

**MODEL ANTRIAN *MULTI CHANNEL SINGLE PHASE* DENGAN LAJU
LAYANAN HETEROGEN UNTUK ANALISIS EVALUASI KINERJA
KETERLAMBATAN DAN KEBERANGKATAN KAPAL**

(Studi Kasus : Kedatangan dan Keberangkatan Kapal di PT Bukit Asam (Persero)
Tbk Bandar Lampung pada tahun 2016

TUGAS AKHIR



Farid Fathoni

13 611 107

**JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA
YOGYAKARTA
2018**

**MODEL ANTRIAN *MULTI CHANNEL SINGLE PHASE* DENGAN LAJU
LAYANAN HETEROGEN UNTUK ANALISIS EVALUASI KINERJA
KETERLAMBATAN DAN KEBERANGKATAN KAPAL**

(Studi Kasus : Kedatangan dan Keberangkatan Kapal di PT Bukit Asam (Persero)
Tbk Bandar Lampung pada tahun 2016

TUGAS AKHIR

**Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar Sarjana
Jurusan Statistika**



Farid Fathoni

13 611 107

**JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA
YOGYAKARTA**

2018

HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING

TUGAS AKHIR

Judul : Model Antrian *Multi Channel Single Phase* dengan Laju Layanan Heterogen untuk Analisis Evaluasi Kinerja Keterlambatan dan Keberangkatan Kapal. (Studi Kasus: Kedatangan dan Keberangkatan Kapal di PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung pada tahun 2016)

Nama Mahasiswa

: Farid Fathoni

Nomor Mahasiswa

: 13 611 107

**TUGAS AKHIR INI TELAH DIPERIKSA DAN DISETUJUI UNTUK
DIUJIKAN**

Yogyakarta, 23 Juli 2018

البعثة الإسلامية
Pembimbing



(Atina Ahdika, S.Si., M.Si.)

HALAMAN PENGESAHAN

TUGAS AKHIR

**MODEL ANTRIAN MULTI CHANNEL SINGLE PHASE DENGAN LAJU
LAYANAN HETEROGEN UNTUK ANALISIS EVALUASI KINERJA
KETERLAMBATAN DAN KEBERANGKATAN KAPAL**

(Studi Kasus : Kedatangan dan Keberangkatan Kapal di PT Bukit Asam (Persero)
Tbk Bandar Lampung pada tahun 2016)

Nama Mahasiswa : Farid Fathoni

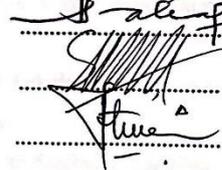
Nomor Mahasiswa : 14 611 107

**TUGAS AKHIR INI TELAH DIUJIKAN
PADA TANGGAL 16 AGUSTUS 2018**

Nama Penguji

1. Ir. Ali Parkhan, M.T.
2. Muhammad Hasan Sidiq Kurniawan, S.Si., M.Sc.
3. Atina Ahdika S.Si., M.Si

Tanda Tangan



Mengetahui,
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Prof. Riyanto, S.Pd., M.Si., Ph.D.

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaihiukum Warahmatullaahi Wabarakatatuh

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya berupa keimanan, kekuatan, kesabaran, kelancaran serta keselamatan sehingga penyusunan tugas akhir telah terselesaikan. Shalawat serta salam tercurahkan kepada junjungan nabi besar Muhammad SAW beserta kerabat dan para sahabat serta para pengikutnya hingga akhir zaman.

Tugas akhir ini tersusun sebagai salah satu proses pembelajaran yang telah ditempuh dari awal hingga akhir perkuliahan di Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia. Tugas Akhir ini berisi tentang **Model Antrian Multi Channel Single Phase dengan Laju Layanan Heterogen Untuk Analisis Evaluasi Kinerja Keterlambatan dan Keberangkatan Kapal (Studi Kasus : Kedatangan dan Keberangkatan Kapal di PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung pada tahun 2016)**.

Selama proses penyusunan tugas akhir, penulis mendapatkan bimbingan dan dukungan dari berbagai pihak. Untuk itu pada kesempatan ini penulis bermaksud menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Bapak Fathul Wahid, S.T., M.Sc., Ph.D., selaku rektor Universitas Islam Indonesia
2. Bapak Prof. Riyanto, S.Pd., M.Si., Ph.D., selaku dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia.
3. Bapak Dr. Edy Widodo, S.Si., M.Si., selaku ketua Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia.
4. Ibu Atina Ahdika S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing yang selalu sabar, mengingatkan, membantu, dan membimbing penulis sehingga bisa menyelesaikan tugas akhir.
5. Dosen-Dosen Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam yang telah memberikan ilmu kepada penulis.

6. Aripin Adil selaku Bapak, Ety Komariah selaku ibu, Maulana Aripin selaku kakak pertama dan Rahmadani Noer Huda selaku adik, beserta keluarga besar yang telah mendoakan dan memberikan semangat terus menurus demi kelancaran menyelesaikan skripsi ini.
7. Putri Auliana Rifqi Mukhlashin yang selalu sabar menghadapi penulis, mengingatkan, menceramahi, dan membantu penulis untuk menyelesaikan tugas akhir. Semoga apa yang telah dilakukan mendapatkan balasan dari Allah SWT dan semoga kita selalu bersama.
8. Sahabat teman seperjuangan dari awal kuliah sampai akhir kuliah “SYC” Muhammad Mirza Fariz S.Stat, Rafendra Aditya Putra S.Stat, Muhammad Irfan Chandra S.Stat, Lazuardi Dwi Imawan S.Stat, Vandanu Aditya Putra S.Stat yang selalu mengingtkan untuk menyelesaikan tugas akhir agar bisa melanjutkan ke jenjang yang lebih tinggi. Semoga persahabatan ini tidak akan pernah putus.
9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu, terima kasih atas dukungan serta doanya.

Yogyakarta, Agustus 2018

Farid Fathoni

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR TABEL.....	x
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xii
DAFTAR SIMBOL.....	xiii
PERNYATAAN.....	xiv
INTISARI.....	xv
<i>ABSTRACT</i>	xvi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Jenis Penelitian dan Metode Analisis	4
1.5 Tujuan Penelitian	4
1.6 Manfaat Penelitian	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	5
BAB III LANDASAN TEORI.....	9
3.1 Pelabuhan.....	9
3.2 Tongkang	9
3.3 Kapal Tunda.....	9
3.4 Pengertian Pelayanan	10
3.5 Statistik Deskriptif	11
3.6 Peubah Acak	11
3.7 Konsep Peluang	12
3.8 Distribusi Peluang.....	13
3.9 Distribusi Poisson	13
3.10 Distribusi Eksponensial	16
3.11 Asumsi Teori Antrian	18
3.11.1 Distribusi Kedatangan.....	18

3.11.2	Distribusi Waktu Pelayanan.....	19
3.11.3	Faktor Utilisasi.....	20
3.12	Teori Antrian.....	20
3.13	Tujuan Teori Antrian	21
3.14	Sistem Antrian	22
3.15	Disiplin Antrian	25
3.16	Pengujian Distribusi Data	25
3.17	Notasi Kendal.....	27
3.18	Model Antrian Dasar.....	28
BAB IV	METODOLOGI PENELITIAN	37
4.1	Populasi dan Sampel.....	37
4.2	Tempat dan Waktu Penelitian.....	37
4.3	Variabel Penelitian.....	37
4.4	Metode dan Pengumpulan data.....	38
4.5	Metode dan Analisis Data.....	38
4.6	Tahapan Penelitian.....	38
BAB V	HASIL DAN PEMBAHASAN.....	40
5.1	Deskripsi Pergerakan Kedatangan Kapal Dermaga 1 dan 3 Pada Tahun 2016	40
5.2	Deskripsi Pegerakan Kedatangan Kapal Pada Tahun 2016 Berdasarkan Penjualan.....	41
5.3	Deskripsi Pergerakan Kedatangan Kapal di Dermaga 1 Tahun 2016.....	42
5.4	Deskripsi Pergerakan Kedatangan Kapal Di Dermaga 2 Pada Tahun 2016	44
5.5	Deskrpsi Pergerakan Kedatangan Kapal di Dermaga 3 Pada Tahun 2016	45
5.6	Uji Distribusi.....	47
5.6.1	Uji Distibusi Kedatangan dan Keberangkatan Dermaga 1 dan Dermaga 3	47
5.7	Penentuan Model Antrian	49
5.8	Analisis Perhitungan Model Antrian	49
5.8.1	Analisis Perhitungan Manual	49
BAB VI	KESIMPULAN DAN SARAN	54

6.1 Kesimpulan	54
6.2 Saran	55
DAFTAR PUSTAKA	56
LAMPIRAN	59

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul	Halaman
3.1	Contoh Sist`em Antrian	24
3.2	Simbol-simbol Pengganti Notasi Kendall-Lee	28
3.3	Simbol dan Rumus Antrian	29
3.4	Nilai λ dan μ	31
5.1	Uji Distribusi Kedatangan Dermaga 1 dan Dermaga 3	47
5.2	Uji Distribusi Keberangkatan Dermaga 1 dan Dermaga 3	48
5.3	Nilai λ dan μ dermaga 1 dan 3	50
5.4	Nilai dari penjumlahan keberangkatan	50
5.5	Nilai dan Perhitungan Tiap Komponen	50

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul	Halaman
3.1	Pemetaan Fungsi	12
3.2	Ilustrasi Sistem Antrian <i>Single Channel - Single Phase</i>	30
3.3	Ilustrasi Sistem Antrian <i>Single Channel - Multi Phase</i>	30
3.4	Ilustrasi Sistem Antrian <i>Multi Channel - Single Phase</i>	30
3.5	Ilustrasi Sistem Antrian <i>Multi Channel - Multi Phase</i>	36
4.1	Tahapan Penelitian	39
5.1	Pergerakan Kedatangan Kapal Pada Tahun 2016	41
5.2	Pergerakan Kedatangan Kapal Pada Tahun 2016 Berdasarkan Penjualan	42
5.3	Pergerakan Kedatangan Kapal pada tahun 2016 di Dermaga 1	44
5.4	Pergerakan Kedatangan Kapal pada tahun 2016 di Dermaga 2	45
5.5	Pergerakan Kedatangan Kapal pada tahun 2016 di Dermaga 3	46
5.6	Hasil <i>Output</i> menggunakan R <i>Software</i>	53

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul	Halaman
Lampiran 1	<i>Output</i> hasil uji distribusi kedatangan Dermaga 1 dan Dermaga 3	60
Lampiran 2	<i>Output</i> hasil uji distribusi keberangkatan Dermaga 1 dan Dermaga 3	60
Lampiran 3	Rata-rata kedatangan kapal setiap bulan di dermaga 1	60
Lampiran 4	Rata-rata kedatangan kapal setiap bulan di dermaga 3	61
Lampiran 5	Rata-rata kedatangan kapal setiap bulan di dermaga 1 dan 3	61
Lampiran 6	Rata-rata keberangkatan kapal setiap bulan di dermaga 1	62
Lampiran 7	Rata-rata keberangkatan kapal setiap bulan di dermaga 3	62
Lampiran 8	Rata-rata keberangkatan kapal setiap bulan di dermaga 1 dan 3	63
Lampiran 9	Sintaks Program <i>Multi Channel Single Phase</i> Software <i>R</i>	63

DAFTAR SIMBOL

- $n(A)$: Banyaknya kejadian A
- $n(S)$: Banyaknya anggota ruang sampel atau kejadian yang mungkin muncul
- H_0 : Data mengikuti distribusi tertentu
- H_1 : Data tidak mengikuti distribusi tertentu
- x : Banyaknya kedatangan
- $P(x)$: Probabilitas kedatangan
- t : Waktu pelayanan
- $f(t)$: Probabilitas yang berhubungan dengan t
- λ : Rata-rata tingkat kedatangan/jam
- μ : Rata-rata tingkat keberangkatan/jam
- L_q : Jumlah unit rata-rata yang diharapkan dalam antrian/banyak pelanggan dalam antrian (unit)
- L_s : Jumlah unit rata-rata yang diharapkan dalam sistem/banyak pelanggan dalam sistem (unit)
- W_q : Lama waktu yang dihabiskan satu pelanggan dalam antrian (unit)
- W_s : Lama waktu yang dihabiskan satu pelanggan dalam sistem (unit)
- ρ : Tingkat intensitas fasilitas keberangkatan
- P_0 : Probabilitas tidak ada pelanggan dalam sistem
- s : Jumlah fasilitas pelayanan (server)
- Q : Jumlah server
- P_w : Probabilitas menunggu dalam antrian

PERNYATAAN

Dengan ini penulis menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar keserjanaan di suatu Perguruan Tinggi dan sepanjang pengetahuan penulis, juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah di tulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan diterbitkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, Agustus 2018



MODEL ANTRIAN *MULTI CHANNEL SINGLE PHASE* DENGAN LAJU LAYANAN HETEROGEN UNTUK ANALISIS EVALUASI KINERJA KETERLAMBATAN DAN KEBERANGKATAN KAPAL

Farid Fathoni

Program Studi Statistika Fakultas MIPA

Universitas Islam Indonesia

INTISARI

Permintaan bahan bakar yang selalu meningkat menjadi salah satu pilihan oleh berbagai macam perusahaan. Namun pelayanan yang selalu meningkat mengakibatkan terjadinya suatu antrian pada dermaga. Sehingga perlu mengetahui bagaimana cara menentukan model antrian yang cocok untuk menggambarkan sistem antrian kedatangan dan keberangkatan kapal, cara membangun layanan dengan laju layanan heterogen, mengetahui tingkat kinerja antrian kapal di PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung. Model yang tepat yaitu $(M/M/2) : (FCFS/\infty/\infty)$ dengan laju layanan heterogen. Dengan menggunakan laju layanan heterogen hasil analisis menunjukkan bahwa antrian yang ada sudah cukup efektif. Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai acuan untuk melakukan perhitungan antrian kapal dengan laju layanan heterogen. Hasil yang didapatkan menggunakan laju pelayanan heterogen yaitu tidak terdapat kapal dalam antrian, jumlah kapal yang berada dalam sistem sekitar 12 kapal/bulan. Waktu yang dihabiskan kapal dalam sistem sekitar 592 menit/kapal, dan waktu yang dihabiskan kapal dalam antrian sekitar 16 menit/kapal. Dengan kata lain antrian di PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung sudah cukup efektif.

Kata Kunci: Antrian, Kapal, Laju Layanan Heterogen

**SINGLE PHASE MULTI CHANNEL QUEUE MODEL WITH
HETEROGENEOUS SERVICE RATE FOR ANALYDSIS OF
EVALUATION OF SHIP'S DELAY AND DEPARTURE PERFORMANCE**

Farid Fathoni

Statistics Department, Faculty of Mathematics and Sciences

Islamic University of Indonesia

ABSTRACT

The ever-increasing demand for fuel is one of the choices by sharing different types of companies. But the ever-increasing service resulted in a queue on the ground. So it is necessary to know how to determine a suitable queue model to describe the arrival and departure vessel queue system, how to build service with heterogeneous service rate, to know the performance level of ship queue at PTBukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung. The exact model is $(M/M/2) : (FCFS / \infty / \infty)$ with heterogeneous service rate. By using the heterogeneous service rate analysis results indicate that the existing queue is quite effective. The results of this study can be used as a reference for calculating ship queues with heterogeneous service rates. The results obtained using the heterogeneous service rate is that there are no ships in the queue, the number of ships in the system is around 12 ships / month. The time spent aboard in the system is about 592 minutes / ship, and the time spent aboard is in the queue of about 16 minutes / ship. In other words, the queues at PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung have been quite effective.

Keywords: Queue, Ship, Heterogeneous Service Rate

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Perkembangan zaman pada saat ini mempunyai dampak yang begitu banyak terhadap beberapa instansi di Indonesia, baik di bidang jasa maupun di bidang pemerintahan. Terdapat berbagai macam masalah yang timbul salah satunya adalah tentang suatu pelayanan yang selalu meningkat dari tahun ke tahun. Pemberian pelayanan yang baik adalah salah satu cara utama untuk tetap maju di tengah persaingan yang ketat, apalagi bagi perusahaan atau instansi yang bergerak di bidang jasa. Perusahaan terus mencoba bermacam cara untuk memberikan pelayanan terbaik kepada pelanggannya agar tidak berpaling kepada pihak lain (Gaspersz, 1997). Pelayanan yang terbaik harus segera dipenuhi karena akan membuat perusahaan atau instansi terus tumbuh menjadi lebih baik.

Menurut Nurjati (2013), di era perkembangan zaman, diperlukan pencapaian kualitas pelayanan jasa yang sesuai dengan keinginan masyarakat. Kepuasan pelanggan merupakan salah satu faktor dasar dalam suatu perusahaan atau instansi untuk menjadi tolak ukur keberhasilan. Pelayanan yang kurang memuaskan akan mengakibatkan penurunan kepercayaan pelanggan terhadap suatu perusahaan atau instansi.

