BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Regresi dengan pendekatan Matrik

Pola hubungan antara Peubah Y dan X yang bersifat linier dan sederhana dapat dimodelkan dengan persamaan:

$$Y_i = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + e_i \qquad \text{(untuk } i = 1, 2, \ldots, n) \qquad (2.1)$$

Keterangan :

- a_0 dan a_1 merupakan parameter regresi yang nilainya belum diketahui.
- a_0 biasa dikenal dengan intersep, yaitu jarak dari titik asal (titik 0) ke titik perpotongan antara garis regresi dengan sumbu Y. interpretasi paling mudah dari a_0 adalah nilai perkiraan rata-rata Y kalau nilai X sama dengan nol.
- a_1 dan a_2 merupakan koevisien arah (*Slope*) atau koefisien regresi.
- e merupakan galat (komponen sisa), yaitu penyebab variasi pada peubah respon yang tidak dapat diterangkan oleh peubah penjelas.

Komponen $a_0 + a_1X_1 + a_2X_2$ adalah komponen sistematik model yang mencerminkan keteraturan data yang domonan, sedangkan $e_i = Y_i - a_0 + a_1X_1 + a_2X_2$ merupakan komponen stokastik dari model. Komponen e_i dapat bernilai positif atau negatif, dengan harapan nilainya akan kecil bila model tersebut cukup tepat dalam menggambarkan pola hubungan. Bila diambil n pasangan dari populasi $((X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \ldots, (X_n, Y_n))$, maka atas dasar model yang terdapat antara X_i dan Y_i dapat dinyatakan sebagai :

$$Y_1 = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + e_1;\ Y_2 = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + e_2;\ \ldots;\ Y_n = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + e_n$$

Sistem persamaan-persamaan linier di atas dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut [SUG92]

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ . \\ . \\ . \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} \\ 1 & X_{12} & X_{22} \\ 1 & X_{13} & X_{23} \\ . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ . \\ . \\ . \\ e_n \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots(2.2)$$

(Y) = (X) (a) + (e)

Inilah model regresi linier dalam catatan matriks dengan persamaan $\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$ dalam bentuk vektor. Dengan menggunakan n pasangan (X_i, Y_i) melalui metode kuadat terkecil akan dihasilkan persamaan penduga a_0 dan a_1 dengan cara meminimumkan $\sum e_i^2$ (jumlah kuadrat galat). Dalam notasi matriks hal ini sama dengan membuat minimum e^Te, yitu dengan mengusahakan turunan pertama terhadap vektor a sama dengan nol.[SUG92]

untuk a dengan e^Te minimal adalah :

$$\frac{a(e^Te)}{\partial a} = 0$$

$$= (X a - Y)^T (X a - Y) \quad \ldots\ldots(2.3)$$

$$= ((X a)^T - Y^T)(X a - Y) \quad \ldots\ldots(2.3a)$$

$$= X^T a^T a X - Y^T X a - X^T a^T Y + Y Y^T \quad \ldots\ldots(2.3b)$$

$$0 = X^T X a - X^{TY} \quad \ldots\ldots(2.3c)$$

$$a = (X^T X)^{-1} (X^T Y) \quad \ldots\ldots(2.4)$$

Sehingga untuk menentukan a_0, a_1 dan a_2 maka perlu menghitung $[X^T X]$, $[X^T X]^{-1}$ dan $[X^T Y]$

Perkalian antara matriks X^T dengan matriks X tertulis dalam persamaan (2.5)

$$X^TX = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} \\ 1 & X_{12} & X_{22} \\ . & . & . \\ . & . & . \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} \end{bmatrix} \dots\dots (2.5)$$

Hasil perkalian matriks X^Tdennngan matriks X tertulisi dalam persamaan (2.5a)

$$X^TX = \begin{bmatrix} n & \sum X_{1i} & \sum X_{2i} \\ \sum X_{1i} & \sum X_{1i}^2 & \sum X_{1i}X_{2i} \\ \sum X_{2i} & \sum X_{1i}X_{2i} & \sum X_{2i}^2 \end{bmatrix} \dots\dots (2.5a)$$

Perkalian antara matriks X^T dengan matriks Y tertulis dalam persamaan (2.6)

$$X^TY = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ . \\ . \\ Y_n \end{bmatrix} \dots\dots (2.6)$$

Hasil perkalian matriks X^T dennngan matriks Y tertulisi dalam persamaa (2.6a)

$$X^TY = \begin{bmatrix} \sum Y \\ \sum X_{1i}Y_i \\ \sum X_{2i}Y_i \end{bmatrix} \dots\dots (2.6a)$$

Dengan demikian perumusan Matriksnya seperti tertulis pada persamaan (2.7)

$$a = (X^TX)^{-1} \quad (X^TY)$$

$$a = \begin{bmatrix} n & \sum X_{1i} & \sum X_{2i} \\ \sum X_{1i} & \sum X_{1i}^2 & \sum X_{1i}X_{2i} \\ \sum X_{2i} & \sum X_{1i}X_{2i} & \sum X_{2i}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum Y \\ \sum X_{1i}Y_i \\ \sum X_{2i}Y_i \end{bmatrix} \dots\dots (2.7)$$

Misalnya dalam suatu pengamatan data yang dipakai dalam analisa sebagai berikut:

N data hasil pengamatan atas vareabel X dan Y

Tabel 2.1 :Variabel X dan Y

No data	X_1	X_2	Y
1	X_{11}	X_{21}	Y_1
2	X_{12}	X_{22}	Y_2
3	X_{13}	X_{23}	Y_3
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n	X_{1n}	X_{2n}	Y_n

