serat tertekan ke pusat tulangan tekan

3.2.2 Kemungkinan b

Apabila $\varepsilon_s' < \varepsilon_y < \varepsilon_s$, baja tekan belum leleh maka dicari nilai momen nominal dari persamaan keseimbangan dan diagram tegangan pada **Gambar 3.1** sehingga didapat nilai a :

$$(0{,}85 f'_c.b).a^2 + (600.A'_s - A_s.f_f).a - (600.0{,}85.d'.A'_s) = 0 \qquad (3.8)$$

nilai tegangan baja tekan dicari dengan persamaan :

$$f_s' = \varepsilon_s'.E_s = 0.003\ \{(a - \beta_1.d)/a\}.E_s \qquad (3.9)$$

dengan :

f_s' = tegangan baja tekan

β_1 = konstanta yang merupakan fungsi kelas kuat beton

maka momen nominal dapat dicari dengan persamaan :

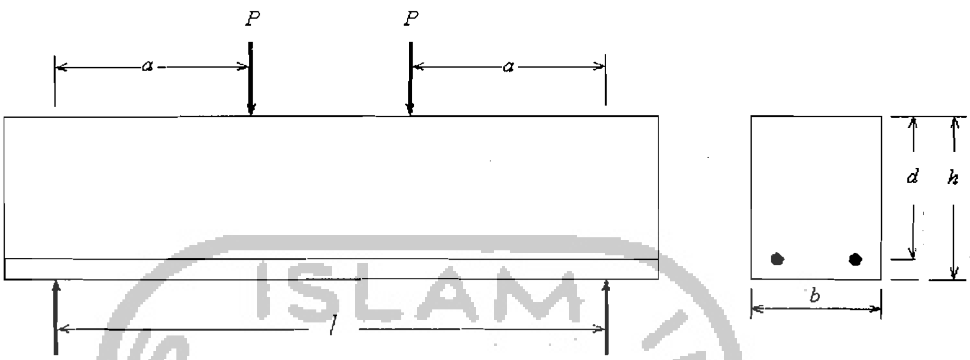
$$M_n = 0{,}85 f'_c.a.b.(d - \frac{a}{2}) + A'_s.f_s'.(d - d') \qquad (3.10)$$

3.3 Analisis Geser

3.3.1 Jenis-Jenis Kegagalan Geser

Kekuatan tarik beton jauh lebih kecil dibandingkan kekuatan tekannya, maka desain terhadap geser merupakan hal yang sangat penting dalam struktur beton. Perilaku balok beton bertulang pada keadaan runtuh karena runtuh geser sangat berbeda dengan keruntuhan karena lentur. Balok yang terkena keruntuhan geser langsung hancur tanpa ada peringatan terlebih dahulu, juga retak diagonalnya lebih besar dibandingkan retak lentur (Dipohusodo, 1994).

Menurut Phil M. Ferguson (1986) di dalam penetapan kuat geser balok menempati posisi penting pada nilai banding bentang geser dan tinggi efektif, *a/d* seperti terlihat pada **Gambar 3.2**.



Gambar 3.2 Pengaruh *a/d* dan tebal balok terhadap perlawanan geser (Ferguson, 1986)

Berdasarkan nilai *a/d* tersebut cara keruntuhan geser balok dapat diketahui dari tipe-tipe kegagalannya (Ferguson, 1986) :

1. Kegagalan Tarik Diagonal

Dalam masalah yang sederhana kegagalan tarik diagonal terjadi apabila bentang geser lebih besar dari 3*d* atau 4*d*. Retak diagonal selalu berada dalam daerah sebesar *a/d* di atas 2, dan kadang-kadang pada nila-nilai *a/d* yang lebih rendah. Retak seperti itu tidak segera menimbulkan kegagalan, walupun dalam beberapa bentang geser yang lebih panjang.

