BAB III

LANDASAN TEORI

3.1 Pasar Modal

Ada bermacam-macam pengertian pasar modal, namum pada dasarnya pengertian pasar modal adalah sama. Pasar modal merupakan pasar untuk berbagai instrument keuangan jangka panjang yang bisa diperjual belikan, baik dalam bentuk hutang maupun modal sendiri (Fakhrudin dkk, 2001), dimana terdapat pertemuan antara pihak yang memiliki kelebihan dana dengan pihak yang membutuhkan dana dengan cara memperjualbelikan sekuritas. Dengan demikian, pasar modal juga dapat diartikan sebagai pasar untuk memperjualbelikan sekuritas yang umumnya memiliki umur lebih dari satu tahun, seperti ekuiti (saham) dan surat utang (obligasi). Sedangkan tempat dimana terjadinya jual beli sekuritas disebut dengan bursa efek. Oleh karena itu, bursa efek merupakan arti dari pasar modal secara fisik. Untuk kasus di Indonesia terdapat dua bursa efek yaitu Bursa Efek Jakarta (BEJ) dan Bursa Efek Surabaya (BES) (Tandelilin, 2001).

Pasar modal memiliki peran penting bagi perekonomian suatu negara karena pasar modal menjalankan dua fungsi, yaitu pertama sebagai sarana bagi pendanaan usaha atau sebagai sarana bagi perusahaan untuk mendapatkan dana dari masyarakat pemodal (investor). Dana yang diperoleh dari pasar modal dapat digunakan untuk pengembangan usaha, ekspansi, penambahan modal kerja dan lain-lain, kedua pasar modal menjadi sarana bagi masyarakat untuk berinvestasi pada instrument keuangan seperti saham, obligasi, reksa dana, dan lain-lain. Dengan demikian, masyarakat dapat menempatkan dana yang dimilikinya sesuai dengan karakteristik keuntungan dan risiko masing-masing instrument.

3.2 Saham

Saham merupakan salah satu instrument pasar modal yang paling diminati investor karena semata-mata mengharapkan keuntungan pembagian dividen dan *capital gain.* Dividen adalah suatu keuntungan bersih setelah dikurangi pajak yang diberikan perusahaan penerbit saham kepada para pemegang saham, sedangkan *capital gain* merupakan keuntungan yang diperoleh para investor di pasar modal dari selisih antara harga beli dan harga jual (harga jual > harga beli). Beberapa kasus tertentu, seorang investor membeli saham perusahaan *go-public* hanya bertujuan untuk aktif atau menguasai manajemen perusahaan (Simatupang, 2010). Menurut (Husnan, 2009), saham dapat didefinisikan sebagai tanda penyertaan modal seorang atau sepihak (badan usaha) dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas yang berupa suatu bukti atas suatu aset perusahaan yang berbentuk surat tanda bukti berharga sebagai pernyataan ikut memiliki modal pada suatu perusahaan dimana pemilik surat kertas tersebut berhak memperoleh bagian dari kekayaan dari perusahaan yang menerbitkan sekuritas.

Saham dibagi menjadi dua jenis, yaitu saham biasa *(common stock*) dan saham preferen *(preffered stock*). Saham biasa dimana pemegang saham mewakili kepemilikan di perusahaan sebesar modal yang ditanamkan, dimana pemegangnya diberi hak untuk mengikuti RUPS (Rapat Umum Pemegang Saham) yang mana mempunyai hak mengambil keputusan seperti besar kecilnya dividen yang diterima, pengankatan direksi dan komisaris, menentukan membeli *right issues* (penjualan saham terbatas), dan sebagainya. Sedangkan saham preferen *(preffered stock*) adalah produk campuran antara saham biasa dengan efek pendapatan tetap (Darmadji & Fakhruddin, 2011). Saham preferen mempunyai fitur yang mirip dengan obligasi tanpa adanya masa jatuh tempo. Saham preferen dapat ditarik kembali oleh eminten (penjual saham) atau dapat dikonfersi menjadi saham biasa dengan rasio tertentu.

Saham merupakan jenis investasi yang memiliki potensi tingkat keuntungan dan kerugian lebih besar dibangingkan jenis investasi lainnya. Hal tersebut dikarenakan sulitnya memprediksi pergerakan saham yang cenderung bersifat fluktiatif (Hendarto, 2005). Apabila investor salah melakukan prediksi terhadap harga saham akan menimbulkan kerugian finansial yang signifikan, terlebih jika investor memiliki lembar saham yang cukup banyak pada emiten tersebut. Harga saham sendiri merupakan harga penutupan pasar saham selama periode pengamatan untuk tiap-tiap jenis saham yang dijadikan sampel dan pergerakannnya senantiasa diamati oleh para investor. Menurut (Hartono, 2008), harga saham adalah harga suatu saham yang terjadi di pasar bursa pada saat tertentu yang ditentukan oleh pelaku pasar dan ditentukan oleh permintaan dan penawaran saham yang bersangkutan di pasar modal. Harga saham terbentuk melalui mekanisme permintaan dan penawaran di pasar modal. Apabila suatu saham mengalami kelebihan permintaan, maka harga saham cenderung naik. Sebaliknya, apabila kelebihan penawaran maka harga saham cenderung turun (Sartono, 2008).

