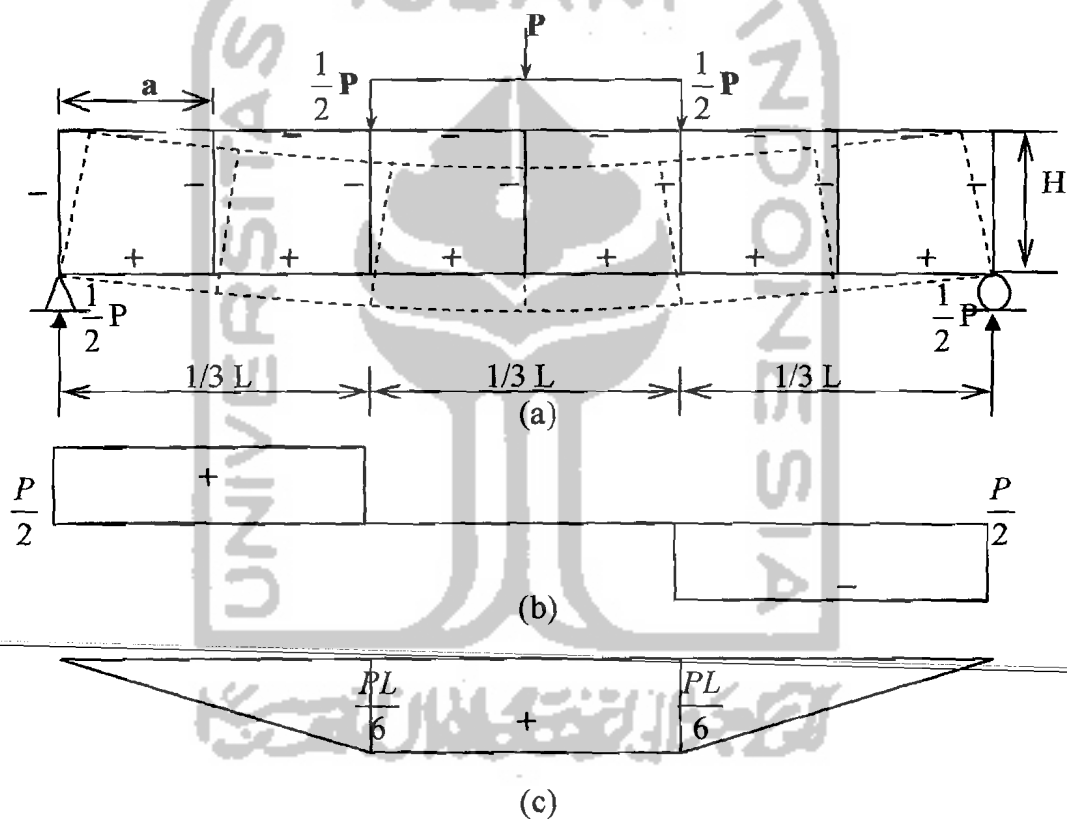


BAB III

LANDASAN TEORI

3.1 Pendahuluan

Schueller (1989), Balok *Vierendeel* terdiri dari batang tepi (tepi atas dan tepi bawah) dan batang transversal yang membentuk pola segi empat dihubungkan secara kaku.

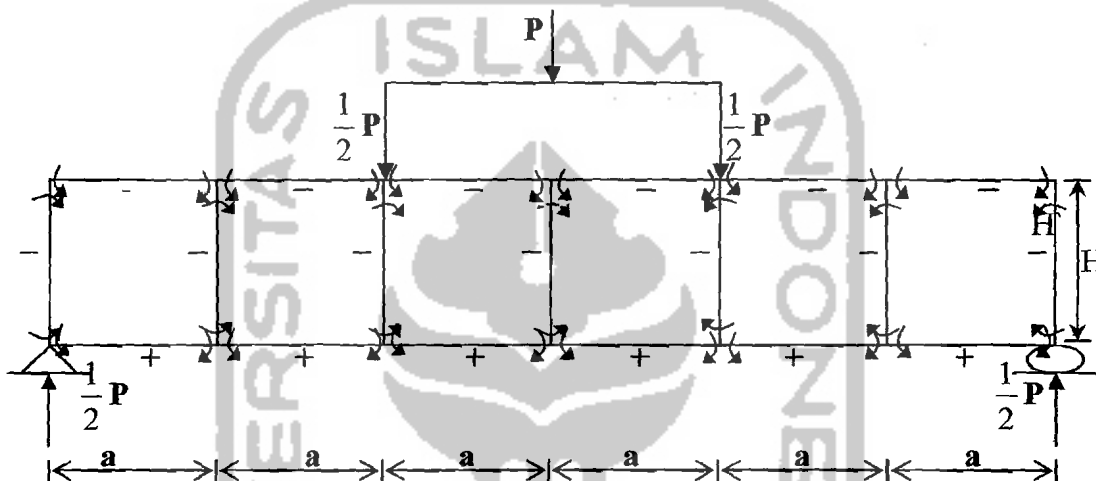


Gambar (3.1) (a) Balok vierendeel dianggap sebagai balok solid dengan beban luar; (b) diagram gaya geser; (c) diagram momen

Jika balok *Vierendeel* diberi beban transversal (P), akan mengalami deformasi dalam bentuk seperti ditunjukkan garis putus-putus pada Gambar (3.1a). Bila berat sendiri

diabaikan dan *Vierendeel* dianggap tampang solid, maka gaya geser dan momen yang bekerja seperti ditunjukkan Gambar (3.1b) dan Gambar (3.1c).

Vis dan Gideon (1993), Akibat beban (P), batang tepi atas dan batang transversal akan menerima gaya tekan dan momen sedangkan batang tepi bawah akan menerima gaya tarik dan momen. Selain itu setiap elemen batang akan menerima gaya geser seperti pada Gambar (3.2).