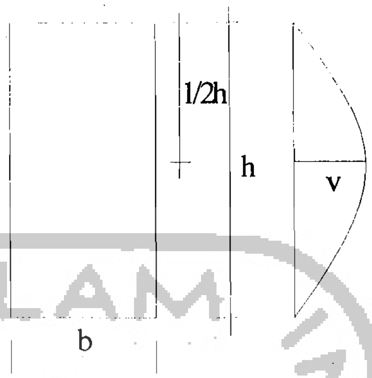
2. Kegagalan Tekan-Geser

Kejadian pada kegagalan tekan-geser apabila bentang geser adalah dari *d* sampai 2,5*d*, dengan suatu pengaruh penurunan secara cepat dalam daerah nilai 2,5*d* sampai 4*d*. Apabila bentang geser kecil, kekuatan geser bertambah dengan geser ultimit lebih besar dua kali untuk a = 1,5d atau a = 3,0d. Retak diagonal selalu berada dalam daerah sebesar *a/d* sebesar 1,5 atau 2,0.

3. Kegagalan-belah

Kejadian pada kegagalan-belah atau kegagalan tekan di titik perletakan yang biasanya menyeruapi pembelahan vertikal terjadi apabila bentang geser lebih kecil dari tebal efektif *d*.

Menurut W.C. Vis dan Gideon Kusuma (1993) distribusi gaya geser dapat digambarkan sebagai bentuk parabolis pada penampang homogen. Seperti terlihat pada **Gambar 3.3** di bawah ini.



Gambar 3.3 Distribusi tegangan geser berbentuk parabolis pada penampang homogen (Vis dan Gideon, 1993)

Andaikan beban balok sendiri diabaikan maka kedua tepi balok di antara perletakan dan beban terpusat terdapat besar gaya lintang yang besarnya konstan. Sedangkan besar gaya lintang di tengah balok sama dengan nol. Secara umum besarnya tegangan geser (v) yang berlaku adalah :

$$v = \frac{V.S}{b.I} \tag{3.11}$$

dengan : V = gaya lintang.

S = momen statis dari bagian yang tergeser terhadap garis netral,

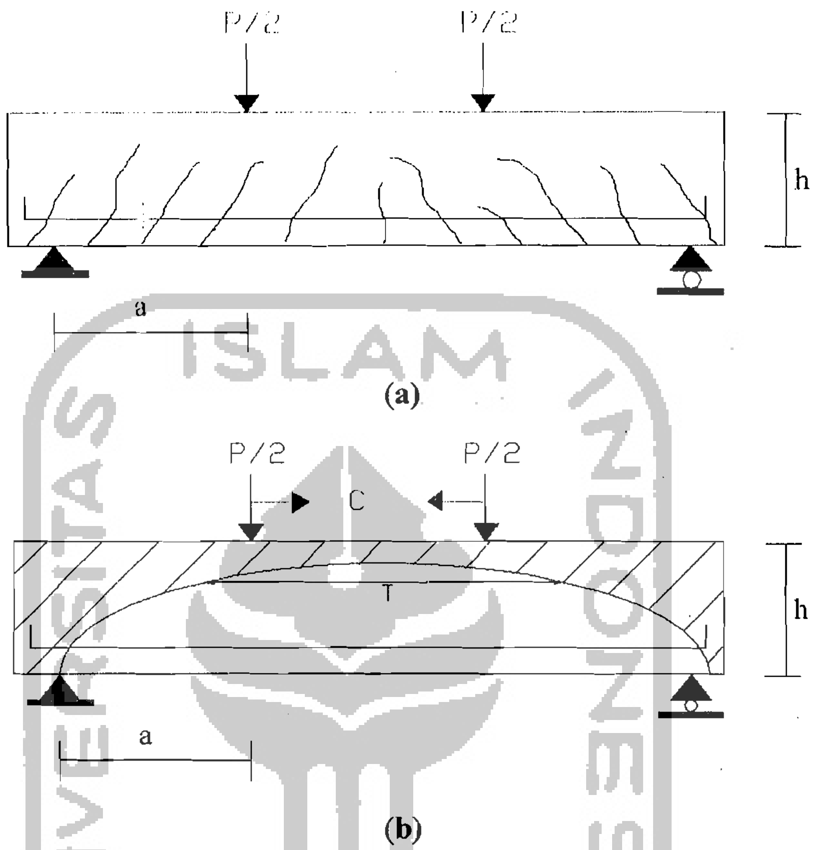
b = lebar balok,

I = momen inersia penampang

Untuk penampang persegi nilai maksimum tegangan geser

$$v_{maks} = \frac{V.S}{b.I} = \frac{V.1/2.b.h.1/4.h}{b.1/12.b.h^3} = \frac{3.V}{2.b.h} \tag{3.12}$$