Perusahaan PT Bukit Asam (Persero) Tbk adalah salah satu instansi yang menjual batubara, baik domestik maupun luar negeri dan berada di provinsi Bandar Lampung (Lampung) yang bekerja di bawah naungan Badan Usaha Milik Negara (BUMN). Adapun batubara yang dihasilkan berasal dari tambang yang berada di Tanjung Enim, Sumatra Selatan menggunakan kereta

api menuju pelabuhan tarahan melalui proses pengujian kualitas, kalori, kadar air dan abu sebelum dikapalkan melalui dermaga.

Pemilihan tipe dermaga sangat dipengaruhi oleh kebutuhan yang akan dilayani, ukuran kapal, arah gelombang dan angin, kondisi topografi dan tanah dasar laut, dan tinjauan ekonomi untuk mendapatkan bangunan yang paling ekonomis. PT Bukit Asam (Persero) Tbk mempunyai 3 dermaga dan mempunyai fungsi yang berbeda, adapun dermaga tersebut meliputi dermaga 1 yang memiliki ukuran yang cukup luas sehingga berfungsi untuk melakukan pengisian batubara untuk penjualan ke domestik dan luar negeri. Dermaga 2 memiliki ukuran lebih kecil dibandingkan dermaga lainnya dan hanya bisa digunakan untuk tipe kapal domestik. Dermaga ini tidak sering digunakan karena dermaga ini hanya berfungsi ketika dermaga lainnya sedang melakukan perawatan. Dermaga 3 memiliki ukuran yang paling besar dibandingkan dengan dermaga lainnya dan mempunyai fungsi yang sama dengan dermaga 1. Namun dermaga ini cenderung digunakan untuk pengisian batubara tipe ekspor, tetapi terkadang bisa digunakan juga untuk pengisian penjualan domestik ketika dermaga sedang kosong.

Dari informasi yang peneliti dapatkan di bagian ruangan penunjang operasi di kantor PT Bukit Asam (Persero) Tbk melalui bapak Dendi, antrian yang diterapkan kurang begitu baik karena ketika kapal datang tidak langsung dilayani namun harus menunggu untuk beberapa saat.

Terjadinya suatu antrian yang sangat panjang dan terlalu lama menyebabkan terbuangnya waktu. Disamping itu kerugian juga akan dialami oleh pemberi pelayanan, karena akan mengurangi efisiensi kerja, keuntungan yang sedikit, bahkan menimbulkan citra kurang baik terhadap konsumen. Bila kejadian ini terus terjadi dan dibiarkan begitu saja, maka pada masa yang akan datang jumlah konsumen yang telah didapatkan oleh perusahaan ini dapat berkurang dan akan pergi karena kinerja dalam hal pelayanan kurang memuaskan.

Adapun tindakan yang dilakukan oleh penulis yaitu menganalisis permasalahan yang muncul dan menerapkan teori antrian untuk mengetahui

sumber masalah yang timbul sehingga proses transaksi akan berjalan dengan baik dan menjadi tolak ukur bagi perusahaan tersebut.

Berdasarkan uraian diatas, metode yang digunakan oleh peneliti yaitu menggunakan *Multi Channel Single Phase* dengan laju layanan heterogen karena di PT Bukit Asam (Persero) Tbk terdapat 2 fasilitas pelayanan yang dialiri oleh antrian tunggal.

1.2 Rumusan Masalah

Dari latar belakang diatas, maka dapat dirumuskan permasalahan yaitu:

1. Bagaimana karakteristik kedatangan kapal dermaga 1 dan 3 (domestik dan ekspor)?
2. Bagaimana penentuan model antrian yang cocok untuk menggambarkan sistem antrian kapal dari distribusi waktu antar kedatangan dan keberangkatan di PT Bukit Asam (Persero) Tbk?
3. Bagaimana tingkat kinerja kedatangan dan keberangkatan di PT Bukit Asam (Persero) Tbk?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah sangat diperlukan agar tidak terjadi penyimpangan. Untuk batasan masalah dalam penulisan ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini hanya difokuskan pada penjualan batu bara melalui kapal.
2. Peneliti hanya melakukan pengujian dermaga 1 dan 3.
3. Penelitian ini hanya dilakukan di Bandar Lampung.
4. Data yang didapat berasal dari ruang Penunjang Operasi PT Bukit Asam (Persero) Tbk
5. Peneliti menggunakan data pada tahun 2016 dari bulan Januari sampai bulan Desember.

1.4 Jenis Penelitian dan Metode Analisis

Jenis dari penelitian ini adalah peneliti kategori aplikasi dengan metode analisis *Multi Channel Single Phase (M/M/S)* dengan disiplin antrian *First Come First Served (FCFS)* atau *First In First Out (FIFO)*.

1.5 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan skripsi ini:

1. Mengetahui karakteristik kedatangan kapal dermaga 1 dan 3 (domestik dan ekspor).
2. Mengetahui model antrian yang cocok untuk menggambarkan sistem antrian yang masuk dan meninggalkan dermaga di PT Bukit Asam (Persero) Tbk.
3. Mengetahui tingkat kinerja kedatangan dan keberangkatan di PT Bukit Asam (Persero) Tbk.

1.6 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui karakteristik antrian kapal masuk dan meninggalkan dermaga di PT Bukit Asam (Persero) Tbk.
2. Untuk mengetahui model apa yang cocok untuk menggambarkan sistem antrian kapal yang masuk dan meninggalkan dermaga di PT Bukit Asam (Persero) Tbk.
3. Untuk mengevaluasi kinerja yang telah dilakukan oleh instansi PTBukit Asam (Persero) Tbk.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Dalam melengkapi pengetahuan mengenai penelitian yang terkait dengan skripsi ini, akan menghadirkan sejumlah paparan mengenai sejumlah penelitian yang telah dilakukan, yakni penelitian-penelitian yang berkenaan dengan proses antrian dan antrian *Multi Channel Single Phase (M/M/S)* adalah sebagai berikut:

1. Sistem Antrian Pelayanan Bongkar Muat Kapal Di Terminal Berlian Pelabuhan Tanjung Perak Surabaya (Khabibah,2012)

Pelayanan bongkar muat kapal merupakan fenomena antrian dalam kehidupan sehari-hari, antrian ini bisa disebabkan oleh kerusakan alat yang menunjang untuk melakukan bongkar muat, tenaga kerja, ketersediaan gudang, keterbatasan kapasitas tempat sandar kapal di dermaga dan lain-lain. Pelayanan bongkar muat kapal di Pelabuhan Tanjung Perak Surabaya dilakukan di salah satu terminal yang berada di pelabuhan yaitu terminal berlian. Dalam skripsi ini menganalisis model antrian pada Terminal Berlian khususnya Berlian Barat dengan menghitung probabilitas waktu sibuk, probabilitas pelayanan dalam keadaan mengganggu, probabilitas jumlah kapal kurang dari kapasitas dermaga, dan jumlah optimum pelayanan di dermaga Berlian Barat.

Model antrian untuk sistem antrian kapal di pelabuhan Tanjung Perak Surabaya di terminal Berlian Barat adalah $(M/M/3C):(FCFS/\infty/\infty)$. Dengan distribusi eksponensial untuk waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan dengan dengan tiga tempat sandar kapal. Berdasarkan perhitungan optimum jumlah pelayanan yang menggunakan dua tolak ukur yaitu rata-rata waktu menunggu dalam sistem antrian (W_s) dan presentase waktu kosong pelayanan (X) diperoleh jumlah kapal optimum yang terdapat dalam sistem antrian kapal di terminal Berlian Barat adalah 2 sampai 3 kapal dan jumlah tempat sandar (pelayanan) kapal yang optimal adalah 2 sampai 3 tempat sandar kapal.

2. Aplikasi Teori Antrian Model *Multi Channel Single Phase* Dalam OPTimalisasi Layanan Pembayaran Pelanggan Pada Senyum Media Stationery Jember (Thoha, 2013)

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui layanan pembayaran pelanggan menggunakan teori antrian model *Multi Channel Single Phase* di Senyum Media Stationery Jember. Data yang digunakan oleh peneliti adalah jumlah kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan pelanggan yang diambil selama 4 hari, kemudian akan diuji kecocokan distribusinya menggunakan *Kolmogorov Smirnov* dengan menggunakan aplikasi *SPSS* dan akan diasumsikan dengan model antrian.

Model pelayanan pelanggan pada saat terjadi antrian di kasir Senyum Media Stationery menggunakan struktur model antrian *Multi Channel Single Phase* dengan model antrian $(M/M/C):(GD/\infty/\infty)$. Nilai rata-rata tunggu untuk pelanggan dalam sistem sekitar 1,52 menit atau 91,2 detik. Nilai 91,2 detik tergolong tidak terlalu lama bagi pelanggan untuk menunggu dengan jumlah antrian menunggu dalam sistem sebanyak tiga pelanggan.

Dapat ditemukan beberapa hal yang disarankan berkaitan dengan aplikasi struktur model antrian *Multi Channel Single Phase*, yaitu penambahan fasilitas pelayanan perlu dibuka jika antrian melebihi 3 pelanggan/menit yaitu pada saat jam padat (pukul 11.01 – 13.00 dan pada pukul 18.01 – 20.30). Hal ini dikarenakan biaya penambahan fasilitas lebih kecil daripada biaya menunggu pelanggan.

3. Penerapan Sistem Antrian Sebagai Upaya MengoPTimalkan Pelayanan Terhadap Pasien Pada Loker Pengambilan Obat Di Puskesmas Cicurug Sukabumi Jawa Barat (Ruswandi, 2006)

Setiap orang selalu mengharapkan untuk mendapatkan suatu fasilitas pelayanan yang sebaik-baiknya dan tidak terganggu oleh waktu penungguan yang terlalu lama. Begitu juga dengan suatu sistem pelayanan, mereka juga berusaha memberikan suatu fasilitas pelayanan yang sebaik-baiknya. Tetapi untuk memperbaiki sistem atau menentukan jumlah pelayanan yang diperlukan merupakan masalah yang cukup sulit untuk dipelari, Dalam skripsi ini Objek penelitian ini adalah antrian resep pada loket pengambilan obat di puskesmas

Cicurug Sukabumi. Antrian resep yang ada di loket pengambilan obat menandakan adanya suatu permasalahan pelayanan.

Sistem antrian yang ada di loket pengambilan obat dapat dikategorikan sebagai model antrian Pelayanan Ganda dengan Populasi Tidak Terbatas ($M/M/C$) : ($GD/\infty/\infty$). Namun, model antrian tersebut dapat disimulasikan untuk sistem yang berada dalam kondisi tetap (*standby state*).

Hasil yang didapatkan adalah pada dasarnya sistem pelayanan di loket pengambilan obat sudah baik, namun pada saat-saat tertentu sering terjadi penungguan resep di loket obat terutama pada saat jam padat kedatangan dari pukul 09.00 WIB sampai pukul 11.00 WIB. Maka dapat diketahui bahwa penyediaan jumlah pelayanan yang ada di loket pengambilan obat sekarang adalah kurang tepat, karena dengan jumlah 3 orang petugas loket obat, rata-rata tingkat kedatangan resep (λ) masih melebihi potensi maksimum pelayanan loket pengambilan obat ($c \mu$) sehingga antrian tidak berada dalam kondisi tetap (*Standby State*).

4. Simulasi Sistem Antrian Dengan Metode Multi Channel Single Phase (Ramadhan, 2017)

Antrian Merupakan suatu garis tunggu dari orang/satuan yang memerlukan pelayanan dari satu atau lebih fasilitas layanan, misalnya antrian pada *teller* di bank. Pada bank dengan jumlah *teller* yang sedikit atau tingkat pelayanan yang rendah seringkali mengakibatkan antrian yang panjang sehingga nasabah yang akan dilayani menunggu dalam jangka waktu yang lama.

Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan sistem antrian pada Bank Negara Indonesia Kantor Cabang Pembantu Universitas Mulawarman Samarinda. Pengambilan data diperoleh melalui hasil pengamatan yang dilakukan selama lima hari pada tanggal 07 Maret – 11 Maret 2016 dengan mencatat jumlah kedatangan nasabah, jumlah waktu antar kedatangan dan jumlah waktu pelayanan tiap *teller*. Penelitian ini menggunakan metode sistem antrian *Multi Channel Single Phase* dan didapatkan hasil yaitu waktu kedatangan nasabah berdistribusi *poisson* dan waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial.

Untuk mengurangi lama waktu antrian di BNI KCP Unmul dan untuk memaksimalkan jumlah nasabah yang dilayani, maka dilakukan perbaikan dengan menambah jumlah *teller* dari semula 2 *teller* menjadi 3 *teller*, sehingga didaPTkan total rata-rata waktu pelayanan yaitu sebesar 7,66 menit/nasabah.

5. Analisis Antrian Pada SPBU 34-17125 Jl.Patriot Raya Kampung Dua Jakasampurna Bekasi Barat 17145 (Christofani, 2010)

Penelitian ini dilakukan pada SPBU 34-17125 Jl.Patriot Raya Kampung Dua Jakasampurna Bekasi Barat 17145. Dalam Penelitian ini yang menjadi objek penelitian adalah jumlah opertator yang melayani para konsumen yang memerlukan bahan bakar minyak sebesar 7 orang per shift, agar dapat menjaga citra pelayanan sebaik mungkin dan memberikan kualitas pelayanan terbaik bagi konsumen. Alat analisis yang digunakan oleh penulis yaitu metode pengumpulan data dengan menggunakan metode perhitungan *Multi Channel Single Phase*.

Dari hasil perhitungan pada jam sibuk didapatkan waktu rata-rata kendaraan menunggu dalam antrian sebesar 9,948 menit, waktu rata-rata kendaraan menunggu dalam sistem pelayanan sebesar 10,139 menit, tingkat kedatangan kendaraan rata-rata per jam sebesar 314,2 kendaraan. Sedangkan hasil perhitungan pada jam biasa yaitu waktu rata-rata menunggu dalam antrian sebesar 0,06376 menit, waktu rata-rata kendaraan menunggu dalam antrian pelayanan sebesar 0,456 menit, tingkat kedatangan rata-rata per jam sebesar 152,67 kendaraan.

Berdasarkan analisis kedua data tersebut dapat disimpulkan bahwa pada jam sibuk dalam sistem pelayanan pengisian bahan bakar premium dijumpai antrian kendaraan bermotor yang cukup panjang, sehingga untuk mengatasinya diharpkan operator SPBU yang bersangkutan dapat mengarahkan konsumen untuk tidak menunggu di satu mesin dispenser/fasilitas saja, akan tetapi dialihkan ke mesin fasilitas/dispenser bahan bakar premium lainnya.

BAB III

LANDASAN TEORI

3.1 Pelabuhan

Menurut Peraturan Pemerintah No.69 Tahun 2001 Pasal 1 ayat 1, tentang Kepelabuhan, pelabuhan adalah tempat yang terdiri dari daratan dan perairan di sekitarnya dengan batas – batas tertentu sebagai tempat kegiatan pemerintahan dan kegiatan ekonomi yang dipergunakan sebagai tempat kapal bersandar, berlabuh, naik turun penumpang dan/atau bongkar barang yang dilengkapi dengan fasilitas keselamatan pelayanan dan kegiatan penunjang pelabuhan serta sebagai tempat perpindahan antara moda transportasi.

Menurut Triatmodjo (1996) pelabuhan (*port*) adalah suatu wilayah/tempat perairan yang terlindung oleh gelombang air laut dan berfungsi sebagai tempat berlabuhnya kapal atau kendaraan air lainnya yang berfungsi menaikkan atau menurunkan penumpang, barang, hewan, reparasi, pengisian bahan bakar dan lain sebagainya.

3.2 Tongkang

Tongkang atau Ponton adalah suatu jenis kapal yang dengan lambung datar atau suatu kotak besar yang mengapung, digunakan untuk mengangkut berbagai jenis barang, mengangkut mobil menyebrangi sungai, di daerah yang belum memiliki jembatan. Dengan sistem ditarik oleh kapal tunda atau digunakan untuk mengakomodasikan pasang-surut seperti pada dermaga apung.

3.3 Kapal Tunda

Kapal tunda (*tugboat*) adalah kapal yang digunakan untuk melakukan pergerakan, yang berfungsi untuk menarik atau mendorong kapal lainnya di

pelabuhan. Salah satu contoh kapal yang ditarik yaitu tongkang, kapal rusak, dan peralatan lainnya. Walaupun ukuran kapal tunda kecil, namun memiliki tenaga yang besar bila dibandingkan dengan ukurannya yaitu berkekuatan antara 750 sampai 3000 tenaga kuda (500 – 2000 KW).