Bagi perusahaan yang telah *go-public* atau terbuka (Tbk), tujuan untuk memaksimalisasi nilai perusahaan dapat dicapai dengan cara memaksimalisasi nilai pasar harga saham yang bersangkutan. Dalam jangka panjang, kinerja perusahaan emiten dan pergerakan harga saham umumnya bergerak searah. Meskipun demikian tidak ada saham yang terus menerus naik sebagaimana juga tidak ada saham yang terus menerus turun. Pergerakan harga saham selama jangka waktu tertentu umumnya membentuk suatu pola tertentu (Sawidji, 2008). Dengan demikian pengambilan keputusan selalu didasarkan pada pertimbangan terhadap maksimalisasi kekayaan para pemegang saham. Maksimalisasi kekayaan pemegang saham diterjemahkan menjadi maksimalkan harga saham perusahaan. Harga saham pada satu waktu tertentu akan bergantung pada arus kas yang diharapkan diterima di masa depan oleh investor rata-rata jika investor membeli saham (Brigham & Houston, 2010).

Terdapat beberapa jenis harga saham seperti harga nominal, harga perdana, harga pembukaan (*opening price*), harga pasar (*market price*), dan harga penutupan (*closing price*). Harga nominal dan harga perdana mempunyai keterkaitan sendiri, dimana harga nominal merupakan harga yang tercantum pada lembar saham yang diterbitkan sedangkan harga pendana merupakan harga pada waktu harga saham tersebut dicatat dibursa efek. Harga penawaran umum perdana kepada investor di pasar perdana belum tentu sama dengan harga nominal saham tersebut. Jika harga perdana lebih tinggi dari harga nominal, aka nada selisih yang disebut agio (*premium*), sebaliknya jika harga perdana lebih rendah dari harga nominal, selisih tersebut disebut dengan disagio *(discount*). Harga saham pada pasar perdana biasanya ditetapkan oleh penjamin emisi (*underwrite*) dan emiten.

Selanjutnya harga pembukaan (*opening price*) merupakan harga saham yang berlaku saat pasar saham dibuka pada hari itu, yaitu sejak pagi jam 9:00 WIB dan bursa saham akan ditutup pada sore hari tepat jam 16:00 WIB. Saat bursa tutup, harga pasar saham yang saat itu sedang berlaku yang ditentukan oleh permintaan-penawaran di lantai bursa (*market price*) akan menjadi harga penutupan untuk hari itu. Harga penutupan (*closing price*) hari itu akan menjadi acuan harga pembukaan untuk keesokan harinya.

3.3 *Return* (Imbas Hasil)

Kegiatan menunda konsumsi atau penggunaan sejumlah dana pada masa sekarang dengan tujuan mendapatkan keuntungan di masa mendatang biasa dikenal sebagai investasi. Dengan demikian, ditekankan bahwa kegiatan investasi memerlukan dana, pengorbanan waktu dan pikiran dengan harapan akan memperoleh keuntungan (*return*). *Return* merupakan salah satu faktor yang memotivasi investor berinvestasi atau berinteraksi dan juga merupakan imbalan atas keberanian investor menanggung risiko atau investasi. Dalam artian lebih sederhana, *return* adalah keuntungan yang diperoleh investor dari dana yang ditanamkan pada suatu investasi. Terdapat dua *return* yaitu *return* aritmatik dan *return* geometrik. *Return* aritmatik biasa disebut sebagai rata-rata hilang. Metode ini digunakan apabila data berkala menunjukkan julah penambahan yang relatif sama setiap tahun sedangkan *return* geometrik lebih tepat digunakan untuk kinerja masa lalu, apabila dana yang diinvestasikan berubah-ubah karena ada penambahan atau pengembalian. Untuk menghitung nilai *return* geometrik pada satu sekuritas digunakan rumus sebagai berikut (Primandari, 2015).

$$R_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \tag{2.1}$$

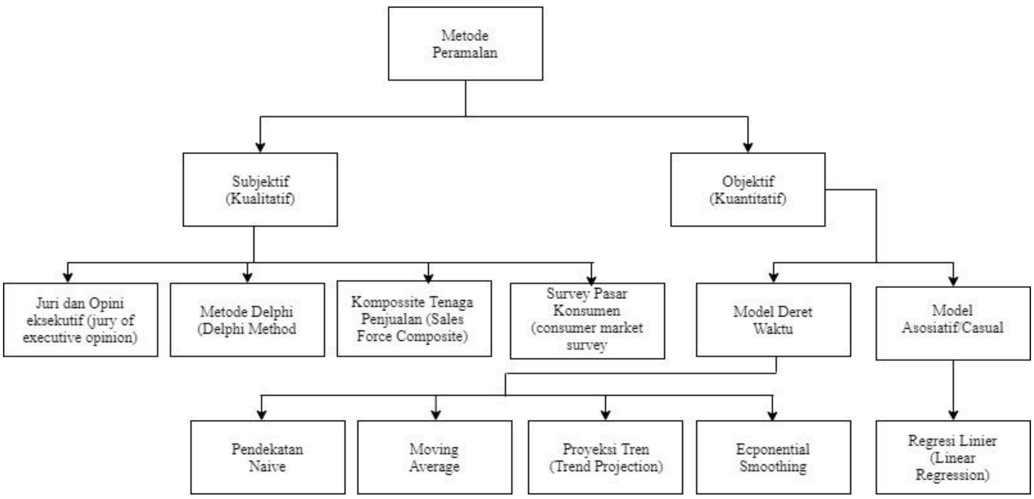
dimana R merupakan *return* saham, P_t merupakan harga saham pada saat t dan P_{t-1} adalah harga saham pada saat $t-1$. *Rate of return* berbentuk persentase (%), maka untuk mengubah *return* menjadi *rate of return* adalah dengan menjadikan persamaan (2.1) menjadi bentuk persentase.