Bila beban P ditingkatkan, maka pada daerah tarik akan terjadi retakan dan perilaku material pun tidak homogen lagi. Dalam balok terbentuk busur tekan dengan ikatan tarik. Secara garis besar retakan dapat dilihat pada **Gambar 3.4 a,** sedangkan busur tekan dan ikatan tarik ditunjukkan pada **Gambar 3.4 b** di bawah ini.



Gambar 3.4 Retakan, busur tekan dan ikatan tarik

(Vis dan Gideon, 1993)

3.3.2 Kuat Geser yang Disumbangkan Beton

Tegangan geser beton biasanya dinyatakan dalam fungsi dari $\sqrt{fc'}$ dan kapasitas beton dalam menerima geser menurut SKSNI T-15-1991-03 adalah sebesar :

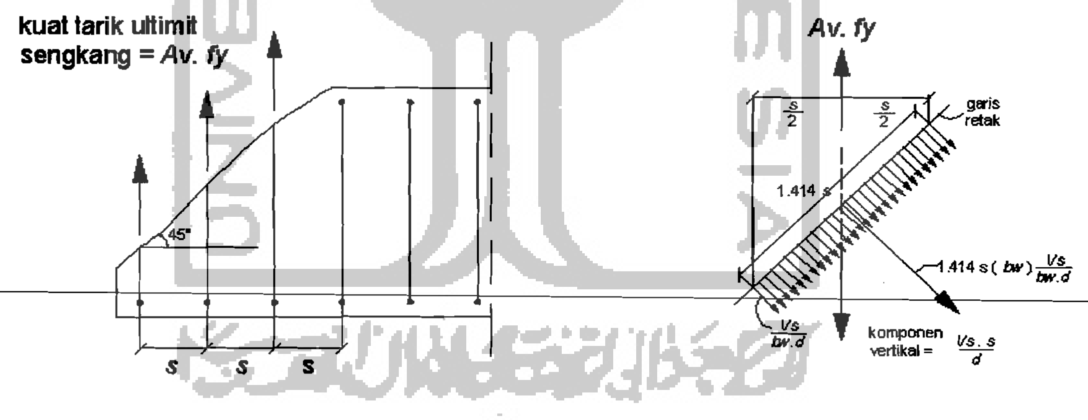
$$V_c = \left(\frac{1}{6}\sqrt{f_c'}\right).b_w.d \qquad (3.13)$$

3.3.3 Kuat Geser yang Disumbangkan Tulangan Geser

Untuk menggambarkan kuat geser yang disumbangkan tulangan geser dapat dilihat pada **Gambar 3.5** menjadi yang menunjukkan *free body* antara ujung balok dan retakan miring, proyeksi horizontal retak diambil sebagai d, dengan retak membentuk bidang 45°. Jika s adalah jarak sengkang, jumlah sengkang diambil dari retakan d/s. Pengasumsian bahwa semua sengkang leleh saat runtuh, gaya geser yang ditahan oleh sengkang adalah :

$$V_s = \frac{(A_v.f_y.d)}{s} \tag{3.14}$$

Persamaan (3.4) dapat diuraikan dengan menganggap bahwa sengkang menahan komponen vertikal dari gaya tarik diagonal yang bekerja di daerah ½ s kanan dan kiri dari sengkang yang bersangkutan (**Gambar 3.5 b**). Sedangkan komponen horizontal di masukkan dalam perencanaan tulangan pokok memanjang.