3.4 Pengertian Pelayanan

Pelayanan adalah suatu kegiatan atau tindakan yang akan diberikan pada orang lain atau mesin secara fisik sebagai pertolongan agar dapat menyelesaikan sebuah masalah. Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) dijelaskan pelayanan sebagai usaha melayani kebutuhan orang lain. Sedangkan melayani adalah membantu menyiapkan (mengurus) apa yang diperlukan seseorang. Menurut Loina (2001: 138) dalam bukunya *Hubungan Masyarakat Membina Hubungan Baik Dengan Publik* mengemukakan bahwa pelayanan merupakan suatu proses keseluruhan dari pembentuk citra perusahaan, baik melalui media berita, membentuk budaya perusahaan secara internal, maupun melakukan komunikasi tentang pandangan perusahaan secara internal, maupun melakukan komunikasi tentang pandangan perusahaan kepada para pemimpin pemerintah serta publik lainnya yang berkepentingan. Sedangkan menurut Soegito (2007) dalam bukunya *Marketing Research* Pelayanan adalah setiap kegiatan atau manfaat yang dapat memberikan suatu pihak kepada pihak lainnya yang pada dasarnya tidak berwujud dan tidak pula berakibat pemilikan sesuatu dan produksinya dapat atau tidak dapat dikaitkan dengan suatu produk fisik.

Pelayanan yang diberikan menyangkut segala usaha yang dilakukan oleh seseorang dalam rangka mencapai tujuan guna untuk mendapatkan kepuasan dalam hal pemenuhan kebutuhan. Namun tingkat kualitas pelayanan tidak hanya dapat dinilai dari sudut pandang suatu perusahaan melainkan dari sudut pandang pelanggan yang memakai jasa perusahaan tersebut.

3.5 Statistik Deskriptif

Statistika deskriptif adalah sebagian dari ilmu statistika yang berkaitan dengan prosedur-prosedur yang digunakan untuk menjelaskan karakteristik data secara umum agar mudah dimengerti (Walpole dkk, 2012). Statistika deskriptif merupakan metode-metode yang berkaitan dengan pengumpulan dan penyajian suatu data sehingga membiarkan informasi yang berguna dan akurat. (Walpole dkk, 2012).

3.6 Peubah Acak

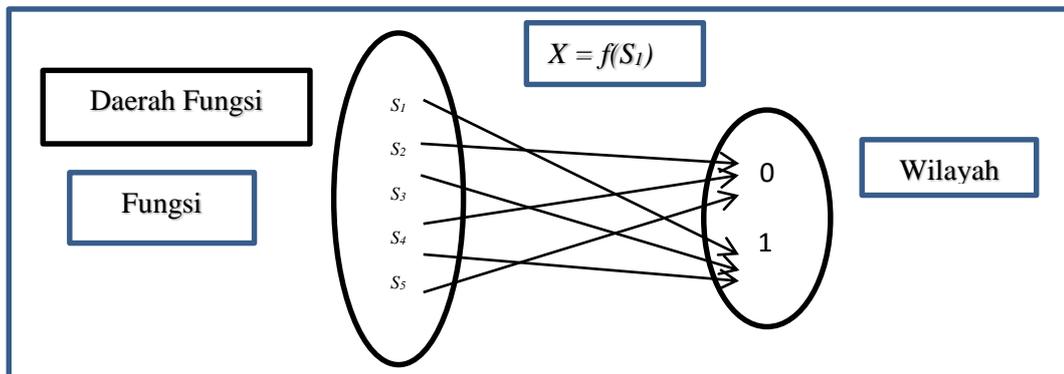
Misalkan A adalah sebuah percobaan dengan ruang sampel S . Sebuah ruang fungsi x yang terdiri dari setiap anggota $s \in S$ ke sebuah bilangan real $X(s)$ dinamakan peubah acak (Herhyanto dan Tuti, 2009) atau sebagai ilustrasi, dalam percobaan pelemparan dadu menghasilkan keluaran yang mungkin terjadi. Ruang sampelnya dituliskan seperti berikut:

$$R = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6\} \quad (3.1)$$

Dari percobaan ini dapat didefinisikan beberapa peubah acak. Salah satu peubah acak yang dapat didefinisikan adalah X yang menunjukkan munculnya mata dadu,

$$X = \begin{cases} 0, & \text{bila muncul mata dadu ganjil} \\ 1, & \text{bila muncul mata dadu genap} \end{cases} \quad (3.2)$$

Dengan demikian akan didapatkan nilai nol jika muncul mata dadu ganjil (S_1, S_3, S_5) sedangkan akan didapatkan nilai 1 jika muncul mata dadu genap (S_2, S_4, S_6). Pemetaan fungsi X dapat digambar seperti berikut:



Gambar 3.1 Pemetaan Fungsi

(sumber: <http://nacesa.blogspot.co.id//2014/04/konsep - sebaran - dan - sebaran - peluang.html>)

3.7 Konsep Peluang

Ruang sampel S yang merupakan himpunan semua hasil dari suatu percobaan. Kejadian A adalah bagian dari himpunan ruang sampel. Peluang suatu kejadian $P(A)$ Adalah rasio antara banyaknya titik kejadian dan ruang sampel ditulis sebagai berikut (Bain dan Engelhardt, 1992 :9):

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (3.3)$$

dengan

$n(A)$: banyaknya kejadian A

$n(S)$: banyaknya anggota ruang sampel atau kejadian yang mungkin muncul

Suatu percobaan dengan ruang sampel S dan A_1, A_2, A_3, \dots mewakili kejadian yang mungkin. Himpunan fungsi yang berhubungan dengan nilai riil $P(A)$ dengan tiap kejadian A disebut fungsi himpunan peluan $P(A)$ disebut peluang dari jika memenuhi syarat seperti berikut:

- i. $0 \leq P(A)$ untuk tiap A
- ii. $P(S) = 1$
- iii. $P(\cup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$

Dimana A_1, A_2, A_3, \dots adalah kejadian yang saling independen (Bain dan Engelhardt, 1992:9).

3.8 Distribusi Peluang

Menurut Ronald E. Walpole dan Raymond Myers (1995) dalam bukunya yang berjudul “Ilmu Peluan dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuan”, menyatakan bahwa jika X adalah peubah acak diskrit, maka $p(x) = P(X = x)$ untuk setiap x dalam *range* X dinamakan fungsi peluang X . Nilai fungsi peluang dari X yaitu $p(x)$ harus memenuhi sifat-sifat seperti berikut:

- i. $p(x) \geq 0$ untuk $x \in (-\infty, \infty)$
- ii. $\sum_x p(x) = 1$

Kumpulan pasangan yang diurutkan $\{x, p(x)\}$ dinamakan distribusi peluang dari X . Bentuk umum dari fungsi peluang ada dua kemungkinan, yaitu berupa konstanta dan berupa fungsi dari nilai peubah acak.

Misal X adalah peubah acak kontinu yang didefinisikan dalam himpunan bilangan *real*. Sebuah fungsi disebut fungsi densitas dari X , jika nilai-nilainya, yaitu $f(x)$ memenuhi sifat-sifat sebagai berikut:

- i. $f(x) \geq 0$ untuk $x \in (-\infty, \infty)$
- ii. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
- iii. Untuk setiap a dan b , dengan $-\infty < a < b < \infty$

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

3.9 Distribusi Poisson

Menurut (Hasan, 2001) distribusi *poisson* adalah distribusi nilai-nilai bagi suatu variabel random x (x diskrit), yaitu banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu interval waktu tertentu atau disuatu daerah tertentu.

Distribusi *poisson* memiliki ciri-ciri sebagai berikut (Hasan, 2001),

1. Banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu interval waktu atau suatu daerah tertentu, tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi pada interval waktu atau daerah lain yang terpisah.
2. Probabilitas terjadinya hasil percobaan selama suatu interval waktu yang singkat atau dalam suatu daerah yang kecil, sebagai dengan panjang interval

waktu atau besarnya daerah tersebut atau tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi diluar interval waktu atau daerah tersebut.

3. Probabilitas lebih dari satu hasil percobaan yang terjadi dalam interval waktu yang singkat atau dalam daerah yang kecil dapat diabaikan.

Bain dan Engelhardt (1992) dalam bukunya yang berjudul *Introduction of Probability and Mathematical Statistics* menyatakan bahwa peubah acak diskrit X dikatakan berdistribusi Poisson dengan parameter $\mu > 0$ jika fungsi densitas peluang yang terbentuk,

$$f(x; \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} \text{ dengan } x = 0, 1, 2, \dots \quad (3.4)$$

dengan μ menyatakan rata-rata banyaknya sukses yang terjadi per satuan waktu atau daerah tertentu.

Walpole dan Myers (1995) menyatakan bahwa rata-rata dan variansi distribusi *Poisson* $f(x, \mu)$ keduanya sama dengan μ .

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} = \sum_{x=1}^{\infty} x \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} = \mu \sum_{x=1}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^{x-1}}{(x-1)!}$$

sekarang misalkan $y = x - 1$ sehingga diperoleh,

$$E(X) = \mu \sum_{y=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!} = \mu$$

Karena,

$$\sum_{y=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!} = \sum_{y=0}^{\infty} p(y; \mu) = 1$$

Variansi distribusi *Poisson* dapat dengan mula-mula mencari

$$E[X(X-1)] = \sum_{x=0}^{\infty} x(x-1) \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} = \sum_{x=2}^{\infty} x(x-1) \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} = \mu^2 \sum_{x=2}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^{x-2}}{(x-2)!}$$

Kemudian masukkan $= x - 2$, maka diperoleh,

$$E[X(X-1)] = \mu^2 \sum_{y=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!} = \mu^2$$

Jadi,

$$\sigma^2 = E(X^2) - (E(X))^2 = E[X(X-1)] + E(X) - (E(X))^2 = \mu^2 + \mu - \mu^2 = \mu$$

Adapun nilai *Momen Generating Function* (MGF) diperoleh dari

$$M_{x(t)} = E(e^{tx}) \begin{cases} \sum_x e^{tx} f(x), & \text{bila } x \text{ diskret} \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x), & \text{bila } x \text{ kontinu} \end{cases} \quad (3.5)$$

Sehingga dari definisi tersebut diperoleh MGF dari distribusi Poisson,

$$M_x(t) = \sum_x e^{tx} f(x)$$

$$\sum_{x=0}^n e^{tx} \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} = e^{-\mu} \sum_{x=0}^n \frac{(\mu e^t)^x}{x!} = e^{-\mu} e^{\mu e^t} \sum_{x=0}^n \frac{e^{-\mu e^t} (\mu e^t)^x}{x!}$$

Sehingga,

$$M_{x(t)} = e^{-\mu} e^{\mu e^t} = e^{\mu(e^t-1)}$$

Nilai MGF tersebut dapat dibuktikan dengan membuktikan nilai turunan pertama dan nilai turunan keduanya untuk mendapatkan nilai rata-rata atau $E(X)$ dan variansinya atau σ^2 yang telah didapatkan sebelumnya.

$$E(X) = M'_x(t=0) = \frac{d}{dt} e^{\mu(e^t-1)}|_{t=0} = \mu e^t e^{\mu(e^t-1)}|_{t=0} \quad (3.6)$$

Kemudian nilai harapan X^2 didapatkan dari turunan keduanya

$$E(X^2) = M''_x(t=0) = \frac{d^2}{dt^2} e^{\mu(e^t-1)}|_{t=0} = \frac{d}{dt} \mu e^t e^{\mu(e^t-1)}|_{t=0} =$$

$$\frac{d}{dt} \mu e^t e^{\mu(e^t-1)}|_{t=0}$$

$$= \mu e^t e^{\mu(e^t-1)} + (\mu e^t)^2 e^{\mu(e^t-1)}|_{t=0} = \mu + \mu^2$$

Sehingga didapatkan nilai variansinya

$$\sigma^2 = E(X^2) - (E(X))^2 = \mu + \mu^2 - \mu^2 = \mu \quad (3.7)$$

3.10 Distribusi Eksponensial

Menurut Bain dan Engelhardt (1992), dalam bukunya yang berjudul *Introduction to Probability and Mathematical Statistics* menyatakan bahwa peubah acak kontinue X dikatakan berdistribusi eksponensial dengan $\theta > 0$ jika memiliki *Probability Density Function* (PDF) berikut:

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0 & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases} \quad (3.8)$$

Untuk mencari rata-rata distribusi eksponensial maka didapatkan,

$$\mu = E(X) = \int_0^{\infty} x \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} dx$$

misalkan $y = \frac{x}{\theta}$ maka $dy = \frac{1}{\theta} dx$ atau $dx = \theta dy$,

$$E(X) = \int_0^{\infty} y e^{-y} \theta dy = \theta \int_0^{\infty} y e^{-y} dy$$

dengan menggunakan integral parsial dimisalkan $u = y$ dan $dv = e^{-y} dy$ didapatkan,

$$E(X) = \theta [-y e^{-y} |_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-y} dy] = \theta [0 + (-e^{-y} |_0^{\infty})] = \theta \quad (3.9)$$

Selanjutnya untuk mendapatkan nilai variansi maka diperlukan nilai-nilai harapan X^2 berikut

$$E(X^2) = \int_0^{\infty} x^2 \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} dx = \theta \int_0^{\infty} \frac{x^2}{\theta^2} e^{-\frac{x}{\theta}} dx$$

misalkan $y = \frac{x}{\theta}$ maka $dy = \frac{1}{\theta} dx$ atau $dx = \theta dy$,

$$E(X^2) = \theta \int_0^{\infty} y^2 e^{-y} \theta dy = \theta^2 \int_0^{\infty} y^2 e^{-y} dy$$

dengan menggunakan integral parsial sebanyak dua kali, dimisalkan $u = y^2$ dan $v = e^{-y}$ didapatkan,

$$\begin{aligned}
 E(X^2) &= \theta^2 \left[y^2 e^{-y} \Big|_0^\infty + \int_0^\infty 2y e^{-y} dy \right] = \theta^2 \left[0 + \int_0^\infty 2y e^{-y} dy \right] \\
 &= \theta^2 \left[\int_0^\infty 2y e^{-y} dy \right]
 \end{aligned}$$

kemudian dengan integral parsial dimisalkan $u = 2y$ dan $dv = e^{-y} dy$ didapatkan,

$$\begin{aligned}
 E(X^2) &= \theta^2 \left[2ye^{-y} \Big|_0^\infty + \int_0^\infty 2e^{-y} dy \right] = 2\theta^2 \left[ye^{-y} \Big|_0^\infty + \int_0^\infty e^{-y} dy \right] \\
 &= 2\theta^2 \left[0 + \left(e^{-y} \Big|_0^\infty \right) \right] = 2\theta^2
 \end{aligned}$$

sehingga didapatkan variansinya,

$$\sigma^2 = (E(X))^2 = 2\theta^2 - \theta^2 = \theta^2 \quad (3.10)$$

Dari definisi yang telah diberikan sebelumnya MGF dari distribusi eksponensial adalah sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
 M_x(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} dx \\
 &= \frac{1}{\theta} \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx - \frac{x}{\theta}} dx = \frac{1}{\theta} \int_{-\infty}^{\infty} e^{(t - \frac{1}{\theta})x} dx \\
 &= \frac{1}{\theta(t - \frac{1}{\theta})} \left[e^{(t - \frac{1}{\theta})x} \Big|_0^\infty \right]
 \end{aligned}$$

MGF ini hanya konvergen $t > \frac{1}{\theta}$ sehingga didapatkan,

$$M_x(t) = \frac{1}{1 - \theta t} \quad (3.11)$$

Nilai MGF tersebut dapat dibuktikan dengan membuktikan nilai turunan pertama dan nilai turunan keduanya untuk mendapatkan nilai rata-rata atau $E(X)$ dan variansinya atau σ^2 yang telah didaPTkan sebelumnya,

$$\begin{aligned}
 E(X) &= M'_x(t=0) = \frac{d}{dt} \frac{1}{1-\theta t} \Big|_{t=0} = \frac{d}{dt} (1-\theta t)^{-1} \Big|_{t=0} \\
 &= \theta (1-\theta t)^{-2} \Big|_{t=0} = \theta
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

kemudian nilai harapan X^2 didapatkan dari turunan keduanya,

$$\begin{aligned}
 E(X^2) &= M''_x(t=0) = \frac{d^2}{dt^2} (1-\theta t)^{-1} \Big|_{t=0} \\
 &= \frac{d}{dt} \theta (1-\theta t)^{-2} \Big|_{t=0} \\
 &= (2\theta^2 (1-\theta t)^{-3}) \Big|_{t=0} = 2\theta^2
 \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan nilai variansinya,

$$\sigma^2 = E(X^2) - (E(X))^2 = 2\theta^2 - \theta^2 = \theta^2 \tag{3.13}$$

3.11 Asumsi Teori Antrian

Menurut Mulyono (2007:276), teori antrian dikembangkan dengan membuat sejumlah asumsi tentang komponen proses antrian. Terdapat banyak variasi situasi antri diantaranya yaitu:

3.11.1 Distribusi Kedatangan

Model antrian adalah model probabilistik karena unsur-unsur tertentu proses antrian yang dimasukkan dalam model adalah variabel *random*. Variabel random ini sering di gambarkan dengan distribusi probabilitas.