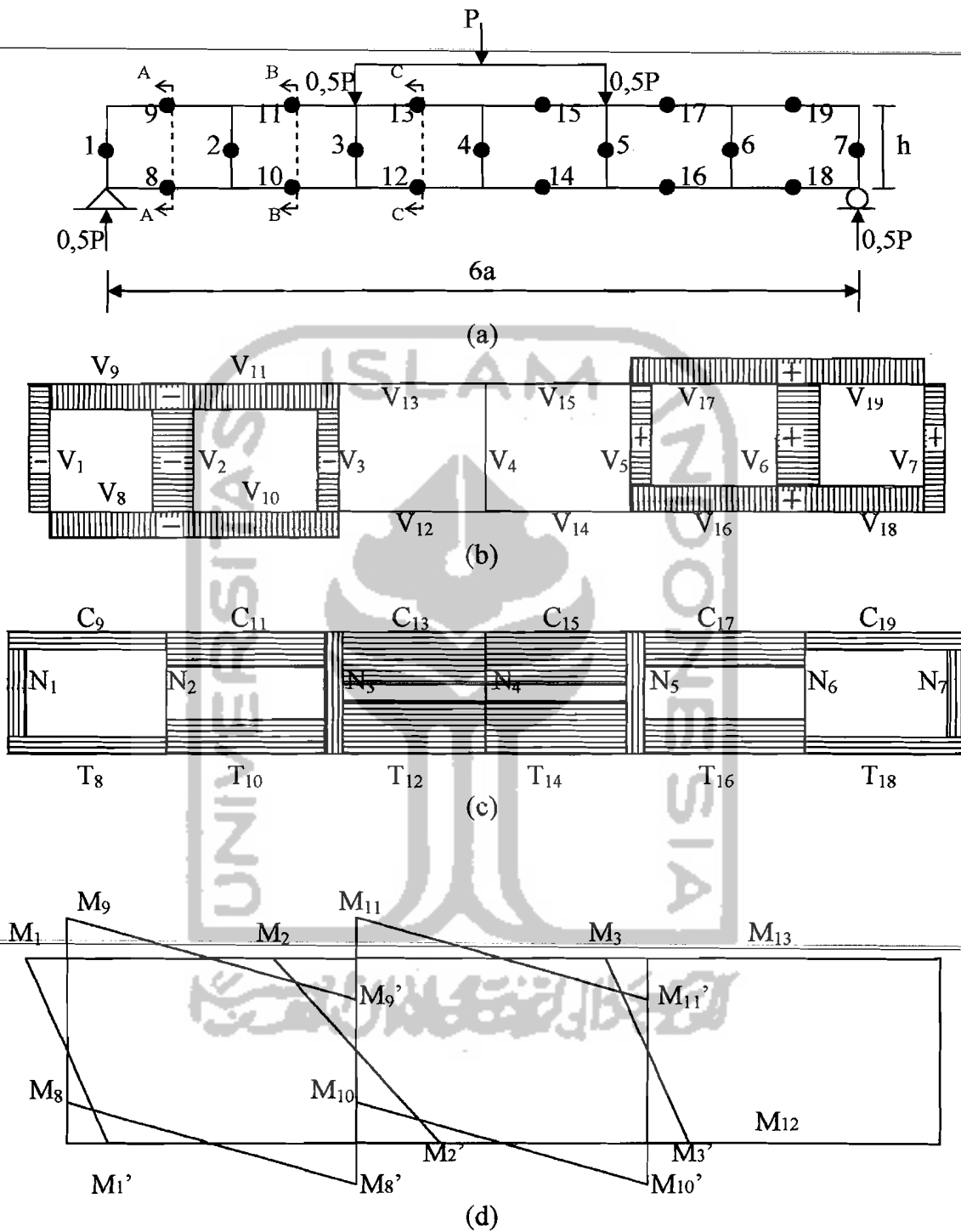


Gambar (3.2) Gaya-gaya dalam pada balok virendeel

3.2 Analisis Gaya Batang

Analisis struktur dilakukan dengan tujuan untuk mendapatkan gaya-gaya dalam seperti gaya geser, gaya aksial (aksial tekan dan aksial tarik) dan momen. Banyak cara untuk menganalisis struktur rangka *Vierendeel*. Satu diantaranya adalah Metode Portal.

Schueller (1989), Metode Portal adalah metode pendekatan dengan anggapan bahwa pada setiap elemen batang (batang tepi dan batang transversal) terdapat titik belok di tengah batang seperti ditunjukkan Gambar (3.3a).

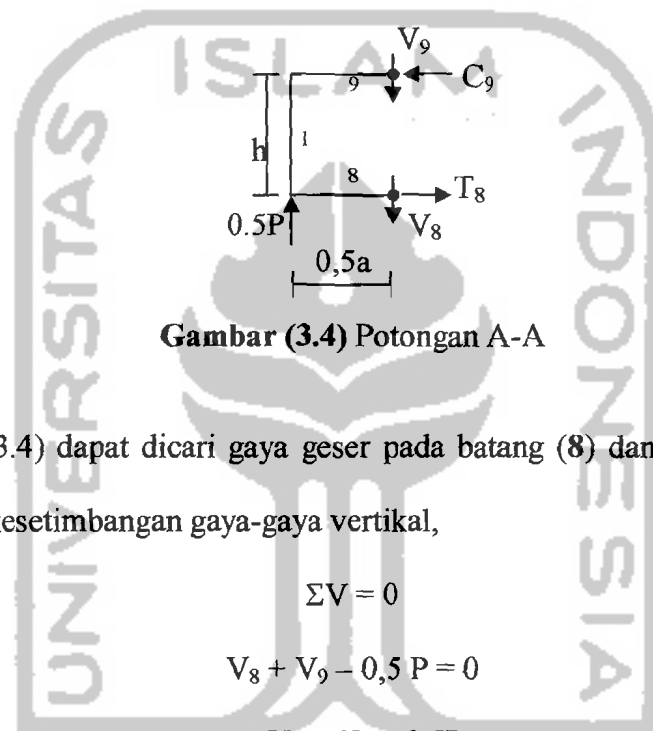


Gambar (3.3) (a) Balok *Vierendeel* dengan titik belok
 (b) Diagram gaya geser balok *Vierendeel*
 (c) Diagram gaya aksial balok *Vierendeel*
 (d) Diagram momen balok *Vierendeel*

3.2.1 Gaya Geser

A. Batang Tepi

Karena bentuk struktur dan sistem pembebanan simetris, analisis dilakukan pada setengah bentang. Besarnya gaya-gaya dalam pada titik-titik belok di setiap elemen batang tepi dapat diketahui.