(a) (b)

Gambar 3.5 Jarak spasi sengkang berdasarkan syarat kekuatan (Dipohusodo, 1994)

Dengan menggunakan konsep tegangan geser SK-SNI T-15-1991-03 dan memberikan beberapa substitusi, maka didapatkan :

$$\text{Tegangan geser} = \frac{Vu}{\phi b_w d} = \frac{\phi(Vc + Vs)}{\phi b_w d} = \frac{Vc}{b_w d} + \frac{Vs}{b_{wo} d} \tag{3.15}$$

Suku pertama (V_c/b_wd) adalah kapasitas tegangan geser beton, sedangkan suku kedua sebagai kelebihan tegangan geser di atas kapasitas beton yang harus didukung oleh tulangan baja geser pada balok.

Luas daerah tempat bekerjanya tegangan yang harus ditahan oleh tulangan geser adalah 1,414 sb_w sehingga seperti tampak pada **Gambar 3.4 b** gaya tarik diagonal adalah :

$$1{,}414\ sb_w\left(\frac{Vs}{bw.d}\right) \tag{3.16}$$

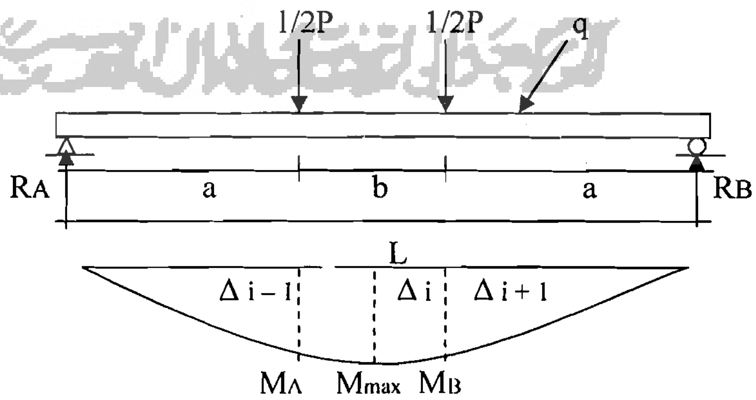
Komponen vertikal gaya tarik diagonal :

$$0{,}707\ (1{,}414\ sb_w)\ \frac{Vs}{b_w.d} = sb_w\frac{V_s.s}{d} \tag{3.17}$$

$A_v.f_y$ adalah kapasitas tarik ultimit sengkang. Karena ke arah vertikal harus terjadi keseimbangan, maka : $A_v f_y = \dfrac{V_s.s}{d}$ sehingga, $Vs = \dfrac{A_v.f_y.d}{s}$ (3.18)