Baik kedatangan maupun waktu pelayanan dalam suatu proses pada umumnya dinyatakan sebagai variabel *random*. Asumsi yang bisa digunakan dalam kaitannya dengan distribusi kedatangan (banyaknya kedatangan per unit waktu) adalah distribusi Poisson. Rumus umum distribusi probabilitas Poisson adalah:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \tag{3.14}$$

dimana,

x : banyaknya kedatangan

$P(x)$: probabilitas kedatangan

- λ : rata-rata tingkat kedatangan
 e : dasar logaritma natural, yaitu 2,71828
 $x!$: $x(x-1)(x-2) \dots 1$ (dibaca x faktorial)

Distribusi Poisson adalah distribusi diskrit dengan rata-rata sama dengan variansi. Suatu ciri menarik dari proses Poisson adalah bahwa jika banyaknya kedatangan per satuan waktu mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata tingkat kedatangan λ , maka waktu antar kedatangan akan mengikuti distribusi Eksponensial dengan rata-rata $\frac{1}{\lambda}$ (Taha, 1997:179).

3.11.2 Distribusi Waktu Pelayanan

Waktu pelayanan dalam proses antrian dapat juga sesuai atau pas dengan salah satu bentuk distribusi probabilitas. Asumsi yang bisa digunakan bagi distribusi waktu pelayanan adalah distribusi Eksponensial (Taha, 1997:180). Sehingga jika waktu pelayanan mengikuti distribusi Eksponensial, maka tingkat pelayanan mengikuti distribusi Poisson. Rumus umum fungsi densitas probabilitas Ekponensial adalah:

$$f(t) = \mu e^{-\mu t} \quad (3.15)$$

dimana,

- t : waktu pelayanan
 $f(t)$: probabilitas yang berhubungan dengan t
 μ : rata-rata tingkat pelayanan
 $\frac{1}{\mu}$: rata-rata waktu pelayanan
 e : dasar logaritma natural, yaitu 2,71828

Penelitian empiris menunjukkan bahwa asumsi distribusi Eksponensial maupun Poisson sering kali tidak absah. Karena itu asumsi ini harus diperiksa sebelum mencoba menggunakan suatu model. Pemeriksaan dilakukan *Asymptotic Significance (2-tailed)* dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*.

3.11.3 Faktor Utilisasi

Perhitungan dalam teori antrian berdasarkan syarat bahwa sistem berada dalam kondisi tetap (*steady state*). Dalam penerapan teori antrian harus diperhatikan apakah rata-rata pelayanan lebih besar dari rata-rata kedatangan. Ukuran kondisi tetap adalah (Pangestu dkk, 2000)

$$\rho = \frac{\lambda}{c \mu}, \text{ maka } \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \quad (3.16)$$

dengan

λ : rata-rata kedatangan

μ : rata-rata pelayanan/keberangkatan

c : banyak fasilitas pelayanan dalam sistem

Keadaan sistem atau jumlah unit dalam sistem akan sangat dipengaruhi oleh *state* (keadaan) awal dan waktu yang telah dilalui jika suatu sistem telah mulai berjalan. Dalam keadaan ini sistem dikatakan dalam kondisi *transient*. Bila keadaan ini berlangsung terus-menerus maka keadaan akan *independen* terhadap *state* awal dan juga terhadap waktu yang dilaluinya. Keadaan seperti ini dikatakan sistem dalam kondisi *steady-state*. Teori antrian cenderung memusatkan pada kondisi *steady-state*, sebab kondisi *transient* lebih sukar dianalisis (Dimiyanti, 1994:356).

3.12 Teori Antrian

Antrian merupakan suatu fenomena yang timbul dalam aktivitas manusia, dan antrian yang muncul disebabkan oleh aktivitas pelayanan yang tidak diimbangi oleh kebutuhan akan pelayanan sehingga pengguna layanan tersebut tidak terlayani dengan segera, dan sistem antrian tercipta jika pelanggan datang ke tempat pelayanan, pelanggan menunggu untuk dilayani jika pelayanan tidak segera dilakukan dan pelanggan meninggalkan sistem pelayanan jika sudah terlayani (Gross dan Carl, 1998).

Teori antrian digunakan pertama kali sebagai bentuk pembuktian untuk memprediksi suatu tingkah laku pada sistem antrian. Teori ini pertama kali diperkenalkan oleh *A.K Erlang* dalam penemuannya yang berjudul “*Solution of some problems in theory probabilities of significance in Automatic Telephone Exchange*”. Pada kala itu banyak sekali operator yang sibuk sehingga kewalahan untuk melayani para penelpon, sehingga harus antri menunggu giliran.

Menurut Hiller and Lieberman (2005) sistem antrian terklasifikasi menjadi beberapa sistem dimana teori antrian disimulasikan dan diterapka secara luas. Klasifikasi sistem antrian menurut mereka adalah sebagai berikut:

- a) Sistem pelayanan komersial, dimana aplikasi teori antrian dari model antrian yang digunakan untuk kepentingan komersial seperti antrian pada toko, supermarket, kafetaria dan sebagainya.
- b) Sistem pelayanan bisnis industri, aplikasi teori antrian dari model antrian yang digunakan dalam cakupan lini produksi seperti sistem material handling, pergudangan dan sebagainya.
- c) Sistem pelayanan transportasi, aplikasi teori antrian dari model antrian yang digunakan dalam proses transportasi seperti antrian kereta, antrian pendaratan pesawat, dan sebagainya.

3.13 Tujuan Teori Antrian

Tujuan dasar dari teori antrian adalah untuk meminimumkan total 2 (dua) biaya, yaitu biaya langsung penyediaan fasilitas dan biaya tak langsung yang timbul karena pelanggan yang harus menunggu untuk dilayani (Pangestu dkk, 1989). Bila sistem mempunyai fasilitas pelayanan lebih dari optimal, ini berarti membutuhkan inventasi modall yang berlebihan, tetapi apabila jumlah kurang dari optimal maka hasilnya adalah tertundanya pelayanan (P. Siagian, 1987). Teori antri sangat berfungsi sebagai alat pembantu untuk meminimalisirkan jumlah antrian pada suatu kasus.

3.14 Sistem Antrian

Gross dan Haris (Gross, 1998), mengatakan sistem antrian adalah suatu kejadian ketika seorang pelanggan datang untuk mendapatkan pelayanan, menunggu untuk dilayani saat pelayanan (*server*) masih sibuk, mendapatkan pelayanan dan kemudian meninggalkan sistem setelah dilayani. Sistem antrian diklasifikasikan menjadi berbagai macam sistem yang berbeda – beda dimana teori antrian dan simulasi diterapkan secara luas. Adapun contoh klasifikasi menurut Hiller dan Lieberman adalah sebagai berikut:

1. Sistem pelayanan komersial

Sistem pelayanan komersial merupakan aplikasi yang sangat luas dari model-model antrian, seperti rumah makan, toko – toko, butik, salon, supermarket, kafetaria dan sebagainya.

2. Sistem pelayanan bisnis-industri

Sistem pelayanan bisnis-industri terkait dengan sistem produksi, sistem pergudangan, handling, sistem material, dan sebagainya.

3. Sistem pelayanan transportasi

Sistem pelayanan transportasi menghubungkan orang dengan tata guna lahan pengikat kegiatan dan memberikan kegunaan tempat dan waktu untuk komoditi yang diperlukan.

4. Sistem pelayanan sosial

Sistem pelayanan sosial merupakan suatu sistem pelayanan yang dikelola oleh berbagai macam instansi antara lain kantor-kantor dan perusahaan-perusahaan lokal maupun nasional, seperti kantor registrasi SIM dan STNK, kantor pos, puskesmas, rumah sakit dan sebagainya (Subagyo, 2000).

Dalam sistem antrian terdapat berbagai komponen dasar proses antrian diantaranya adalah sebagai berikut:

1. Kedatangan

Setiap masalah antrian melibatkan kedatangan, misalnya orang, transportasi, panggilan telepon untuk dilayani dan sebagainya. Unsur ini dinamakan proses input. Proses input meliputi sumber kedatangan atau biasa disebut *calling population* dan

terjadinya kedatangan secara umum merupakan variable acak. Karakteristik dari populasi yang akan dilayani dapat dilihat dari sebuah ukuran, pola kedatangan, serta perilaku dari populasi yang akan dilayani. Menurut ukurannya, populasi yang dilayani bisa terbatas (*finite*) dan tidak terbatas (*infinite*). Pola kedatangan bisa teratur, dan bisa juga bersifat acak atau *random*. Menurut Levin dkk (2002), variabel acak adalah suatu variable yang nilainya tidak menentu sebagai hasil dari percobaan acak. Variabel acak berupa diskrit dan kontinu. Dikatakan variabel acak diskrit jika hanya memiliki beberapa nilai saja. Sebaliknya dikatakan kontinu jika nilai bervariasi pada rentang tertentu.

2. Pelayanan

Pelayanan atau mekanisme terdiri dari satu atau lebih, tergantung fasilitas yang disediakan. Tiap-tiap fasilitas terkadang disebut sebagai saluran (*channel*) (Schroeder, 1997). Contohnya, sebuah jalan tol yang memiliki beberapa pintu tol dan penjualan tiket bisokop, mekanisme pelayanan terdiri dari satu layanan dalam satu fasilitas. Dalam mekanisme pelayanan ini perlu adanya aspek yang harus diperhatikan yaitu:

A. Tersedia pelayanan

Mekanisme pelayanan tidak selalu tersedia untuk setiap saat. Misalnya dalam pertunjukan bioskop, loket penjualan karcis yang dibuka pada saat tertentu antara satu pertunjukan dengan pertunjukan berikutnya, sehingga saat loket ditutup mekanisme pelayanan akan berhenti dan petugas beristirahat.

B. Kapasitas pelayanan

Kapasitas pelayanan diukur berdasarkan jumlah pelanggan yang tidak dapat dilayani secara bersamaan. Kapasitas pelayanan yang tidak selalu sama untuk setiap saat, ada yang tetap, dan ada juga yang berubah - ubah. Oleh karena itu, fasilitas pelayanan dapat memiliki satu atau lebih saluran. Fasilitas yang mempunyai satu saluran disebut dengan saluran tunggal atau sistem pelayanan tunggal dan fasilitas yang mempunyai lebih dari satu saluran disebut dengan saluran ganda atau pelayanan ganda.

C. Lama pelayanan

Lama pelayanan adalah waktu yang dibutuhkan pada saat melayani satu pelanggan atau satu satuan. Oleh karena itu, waktu pelayanan boleh tetap dari waktu ke waktu untuk semua pelanggan atau boleh juga berupa variabel acak. Umumnya digunakan untuk keperluan analisis, waktu pelayanan dianggap sebagai variabel acak yang terpencah secara bebas dan tidak bergantung pada waktu tiba.

3. Antrian

Suatu antrian timbul tergantung dari sifat kedatangan dan proses pelayanan. Jika tidak terjadi antrian berarti terdapat pelayan yang tidak bekerja atau kelebihan fasilitas pelayanan (Mulyono, 1991).

Menurut Yamit (1993) terdapat beberapa sistem antrian, meliputi identifikasi dari *item* dalam antrian dan fasilitas pelayanan yang diperlukan. Dapat dilihat dari tabel 3.1 berikut:

Tabel 3.1 Contoh Sistem Antrian

Sistem	Garis Tunggu Atau Antrian	Fasilitas Pelayanan
Lapangan Terbang	Pesawat Menunggu Di Landasan	Landasan Pacu
Pecucian Mobil	Mobil Menunggu Sampai Mobil Sebelumnya Selesai di cuci	Tempat Cuci Mobil
Registrasi Mahasiswa	Mahasiswa Mengantri Mengambil Nomor Antrian	Pusat Registrasi
Perpustakaan	Anggota Perpustakaan Menunggu melakukan Finger Print	Pegawai Perpustakaan
Bank	Nasabah (orang) Menunggu Di Loket Pembayaran	Kasir

3.15 Disiplin Antrian

Menurut Sinalungga (2008:251), disiplin antrian adalah aturan yang digunakan dalam memilih pelanggan yang ada didalam barisan untuk segera dilayani. Menurut Sinalungga (2008:252) terdapat 4 bentuk disiplin antrian, berdasarkan urutan kedatangan adalah sebagai berikut:

- a. *First Come First Served (FCFS)* atau *First In First Out (FIFO)* dimana pelanggan yang lebih dahulu datang maka akan lebih dahulu dilayani. Disiplin antrian ini mengutamakan pelayanan terhadap seseorang yang lebih dahulu datang. Contohnya : Antrian loket pembelian tiket bioskop
- b. *Last Come First Served (LCFS)* dimana pelanggan yang paling terakhir datang maka akan lebih dahulu dilayani. Disiplin antrian ini mengutamakan pelanggan yang terakhir. Contohnya : Sistem antrian elevator untuk lantai yang sama
- c. *Priority Service (PS)*, dimana prioritas pelayanan diberikan kepada pelanggan yang mempunyai prioritas yang lebih tinggi dibandingkan dengan pelanggan yang mempunyai prioritas yang lebih rendah, meskipun pelanggan yang datang lebih awal akan dilayani menjadi pelanggan yang terakhir. Hal ini disebabkan oleh beberapa hal, misalnia seseorang yang memiliki penyakit yang lebih berat dibandingkan dengan orang lain pada suatu tempat pelayanan praktek dokter, hubungan kekerabatan dan pelanggan potensial akan dilayani terlebih dahulu.
- d. *Service In Random Order (SIRO)* merupakan sistem pelayanan dimana pelanggan mungkin akan dilayani secara acak (random), tidak peduli siapa yang lebih dahulu tiba untuk dilayani. Contohnya: Saat test wawancara pekerjaan.

3.16 Pengujian Distribusi Data

Prosedur pengujian distribusi data digunakan untuk mengetahui bentuk fungsi dari populasi (Harisanti, 2009). Salah satu pengujian distribusi data yaitu menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Uji hipotesisnya seperti berikut:

H_0 : data mengikuti distribusi tertentu.

H_1 : data tidak mengikuti distribusi tertentu.

Beberapa referensi menyebutkan bahwa jenis variabel yang dapat diuji adalah variabel kontinu. Pengujian distribusi data nilai yang dihitung ada *P-value* sebagai nilai kritis untuk menolak hipotesis nol (H_0) yang bernilai benar. *P-value* dihitung berdasarkan nilai peluang, yang berlandaskan dengan uji statistik yang digunakan sebagai indikator dalam pengambilan keputusan. Jika $P\text{-value} < \alpha$, maka H_0 ditolak dengan resiko kesalahan sebesar *P-value*. Semakin kecil nilai *P-value*, maka semakin kecil peluang untuk membuat kesalahan dengan menolak H_0 . Adapun nilai α sebesar 0; 0,1; 0,05; dan 0,1 tergantung dari tingkat kekritisan yang diinginkan dari penelitian.

Dengan kata lain tergantung pada seberapa besar resiko salah yang masih ditolerir, sangat tergantung dari tingkat kekritisan penelitian dan kepentingan penggunaan hasil penelitian tersebut. Jika *P-value* bernilai kecil, maka hal itu menunjukkan konsistensi atau derajat yang relatif kecil antara data dan hipotesis nol (H_0) dan akan relatif besar dari hipotesis (H_1) yang berarti data mendukung hipotesis alternatif. Oleh karena itu, semakin kecil nilai *P-value* dibandingkan nilai α , maka besar peluang resiko salah untuk menolak H_0 secara nilai juga akan semakin kecil. Namun sesungguhnya tergantung pada seberapa besar nilai *P-value* yang mana dapat ditolerir sangat tergantung dari tingkat kekritisan penelitian dan penggunaan hasil penelitian (Harisanti, 2009).

Penjelasan mengenai cara pengujian data akan dijelaskan secara umum adalah seperti berikut:

1. Uji *Kolmogorov-Smirnov*

Uji *Kolmogorov-Smirnov* digunakan untuk menaksir kesesuaian (*Fit Curve*) dari suatu persebaran data, serta dapat memberikan informasi tentang adanya ketidaksesuaian model (*Lack of fit*) jika $P\text{-value} < 0,05$. Selain itu, uji *Kolmogorov-Smirnov* berfungsi untuk memberikan pendekatan nilai maksimumnya adalah 1,00 dan nilai minimumnya adalah 0,00. Karena itu nilai *P-value* hanya untuk pendekatan, maka uji ini tidak mampu menunjukkan spesifikasi *P-value* yang sebenarnya dari sebaran empiris yang diamati tersebut. Jika data berasal dari distribusi normal, maka titik-titik distribusi datanya akan membentuk seperti garis lurus dengan nilai koefisien yang sangat besar. Adapun bila datanya berasal dari

distribusi lain, maka plot antara data dan nilai peluang akan menunjukkan sebuah bentuk kurva, dengan nilai koefisien kolerasi yang tidak terlalu besar. Sehingga H_0 akan ditolak pada taraf α tertentu, bila koefisien $>$ *critical value* disamping pengambilan keputusan memalui pendekatan *P-value*.

Asumsi untuk uji ini adalah data terdiri atas hasil pengamatan bebas yang merupakan sebuah sampel acak berukuran n dari suatu distribusi yang belum diketahui.