Gambar (3.4) Potongan A-A

Dari Gambar (3.4) dapat dicari gaya geser pada batang (8) dan batang (9) dengan menggunakan kesetimbangan gaya-gaya vertikal,

$$\Sigma V = 0$$

$$V_8 + V_9 - 0,5 P = 0$$

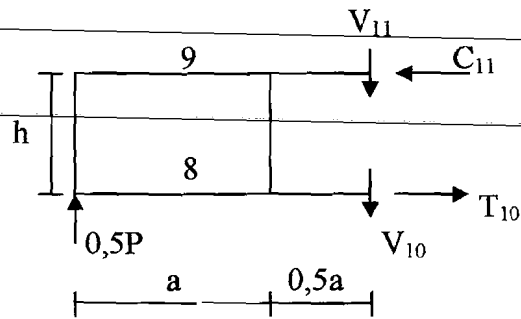
$$V_8 + V_9 = 0,5P \quad (1)$$

dengan asumsi $V_8 = V_9$, maka :

$$0,5P = 2V_8$$

$$V_8 = V_9 = 0,25P \quad (2)$$

Cara yang sama dapat digunakan untuk mencari gaya geser pada batang (10) dan batang (11).



Gambar (3.5) Potongan B-B

Dari Gambar (3.5) dapat dicari gaya geser pada batang (10) dan batang (11) dengan menggunakan kesetimbangan gaya-gaya vertikal,

$$\Sigma V = 0$$

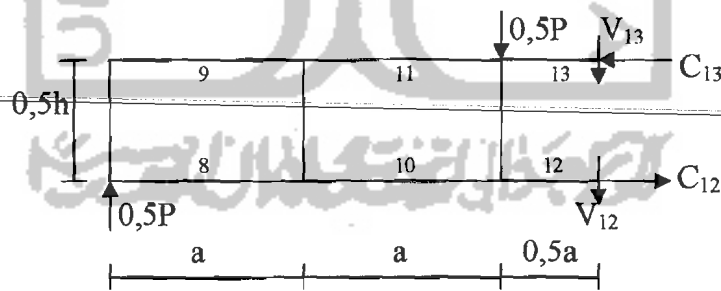
$$V_{11} + V_{10} - 0,5P = 0 \quad (3)$$

dengan asumsi $V_{11} = V_{10}$, maka

$$2V_{10} = 0,5P$$

$$V_{11} = V_{10} = 0,25P \quad (4)$$

Seperti cara di atas, gaya geser pada batang (12) dan batang (13) dapat dicari dengan kesetimbangan gaya-gaya vertikal.



Gambar (3.6) Potongan C-C

Dari Gambar (3.6), maka:

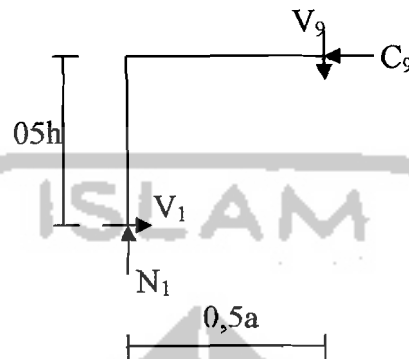
$$\Sigma V = 0$$

$$V_{13} + 0,5P - 0,5P = 0$$

$$V_{13} = 0 \quad (5)$$

B. Batang Transversal

Seperti pada batang tepi, asumsi bahwa titik belok pada batang transversal terdapat di tengah elemen batang, maka gaya geser pada batang transversal dapat dicari.



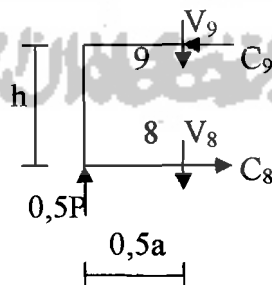
Gambar (3.7) Gaya-gaya dalam batang (1) dan batang (9)

Dari Gambar (3.7), gaya geser pada batang (1) dicari dengan menggunakan kesetimbangan gaya-gaya horisontal.

$$\Sigma H = 0$$

$$V_1 - C_9 = 0 \quad (6)$$

Nilai (C_9) dapat dicari dengan menggunakan kesetimbangan momen pada titik (8) yang mengacu pada Gambar (3.4) yang ditampilkan kembali pada Gambar (3.8).



Gambar (3.8) Potongan A-A

Dari Gambar (3.8) didapat :

$$\Sigma M_8 = 0$$

$$0,5P \cdot 0,5a - C_9 \cdot h = 0$$

$$C_9 = 0,25 \frac{Pa}{h} \quad (7)$$

maka Persamaan (6) menjadi :

$$V_1 - 0,25 \frac{Pa}{h} = 0$$

$$V_1 = 0,25 \frac{Pa}{h} \quad (8)$$

Untuk batang yang lain dicari dengan cara yang sama, sehingga besarnya gaya-gaya geser seperti ditunjukkan Gambar (3.3b)

3.2.2 Gaya Aksial

A. Batang Tepi

Gaya aksial pada batang (8) dapat dicari dengan mengacu pada Gambar (3.8).