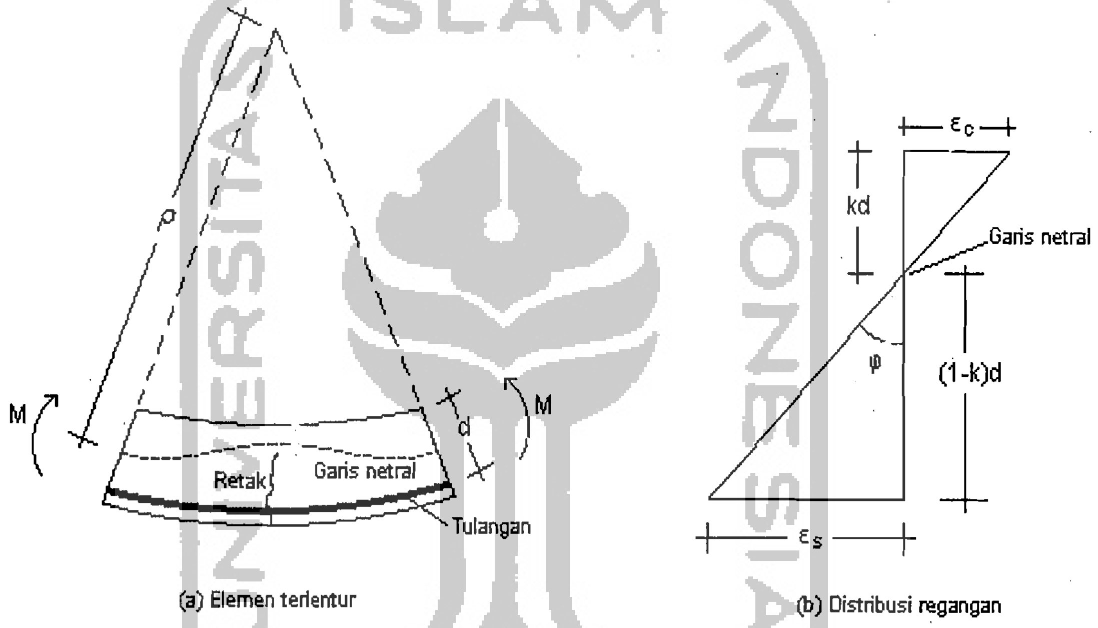
3.4 Kelengkungan Balok

Balok adalah salah satu di antara elemen-elemen struktur yang paling banyak dijumpai pada setiap struktur. Momen lentur timbul pada balok sebagai akibat adanya beban pada balok. Apabila balok dengan tumpuan sederhana seperti pada **Gambar 3.6** mengalami dua beban transversal terpusat simetris, balok akan melentur atau mengalami defleksi seperti **Gambar 3.6**.



Gambar 3.6 Defleksi pada balok

Menurut Park dan Paulay (1975), kelengkungan balok didapat dengan mengambil sebuah elemen lurus dari sebuah balok beton bertulang dengan momen-momen ujung dan gaya aksial yang sama seperti pada **Gambar 3.7**. Jari-jari kelengkungan ρ diukur dari garis netral. Adanya retak-retak pada beton akibat terjadi penambahan tegangan akan merubah jari-jari kelengkungan (ρ), tinggi garis netral (kd), regangan beton (ε_c) dan regangan baja tarik (ε_s). Berdasar teori tersebut, retak beton akan bertambah jika dilakukan penambahan pembebanan.



Gambar 3.7 Kelengkungan balok (Park dan Paulay, 1975)

Popov (1983) mengemukakan kelengkungan suatu garis dalam koordinat Cartesian dinyatakan dengan persamaan (3.19),

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \varphi = \frac{{d^2y}/{dx^2}}{\left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \tag{3.19}$$

Jika $\frac{dy}{dx}$ kecil, maka $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \approx 0$ sehingga persamaan 3.19 akan menjadi:

$$\varphi = \frac{d^2y}{dx^2} \tag{3.20}$$

Dengan menganggap sebuah elemen kecil panjang *dx* dari balok dan menggunakan notasi seperti pada **Gambar 3.7**, maka rotasi di antara ujung-ujung dari elemen diberikan oleh:

$$\frac{dx}{\rho} = \frac{\varepsilon_c dx}{kd} = \frac{\varepsilon_s dx}{d(1-k)} \tag{3.21}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d(1-k)} \tag{3.22}$$

dengan $\frac{1}{\rho} = \varphi$

dari Gambar 3.7 b, jika regangan dijumlahkan diperoleh :

$$\varphi = \frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d(1-k)} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} \tag{3.23}$$

dengan :