Adapun prosedur pengujiannya adalah sebagai berikut (Daniel, 1989),

1. Menentukan Hipotesis :

H_0 = Data yang diamati berdistribusi Poisson

H_1 = Data yang diamati tidak berdistribusi Poisson

2. Menentukan Taraf Signifikansi :

Taraf signifikan yang digunakan adalah $\alpha = 5\%$

3. Statistik Uji

$D = \text{Sup } |S(x) - F_0(x)|$

dengan :

$S(x)$ = distribusi kumulatif sampel dari populasi

$F_0(x)$ = distribusi kumulatif data teoritis dari distribusi yang di hipotesiskan

4. Kriteria Uji yang digunakan :

H_0 ditolak jika *p-value* $<$ nilai α .

3.17 Notasi Kendal

Merupakan notasi yang berfungsi untuk memodelkan suatu sistem antrian pertama yang dikemukakan oleh D.G Kendall dalam bentuk $a/b/c$, dan dikenal sebagai kendall. Namun, A.M. Lee menambahkan symbol d dan e sehingga menjadi $a/b/c/d/e$ yang disebut dengan notasi Kendall-Lee (Taha, 1996:627).

Menurut Taha (1997:186), notasi Kendall-Lee perlu adanya penambahan, yaitu dengan simbol f . Sehingga didapatkan suatu karakteristik suatu antrian yang dinotasikan dalam format baku $(a/b/c):(d/e/f)$. Notasi ini meliputi distribusi waktu antar kedatangan, distribusi waktu pelayanan, jumlah *server* pelayanan, disiplin

pelayanan, kapasitas sistem, dan ukuran sumber pemanggilan. Notasi a sampai f dapat digantikan dengan simbol-simbol seperti dalam tabel 3.3 berikut.

Tabel 3.2 Simbol-Simbol Pengganti Notasi Kendall-Lee

Notasi	Simbol	Keterangan
a dan b	M	Markov menyatakan kedatangan dan kepergian berdistribusi Poisson (Waktu antar kedatangan berdistribusi Eksponensial)
	D	Deterministik menyatakan waktu antar kedatangan atau waktu pelayanan konstan
	E_k	Waktu antar kedatangan atau Waktu pelayanan berdistribusi Erlang
	GI	Distribusi independen umum dari kedatangan (atau waktu antar kedatangan)
	G	Distribusi umum dari keberangkatan (atau waktu pelayanan)
c	1, 2, 3, ... ∞	Jumlah server
d	<i>FCFS/FIFO</i>	<i>First Come First Served/First In First Out</i>
	<i>LCFS/LIFO</i>	<i>Last Come First Served/Last In First Out</i>
	<i>SIRO</i>	<i>Service In Random Order</i>
	<i>PS</i>	<i>Priority Service</i>
e, f	1, 2, 3, ... ∞	Ukuran Populasi dan total kapasitas (di asumsikan tak terbatas jika tidak di definisikan)

3.18 Model Antrian Dasar

Dalam sistem antrian terdapat beberapa struktru antrian yang mempunyai bentuk serta fungsi yang berbeda. Dikelompokan dalam beberapa saluran (*single*

multiple) dan fase (*single* atau *multiple*), istilah saluran yaitu menunjukkan jumlah tempat yang memberikan pelayanan atau dapat diartikan sebagai jumlah fasilitas pelayanan. Sedangkan *phase* yaitu menunjukkan jumlah tahapan pelayanan dimana pelanggan harus melalui tahapan demi tahapan hingga dinyatakan lengkap. Sistem antrian dapat digolongkan sebagai berikut, (Subagyo, dkk, 2000) :

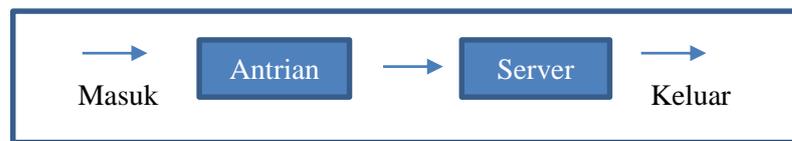
Tabel 3.3 Simbol dan Rumus Antrian

λ	Rata-rata tingkat kedatangan
μ	Rata-rata tingkat keberangkatan
n	Jumlah Individu dalam sistem
L_s	Jumlah unit rata-rata yang diharapkan dalam sistem/banyak pelanggan dalam antrian (unit)
L_q	Jumlah unit rata-rata yang diharapkan dalam antrian/banyak pelanggan dalam antrian (unit)
W_s	Lama waktu yang dihabiskan satu pelanggan dalam sistem
W_q	Lama waktu yang dihabiskan satu pelanggan dalam antrian
P_0	Probabilitas tidak ada pelanggan dalam sistem
P_w	Probabilitas menunggu dalam antrian
ρ	Tingkat insentitas fasilitas keberangkatan
S	Jumlah fasilitas pelayanan (Server)

1. *Single Channel – Single Phase*

Single Channel berarti hanya ada satu jalur yang memasuki sistem pelayanan atau ada suatu fasilitas pelayanan. *Single Phase* berarti hanya ada satu fasilitas pelayanan. Contohnya adalah sebuah kantor pos yang hanya mempunyai satu loket pelayanan dengan jalur satru antrian, supermarket yang hanya memiliki satu kasir sebagai

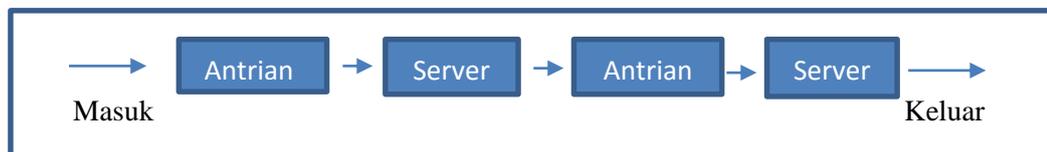
tempat pembayaran, dan lain-lain. Adapun model dan rumus yang digunakan seperti berikut (Pangestu, dkk, 1989)



Gambar 3.2 Ilustrasi Sistem Antrian *Single Channel - Single Phase*

2. *Single Channel – Multi Phase*

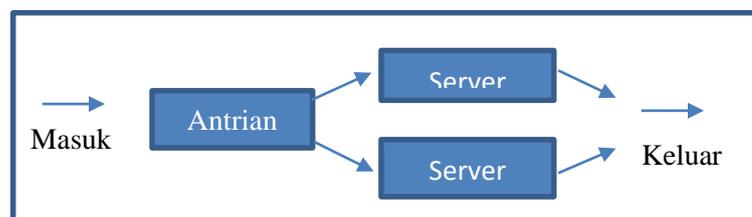
Sistem antrian jalur tunggal dengan tahapan berganda ini atau menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara fasilitas pelayanan berurutan. Sebagai contoh adalah: pencucian mobil, tukang cat mobil, dan sebagainya. Adapun model dan rumus yang digunakan seperti berikut (Pangestu dkk, 1989):



Gambar 3.3 Ilustrasi Sistem Antrian *Single Channel - Multi Phase*

3. *Multi Channel– Single Phase* dengan laju *Homogen*

Sistem *Multi Channel – Single Phase* terjadi di mana ada dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal. Contohnya adalah antrian pada sebuah bank dengan beberapa teller, pembelian tiket atau karcis yang dilayani oleh beberapa loket, pembayaran dengan beberapa kasir, dan lain-lain. Adapun model dan rumus yang digunakan seperti berikut (Pangestu dkk, 1989):



Gambar 3.4 Ilustrasi Sistem Antrian *Multi Channel - Single Phase*

4. *Multi Channel Single Phase* dengan laju *Heterogen*

Sistem *Multi Channel Single Phase* dengan laju *heterogen* terjadi dimana ada dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal, namun memiliki kondisi yang bebas untuk masuk kedalam sistem yang artinya mengisi dermaga yang kosong tanpa adanya penentuan untuk masuk ke dalam sistem yang sudah

ditentukan. Contohnya adalah antrian di Bandara Adisucipto Yogyakarta untuk Apron besar. Adapun rumus yang digunakan untuk laju pelayanan *Multi Channel Single Phase Heterogen* berbeda dengan laju layanan *Multi Channel Single Phase*. Menggunakan penurunan rumus seperti berikut (Adhie, 2017);

Tabel 3.4 Nilai λ dan μ

λ	Rata-rata kedatangan kapal/hari
μ_{s1}	Rata-rata keberangkatan kapal/hari
μ_{s2}	Rata-rata keberangkatan kapal/hari
μ_{s3}	Rata-rata keberangkatan kapal/hari
μ_{s4}	Rata-rata keberangkatan kapal/hari
μ_{s5}	Rata-rata keberangkatan kapal/hari
μ_{s6}	Rata-rata keberangkatan kapal/hari

Keterangan;

λ : Nilai rata-rata kedatangan kapal

μ_{s1} : Nilai rata-rata keberangkatan kapal server 01

μ_{s2} : Nilai rata-rata keberangkatan kapal server 02

μ_{s3} : Nilai rata-rata keberangkatan kapal server 03

μ_{s4} : Nilai rata-rata keberangkatan kapal server 04

μ_{s5} : Nilai rata-rata keberangkatan kapal server 05

μ_{s6} : Nilai rata-rata keberangkatan kapal server 06

Kemudian dilakukan penurunan rumus,

Misal :

μ_{s1} : μ_1

μ_{s2} : μ_2

μ_{s3} : μ_3

$$\mu_{s4} \quad : \mu_4$$

$$\mu_{s5} \quad : \mu_5$$

$$\mu_{s6} \quad : \mu_6$$

Dengan menggunakan persamaan kesetimbangan (*Global Balance Equation*);

$$\lambda P_0 = (\mu_1)P_1$$

$$\lambda P_1 = (\mu_1 + \mu_2)P_2$$

$$\lambda P_2 = (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)P_3$$

$$\lambda P_3 = (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4)P_4$$

$$\lambda P_4 = (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5)P_5$$

$$\lambda P_5 = (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 + \mu_6)P_6$$

$$\lambda P_6 = (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 + \mu_6)P_7$$

Kemudian mensubstitusikan nilai P_0 ke dalam P_k untuk $k = 1, 2, 3, \dots, s$ seperti berikut;

$$P_1 = \frac{\lambda}{\mu_1} P_0$$

$$P_2 = \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2} \frac{\lambda}{\mu_1} P_0$$

$$P_3 = \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3} \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2} \frac{\lambda}{\mu_1} P_0$$

$$P_4 = \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4} \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3} \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2} \frac{\lambda}{\mu_1} P_0$$

$$P_5 = \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5} \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4} \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3} \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2} \frac{\lambda}{\mu_1} P_0$$

$$P_6 = \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 + \mu_6} \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5} \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4} \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3} \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2} \frac{\lambda}{\mu_1} P_0$$

Dan secara umum diperoleh,

$$P_k = \frac{\lambda^k}{\prod_{i=1}^k \sum_{j=1}^i \mu_j} P_0$$

Misal;

$$k = 1 \rightarrow P_1 = \frac{\lambda^1}{\prod_{i=1}^1 \sum_{j=1}^i \mu_j} P_0 = \frac{\lambda}{u_1} P_0$$

$$k = 2 \rightarrow P_2 = \frac{\lambda^2}{\prod_{i=1}^2 \sum_{j=1}^i \mu_j} P_0 = \frac{\lambda}{u_1 \sum_{j=1}^2 \mu_j} P_0$$

$$k = 3 \rightarrow P_3 = \frac{\lambda^3}{\prod_{i=1}^3 \sum_{j=1}^i \mu_j} P_0 = \frac{\lambda}{u_1 \sum_{j=1}^3 \mu_j \sum_{j=1}^2 \mu_j} P_0$$

Untuk $k = 7, 8, \dots$ ($k > s$)

$$P_7 = \frac{\lambda^6}{\mu_1 \sum_{j=1}^2 \mu_j \dots \sum_{j=1}^6 \mu_j} \frac{\lambda}{\sum_{j=1}^6 \mu_j} P_0$$

$$P_8 = \frac{\lambda^6}{\mu_1 \sum_{j=1}^2 \mu_j \dots \sum_{j=1}^6 \mu_j} \left(\frac{\lambda}{\sum_{j=1}^6 \mu_j} \right)^2 P_0$$

Sehingga di dapatkan persamaan,

$$P_k = \begin{cases} \frac{\lambda^k}{\prod_{i=1}^k \sum_{j=1}^i \mu_j} P_0, k = 1, 2, \dots, s \\ \frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^s \sum_{j=1}^i \mu_j} \left(\frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j} \right)^{k-s} P_0, k > s \end{cases}$$

Karena pelanggan yang memungkinkan datang lebih dari sistem melebihi dari server tersebut maka dapat mensubsitusikan $k > s$ ke dalam L_q ,

$$L_q = \sum_{n=s}^{\infty} (n - s) P_n$$

$n-s$ yaitu banyak pelanggan yang berada dalam sistem dikurangi dengan yang berada di dalam server (s), maka;

Misal $n = a$, maka $a = k-s$ sehingga $k = a+s$;

$$\begin{aligned}
L_q &= \sum_{n=s}^{\infty} (a - s)P_a \\
&= \sum_{a=0}^{\infty} a P_{a+s} \\
&= \sum_{a=0}^{\infty} a \frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^s \sum_{j=1}^i \mu_j} \left(\frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j} \right)^a P_0 \\
&= P_0 \frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^s \sum_{j=1}^i \mu_j} \sum_{a=0}^{\infty} a \left(\frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j} \right)^a \\
&= P_0 \frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^s \sum_{j=1}^i \mu_j} \frac{\left(\frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j} \right)}{1 - \frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j}}
\end{aligned}$$

Kemudian mencari formula dari P_0 ,

$$\begin{aligned}
\sum_{k=0}^{\infty} P_k &= 0 \\
P_0 + \frac{\lambda}{\mu_1} P_0 + \dots + \frac{\lambda^6}{\prod_{i=1}^6 \sum_{j=1}^i \mu_j} P_0 + \frac{\lambda^6}{\prod_{i=1}^6 \sum_{j=1}^i \mu_j} \frac{\lambda}{\sum_{j=1}^6 \mu_j} + \dots \\
&+ \frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^s \sum_{j=1}^i \mu_j} \left(\frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j} \right)^{k-s} = 1
\end{aligned}$$

Sehingga,

$$P_0 \left[1 + \sum_{k=1}^{s-1} \frac{\lambda^k}{\prod_{i=1}^k \sum_{j=i}^i \mu_j} + \sum_{k=s}^{\infty} \left(\frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^k \sum_{j=1}^i \mu_j} \right) \left(\frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j} \right)^{k-s} \right] = 1$$

Rumus umum dari P_0

$$P_0 = \frac{1}{R_1 + R_2}$$

$$\begin{aligned}
R_1 &= 1 + \sum_{k=1}^{s-1} \frac{\lambda^k}{\prod_{i=1}^k \sum_{j=1}^i \mu_j} \\
R_2 &= \sum_{k=s}^{\infty} \left(\frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^k \sum_{j=1}^i \mu_j} \right) \left(\frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j} \right)^{k-s} \\
&= \frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^s \sum_{j=1}^i \mu_j} + \frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^s \sum_{j=1}^i \mu_j} \frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j} + \frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^s \sum_{j=1}^i \mu_j} \left(\frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j} \right)^2 + \dots + \\
&= \frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^s \sum_{j=1}^i \mu_j} \left[1 + \frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j} + \left(\frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j} \right)^2 + \dots \right] \\
&= \frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^s \sum_{j=1}^i \mu_j} \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j}} \\
P_0 &= \frac{1}{\left[1 + \sum_{k=1}^{s-1} \frac{\lambda^k}{\prod_{i=1}^k \sum_{j=1}^i \mu_j} \right] + \left[\frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^s \sum_{j=1}^i \mu_j} \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j}} \right]}
\end{aligned}$$

Berdasarkan formula tersebut maka di dapatkan,

$$\rho = \frac{\lambda}{\sum_{i=1}^s \mu_i} \quad (3.17)$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (3.18)$$

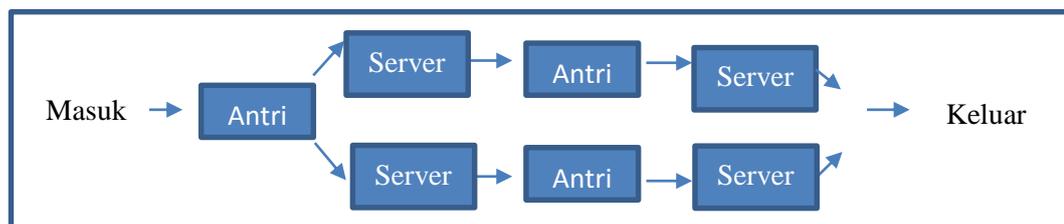
$$\begin{aligned}
W_s &= W_q + E(s) \\
&= W_q + \frac{s}{\sum_{i=1}^s \mu_i} \quad (3.19)
\end{aligned}$$

$$L_s = \lambda W_s \quad (3.20)$$

5. Multi Channel Multi Phase

Sistem *Multi Channel – Multi Phase* ini menunjukkan bahwa setiap sistem mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahanan sehingga terdapat lebih

dari suatu pelanggan yang dapat dilayani pada waktu bersamaan. Contoh pada model ini adalah: pada pelayanan yang diberikan kepada pasien di rumah sakit dimulai dari pendaftaran, diagnosa, tindakan medis, sampai pembayaran, registrasi ulang mahasiswa baru pada sebuah universitas, dan lain-lain. Adapun model yang digunakan seperti berikut:



Gambar 3.5 Ilustrasi Sistem Antrian *Multi Channel - Multi Phase*

BAB IV

METODOLOGI PENELITIAN

4.1 Populasi dan Sampel

Dalam pengumpulan dan menganalisa suatu data, hal yang paling utama adalah menentukan populasi terlebih dahulu. Menurut Sugiyono (2009), populasi adalah suatu wilayah yang terdiri atas objek/subyek yang mempunyai kualitas dan karakteristik tertentu yang ditetapkan oleh peneliti untuk dipelajari dan kemudian ditarik kesimpulannya. Populasi dalam penelitian ini adalah semua penjualan batu bara. Sedangkan sampel dalam penelitian ini adalah penjualan batu bara domestik dan ekspor pada bulan Januari hingga Desember pada tahun 2016.