Dengan kesetimbangan gaya-gaya horisontal,

$$\Sigma H = 0$$

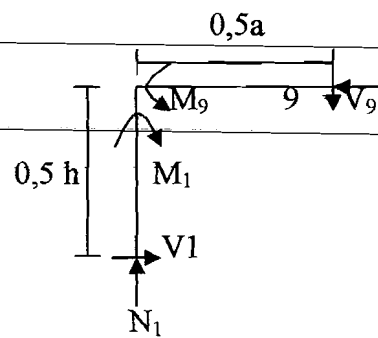
$$T_8 - C_9 = 0$$

$$T_8 = C_9 = 0,25 \frac{Pa}{h} \quad (9)$$

Dengan cara yang sama, besarnya gaya-gaya aksial pada elemen batang tepi seperti ditunjukkan Gambar (3.3c).

B. Batang Transversal

Melihat kembali Gambar (3.7) yang ditampilkan kembali seperti Gambar (3.9), maka gaya aksial dapat dicari dengan kesetimbangan gaya-gaya vertikal.



Gambar (3.9) Potongan batang (1) dan batang (9)

Kesetimbangan gaya-gaya vertikal menghasilkan :

$$\sum V = 0$$

$$N_1 - V_9 = 0$$

$$N_1 - 0,25P = 0$$

$$N_1 = 0,25P$$

(10)

Dengan cara yang sama, besarnya gaya-gaya aksial pada elemen batang tepi seperti ditunjukkan Gambar (3.3c).

3.2.3 Momen

A. Batang Tepi

Mengacu Gambar (3.8), dengan mengalikan gaya geser pada batang (9) dengan setengah kali panjang batangnya, maka

$$M_9 = V_9 \times 0,5a$$

$$M_9 = 0,25P \times 0,5a$$

$$M_9 = 0,125.Pa$$

(11)

Dengan cara yang sama, momen pada elemen batang tepi tampak seperti Gambar (3.3d).

B. Batang Transversal

Dari Gambar (3.9), Momen pada batang (1) didapat dengan mengalikan gaya geser pada batang (1) dengan setengah tingginya, maka :

$$M_1 = V_1 \times 0,5h$$

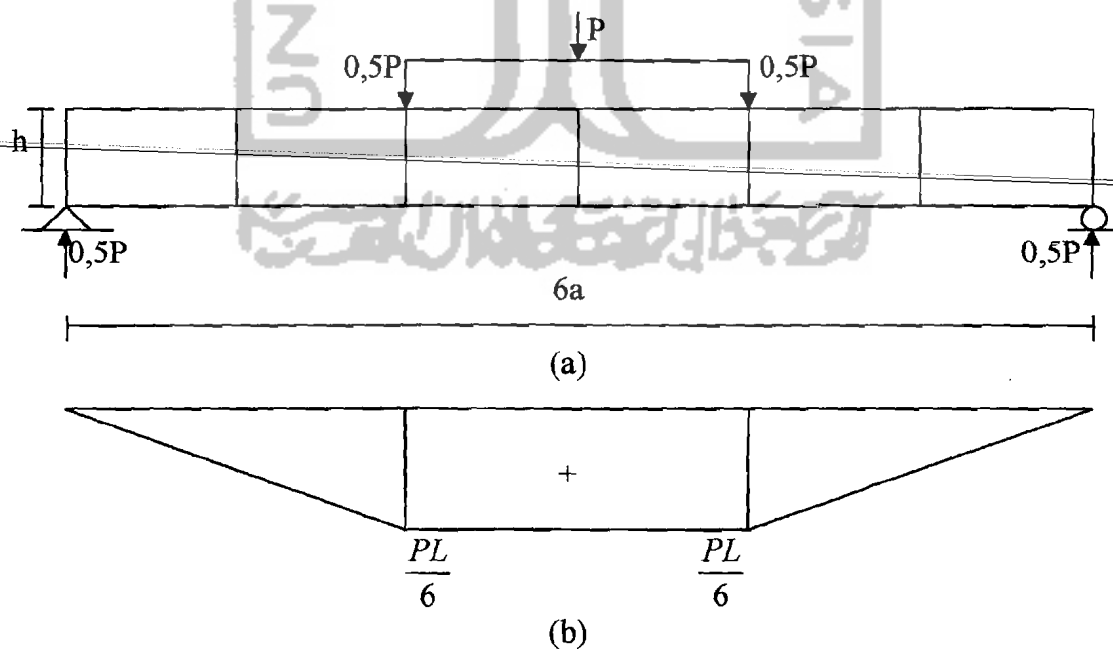
$$M_1 = 0,25 \frac{Pa}{h} \times 0,5h$$

$$M_1 = 0,125 Pa \quad (12)$$

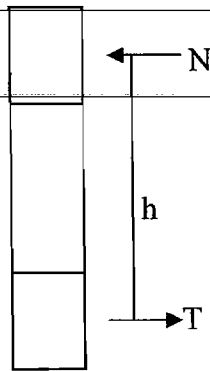
Dengan cara yang sama, momen pada elemen batang transversal tampak seperti ditunjukkan Gambar (3.3d).

3.3 Pengaruh Rasio a/h terhadap Gaya Aksial dan Momen

Untuk mengetahui pengaruh (a/h) terhadap gaya aksial dan kapasitas momen dapat ditunjukkan oleh Gambar (3.10) dan Gambar (3.11).



Gambar (3.10) (a) Balok Vierendeel dengan sistem pembebanan sentris
(b) Diagram momen



Gambar (3.11) Momen kopel gaya

dari Gambar (3.10b) tampak, bahwa :

$$M_{\max} = \frac{PL}{6} \quad (13)$$

dimana $L/6 = a$, maka :

$$M = P \cdot a \quad (14)$$

Gambar (3.11) menunjukkan hubungan momen dan gaya aksial adalah :

$$M = N \cdot h \quad (15)$$

atau

$$M = T \cdot h \quad (16)$$

Dari Persamaan (14) dan Persamaan (15) didapat :

$$P \cdot a = N \cdot h \quad (17)$$

maka :

$$N = P \frac{a}{h} \quad (18)$$

Maka :

$$T = N = P \frac{a}{h} \quad (19)$$

Dari uraian di atas, tampak bahwa semakin tinggi rasio (a/h) gaya aksial yang diterima oleh batang tepi semakin besar.