φ = kelengkungan

ε_c = regangan beton

ε_s = regangan baja

d = tinggi efektif penampang

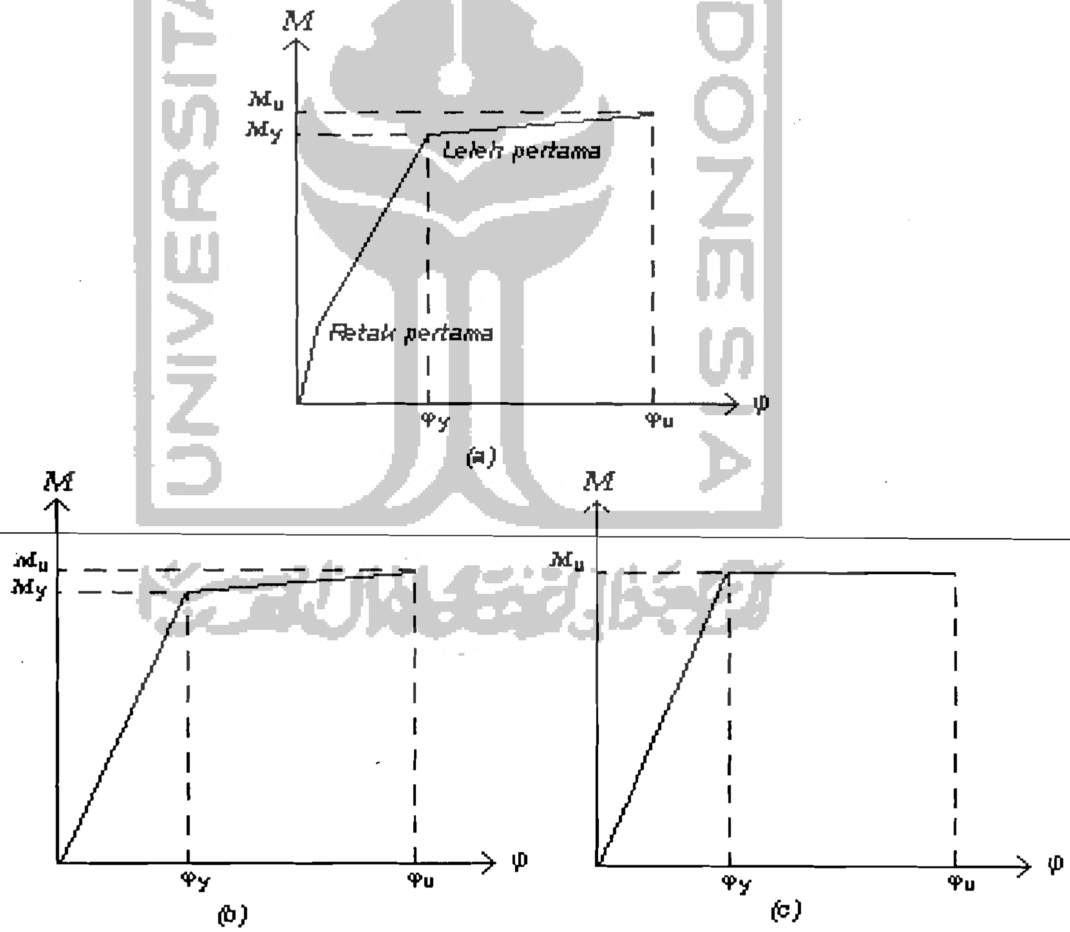
Persamaan (3.20) dapat diselesaikan secara numerik dengan pendekatan *central difference*, seperti persamaan (3.24),

$$\varphi = \frac{y(i+1) - 2yi + y(i-1)}{2\Delta x^2} \tag{3.24}$$

Ini menunjukkan bahwa kelengkungan φ adalah gradien dari regangan dari elemen seperti dalam **Gambar 3.7** kelengkungan akan benar-benar berubah sepanjang bentang balok karena naik-turunnya garis netral dan regangan-regangan diantara retak-retak. Jika panjang elemen adalah kecil dan sebuah retak berakhir, kelengkungan dihitung dengan persamaan (3.23). Dua grafik yang diperoleh dari penghitungan balok bertulangan rangkap adalah lurus/linear diawal dan hubungan antara momen dan kelengkungan diberikan seperti pada Persamaan (3.25),

$$EI = MR = \frac{M}{\varphi} \tag{3.25}$$

Di mana *EI* adalah faktor kekakuan dari penampang. Dengan peningkatan momen, retak pada beton akan mengurangi faktor kekakuan (EI) penampang, keadaan ini ditunjukkan pada **Gambar 3.8a**. Perilaku dari penampang setelah retak tergantung dari jumlah tulangan pokok. Balok bertulangan sedikit menghasilkan sebuah peningkatan kurva M-φ yang linear diatas titik leleh baja (**Gambar 3.8b**). Dengan menggangap peningkatan momen yang konstan ketika baja sudah leleh, maka dapat digambarkan hubungan M-φ seperti ditunjukkan pada **Gambar 3.8c**.