4.2 Tempat dan Waktu Penelitian

Tempat penelitian dilakukan di PT Bukit Asam Tbk (Persero) Tbk. Data yang diteliti adalah data yang diperoleh dari bagian *Penunjang Operasi*. Penelitian ini dilakukan pada bulan Januari 2017.

4.3 Variabel Penelitian

Dalam penelitian ini menggunakan dua variabel yaitu, jumlah kapal, dan waktu pelayanan kapal. Variabel penelitian adalah suatu atribut atau sifat atau nilai orang dari objek, atau kegiatan yang mempunyai variansi tertentu yang ditetapkan oleh peneliti dan kemudian ditarik kesimpulannya (Sugiyono, 2011). Variabel-variabel yang diteliti dikategorikan sebagai berikut:

1. Jumlah kedatangan dan keberangkatan kapal.
2. Waktu Pelayanan Kapal

4.4 Metode dan Pengumpulan data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder. Data yang digunakan adalah data penjualan batubara (domestik dan ekspor) di PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung pada tahun 2016 yang didapatkan dari bagian Penunjang Operasi.

4.5 Metode dan Analisis Data

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis bagaimana model antrian yang terbentuk pada tingkat kinerja antrian kapal yang datang dan kapal yang pergi dari PT Bukit Asam Tbk (Persero) Bandar Lampung, dengan melihat kriteria antrian, kedatangan, keberangkatan, dan layanan yang terjadi. Setelah mengetahui model antrian tersebut didapatkanlah nilai ukuran kinerja pada sistem yang terjadi.

4.6. Tahapan Penelitian

Proses stokastik yang terdapat pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Uji Distribusi

Data yang diambil dari bagian Penunjang Operasi, meliputi banyaknya kapal yang datang dan banyaknya kapal yang meninggalkan dermaga. Penguji melakukan pengujian distribusi dari data kedatangan dan keberangkatan sebelum menerapkan teori antrian.

2. Model Antrian

Sistem antrian yang terdapat di PT Bukit Asama Tbk (Persero) Bandar Lampung yaitu model *Multi Channel Single Phasa* dimana terdapat lebih dari satu dermaga untuk melayani kapal yang datang.

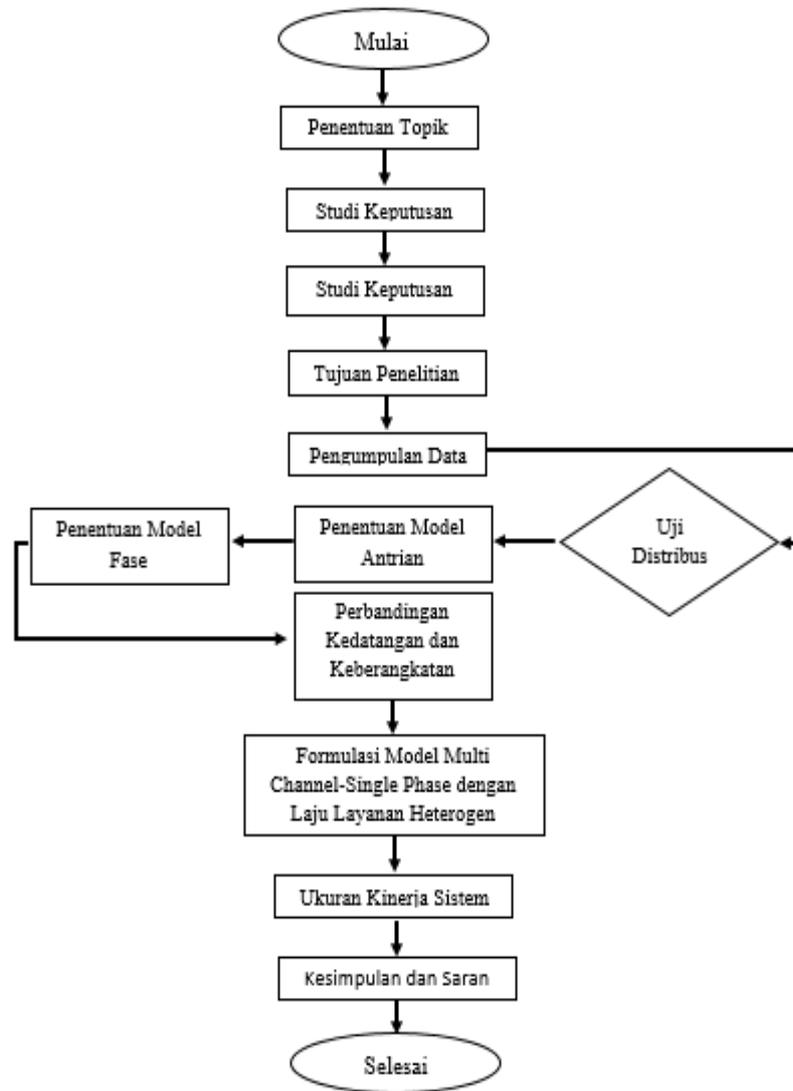
3. Penentuan Model Fase

Berdasarkan uji distribusi yang dihasilkan pada langkah pertama selanjutnya dapat ditentukan model antrian yang sesuai dengan menggunakan aturan

4. Formulasi Model *Multi Channel-Single Phase* menggunakan laju layanan homogen yang bertujuan untuk memudahkan dalam proses analisis.

Dikatakan homogen karena pelanggan berada dalam sistem yang sudah ditentukan atau fleksibel berada di dalam sistem.

Adapun tahapan penelitian secara keseluruhan disajikan dalam gambar sebagai berikut:



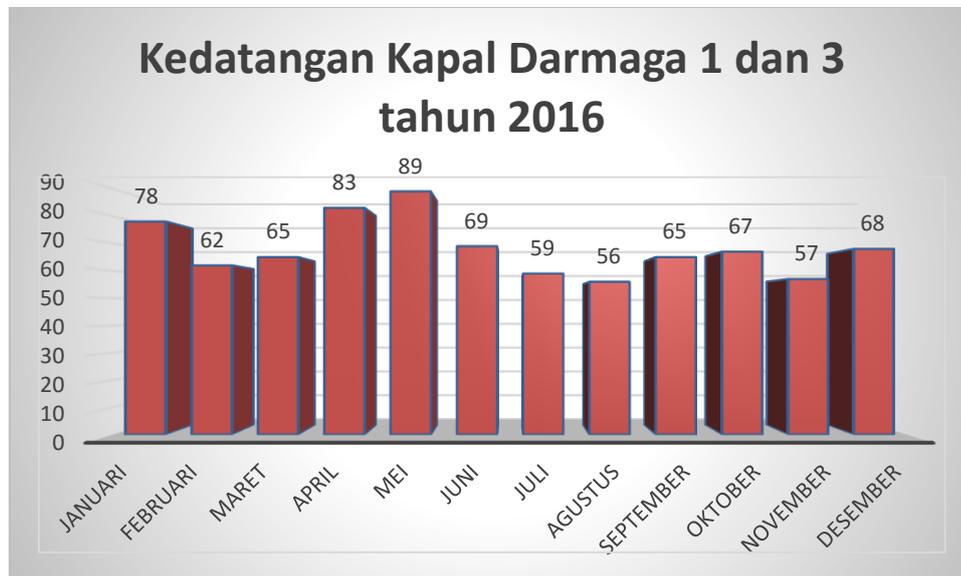
Gambar 4.1 Tahapan Penelitian

BAB V

HASIL DAN PEMBAHASAN

5.1 Deskripsi Pergerakan Kedatangan Kapal Dermaga 1 dan 3 Pada Tahun 2016

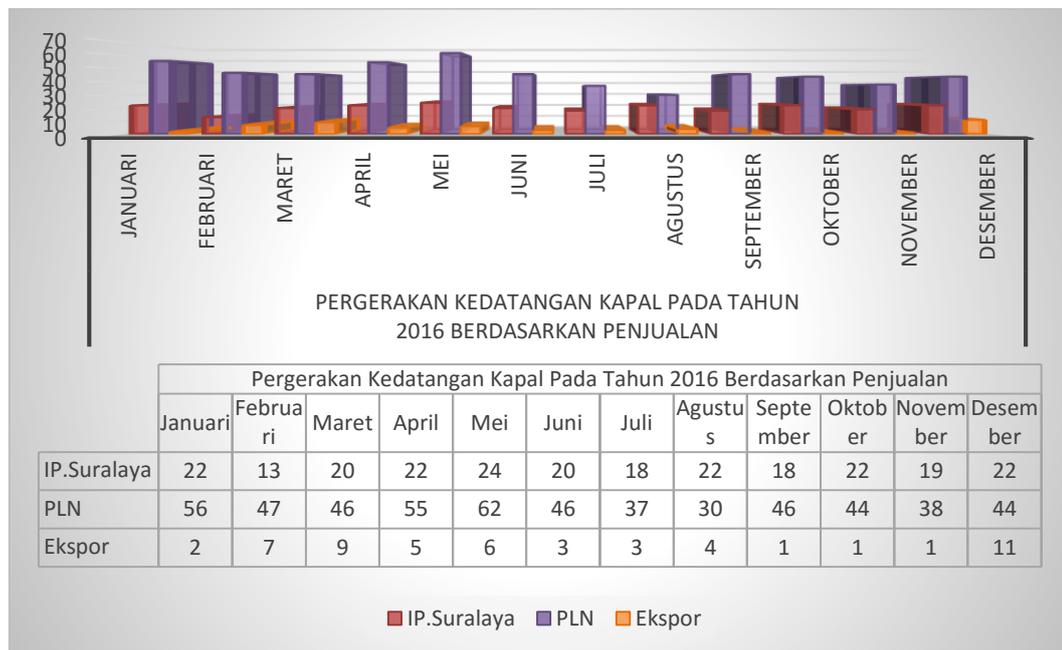
Pergerakan kedatangan kapal dermaga 1 dan 3 tahun 2016 di PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung. Berdasarkan gambar **5.1** dapat dilihat bahwa kedatangan kapal bersifat fluktuatif, artinya tingkat kedatangan kapal selama bulan Januari sampai bulan Desember tidak stabil. Kedatangan pada bulan Januari yaitu sebanyak 78 kapal, pada bulan Februari mengalami penurunan sebanyak 62 kapal, pada bulan Maret mengalami kenaikan kembali menjadi 65 kapal, pada bulan April mengalami kenaikan kembali menjadi 83 kapal, pada bulan Mei mengalami penurunan menjadi 89 kapal, pada bulan Juni mengalami penurunan menjadi 69 kapal, pada bulan Juli mengalami penurunan menjadi 59 kapal, pada bulan Agustus mengalami sedikit penurunan menjadi 56 kapal, pada bulan September mengalami kenaikan menjadi 65 kapal, pada bulan Oktober mengalami sedikit penurunan menjadi 67 kapal, pada bulan November mengalami penurunan menjadi 57, dan pada bulan Desember kembali mengalami kenaikan yaitu menjadi 68 kapal. Berdasarkan kedatangan kapal dermaga 1 dan 3, kapal yang paling banyak datang yaitu pada bulan Mei sebanyak 89 kapal sedangkan kapal yang paling sedikit datang yaitu pada bulan Agustus sebanyak 56 kapal.



Gambar 5.1 Pergerakan Kedatangan Kapal Dermaga 1 dan 3 Pada Tahun 2016

5.2 Deskripsi Pegerakan Kedatangan Kapal Pada Tahun 2016 Berdasarkan Penjualan

Pergerakan kedatangan kapal pada tahun 2016 berdasarsarkan penjualan di PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung. Berdasarkan gambar 5.2 dibawah ini penjualan yang paling tinggi didominasi oleh PLN, diikuti oleh IP.Suralaya dan Ekspor. Penjualan paling tinggi berada di bulan mei sebanyak 92 kapal. Terdiri dari IP Suralaya 24 kapal, PLN 62 Kapal, dan Ekspor 6 Kapal. Sedangkan penjualan paling sedikit berada di bulan Agustus sebanyak 56 kapal. Terdiri dari IP Suralaya 22 Kapal, PLN 30 kapal, dan Ekspor hanya 4 kapal.



Gambar 5.2 Pergerakan Kedatangan Kapal Pada Tahun 2016 Berdasarkan Penjualan

5.3 Deskripsi Pergerakan Kedatangan Kapal di Dermaga 1 Tahun 2016

Pergerakan kedatangan kapal yang datang di dermaga 1 tahun 2016 yang ada di PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung. Berdasarkan gambar 5.3 dibawah ini diketahui bahwa pada bulan januari terdapat 55 kapal. Pada bulan Februari terdapat 45 kapal. Pada bulan Maret terdapat 48 kapal. Pada Bulan April terdapat 63 kapal. Pada bulann Mei terdapat 66 kapal. Pada bulan Juni Terdapat 47 kapal. Pada bulan Juli terdarpat 43 kapal. Pada bulan Agustus terdapat 48 kapal. Pada bulan September terdapat 50 kapal. Pada bulan Oktober terdapat 57 kapal. Pada Bulan November terdapat 45 kapal. Pada bulan Desember terdapat 52 Kapal. Berdasarkan kapal yang datang pada bulan Januari sampai bulan Desember, kapal yang paling banyak datang yaitu terdapat pada bulan Mei sebanyak 66 kapal, diikuti oleh pada bulan April sebanyak 63 kapal, pada bulan Oktober sebanyak 57 kapal, pada bulan Januari sebanyak 55, pada bulan Desermber sebanyak 52 kapal, pada bulan September sebanyak 50 kapal, pada bulan Agustus dan Maret kedatangan kapal sama sebanyak 48 kapal, pada bulan Juni sebanyak 47 kapal, pada bulan

November dan Februari kedatangan kapal sama sebanyak 45 kapal, pada bulan Juli sebanyak 43 kapal. Contoh perhitungan mencari rata-rata kedatangan dan keberangkatan kapal di dermaga 1 adalah sebagai berikut:

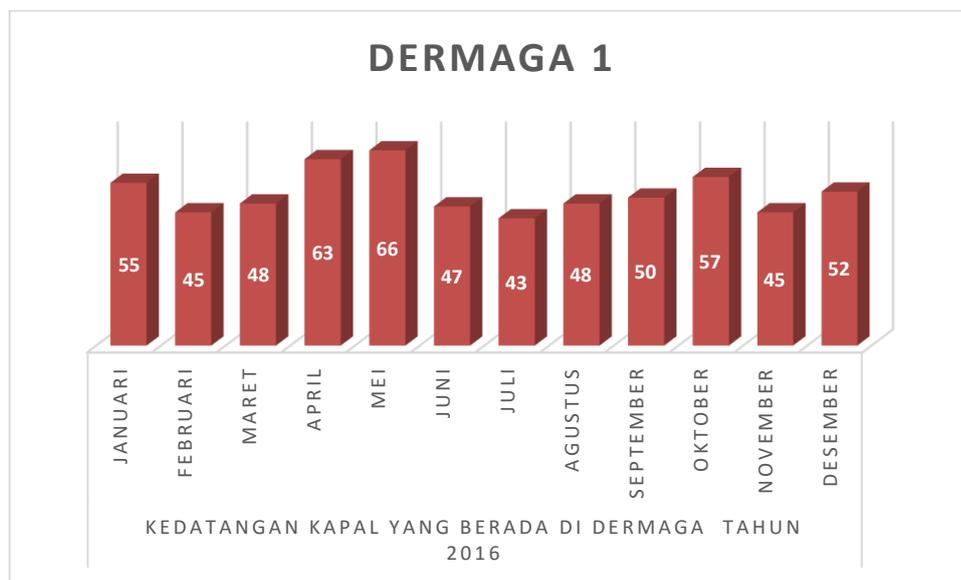
Tabel 4.1 Rata-rata Kedatangan Kapal Setiap Bulan di Dermaga 1

Bulan	Kedatangan	Kinerja	Rata-Rata Kedatangan
Januari	55	23	2,3913
Februari	45	22	2,045455

Tabel 4.2 Rata-rata Keberangkatan Kapal di Setiap Bulan Dermaga 1

Bulan	Keberangkatan	Kinerja	Rata-rata keberangkatan
Januari	114,7716485	23	4,977028196
Februari	66,09032	22	2,705709

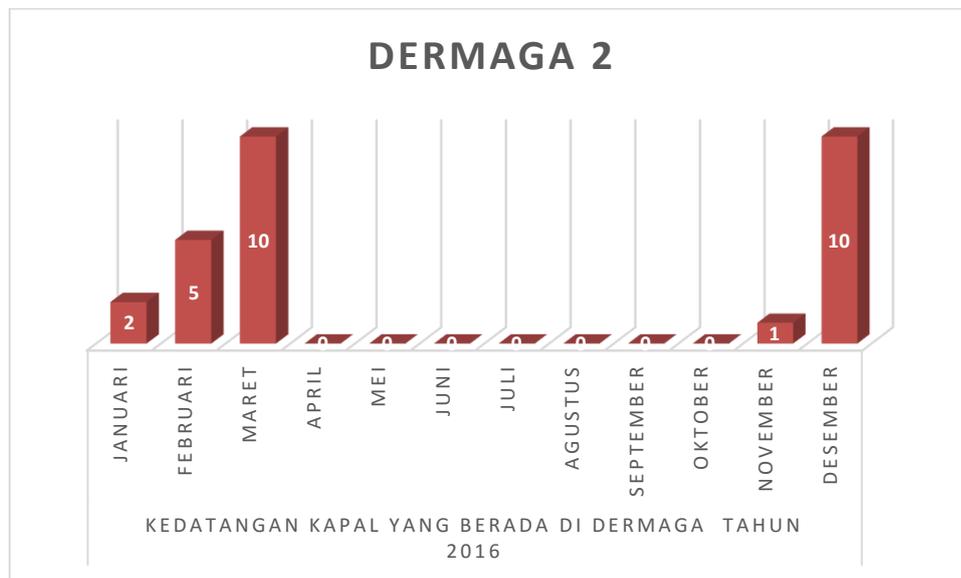
Berdasarkan tabel **4.1** rata-rata kedatangan kapal pada bulan januari yaitu 2,3913 dan rata-rata kedatangan kapal pada bulan februari yaitu 2,04545 dan pada tabel 4.2 rata-rata keberangkatan kapal pada bulan Januari yaitu 4,977028196 dan rata-rata keberangkatan kapal pada bulan Februari yaitu 2,705709. Hasil perhitungan selengkapnya terdapat pada **Lampiran 3** dan **Lampiran 6**.