3.4 Peramalan

Peramalan merupakan perhitungan objektif yang bertujuan untuk memanfaatkan data masa lalu untuk menentukan suatu kejadian di masa mendatang (Whitten dkk, 2007). Metode peramalan merupakan suatu cara untuk memperoleh gambaran mengenai sesuatu yang akan terjadi di masa mendatang, dimana gambaran di masa mendatang tersebut digunakan untuk dasar dalam membuat perencanaan. Menurut (Heizer & Render, 2011), peramalan merupakan seni dan ilmu dalam mempredksi kejadian di masa yang akan datang dengan melibatkan pengambilan data historis (masa lampau) yang kemudian diproyeksikannya ke masa mendatang dengan pendekatan model yang sistematis.

Secara sederhana, peramalan adalah suatu kegiatan memperkirakan atau memprediksi apa yang terjadi pada waktu yang akan datang dengan selalu memerlukan data-data dari masa lalu sehingga kemungkinan terjadinya peristiwa-peristiwa yang tidak sesuai dengan tujuan yang diharapkan diikuti dengan kesiapan untuk mengantisipasinya. Peramalan menjadi sangat penting karena penyusunan suatu rencana diantaranya didasarkan pada suatu proyeksi atau peramalan.

Pada dasarnya, semua metode peramalan memiliki ide yang sama, yaitu menggunakan data historis untuk memperkirakan atau memproyeksikan data di masa yang akan datang. Berdasarkan tekniknya, metode peramalan dapat dikategorikan ke dalam metode kualitatif dan kuantitatif.



(Heizer & Render, 2011)

Gambar 3.1 Metode Peramalan Menurut Jay Heizer dan Berry Render

Kegunaan peramalan terlihat pada saat pengambilan keputusan. Keputusan yang baik adalah keputusan yang didasarkan atas pertimbangan – pertimbangan yang akan terjadi pada waktu keputusan itu dilaksanakan.

Keberhasilan dari suatu peramalan sangat ditentukan oleh:

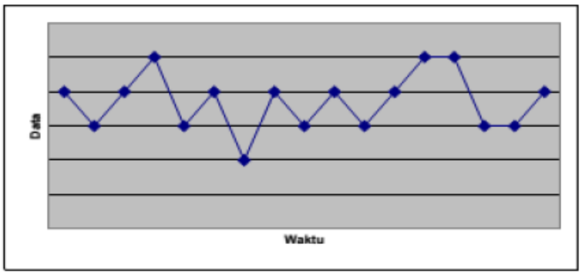
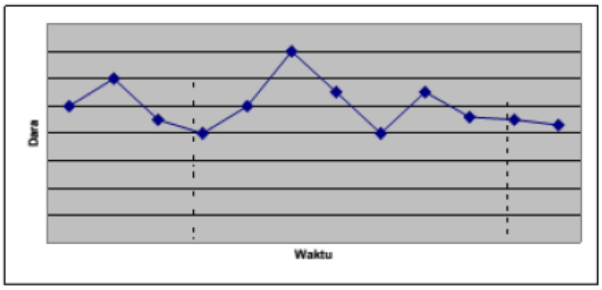
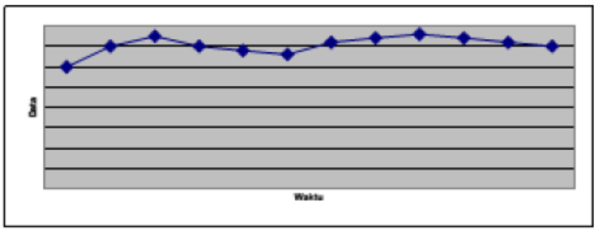
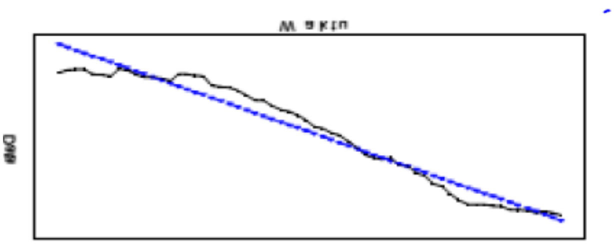
a. Pengetahuan teknik tentang pengumpulan informasi (data) masa lalu, data ataupun informasi tersebut bersifat kuantitatif
b. Teknik dan metode yang tetap dan sesuai dengan pola data yang telah dikumpulkan.

Peramalan yang dibuat selalu diupayakan agar dapat meminimumkan pengaruh ketidakpastian terhadap sebuah permasalahan. Dengan kata lain peramalan bertujuan mendapatkan suatu ramalan yang bisa meminimumkan kesalahan meramal (*forecast error*) yang biasanya diukur dengan *Mean Square Error* (MSE), *Mean Absolute Error* (MAE), *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), dan sebagainya (Djarwanto & Subagyo, 2002). Ketepatan penelitian merupakan hal yang penting, walaupun demikian perlu diketahui bahwa suatu ramalan selalu ada unsur kesalahannya, sehingga yang perlu diperhatikan adalah usaha untuk memperkecil kesalahan dari ramalan tersebut (Umarrazi & Nurdin, 2016).