Dengan mensubstitusikan Persamaan (18) ke Persamaan (15), maka akan didapat :

$$M = P \frac{a}{h} \cdot h \quad (20)$$

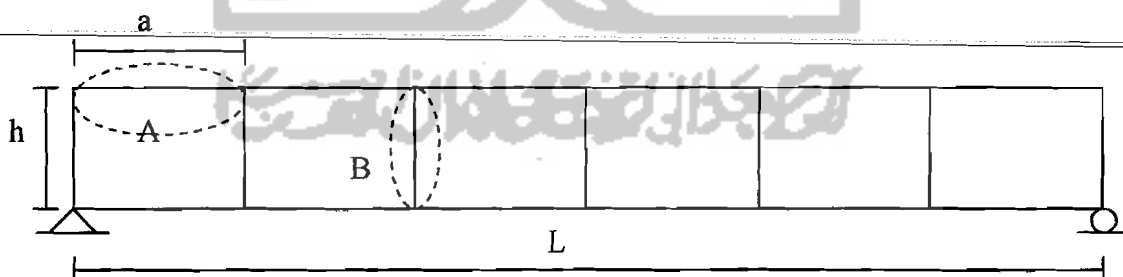
Dari Persamaan (20) tampak, bahwa semakin besar rasio (a/h) momen yang diterima batang tepi semakin besar.

3.4 Batang Tekan

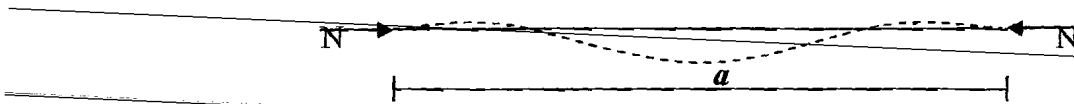
Batang tekan adalah batang struktural yang mengalami gaya tekan aksial. Pada balok Vierendeel, batang yang menerima gaya aksial tekan adalah batang tepi atas dan atang transversal .

Menurut Persamaan *Euler* seperti yang dikemukakan oleh *Salmon dan Johnson* (1980), kekuatan batang tekan dinyatakan dengan Persamaan (21) :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} \quad (21)$$



Gambar (3.14) Balok Vierendeel



Gambar (3.15) Detail A (batang tepi atas yang menerima aksial tekan)

Dari Persamaan *Euler* nampak bahwa besarnya daya dukung aksial tekan oleh batang tepi atas dipengaruhi oleh panjang batang. Mengacu dari Gambar (3.15), aksial tekan yang diterima oleh batang tepi atas seperti Persamaan (19) menjadi:

$$P_{cr} = N = \frac{\pi^2 EI}{(ka)^2} \quad (22)$$

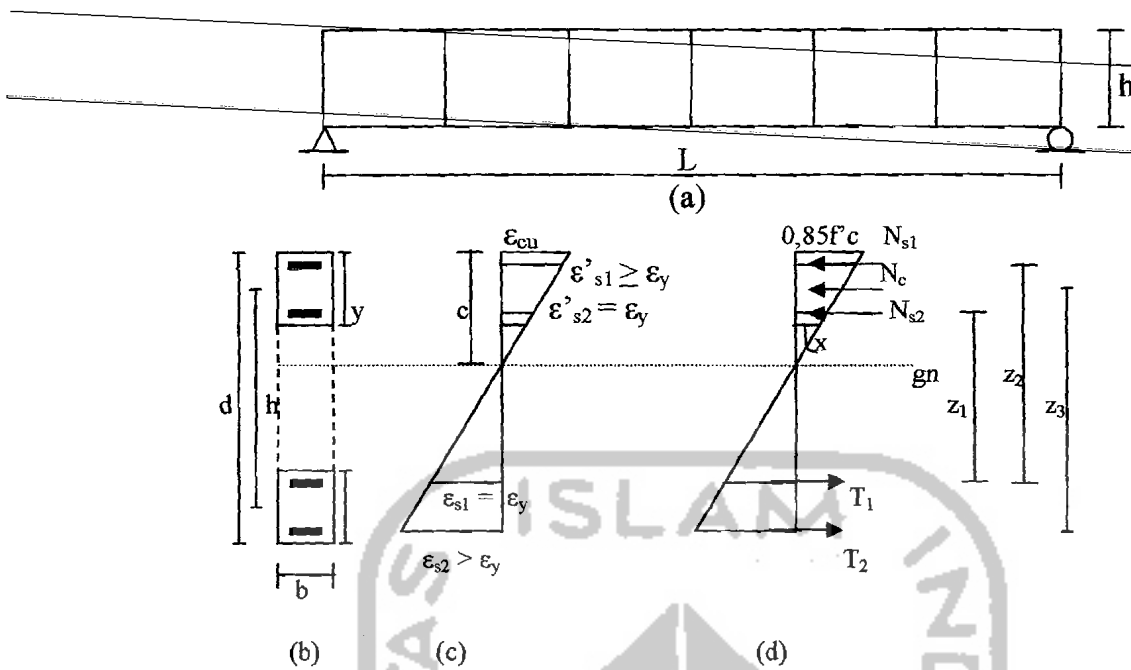
Untuk batang transversal, Persamaan (20) menjadi :

$$P_{cr} = N = \frac{\pi^2 EI}{(k.h)^2} \quad (23)$$

Tampak dari Persamaan (20) dan (21), semakin panjang batang tepi dan batang transversal (semakin besar nilai a dan h), nilai kemampuan batang tekan semakin kecil.

3.5 Struktur lentur

Edward G Nawy (1990). Struktur rangka vierendeel mempunyai joint kaku, akibat kekakuan pada joint menyebabkan hampir semua elemen struktur mengalami lentur. Jika struktur menerima beban yang dapat menimbulkan momen lentur, maka akan terjadi deformasi (regangan) lentur di dalam batang tersebut. Bila bebannya semakin bertambah, pada akhirnya dapat terjadi keruntuhan pada elemen struktur.