Gambar 5.3 Pergerakan Kedatangan Kapal pada tahun 2016 di Dermaga 1

5.4 Deskripsi Pergerakan Kedatangan Kapal Di Dermaga 2 Pada Tahun 2016

Pergerakan kedatangan kapal yang datang di dermaga 2 pada tahun 2016 yang ada di PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung. Berdasarkan gambar 5.4 dibawah ini diketahui bahwa pada bulan Januari sebanyak 2 kapal. Pada bulan Februari sebanyak 5 kapal. Pada bulan Maret sebanyak 10 kapal. Pada Bulan April sampai bulan Oktober. Pada bulan Novermber sebanyak 1 kapal. Pada bulan Desember sebanyak 10 Kapal. Berdasarkan kapal yang datang pada bulan Januari sampai bulan Desember, kapal yang paling banyak datang yaitu terdapat pada bulan Maret dan Desember yaitu sebanyak 10 kapal, diikuti oleh pada bulan Februari sebanyak 5 kapal, pada bulan Januari sebanyak 2 kapal, pada bulan November sebanyak 1 kapal.



Gambar 5.4 Pergerakan Kedatangan Kapal Pada Tahun 2016 di Dermaga 2

5.5 Deskripsi Pergerakan Kedatangan Kapal di Dermaga 3 Pada Tahun 2016

Pergerakan kedatangan kapal yang datang di Dermaga 3 pada tahun 2016 yang ada di PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung. Berdasarkan gambar 5.5 dibawah ini diketahui bahwa pada bulan Januari sebanyak 23 kapal. Pada bulan Februari sebanyak 17 kapal. Pada bulan Maret sebanyak 17 kapal. Pada Bulan April sebanyak 19 kapal. Pada bulan Mei sebanyak 26 kapal. Pada bulan Juni sebanyak 22 Kapal. Pada bulan Juli sebanyak 15 kapal. Pada bulan Agustus sebanyak 8 kapal. Pada bulan September sebanyak 15 kapal. Pada bulan Oktober sebanyak 10 kapal. Pada Bulan November sebanyak 12 kapal. Pada bulan Desember terdapat 15 Kapal. Berdasarkan kapal yang datang pada bulan Januari sampai bulan Desember, kapal yang paling banyak datang yaitu terdapat pada bulan Mei sebanyak 23 kapal, diikuti oleh pada bulan Januari sebanyak 23 kapal, pada bulan Juni sebanyak 22 kapal, pada bulan April sebanyak 19 kapal, pada bulan Februari dan Maret mempunyai jumlah yang sama sebanyak 17 kapal, pada bulan Juli, September, dan Desember mempunyai jumlah yang sama sebanyak 15, pada bulan November sebanyak 12 kapal, pada bulan Oktober sebanyak 10 kapal, dan pada bulan Agustus sebanyak 8. Contoh perhitungan mencari rata-rata kedatangan dan keberangkatan kapal di Dermaga 3 adalah sebagai berikut:

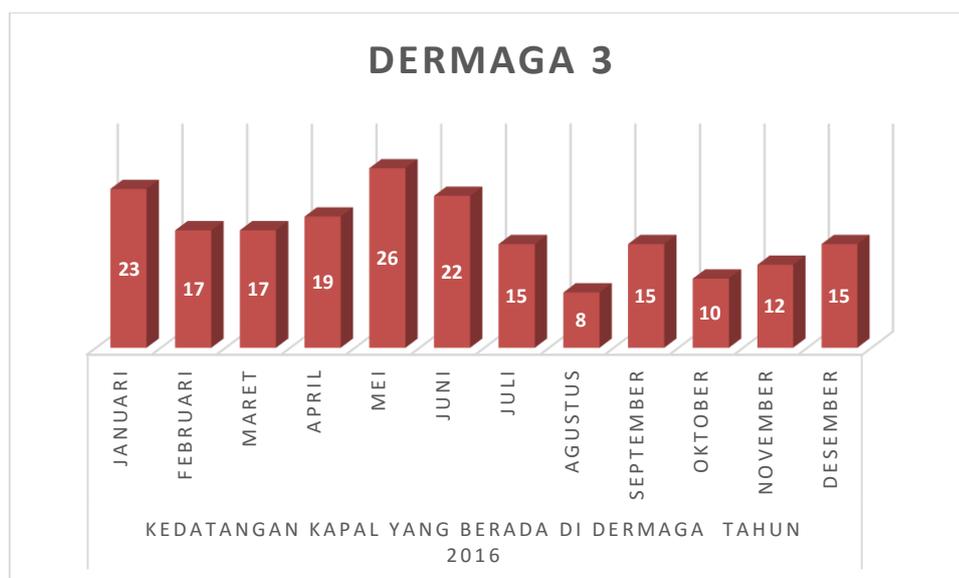
Tabel 4.3 Rata-rata Kedatangan Kapal di Dermaga 3

Bulan	Kedatangan	Kinerja	Rata-Rata Kedatangan
Januari	23	15	1,5333
Februari	17	13	1,307692

Tabel 4.4 Rata-rata Keberangkatan Kapal di Dermaga 3

Bulan	Keberangkatan	Kinerja	Rata-rata keberangkatan
Januari	42,95677229	15	4,977028196
Februari	31,30723	13	2,408248525

Berdasarkan tabel 4.1 rata-rata kedatangan kapal pada bulan januari yaitu 1,5333 dan rata-rata kedatangan kapal pada bulan februari yaitu 1,307692 dan tabel 4.2 rata-rata keberangkatan kapal pada bulan Januari yaitu 4,977028196 dan rata-rata keberangkatan kapal pada bulan Februari yaitu 2,408248525. Hasil perhitungan selengkapnya terdapat pada **Lampiran 4** dan **Lampiran 7**.

**Gambar 5.5** Pergerakan Kedatangan Kapal Pada Tahun 2016 di Dermaga 3

5.6 Uji Distribusi

Data yang didapatkan berasal dari bagian Penunjang Operasi PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung meliputi penjualan batubara domestik pada tahun 2016. Selanjutnya melakukan pengujian distribusi kedatangan dan keberangkatan untuk menentukan model antrian yang sesuai. Namun pada dermaga 2 tidak dilakukan pengujian distribusi sebab kedatangan kapal dan keberangkatan sangat sedikit dibandingkan dengan dermaga 1 dan dermaga 3. Fungsi dermaga 2 hanya digunakan ketika dermaga lain mengalami perawatan dengan kata lain dermaga 2 tidak selalu digunakan.

5.6.1 Uji Distibusi Kedatangan dan Keberangkatan Dermaga 1 dan Dermaga 3

Dermaga 1 dan 3 melayani semua kedatangan kapal baik berupa domestik maupun mancanegara atau bisa diartikan sebagai dermaga utama. Setelah melakukan uji distribusi menggunakan *IBM SPSS Statistics* didapatkan hasil seperti berikut:

Tabel 5.1 Uji Distribusi Kedatangan Dermaga 1 dan Dermaga 3

	Dermaga 1	Dermaga 3
Hipotesis	H0 : Data Kedatangan (<i>Arrival</i>) Kapal Berdistribusi Poisson	
	H1 : Data Kedatangan (<i>Arrival</i>) Kapal Tidak Berdistribusi Poisson	
Tingkat Kepercayaan	0,05	0,05
Daerah Kritis	Jika : Asymp. SIG (2-Tailed) < α Tolak H0	Jika : Asymp. SIG (2-Tailed) < α Tolak H0
<i>Asymp. SIG (2-Tailed)</i>	0,480	0,278
Keputusan	0,480 > 0,05	0,278 > 0,05

	Gagal Tolak H0	Gagal Tolak H0
Kesimpulan	Data kedatangan Kapal Berdistribusi Poisson	

Berdasarkan hasil uji distribusi kedatangan dengan menggunakan *IBM SPSS Statistics* menggunakan uji Poisson, bahwa data yang digunakan sudah sesuai dah berdistribusi Poisson.

Tabel 5.2 Uji Distribusi Keberangkatan Dermaga 1 dan Dermaga 3

	Dermaga 1	Dermaga 3
Hipotesis	H0 : Data Keberangkatan (<i>Departure</i>) Kapal Berdistribusi Poisson	
	H1 : Data Keberangkatan (<i>Departure</i>) Kapal Tidak Berdistribusi Poisson	
Tingkat Kepercayaan	0,05	0,05
Daerah Kritis	Jika : Asymp. SIG (2-Tailed) $< \alpha$ Tolak H0	Jika : Asymp. SIG (2-Tailed) $< \alpha$ Tolak H0
<i>Asymp. SIG (2-Tailed)</i>	0,537	0,322
Keputusan	$0,537 > 0,05$	$0,322 > 0,05$
	Gagal Tolak H0	Gaga Tolak H0
Kesimpulan	Data keberangkatan Kapal Berdistribusi Poisson	

Berdasarkan hasil uji distribusi kedatangan dengan menggunakan *IBM SPSS Statistics* menggunakan uji Poisson, bahwa data yang digunakan sudah sesuai dah berdistribusi Poisson.

5.7 Penentuan Model Antrian

Berdasarkan hasil dari Uji Kebaikan Suai (*Goodness of fit*) *Chi-Square* waktu antar kedatangan dan keberangkatan yang telah dilakukan, dapat ditentukan model dari suatu antrian. Model sistem antrian di PTBukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung mengikuti bentuk *Multi Channel Single Phase* yang mempunyai antrian tunggal dengan 3 fasilitas pelayanan namun hanya digunakan 2 fasilitas. Disiplin antrian yang digunakan adalah *FCFS*, yaitu pelanggan yang datang terlebih dahulu akan dilayani dahulu. Distribusi waktu antar kedatangan berdistribusi *Poisson* dan keberangkatan berdistribusi *Poisson*. Jadi model antrian yang digunakan di PTBukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung untuk dermaga 1 dan 3 adalah model (M/M/2): (FCFS/ ∞/∞).

5.8 Analisis Perhitungan Model Antrian

Selanjutnya yaitu melakukan perhitungan model antrian. Analisis perhitungan model antrian yang digunakan yaitu dengan menggunakan perhitungan secara manual dan menggunakan *Software R for Windows 7 32-bit*.

5.8.1 Analisis Perhitungan Manual

Model perhitungan yang digunakan untuk dermaga 1 dan 3 yaitu *Multi Channel Single Phase* yang mempunyai antrian ganda dan satu fasilitas pelayanan hanya meliputi kapal domestik dan menghilangkan kapal ekspor. Disiplin antrian yang didapatkan yaitu *FCFS*, artinya pelanggan yang datang terlebih dahulu akan dilayani pertama. Distribusi kedatangan yang didapatkan yaitu bersifat poisson dan distribusi keberangkatan bersifat poisson.

Kapal yang mengisi dermaga sesuai dengan jadwal yang telah ditentukan, namun bila mengikuti dengan jadwal yang telah ditentukan hasil perhitungan yang didapatkan sangat jauh dari kenyataan. Sehingga laju pelayanan yang digunakan adalah pelayanan heterogen karena mendapatkan hasil yang ideal. Berikut adalah nilai yang di dapatkan untuk dermaga 1 dan 3.

Tabel 5.3 Nilai λ dan μ dermaga 1 dan 3

λ	1 (rata-rata kedatangan kapal/bulan)
$\mu_{\text{dermaga 1}}$	3 (rata-rata keberangkatan kapal/bulan)
$\mu_{\text{dermaga 3}}$	2 (rata-rata keberangkatan kapal/bulan)

Keterangan;

λ : Nilai rata-rata kedatangan dermaga 1 dan 3

μ_{dermaga1} : Nilai rata-rata keberangkatan dermaga 1

μ_{dermaga3} : Nilai rata-rata keberangkatan dermaga 3

Setelah mendapatkan nilai kedatangan dan keberangkatan kapal, kemudian melakukan perhitungan *Multi Channel Single Phase* berdasarkan dermaga 1 dan dermaga 3.

Tabel 5.4 Nilai Dari Penjumlahan Keberangkatan

K	1	2
$\sum_{j=1}^k \mu_j$	3	5

Selanjutnya,

Tabel 5.5 Nilai dan Perhitungan Tiap Komponen

K	$\sum_{j=1}^k \mu_j$	λ^k	$\prod_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \mu_j$	$\frac{\lambda^k}{\prod_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \mu_j}$
1	3	1	3	0,33333
2	5	1	15	0,06667

Berikut adalah perhitungan antrian pada dermaga 1 dan 3 dengan menggunakan *Multi Channel Single Phase* dengan laju layanan yang heterogen;

$\lambda = 1$ (rata-rata kedatangan kapal/bulan)

$$\sum_{j=0}^2 \mu_j = 3 \text{ (rata-rata keberangkatan kapal/bulan)}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j} = \frac{1}{3} = 0,3333333$$

Jadi faktor kegunaan pelayanan adalah 0,3333333. Karena $\rho < 1$ maka keadaan *Stady State* dapat terpenuhi.

a. Probabilitas tidak ada pelanggan dalam sistem

Berikut adalah perhitungan untuk mencari nilai P_0 ,

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{\left[1 + \sum_{k=1}^{s-1} \frac{\lambda^k}{\prod_{i=1}^k \sum_{j=1}^i \mu_j} \right] + \left[\frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^s \sum_{j=1}^i \mu_j} \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j}} \right]} \\ &= \frac{1}{\left[1 + \sum_{k=1}^{2-1} \frac{\lambda^k}{\prod_{i=1}^k \sum_{j=1}^i \mu_j} \right] + \left[\frac{\lambda^2}{\prod_{i=1}^2 \sum_{j=1}^i \mu_j} \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{\sum_{j=1}^2 \mu_j}} \right]} \\ &= \frac{1}{[1,333333333] + [0,066666667 \times 1,25]} \\ &= \frac{1}{1,416666667} = 0,705882353 \end{aligned}$$

Dengan demikian bahwa peluang tidak ada kapal dalam sistem yaitu sebesar 0,705882353

b. Jumlah unit rata-rata yang diharapkan dalam antrian/banyak pelanggan dalam antrian (unit)

Berikut adalah perhitungan untuk mencari nilai L_q ,

$$L_q = P_0 \frac{\lambda^s}{\prod_{i=1}^s \sum_{j=1}^i \mu_j} \frac{\left(\frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j} \right)}{1 - \frac{\lambda}{\sum_{j=1}^s \mu_j}}$$

$$\begin{aligned}
&= P_0 \frac{\lambda^2}{\prod_{i=1}^2 \sum_{j=1}^i \mu_j} \frac{\left(\frac{\lambda}{\sum_{j=1}^2 \mu_j} \right)}{1 - \frac{\lambda}{\sum_{j=1}^2 \mu_j}} \\
&= 0,705882353 \times 0,066666667 \times 0,25 \\
&= 0,0117647706
\end{aligned}$$

Dengan demikian bahwa tidak ada kapal dalam antrian

c. Lama waktu yang dihabiskan satu pelanggan dalam antrian (menit)

Berikut adalah perhitungan untuk mencari nilai W_q ,

$$\begin{aligned}
W_q &= \frac{L_q}{\lambda} \\
&= \frac{0,0117647706}{1} = 0,0117647706 \text{ kapal/menit} \\
&= 0,0117647706 \times 60 \times 24 = 16,94117647 \text{ menit/kapal}
\end{aligned}$$

Berarti rata-rata menunggu kapal di dermaga adalah sebesar 16,94117647 menit/kapal.

d. Lama waktu yang dihabiskan waktu pelanggan dalam sistem (menit)

Berikut adalah perhitungan untuk mencari W_s ,

$$\begin{aligned}
W_s &= W_q + \frac{s}{\sum_{i=1}^s \mu_i} \\
&= 0,0117647706 + \frac{2}{5} \\
&= 0,411764706 \text{ kapal/hari} \\
&= 0,411764706 \times 60 \times 24 = 592,9411765 \text{ menit/kapal}
\end{aligned}$$

Berarti dalam dermaga rata-rata menunggu kapal dalam sistem atau dermaga sekitar 592 menit/kapal.