3.5 Analisis Runtun Waktu

Data *time series* atau data runtun waktu adalah sekumpulan data pada satu periode tertentu. Data *time series* merupakan suatu representasi dari realisasi data masa lampu yang digunakan untuk meramalkan masa depan, yang artinya diharapkan data *time series* dapat memberikan penjelasan kejadian di masa mendatang berdasarkan informasi yang ada pada masa lampau. Dalam mewujudkan gambaran penjelasan dibutuhkan suatu model matematik yang merepresentasikan proses terjadinya data *time series* tersebut yang kemudian model tersebut digunakan untuk membuat suatu ramalan tentang masa depan. Pada kehidupan sehari-hari, sering ditemukan keterbatasan informasi masa lampau sehingga menjadi salah satu penghalang dalam membuat model yang dapat menberikan pernyataan masa lalu secara tepat. Oleh karena itu, biasanya yang dilakukan hanyalah membuat model yang dekat dengan model sebenarnya. Sering kali pendekatan ini berdasarkan pada pengamatan terhadap data *time series*. Terdapat empat macam tipe pola data *time series* menurut (Hanke & Wichern, 2005) yaitu sebagai berikut.

Tabel 3.1 Pola Data *time series* Menurut Hanke & Wichern

Definisi/Pola Data	**Grafik**
Pola Horisontal (H): pola horisontal terjadi apabila nilai data berfluktiasi disekitar nilai rata-rata yang konstan.	
Pola Musiman (S): pola musiman terjadi apabila nilai data dipengaruhi oleh faktor musiman (misalnya kuartal, bulanan, mingguan) dimana puncak dan lembah berulang dalam interval yang konsisten	
Pola Siklis (C): pola siklis terjadi apabila data dipengaruhi fluktiasi ekonomi jangka panjang, berulang dalam interval yang tidak sama.	
Pola Trend (T): pola trend terjadi apabila terdapat kecenderungan data naik atau turun.	

(Hanke & Wichern, 2005)

3.6 *Single Moving Average* (SMA)

Rata-rata bergerak *(moving average*) untuk t periode adalah rata-rata dari k data terbaru, dimana nilai konstan k ditentukan di awal ketika melakukan peramalan. Semakin kecil nilai k, berarti semakin besar bobot yang diberikan pada data terbaru, sebaliknya semakin besar nilai k, berarti semakin kecil bobot yang diberikan pada data terbaru. Dalam menentukan nilai k, nilai k yang besar digunakan ketika terdapat fluktuasi yang lebar dan jarang dalam suatu data, sedangkan k yang kecil digunakan ketika terdapat pergerakan tiba-tiba pada suatu data, dengan kata lain data cukup berfluktuatif.

Metode peramalan *Single Moving Average* (SMA) merupakan pengembangkan dari metode rata-rata yang menggunakan sejumlah data aktual permintaan yang baru untuk membangkitkan nilai ramalan dimasa yang akan datang. Metode ini akan efektif diterapkan apabila kita dapat mengasumsikan permintaan akan tetap stabil sepanjang waktu (Gasperz, 2005). Metode ini dapat disimbolkan dengan $MA(k)$ dimana k adalah orde yang digunakan. Metode SMA memerlukan data historis dalam jangka waktu tertentu, dimana semakin panjang *moving average* akan menghasilkan *moving average* yang semakin halus. Dalam metode SMA, bobot yang sama diberikan pada setiap data yang digunakan dalam perataan. Suatu *moving average* dengan order k, $MA(k)$ adalah nilai k data berurutan seperti berikut (Makridakis dkk, 2003).

$$F_t = \hat{x}_t = \frac{1}{k}\sum_{i=t-k}^{t} x_i$$

$$F_t = \frac{\left(x_{t-1} + x_{t-2} + x_{t-3} + \ldots + x_{t-k}\right)}{k} \qquad (2.2)$$

maka untuk F_{t+1},

$$F_{t+1} = \hat{x}_{t+1} = \frac{1}{k}\sum_{i=t-k+1}^{t} x_i$$

$$F_{t+1} = \frac{\left(x_t + x_{t-1} + x_{t-2} + \ldots + x_{t-k+1}\right)}{k} \qquad (2.3)$$

dengan F_t adalah peramalan untuk periode t, F_{t+1} adalah peramalan untuk periode $t+1$, x_i adalah data ke-i, n merupakan jangka waktu atau banyaknya periode ynag dirata-ratakan, dan k adalah jumlah periode *moving average*.

3.7 *Weighted Moving Average* (WMA)

Metode peramalan *Weighted Moving Average* (WMA) merupakan pengembangan dari metode *moving average* dengan tambahan bobot-bobot dalam perhitungan. WMA atau rata-rata tertimbang adalah rata-rata yang dihitung dengan memberikan nilai-nilai dalam kumpulan data yang lebih dipengaruhi menurut atribut data dimana perhitungan rata-rata dilakukan dengan pemberian bobot. Secara sederhana, WMA merupakan rata-rata bergerak yang diberikan bobot pada masing-masing data (Aritonang, 2002). Penetapan bobot bersifat subjektif, tergantung pada pengalaman dan opini analis data, misalnya apakah observasi yang terakhir lebih besar peluang pembobotannya atau sebaliknya. Apabila peluang pembobotannya lebih besar pada observasi yang terakhir, maka *weighted factor* akan lebih besar pada periode akhir dibangkan periode awal. Semakin panjang periode yang ditetapkan, maka semakin besar pula pembobotan yang diberikan kepada data yang terbaru. Jumlah peluang pembobotannya adalah sama dengan satu (Eris dkk, 2014). Adapun rumus yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$WMA_{t+1} = \frac{kX_t + (k-1)X_{t-1} + \ldots + X_{t-(n-1)}}{k + (k-1) + \ldots + 1} \tag{2.4}$$

dengan k banyaknya periode atau rentang bilangan peramalan, X_t nilai data deret waktu pada titik t.