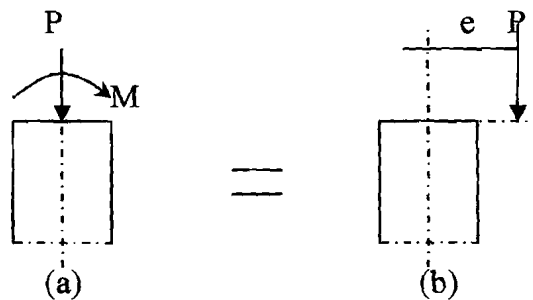


Gambar (3.16) (a) balok *Vierendeel*; (b) tampang melintang balok *Vierendeel* beton; (c) diagram regangan; (d) diagram tegangan elastis

Dari Gambar (3.16.c) tampak, bahwa

3.6 Kombinasi Tekan-Lentur

Vis dan Gideon (1993), Pada struktur *Vierendeel*, batang transversal berhubungan secara kaku dengan batang-batang tepi. Karena hubungan kaku tersebut, maka tegangan yang diterima batang transversal dan batang tepi, selain tegangan aksial juga terdiri dari tegangan yang disebabkan oleh momen lentur.



Gambar (3.17) Batang Tekan-Lentur

Apabila gaya aksial N dan momen M bekerja pada suatu tampang batang seperti Gambar (3.17a), maka ekuivalen dengan gaya aksial N yang bekerja penampang batang berjarak e terhadap sumbu seperti terlihat pada Gambar (3.17b), sehingga didapat hubungan aksial-momen seperti Persamaan (31)

$$M = N \cdot e \quad (31)$$

akibat gaya aksial yang bekerja akan menimbulkan perubahan panjang (Δ) pada elemen batang tekan lentur sebesar :

$$\Delta = \frac{PL}{EA} \quad (32)$$

Akibat efek Δ akan menyebabkan terjadinya momen sekunder (M_s) yang besarnya seperti pada Persamaan (33)

$$M_s = P \Delta \quad (33)$$

Kekuatan suatu elemen balok-kolom dipengaruhi oleh kelangsingan (Kl/r) elemen balok-kolom. Bila nilai kelangsingan (Kl/r) semakin besar, maka gaya aksial yang bekerja akan menyebabkan tekuk. Sehingga diperlukan suatu amplifikasi momen seperti Persamaan (34)

$$M_1 = M \delta$$

dimana :

$$M_1 = M \left(\frac{1}{1 - P/P_{cr}} \right) \quad (34)$$

Sehingga

$$M_t = M_1 + M_s \quad (35)$$

dengan : P = gaya aksial
 δ = faktor pembesaran

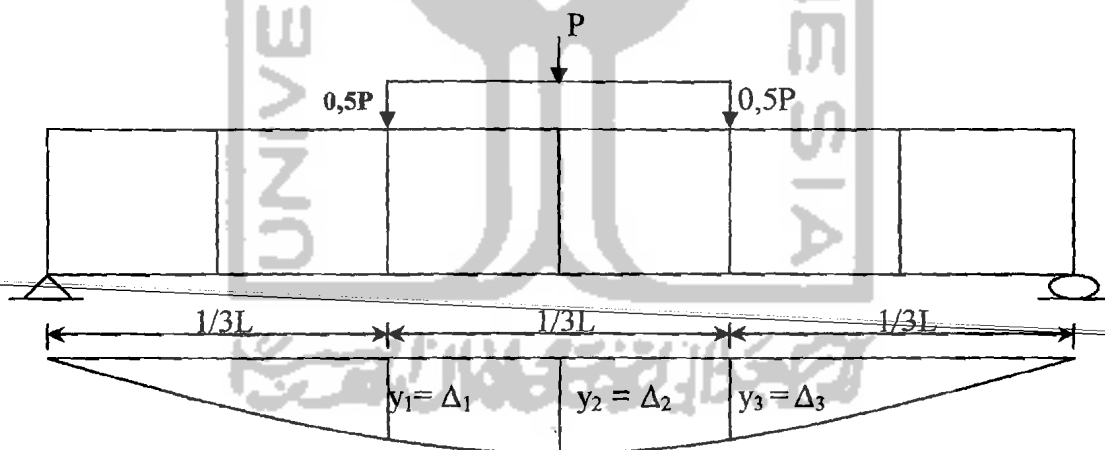
M_1 = pembesaran momen
 M_c = momen sekunder

Vis dan Gideon (1993) mengungkapkan, bahwa dasar-dasar anggapan dalam perhitungan suatu tampang yang diberi beban lentur dan aksial, pada prinsipnya sesuai dengan dasar-dasar anggapan yang menyatakan, bahwa:

1. Beton tidak dapat melawan tegangan tarik.
2. Perpanjangan dan perpendekan yang terjadi dalam beton serta tulangan dianggap berbanding lurus dengan jaraknya terhadap garis netral.

3.7 Hubungan Beban-Lendutan

Sebuah balok yang menerima beban akan mengalami lendutan. Untuk pembebanan terpusat seperti pada Gambar (3.18) dapat dilihat terjadinya lendutan.



Gambar (3.18) Defleksi pada balok Vierendeel

Banyak cara yang digunakan untuk menghitung besarnya lendutan balok, satu diantaranya adalah dengan metode integrasi ganda. Metode integrasi ganda diterapkan pada persamaan momen seperti Persamaan (37) berikut :

$$EIy(x) = \iint M dx + c_1 x + c_2 \quad (36)$$

di mana :

$$M = \frac{1}{2}Px - \frac{1}{2}P\left(x - \frac{1}{3}L\right) - \frac{1}{2}P\left(x - \frac{2}{3}L\right)$$