Gambar 3.8 Grafik momen kelengkungan (Popov, 1983)

3.5 Hubungan Beban dan Lendutan

Pada balok yang melentur akibat menahan beban akan terjadi lendutan, besarnya lendutan yang terjadi dapat dihitung dengan menggunakan beberapa metode salah satunya adalah metode integrasi ganda.

$$EIy = \iint M dx + c_1 + c_2 \tag{3.26}$$

Dengan demikian apabila kurva lendutan didefinisikan sebagai y-y(x), maka :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)}{\left((1+(dy/dx)^2\right)^{3/2}} \tag{3.27}$$

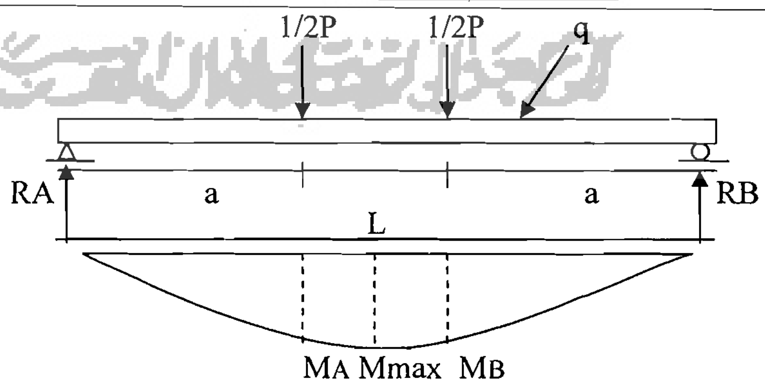
dy/dx adalah kemiringan elemen struktur di suatu titik. Untuk lendutan kecil, kuadrat suku ini dapat diabaikan. Dengan demikian :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} \tag{3.28}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \; atau \; \frac{d^2y}{dx^2} = M \tag{3.29}$$

$$EI\frac{dy}{dx} = \int M dx + c \tag{3.30}$$

$$EIy = \iint M dx + c_1 + c_2 \tag{3.31}$$



Gambar 3.9 Reaksi dan momen pada tampang memanjang balok

Mencari momen:

$$R_A = \frac{1}{2}P \qquad (3.32)$$

$$R_A = R_B \qquad (3.33)$$

$$M_{max} = M_A = M_B \qquad (3.34)$$

$$M_A = \frac{1}{2}P \times a \qquad (3.35)$$

Lendutan ditengah bentang akibat beban titik :

$$\Delta = \left[\frac{P \times a}{24EI} \times 3 \times L^2\right] - \left[4a^2\right] \qquad (3.36)$$

Lendutan pada jarak x dari tepi balok:

$$\Delta = \left[\frac{P \times x}{6EI} \times 3L \times a\right] - \left[3a^2\right] - \left[x^2\right] \qquad (3.37)$$

Di mana:

$$E = 4700 \times \sqrt{f'c} \qquad (3.38)$$

Dari gambar 3.9 dapat dihitung Inersia pergeseran tampang dengan rumus:

$$I = \frac{1}{12}bh^3 \qquad (3.39)$$

3.6 Momen–Kelengkungan Kondisi Retak (M_{cr}- κ_{cr})

Menurut Wang dan Salmon (1993) momen retak untuk balok normal (M_{cr}) di mana terjadinya retak yang pertama kali dihitung menurut persamaaan:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \qquad (3.40)$$

Dimana, f_r = modulus retak beton, untuk beton mutu normal $f_r = 0{,}7\sqrt{(f'_c)}$

y_t = jarak dari garis netral penampang utuh (mengabaikan tulangan baja) keserat tepi tertarik,

I_g= momen inersia penampang utuh terhadap sumbu berat penampang, untuk penampang segiempat, $I_g = \frac{1}{12}bh^3$.

Untuk mendapatkan kelengkungan saat kondisi retak untuk balok normal (κ_{cr}) digunakan pendekatan menurut persamaan (3.27) yang diberikan Warner dkk (1998).

$$\kappa_{cr} = \frac{M_{cr}}{E_c I_g} \tag{3.41}$$

dengan: E_c adalah modulus elastisitas beton = $4700\sqrt{f'_c}$