3.8 *Exponential Moving Average* (EMA)

Pemberian bobot pada *Exponential Moving Average* (EMA) sama halnya seperti pada metode WMA yaitu dengan melibatkan periode atau faktor pembobotan untuk setiap nilai dalam seri data berdasarkan urutan waktunya. Seperti halnya WMA, pada EMA, pembobotan untuk setiap titik data yang lebih lama menurun secara eksponensial, jadi tidak pernah mencapai nol. Persamaan EMA adalah sebagai berikut (Makridakis dkk, 2003).

$$\begin{aligned} F_t &= \alpha X_t + (1-\alpha) F_{t-1} \\ &= \alpha X_t + (1-\alpha)\left[\alpha X_{t-1} + (1-\alpha) F_{t-2}\right] \\ &= \alpha X_t + \alpha(1-\alpha) X_{t-1} + (1-\alpha)^2 F_{t-2} \end{aligned} \quad (2.5)$$

maka untuk F_{t+1},

$$F_{t+1} = \frac{2}{(k+1)} X_{t-1} + \left(1 - \left(\frac{2}{k+1}\right)\right) F_t \quad (2.6)$$

dengan k merupakan panjang periode peramalan pada EMA, dimana nilai awal EMA diambil dari nilai MA sederhana. Dengan kata lain, nilai peramalan satu periode ke depan, sama dengan nilai peramalan periode sebelumnya.

3.9 *Weighted Exponential Moving Average* (WEMA)

Dalam penelitian oleh Hansun (2013), dikenalkan pendekatan baru dari *moving average* dalam analisis runtun waktu dengan menggabungkan faktor pembobotan untuk WMA dan EMA. Pendekatan metode baru ini dikenal sebagai *Weighted Exponential Moving Average* (WEMA). Dalam melakukan perhitungan metode WEMA diawali dengan menggunakan rumus WMA untuk mendapatkan nilai prediksi baru untuk data titik waktu tertentu dengan melakukan inisialisasi sebagai nilai dasar yang dapat disimbolkan dengan (H_t). Kemudian, nilai baru akan digunakan sebagai nilai dasar untuk menghitung dengan faktor pembobotan EMA. Berikut ini adalah proses atau prosedur dalam perhitungan WEMA (Hansun, 2013).

1. Menghitung nilai inisialisasi nilai dasar (H_t) dengan menggunakan persamaan WMA pada (2.4) untuk data dan periode waktu tertentu.
2. Dengan menggunakan nilai dasar yang diperoleh, selanjutkan menghitung nilai peramalan dengan mengadopsi persamaan dari metode EMA seperti berikut.

$$WEMA_{t+1} = \alpha X_t + (1-\alpha) H_t \quad (2.7)$$

dimana X_t adalah nilai pada periode waktu, H_t adalah nilai dasar untuk jangka waktu t, dan α adalah nilai parameter dimana dalam persamaan (2.6).

3.10 *Single Exponential Smoothing* (SES)

Metode pemulusan yang paling sederhana adalah *Single Exponential Smoothing* (SES), dimana hanya terdapat satu parameter yang perlu dietimasi. Metode ini memberikan bobot *Exponential Moving Average* (EMA) untuk semua data historis. Metode ini tepat digunakan untuk data yang tidak mengandung *tren* ekstrim dan biasanya untuk peramalan satu periode kedepan. Tujuannya adalah untuk mengestimasi level terkini dan menggunakannya untuk peramalan nilai ke depan. Persamaan SES dapat dituliskan sebagai berikut (Makridakis dkk, 2003).

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1-\alpha) F_t \tag{2.8}$$

dimana F_{t+1} merupakan peramalan pada satu periode berikutnya, α adalah konstanta pemulusan, X_t merupakan data atau observasi ke-*t* dan F_t adalah data pada periode ke-t. Peramalan F_{t+1} berdasarkan pada pembobotan pada data terbaru X_t dengan bobot sebesar α, dan pembobotan peramalan terkini F_t dengan bobot sebesar 1-α.

Jika proses subtitusi ini berulang dengan mengganti F_{t-1} oleh komponennya, F_{t-2} oleh komponennya, dan seterusnya, maka hasilnya adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} F_{t+1} &= \alpha X_t + (1-\alpha) F_t \\ &= \alpha X_t + (1-\alpha)\left[\alpha X_{t-1} + (1-\alpha) F_{t-1}\right] \\ &= \alpha X_t + \alpha(1-\alpha) X_{t-1} + (1-\alpha)^2 F_{t-1} \\ &= \alpha X_t + \alpha(1-\alpha) X_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 F_{t-2} \end{aligned} \tag{2.9}$$

Oleh karena itu, F_{t+1} adalah pembobotan *moving average* dari semua data historis. Ketika *t* semakin besar, nilai $(1-\alpha)^t$ akan semakin kecil. Dengan demikian

F_1 akan memberikan kontribusi yang semakin kecil. Dikarenakan F_1 belum diketahui, maka dapat dilakukan *initial value,* untuk data awal yang cukup fluktuatif dapat dilakukan dengan menetapkan peramalan pertama sama dengan data/observasi pertama, $F_1 = y_1$. Kemudian untuk data awal yang cukup konstan atau dalam artian tidak terlalu banyak pergerakan, dapat menggunakan rata-rata dari lima atau enam data pertama sebagai peramalan pertama $F_1 = MA(5)$ atau $F_1 = MA(6)$.