Sehingga :

$$EIy(x) = \iint \frac{1}{2}Px - \frac{1}{2}P\left(x - \frac{1}{3}L\right) - \frac{1}{2}P\left(x - \frac{2}{3}L\right) dx \cdot dx$$

$$EIy(x) = \frac{1}{12}Px^3 - \frac{1}{12}P\left(x - \frac{1}{3}L\right)^3 - \frac{1}{12}P\left(x - \frac{2}{3}L\right)^3 + C_1x + C_2 \quad (37)$$

untuk $y(x) = 0$ dan $x = 0$

maka :

$$C_2 = 0$$

Persamaan (37) menjadi :

$$EIy(x) = \frac{1}{12}Px^3 - \frac{1}{12}P\left(x - \frac{1}{3}L\right)^3 - \frac{1}{12}P\left(x - \frac{2}{3}L\right)^3 + C_1x \quad (38)$$

untuk $y(x) = 0$ dan $x = L$

maka :

$$EIy(L) = \frac{1}{12}PL^3 - \frac{1}{12}P\left(\frac{2}{3}L\right)^3 - \frac{1}{12}P\left(\frac{1}{3}L\right)^3 + C_1L$$

$$EIy(L) = \frac{1}{12}PL^3 - \frac{8}{324}PL^3 - \frac{1}{324}PL^3 + C_1L \quad (39)$$

karena $y(L) = 0$

maka :

$$C_1L = -\frac{1}{12}PL^3 + \frac{8}{324}PL^3 + \frac{1}{324}PL^3$$

$$C_1 L = -\frac{1}{18} P L^3$$

$$C_1 = -\frac{1}{18} P L^2 \quad (40)$$

Persamaan (38) menjadi :

$$EIy(x) = \frac{1}{12} P x^3 - \frac{1}{12} P \left(x - \frac{1}{3} L \right)^3 - \frac{1}{12} P \left(x - \frac{2}{3} L \right)^3 - \frac{1}{18} P L^2 x \quad (41)$$

untuk $x = 1/2 L$

Persamaan (38) menjadi :

$$\begin{aligned} EIy\left(\frac{1}{2}L\right) &= \frac{1}{12} P \left(\frac{1}{2}L\right)^3 - \frac{1}{12} P \left(\frac{1}{6}L\right)^3 - \frac{1}{18} P L^2 \left(\frac{1}{2}L\right) \\ EIy\left(\frac{1}{2}L\right) &= \frac{1}{96} P L^3 - \frac{1}{2592} P L^3 - \frac{1}{36} P L^3 \\ EIy\left(\frac{1}{2}L\right) &= -\frac{23}{1296} P L^3 \end{aligned} \quad (42)$$

karena $\Delta = y(x)$

maka :

$$\text{Lendutan pada } \frac{1}{2} L : \Delta = -\frac{23}{1296} \frac{P L^3}{EI} \quad (43)$$

untuk $x = 1/3 L$

Persamaan (38) menjadi :

$$\begin{aligned} EIy\left(\frac{1}{3}L\right) &= \frac{1}{12} P \left(\frac{1}{3}L\right)^3 - \frac{1}{18} P L^2 \left(\frac{1}{3}L\right) \\ EIy\left(\frac{1}{3}L\right) &= \frac{1}{324} P L^3 - \frac{1}{54} P L^3 = \left(\frac{1-6}{324}\right) P L^3 \\ EIy\left(\frac{1}{3}L\right) &= -\frac{5}{324} P L^3 \end{aligned} \quad (44)$$

maka :

$$\text{Lendutan pada } \frac{1}{3} L : \Delta = -\frac{5}{324} \frac{P L^3}{EI}$$

untuk $x = \frac{2}{3}L$

Persamaan (38) menjadi :

$$EIy\left(\frac{2}{3}L\right) = \frac{1}{12}P\left(\frac{2}{3}L\right)^3 - \frac{1}{12}P\left(\frac{1}{3}L\right)^3 - \frac{1}{18}PL^2\left(\frac{2}{3}L\right)$$

$$EIy\left(\frac{2}{3}L\right) = \frac{8}{324}PL^3 - \frac{1}{324}PL^3 - \frac{2}{54}PL^3$$

$$EIy\left(\frac{2}{3}L\right) = \frac{8-1-12}{324}PL^3$$

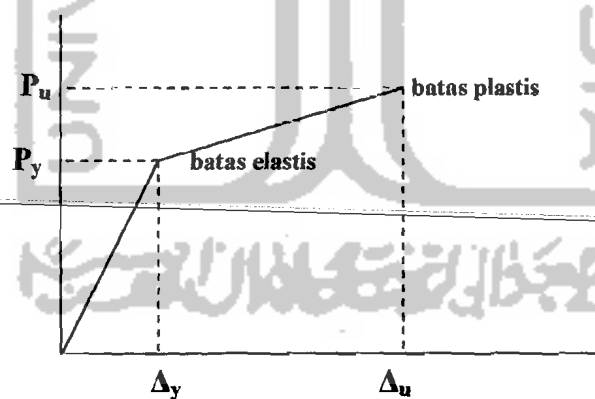
$$EIy\left(\frac{2}{3}L\right) = -\frac{5}{324}PL^3 \quad (45)$$

maka :

$$\text{Lendutan pada } \frac{2}{3}L : \Delta = -\frac{5}{324} \frac{PL^3}{EI}$$

dengan :

- Δ = defleksi balok
- I = momen inersia tampang
- P = beban
- E = modulus elastis
- L = panjang bentang