- e. **Jumlah unit rata-rata yang diharapkan dalam sistem/banyak pelanggan dalam sistem (unit)**

$$L_s = \frac{\lambda}{24} \times \frac{W_s}{60}$$

$$= \frac{1}{24} \times \frac{592,9411765}{60} = 0,411764706 \text{ kapal/hari}$$

$$= 0,411764706 \times 30 = 12,35294118 \text{ kapal/bulan}$$

Berarti jumlah kapal yang berada dalam sistem atau dermaga sekitar 12 kapal/bulan.

- f. **Perhitungan Menggunakan Aplikasi R Software**

```

> antrian.multi(2,1,3,2)
Kedatangan(lamda)= 1 kapal
Keberangkatan(miu)= 3 2 kapal
Jumlah Server(s)= 2 Server
Probabilitas Tidak Ada Pelanggan Dalam Sistem= 0.7058824
Banyak Pelanggan Dalam Sistem (Ls) menit/kapal= 0.4117647
Banyak Pelanggan Dalam Sistem (Ls) kapal/hari= 12.35294
Banyak Pelanggan Dalam Antrian (Lq)= 0.01176471
Lama waktu Yang Dihabiskan kapal Dalam Sistem (kapal/hari)= 0.4117647
Lama waktu Yang Dihabiskan kapal Dalam Sistem (menit/kapal)= 592.9412
Lama waktu Yang Dihabiskan kapal Dalam Antrian (kapal/hari)= 0.01176471
Lama waktu Yang Dihabiskan kapal Dalam Antrian (menit/kapal)= 16.94118

```

Gambar 5.6 Hasil Output menggunakan R Software

Hasil analisis pengujian teori antrian di PTBukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung menggunakan model *Multi Channel Single Phase* dengan laju layanan heterogen. Berdasarkan nilai Lq dapat dikatakan bahwa tidak terdapat kapal dalam antrian, sedangkan pada nilai Ls jumlah kapal yang berada dalam sistem sekitar 12 kapal/bulan. Waktu yang dihabiskan kapal dalam sistem sekitar 592 menit/kapal dan waktu yang dihabiskan kapal dalam antrian sekitar 16 menit/kapal. Dapat dikatakan bahwa antrian yang ada di PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung sudah cukup efektif dalam mengantisipasi antrian kapal dengan laju layanan heterogen.

BAB VI

KESIMPULAN DAN SARAN

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan yang telah dilakukan di atas, dapat ditarik beberapa kesimpulan:

1. Kedatangan kapal pada bulan Januari sampai Desember tahun 2016 di dermaga 1 dan 3 mengalami peningkatan yang cukup relatif artinya tingkat kedatangan kapal selama bulan Januari sampai bulan Desember tidak stabil. Kedatangan kapal paling banyak terjadi pada bulan Mei sebanyak 89 kapal sedangkan kedatangan kapal paling sedikit terjadi pada bulan Agustus sebanyak 56 kapal.
2. Model sistem antrian di PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung mengikuti bentuk *Multi Channel Single Phase* yang mempunyai antrian tunggal dengan 3 fasilitas pelayanan, namun hanya digunakan 2 fasilitas. Disiplin antrian yang digunakan yaitu *First Come First Served*. Distribusi waktu kedatangan berdistribusi *Poisson* dan keberangkatan berdistribusi *Poisson*. Sehingga model yang didapatkan adalah $(M/M/2):(FCFS/\infty/\infty)$.
3. Hasil yang didapatkan berdasarkan model antrian yang terbentuk dapat dilihat dari nilai L_s (banyak kapal dalam sistem), L_q (banyak kapal dalam antrian), W_s (lama waktu yang dihabiskan dalam sistem), W_q (lama waktu yang dihabiskan dalam antrian). Hasil yang didapatkan menggunakan laju pelayanan heterogen yaitu tidak terdapat kapal dalam antrian, jumlah kapal yang berada dalam sistem sekitar 12 kapal/bulan. Waktu yang dihabiskan kapal dalam sistem sekitar 592 menit/kapal, dan waktu yang dihabiskan kapal dalam antrian sekitar 16 menit/kapal. Dengan kata lain antrian di PTBukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung sudah cukup efektif.

6.2 Saran

1. Untuk pihak PT Bukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung mengoptimalkan agar semua dermaga di gunakan, baik dermaga 1, 2 dan 3.
2. Untuk pembaca agar menjadi tolak ukur untuk penelitian selanjutnya di PTBukit Asam (Persero) Tbk Bandar Lampung

DAFTAR PUSTAKA

- Bain, Lee J. dan Engelhardt, Max, 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Duxbury Press, California.
- Christofani. 2010. *Analisis Antrian Pada Spbu 34-17125 Jl.Patriot Raya Kampung Dua Jakasampurna Bekasi Barat 17145*. Jurnal. Universtias Krisnadwipayana, Bekasi.
- Dimiyanti, A, dan Tarliyah Y. 1999. *Operation Research Model Pengambilan Keputusan*, Bandung : PT Sinar Baru Algesindo.
- Gaspersz, Vincent. 1997, *Manajemen Kualitas Dalam Industri Jasa*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.
- Gross, D and Harris, C. M. 1998. *Fundamental of Quequeing Theory Third Edition*, John Wiley and Sons, INC. New York.
- Harisanti, Y. Q. 2009. *Kajian Grafik Pengendalian dan Analisis Kemampuan Proses Statistik Berbaris Distribusi Weibull*. Malang: Universitas Negeri Malang.
- Heryanto, Nar dan Tuti G. 2009. *Pengantar Statistika Matematis*. Bandung: Yrama Widya.
- Hillier, F. S dan Lieberman, G. J. 2008. *Introduction to Operations Research*: Edisi Terjemahan.
- Khabibah. 2012. *Sistem Antrian Pelayanan Bongkar Muat Kapal di Terminal Berlian Pelabuhan Tanjung Perak Surabaya*. Jurnal. Universitas Airlangga, Jawa Timur.
- Levin, R. I. dkk. 2002. *Quantitative Approaches to Managemant (Seventh Edition)*. New Jersey: McGraw-Hill.Inc.
- Loina. 2001. *Hubungan Masyarakat Membina Hubungan Baik Dengan Public*. Bandung: CV.Lalolo.

- Mulyono, Sri. 1991. *Riset Operasi*. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia-Press.
- Mulyono, Sri. 2007. *Riset Operasi*. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Ramadhan. 2017. *Simulasi Sistem Antrian Dengan Metode Multi Channel Single Phase*. Jurnal. Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung.
- Ruswandi. 2006. *Penerapan Sistem Antrian Sebagai Upaya Mengoptimalkan Pelayanan Terhadap Pasien Pada Loket Pengambilan Obat di Puskesmas Cicurug Sukabumi Jawa Barat*. Jurnal. Universitas Widyatama, Jawa Barat.
- Satrio. Adhie Pradana Noer. 2017. *Aplikasi Teori Antrian untuk Analisis Keterlambatan dan Evaluasi Kinerja Penjadwalan Keberangkatan Pesawat dengan Model Single Channel-Single Phase dan Multi Channel-Single Phase dengan laju layanan heterogen*. Tugas Akhir. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Indonesia, Yogyakarta.
- Schroeder. 1997. *Manajemen Operasi Pengambilan Keputusan Dalam Fungsi Operasi Jilid II Edisi Ketiga*. Jakarta: Erlangga.
- Siagian, Sondang P. 1987. *Penelitian Operasional Teori dan Praktek Cetakan ke-1*. Jakarta: Universitas Indonesia.
- Sinalunggu, S. 2008. *Pengantar Teknik Industri*. Yogyakarta: Graha ilmu.
- Sugiyono, 2011. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Subagyo, Pangestu, Marwan Asri dan T.Hani Handoko. 2000. *Dasar-dasar Operation Research (twoth Edition)*. Yogyakarta: BPFE.
- Taha, H.A. 1997. *Riset Operasi*. Jakarta: Binarupa Aksara.
- Thoha. 2013. *Aplikasi Teori Antrian Model Multi Channel Single Phase Dalam Optimalisasi Layanan Pembayaran Pelanggan Pada Senyum Media Stationery Jember*. Jurnal. Universitas Surabaya, Surabaya.

Triatmodjo, Bambang, 1996, *Pelabuhan*, Yogyakarta: Beta Ofset.

Yamit, Zulian. 1993. *Manajemen Kuantitatif Untuk Bisnis Operation Research (First Edition)*. Yogyakarta: BPFE

Walpole, Ronald E. dan Raymond Mayers. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistik Untuk Insinyur dan Ilmuan*. Bandung: Penerbit ITB.

Walpole, E.R. 2012. *Pengantar Statistik*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.

LAMPIRAN

Lampiran 1 *Output* hasil uji distribusi kedatangan Dermaga 1 dan Dermaga 3

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		darmaga1	darmaga3
N		12	12
Poisson Parameter ^a	Mean	2.83	2.92
Most Extreme Differences	Absolute	.232	.275
	Positive	.232	.251
	Negative	-.225	-.275
Kolmogorov-Smirnov Z		.804	.954
Asymp. Sig. (2-tailed)		.537	.322

a. Test distribution is Poisson.

Lampiran 2 *Output* hasil uji distribusi keberangkatan Dermaga 1 dan Dermaga 3

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		darmaga1	darmaga3
N		12	12
Poisson Parameter ^a	Mean	1.42	1.25
Most Extreme Differences	Absolute	.243	.287
	Positive	.171	.132
	Negative	-.243	-.287
Kolmogorov-Smirnov Z		.840	.992
Asymp. Sig. (2-tailed)		.480	.278

Lampiran 3 Rata-rata kedatangan kapal setiap bulan di dermaga 1

Bulan	Kedatangan	Kinerja	Rata-rata kedatangan
Januari	55	23	2,391304348
Februari	45	22	2,045454545
Maret	48	28	1,714285714
April	63	28	2,25
Mei	66	28	2,357142857
Juni	47	26	1,807692308
Juli	43	25	1,72
Agustus	48	28	1,714285714
September	50	26	1,923076923
Oktober	57	23	2,47826087
November	45	27	1,666666667
Desember	52	27	1,925925926
			1,999507989

Lampiran 4 Rata-rata kedatangan kapal setiap bulan di dermaga 3

Bulan	Kedatangan	Kinerja	Rata-rata kedatangan
Januari	23	15	1,533333333
Februari	17	13	1,307692308
Maret	17	16	1,0625
April	20	11	1,818181818
Mei	23	17	1,352941176
Juni	22	17	1,294117647
Juli	16	12	1,333333333
Agustus	8	7	1,142857143
September	15	11	1,363636364
Oktober	10	9	1,111111111
November	12	7	1,714285714
Desember	16	12	1,333333333
			1,363943607

Lampiran 5 Rata-rata kedatangan kapal setiap bulan di dermaga 1 dan 3

Bulan	Dermaga 1	Dermaga 3	Rata-rata kedatangan
Januari	2,3913043	1,5333333	1,962318841
Februari	2,0454545	1,3076923	1,676573427
Maret	1,7142857	1,0625	1,388392857
April	2,25	1,8181818	2,034090909
Mei	2,3571429	1,3529412	1,855042017
Juni	1,8076923	1,2941176	1,550904977
Juli	1,72	1,3333333	1,526666667
Agustus	1,7142857	1,1428571	1,428571429
September	1,9230769	1,3636364	1,643356643
Oktober	2,4782609	1,1111111	1,79468599
November	1,6666667	1,7142857	1,69047619
Desember	1,9259259	1,3333333	1,62962963
			1,681725798

Lampiran 6 Rata-rata keberangkatan kapal setiap bulan di dermaga 1

Bulan	Keberangkatan	Kinerja	Rata-rata Keberangkatan
Januari	114,4716485	23	4,977028196
Februari	66,09032392	22	2,705709242
Maret	72,58383019	28	2,592279649
April	95,1233552	28	3,397262686
Mei	98,58992659	28	3,521068807
Juni	88,86269332	26	3,417795897
Juli	87,08527794	25	3,483411118
Agustus	96,15193641	28	3,433997729
September	87,51066815	26	3,365794929
Oktober	82,41121845	23	3,583096454
November	105,8789317	27	3,921441915
Desember	104,2811733	27	3,862265677
			3,521762692

Lampiran 7 Rata-rata keberangkatan kapal setiap bulan di darmaga 3

Bulan	Keberangkatan	Kinerja	Rata-rata Keberangkatan
Januari	42,95677229	15	2,863784819
Februari	31,30723083	13	2,408248525
Maret	29,59749271	16	1,849843295
April	32,0895275	11	2,917229773
Mei	53,68227991	17	3,157781171
Juni	51,89844226	17	3,052849545
Juli	32,80067645	12	2,733389704
Agustus	23,2253429	7	3,317906128
September	33,5663664	11	3,051487855
Oktober	30,12003292	9	3,346670324
November	25,1806453	7	3,597235043
Desember	25,61321244	12	2,13443437
			2,869238379

Lampiran 8 Rata-rata keberangkatan kapal setiap bulan di dermaga 1 dan 3

Bulan	Dermaga 1	Dermaga 3	Rata-rata Keberangkatan
Januari	4,977028196	2,863785	3,920406508
Februari	2,705709242	2,408249	2,556978884
Maret	2,592279649	1,849843	2,221061472
April	3,397262686	2,91723	3,157246229
Mei	3,521068807	3,157781	3,339424989
Juni	3,417795897	3,05285	3,235322721
Juli	3,483411118	2,73339	3,108400411
Agustus	3,433997729	3,317906	3,375951928
September	3,365794929	3,051488	3,208641392
Oktober	3,583096454	3,34667	3,464883389
November	3,921441915	3,597235	3,759338479
Desember	3,862265677	2,134434	2,998350023
	3,521762692	2,869238	3,195500535
	3	2	

Lampiran 9 Sintaks Program *Multi Channel Single Phase Software R*

```

1 ▾ antrian.multi=function(s,L,M1,M2){
2   l1=L^1
3   l2=L^2
4   s1=M1
5   s2=M1+M2
6   a1=l1/s1
7   a2=l2/(s1*s2)
8   a=1+(l1/M1)
9   b1=l2/(s1*s2)
10  b2=1/(1-(L/s2))
11  b=b1*b2
12  d1=L/s2
13  d2=1-d1
14  d=d1/d2
15  rho=L/s2
16  Po=1/(a+b)
17  Lq=Po*b1*d
18  wq=Lq/L #kapal/hari
19  wq=wq*24*60 #menit/kapal
20  ws=wq+(s/s2) #kapal/hari
21  ws=ws*24*60 #menit/kapal
22  ls=(L/24)*(ws/60) #menit/kapal
23  ls=ls*30 #kapal/hari
24  cat("Kedatangan(lamda)=",L,"kapal\n")
25  cat("Keberangkatan(miu)=",M1,M2,"kapal\n")
26  cat("Jumlah Server(s)=",s,"server\n")
27  cat("Probabilitas Tidak Ada Pelanggan Dalam Sistem=",Po,"\n")
28  cat("Banyak Pelanggan Dalam Sistem (Ls) menit/kapal=",ls,"\n")
29  cat("Banyak Pelanggan Dalam Sistem (Ls) kapal/hari=",Ls,"\n")
30  cat("Banyak Pelanggan Dalam Antrian (Lq)=",Lq,"\n")
31  cat("Lama waktu yang Dihabiskan kapal Dalam Sistem (kapal/hari)=",ws,"\n")
32  cat("Lama waktu yang Dihabiskan kapal Dalam Sistem (menit/kapal)=",wq,"\n")
33  cat("Lama waktu yang Dihabiskan kapal Dalam Antrian (kapal/hari)=",wq,"\n")
34  cat("Lama waktu yang Dihabiskan kapal Dalam Antrian (menit/kapal)=",wq,"\n")
35 }
36
37 antrian.multi(2,1,3,2)

```