Persamaan *exponential smoothing* dapat ditulis ulang dalam bentuk yang menguraikan peran faktor pembobot α sebagai berikut.

$$F_{t+1} = F_t + \alpha\left(X_t - F_t\right) \tag{2.9}$$

Peramalan *exponential smoothing* adalah peramalan sebelumnya (F_t) dengan penambahan *adjustment* untuk galat yang terjadi di peramalan sebelumnya.

Besaran nilai α berada diantara 0 dan 1, dalam artian α tidak boleh sama dengan 0 atau 1. Dalam memilih besaran α, jika menginginkan peramalan yang stabil dengan pemulusan random, maka menggunakan nilai α yang kecil untuk data tidak terlalu berfluktuatif, sedangkan jika diinginkan respon yang cepat terhadap perubahan data, maka menggunakan nilai α yang besar untuk data cukup berfluktuatif. Untuk menentukan nilai α yang tepat dalam peramalan salah satunya dapat dilakukan *trial and error*, yaitu untuk mengestimasi nilai α dengan melakukan percobaan untuk α dengan nilai 0.1, 0.2, 0.3, …, 0.9, kemudian nilai α dengan MSE terkecil dipilih untuk melakukan peramalan berikutnya.

3.11 *Brown's Double Exponential Smoothing* (B-DES)

Brown's Double Exponential Smoothing (B-DES) sama dengan *Brown's Linear Exponential Smoothing* yang dikemukakan oleh Brown (Makridakis dkk, 2003). Teori dasar dari B-DES mirip dengan *Double Moving Average* dimana kedua nilai *Single Smoothing* dan *Double Smoothing* tertinggl dari data yang sebenernya dimana terdapat *trend*. Perbedaan antara metode *smoothing* adalah dengan adanya nilai atau parameter pemulusan yang dapat memperbaiki *trend* yang ada (Xiochen, 2013). Dengan demikian, pemulusan dengan metode ini memerlukan satu konstanta pemulusan (parameter *alpha*) yang nilainya sangat mempengaruhi hasil peramalan. Persamaan yang dipakai dalam metode Brown adalah sebagai berikut (Makridakis dkk, 2003).

Persamaan statistik *smoothing* tunggal *(single*):

$$S_t^{'} = \alpha X_t + (1-\alpha) S_{t-1}^{'} \tag{2.10}$$

Persamaan statistik *smoothing* ganda *(double*):

$$S_t^{''} = \alpha S_t^{'} + (1-\alpha) S_{t-1}^{''} \tag{2.11}$$

Selanjutnya, peramalan untuk X_{t+m}, untuk $m > 1$,

$$F_{t+m} = a_t + b_t m \tag{2.12}$$

dengan a_t nilai pemulusan eksponensial tunggal dan ganda pada saat t, dan b_t nilai pemulusan *trend* pada saat t,

$$a_t = S_t^{'} + \left(S_t^{'} - S_t^{''}\right) = 2S_t^{'} - S_T^{''} \tag{2.13}$$

$$b = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(S_t^{'} - S_t^{''}\right) \tag{2.14}$$

Penggunaan rumus yang ada diharuskan adanya nilai $S_{t-1}^{'}$ dan $S_{t-1}^{''}$. Akan tetapi, pada saat $t = 1$ nilai-nilai tersebut tidak tersedia. Karena nilai ini harus ditentukan pada awal periode, untuk mengatasi masalah ini dapat dilakukan dengan menetapkan $S_1^{'}$ dan $S_1^{''}$ sama dengan nilai X_1 (data aktual) (Makridakis dkk, 2003) ataupun dengan melakukan inialisasi.

3.12 *Brown's Weighted Exponential Smoothing* (B-WEMA)

Brown's Weighted Exponential Smoothing (B-WEMA) sangat mirip dengan metode *Weighted Exponential Moving Average* (WEMA). Dimana perbedaan utama adalah pada metode yang digunakan. Dalam (Hansun, 2013), WEMA menggabungkan metode *Weighted Moving Average* (WMA) dan *Exponential Moving Average* (EMA), sementara dalam B-WEMA menggabungkan WMA dengan *Brown's Double Exponential Smoothing* (B-DES) yang merupakan pengembangan dari EMA. Berikut ini adalah proses atau prosedur dalam perhitungan B-WEMA (Hansun, 2016):