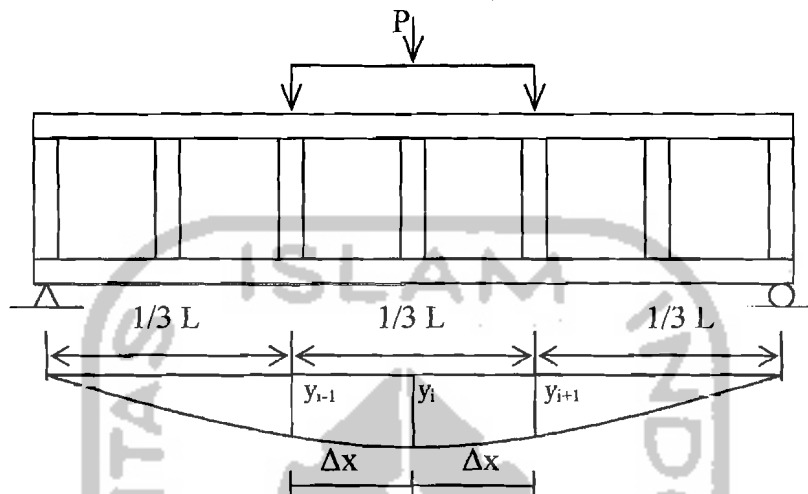


Gambar (3.19) Grafik hubungan beban-deformasi

3.8 Hubungan Momen-Kelengkungan

Balok adalah salah satu diantara elemen-elemen struktur yang paling banyak dijumpai pada setiap struktur. Momen lentur timbul pada balok sebagai akibat

adanya beban pada balok. Apabila balok Vierendeel dengan tumpuan sederhana seperti pada Gambar (3.20) mengalami dua beban transversal terpusat simetris, balok akan melentur atau mengalami defleksi.



Gambar (3.20) Defleksi pada balok vierendeel

Dari Gambar (3.20), dy/dx dapat didekati dengan persamaan :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x} \quad (46)$$

turunan persamaan (46) adalah :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta x) \frac{d}{dx} (y_{i+1} - y_{i-1}) - (y_{i+1} - y_{i-1}) \frac{d}{dx} (2\Delta x)}{(2\Delta x)^2} \quad (47)$$

karena $2\Delta x$ adalah konstanta, maka:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(2\Delta x) \frac{d}{dx} (y_{i+1} - y_{i-1})}{(2\Delta x)^2} \quad (48)$$

selanjutnya didapat :

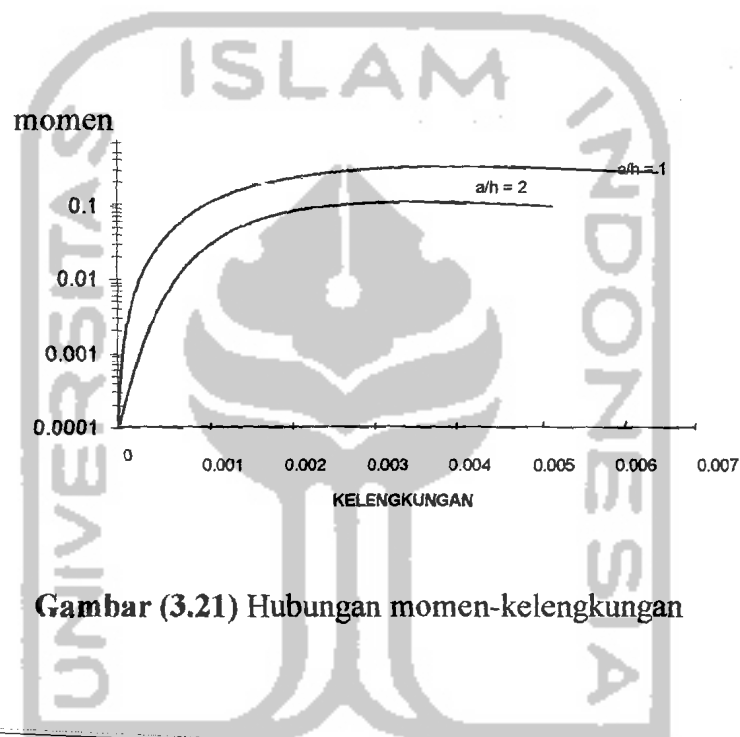
$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(y_{i+2} - 2y_i - y_{i-2})}{(\Delta x)^2} \quad (49)$$

persamaan (49) dapat disederhanakan menjadi :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(y_{i+1} - 2y_i - y_{i-1}))}{(\Delta x)^2} \quad (50)$$

persamaan differensial untuk balok elastis adalah :

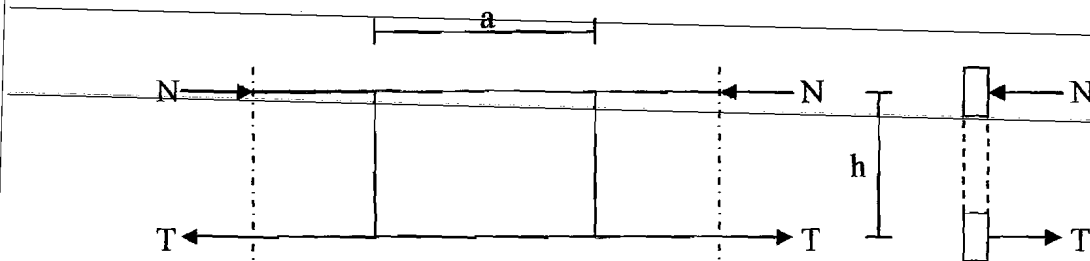
$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \Phi = \frac{M}{EI} \quad (56)$$



Gambar (3.21) Hubungan momen-kelengkungan

3.9 Hipotesa

Rasio jarak batang transversal terhadap tinggi balok *Vierendeel* (a/h) yang bervariasi, berpengaruh cukup besar terhadap kapasitas lentur balok *Vierendeel*. Hubungan rasio a/h dan kapasitas momen lentur ditunjukkan Gambar (3.22)



Gambar (3.22) Gaya-gaya dalam pada balok *Vierendeel*

Dari Gambar (3.22), keseimbangan gaya-gaya dalam $N = T$, memberikan hubungan kopel momen :

$$M = N h = T h$$

Dimana N dan T adalah gaya aksial pada batang tepi balok *Vierendeel* yang disebabkan oleh beban luar P . Dari analisis gaya batang, besarnya nilai N dan T yang ditulis kembali adalah ;

$$T = N = 0,25 \frac{Pa}{h}$$

Sehingga persamaan momen menjadi :

$$M = 0,25 \frac{Pa}{h} h$$

Dari persamaan di atas dapat diketahui, bahwa semakin tinggi rasio a/h momen yang ditahan oleh balok *Vierendeel* adalah semakin besar.