1. Menghitung nilai dasar (B_t) dengan menggunakan persamaan WMA pada (2.4) untuk data dan periode waktu tertentu.
2. Dengan menggunakan nilai dasar yang diperoleh, selanjutkan menghitung nilai peramalan dengan persamaan (2.10) sampai dengan persamaan (2.14), dimana

$$S'_{t-1} = S''_{t-1} = B_t \tag{2.15}$$

3.13 Ukuran Kesalahan

Menghitung kesalahan peramalan atau mengukur kesesuaian suatu metode peramalan diperlukan suatu ukuran yang disebut dengan ukuran kesalahan. Menurut (Heizer & Render, 2009) ada beberapa perhitungan yang biasa dipergunakan untuk menghiutng kesalahan peramalan *(forecast error*) total. Perhitungan ini dapat dipergunakan untuk membandingkan model peramalan yang berbeda, juga untuk mengawasi peramalan, untuk memastikan peramalan berjalan dengan baik. Model-model atau metode peramalan yang dilakukan kemudian divalidasi menggunakan sejumlah ukuran standar. Salah satu ukuran standar yang digunakan dalam menentukan akurasi peramalan adalah *Mean Squared Error* (MSE), yang dirumuskan sebagai berikut (Makridakis dkk, 2003):

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{x}_i)^2 \tag{2.16}$$

dengan n adalah banyaknya data nilai kesalahan, x_i adalah nilai data aktual dan $\hat{x}_i$ adalah nilai peramalan/prediksi.

Dapat dibuktikan secara matematis bahwa estimator yang meminimalkan MSE pada himpunan data random adalah *mean,*

$$\begin{aligned}
MinimumMSE \quad = \quad \frac{d}{da}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - a\right)^2 &= 0 \\
-2\sum\left(x_i - a\right) &= 0 \\
\sum x_i - \sum a &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum x_i &= \sum a \\ \sum x_i &= n \cdot a \\ a &= \frac{\sum x_i}{n} \\ a &= \bar{x} \end{aligned} \tag{2.17}$$

MSE sangat baik dalam memberikan gambaran terhadap seberapa konsisten model yang dibangun. Dengan meminimalkan nilai MSE, berarti meminimalkan varian model. Model yang memiliki varian kecil mampu memberikan hasil yang relatif lebih konsisten untuk seluruh data input dibandingkan dengan model dengan varian besar (MSE besar).

Mengukur akurasi menggunakan MSE terdapat dua kelemahan, pertama akuran ini menunjukkan kecocokan suatu model data historis. Sebagai ilustrasi, untuk meminimalkan MSE dalam pencocokan kurva, cukuplah digunakan polynomial berderajat tinggi. Namun, penggunaan polynomial derajat tinggi akan membuat model terlalu sensitif sehingga ketika digunakan untuk peramalan akan mengakibatkan galat yang besar (Primandari, 2016). Kedua, MSE tidak memperdulikan prosedur pada metode peramalan. Dalam artian, setiap peramalan memiliki prosedur yang berbeda, maka menggunakan MSE saja akan mengabaikan perbedaan antar metode tersebut (Makridakis dkk, 2003).

Oleh karena kelemahan yang ada pada MSE tersebut, terdapat ukuran alternatif lainnya yaitu salah satunya adalah *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yang merupakan ukuran galat realtif terhadap data aktualnya. MAPE menyatakan persentase kesalahan hasil peramalan terhadap permintaan aktual selama periode tertentu yang akan memberikan informasi persentase kesalahan terlalu tinggi atau terlalu rendah. Secara matematis, MAPE dinyatakan sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{|x_i - \hat{x}_i|}{x_i} \times 100\% \tag{2.18}$$

dengan $|\cdot|$ merupakan nilai mutlak dari argumennya. MAPE merupakan ukuran kesalahan yang membandingkan simpangan peramalan dengan data aktualnya.

Ukuran ini menunjukkan nilai persentase simpangan tersebut. Kemampuan peramalan sangat baik jika memiliki nilai MAPE kurang dari 10% dan mempunyai kemampuan peramalan yang baik jika nilai MAPE kurang dari 20% (Kristien & Sofian, 2015).

Ketepatan ramalan adalah salah satu hal penting untuk peramalan, yaitu bagaimana mengukur kesesuaian antara data yang sudah ada dengan data peramalan. Dalam memilih model atau metode *forecasting* yang tepat, terdapat beberapa pendapat dari para ahli, seperti menurut (Gasperz, 2005) menyatakan bahwa akurasi peramalan akan semakin tinggi jika apabila nilai-nilai MAD, MSE, dan MAPE semakin kecil. Menurut (Santoso, 2009), suatu proses perubahan yang dapat diketahui dengan cepat akan memberikan hasil *forecast* yang mendekati kenyataan, akan tetapi sering kali proses perubahan ssulit diketahui. Maka hasil peramalan yang mendekati kenyataan dapat dilihat berdasarkan kesalahan (*error*) minimal dari metode tersebut. Hasil ramalan biasanya memiliki nilai MAD dan MSE terkecil dapat dikatakan merupakan ramalan yang akurat.

3.14 *Levenberg-Marquardt* (LM)

Optimasi parameter pemulusan *alpha* (α) dengan algoritma *Levenberg-Marquardt* (LM) dapat dilakukan dengan bantuan *package* yang tersedia pada *software* R, dimana *package* dalam R yang digunakan untuk optimasi adalah *library* (minpack.lm). Pada *library* (*minpack.lm*) terdapat beberapa *function* untuk melakukan optimasi, salah satu *function* yang ada adalah “nls.lm” dimana *function* ini melakukan optimasi menggunakan metode Levenberg-Marquardt (LM).

Cara kerja optimasi LM dalam R adalah dengan memasukkan nilai parameter *alpha* awal sembarang yang akan dioptimasi, diikuti dengan fungsi objektif yang telah dihitung sebelumnya dalam *function* masing-masing metode peramalan yang telah dibuat secara manual. Metode ini memiliki langkah-langkah yang bertujuan supaya nilai fungsi objektif yang akan diminimumkan mengalami penurunan pada iterasi selanjutnya. Fungsi objektif sendiri merupakan fungsi yang berisi perhitungan nilai *error* untuk masing-masing metode peramalan baik MSE ataupun MAPE. Hasil dari nilai parameter *alpha* yang dioptimasi ini akan mendapatkan hasil peramalan optimal dengan nilai MSE maupun MAPE yang lebih kecil. Pada dasarnya setiap iterasi terdiri dari tahap menentukan arah turun (*descent direction*) dan panjang langkah yang akan memberikan penurunan yang baik terhadap nilai fungsi objektif (Budiasih, 2009).

Metode LM merupakan salah satu metode optimasi untuk menyelesaikan masalah kuadrat terkecil yang didasarkan pada metode Gauss-Newton. Pada metode LM, arah turun ditentukan dengan mempertimbangkan parameter damping yang akan mempengaruhi arah dan juga besar langkah.

Secara umum, algoritma LM meminimalkan residual kuadrat terboboti. Dimana nilai residual tersebut disebut dengan kriteria galat *chi-square* atau dalam artian yang sederhana dengan memperkecil fungsi *chi-square*, yaitu (Gavin, 2017):

$$\chi^2(p) = \sum_{i=1}^{m}\left[\frac{x(t_i) - \hat{x}(t_i;p)^2}{w_i}\right]$$

$$= x^T Wx - 2x^T Wx + \hat{x}^T W\hat{x} \qquad (2.19)$$

dengan nilai w_i adalah ukuran bobot setiap galat dari $x(t_i)$. Sementara matriks W adalah matriks diagonal dengan $W_{ii} = 1/w_i^2$. Apabila residual merupakaan rataan dari galat kuadrat $(x-\hat{x})^2$, maka bobotnya senilai $W_{ii} = 1/(\sqrt{n})^2$. Jika fungsi $\hat{x}(t;p)$ non linier, maka meminimalkan nilai χ^2 dilakukan secara iteratif. Tujuan dari setiap iterasi adalah menentukan perubahan h pada p parameter yang dapat mengurangi nilai χ^2.

Pada metode *Gradient Decscent*, niali gradient dari fungsi objektif chi-kuadrat didefinisikan sebagai berikut.

$$\frac{\partial}{\partial p}\chi^2 = -(y-\hat{y})^T W\left[\frac{\partial \hat{y}(p)}{\partial p}\right]$$

$$= -(y-\hat{y})^T WJ \qquad (2.20)$$

dimana matriks Jacobian $m \times n$ yaitu $[\partial\hat{y}/\partial p]$ mewakili sensitivitas lokal dari fungsi $\hat{y}(t;p)$ terhadap p parameter. Pembaharuan parameter h yang semakil mengecilkan nilai χ^2 adalah.

$$h_{gd} = \alpha JW(y-\hat{y}) \qquad (2.21)$$

dimana nilai skalar positif (α) menunjukkan besaran langkah pada metode *Gradient Descent.* Sementara itu, nilai pembaharuan parameter (h) pada metode *Gauss-Newton* adalah sebagai berikut.

$$\left[J^T WJ\right]h_{gd} = J^T W\left(y - \hat{y}\right) \tag{2.22}$$

Pembaharuan parameter dari algoritma LM dikatakan mengadopsi metode *gradient decent* dan Gauss-Newton. Adapun h pada LM adalah sebagai berikut (Gavin, 2017).

$$\left[J^T WJ + \lambda I\right]h_{lm} = J^T W(y - \hat{y}) \tag{2.23}$$

dengan nilai parameter λ menentukan pergerakan dari pembaharuan parameter, J adalah matriks jacobian $[\partial\hat{y} / \partial p]$.

Dalam iterasi ke-i, langkah h dievaluasi dengan membandingkan $\chi^2(p)$ dengan $\chi^2(p+h)$. Langkah tersebut akan diterima jika metrik ρ_i lebih besar daripada ambang yang telah ditentukan sebelumnya $\varepsilon > 0$. Metrik ini mengukur kenaikan aktual dari χ^2 sebagai pembanding kenaikan dari pembaharuan LM.

$$\rho_i = \frac{\chi^2\left(p\right) - \chi^2\left(p + h_{lm}\right)}{\left(y - \hat{y}\right)\left(y - \hat{y}\right) - \left(y - \hat{y} - Jh_{lm}\right)^T\left(y - \hat{y} - Jh_{lm}\right)}$$

$$= \frac{\chi^2\left(p\right) - \chi^2\left(p + h_{lm}\right)}{h_{lm}^T\left(\lambda_i h_{lm} + J^T W\left(y - \hat{y}\left(p\right)\right)\right)} \tag{2.24}$$

Jika iterasi $\rho_i(h_{lm})$ melebihi ambang, berarti $p+h$ lebih baik daripada p, kemudian p digantikan dengan $p+h$, dan λ dikurangi dengan suatu faktor. Sebaliknya, jika λ meningkat oleh suatu faktor, algoritma akan memproses ke iterasi selanjunya (Primandari A. H., 2016).