Algoritma untuk regresi polinum adalah:

1. memasukkan ordo yang dicocokkan, m
2. masukkan banyaknya titik data, n
3. jika n < m regresi tidak dilakukan atau hentikan proses dan jika n > m proses dijalankan
4. hitung persamaan elemen-elemen normal dalam bentuk matrik lengkap
5. pecahkan matrix lengkap untuk koefisien-koefisien $a_1, a_2, \ldots, a_n$ memakai metode eliminasi
6. Cetak koefisien regresi

Dalam contoh 6 obyek dibawah ini:

Tabel 2.2 : Contoh Pengamatan

No Sampel	Umur (X_1)	Berat (X_2)	Harga (Y)
1	1	1	6
2	2	3	10
3	3	5	15
4	4	6	16
5	5	8	20
6	6	10	25

Data yang diukur :
X_1 : Umur
X_2 : Berat
Y : Harganya

Maka dari tabel 2.2 dapat dibuat matriks dalam persamaan (2.8)

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 10 \\ 15 \\ 16 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 8 \\ 1 & 6 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (2.8)$$

Sehingga dari Tabel 2.2 dapat menghitung $[X^T X]$, $[X^T X]^{-1}$ dan $[X^T Y]$

Maka perkalian antara X^T dengan X dari table 2 sesuai dengan persamaan (2.9)

$$X^T X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 5 & 6 & 8 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 8 \\ 1 & 6 & 10 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (2.9)$$

Hasil perkalian anatara matriks X^T dengan matriks X dari persamaan (2.9)

$$X^T X = \begin{bmatrix} 6 & 21 & 33 \\ 21 & 91 & 146 \\ 33 & 146 & 235 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (2.9a)$$

Perkalian anata matriks X^T dengan matrikis Y dari table 2 dalam persamaan (2.10)

$$X^T Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 5 & 6 & 8 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \\ 15 \\ 16 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix} \qquad (2.10)$$

Hasil perkalian antara matriks X^T dengan matriks Y dari persamaan (2.10)

$$X^T Y = \begin{bmatrix} 92 \\ 385 \\ 617 \end{bmatrix} \qquad (2.10a)$$

Maka hasil perumusan matriks dari table 2 dalam persamaan (2.11)

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 21 & 33 \\ 21 & 91 & 146 \\ 32 & 146 & 235 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 92 \\ 385 \\ 617 \end{bmatrix} \qquad (2.11)$$

hasil Invers dari persamaan (2.1)

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.9167 & -3,25 & 1.75 \\ -3,25 & 8,9167 & -5,0833 \\ 1,75 & -5,0833 & 2,9167 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 92 \\ 385 \\ 617 \end{bmatrix} \qquad (2.11a)$$

maka koefisien regresi $a_{(baru)}$ atau a_0, a_1, a_2 hasil perkalian dari persamaan (2.11a)

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,8364 \\ -2,4666 \\ 3,5334 \end{bmatrix} \qquad (2.11b)$$

maka persamaan regresinya pada table 2 menjadi:

$$Y = 4,8364 + (-2,4666)X_1 + (3,5334)X_2 \qquad (2.12)$$

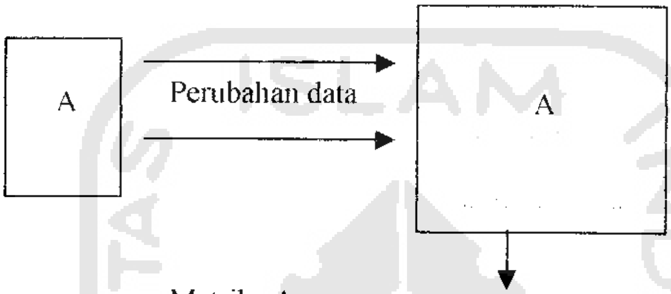
Metode matematika secara luas dapat didefinisikan sebagai formulasi atau persamaan yang mengungkap segi utama suatu sistem atau proses fisika dalam istilah matematika. Model merentang dari hubungan aljabar sederhana sampai sistem persamaan deferensial yang besar dan rumit. Dalam data experimen seringkali dijumpai kesalahan penting yang tercampur dgn data lain sehingga hasilnya kurang memuaskan. Dalam analisa regresi terdapat beberapa algoritma penyelesaian yang mengacu pada kondisi kasus dengan data yang ada hingga mencapai pendekatan antara pemakaian model matematis dan metode numerik yang sesuai. Suatu penyelesaian yang layak dipakai secara komputasi numerik adalah dengan mengandalkan suatu algoritma (metode yang terdiri atas sejumlah langkah yang jelas urutannya dan dijamin memberi hasil yang dikehendaki)

2.2 Pemakaian model matematis pada perubahan data regresi (*update*)

Data dapat memberikan informasi kejelasan maksud tertentu terhadap suatu analisa. Kesesuaian maksud dari suatu data tidak lepas dari muatan yang dikandung oleh data itu sendiri. Cara mendefinisikan data tersebut juga memberikan maksud tertentu dengan pendefinisian obyek permasalahan. Kesalahan data yang siknifikan dapat ditampilkan sebagai sumber data yang akan diolah. Dalam hal kesalahan penting yang tercampur dengan data, dan mengandung hasil-hasil yang kurang memuaskan tergolong dalam data eksperimen. Setrategi yang pantas dalam hal ini adalah dengan menurunkan suatu fungsi aproksinasi yang 'layak' cocok terhadap bentuk atau kecenderungan umum dari data itu sendiri. Untuk menganalisa data regresi terlebih dahulu memiliki data yang akan kita analisa. Dalam mengumpulkan data seringkali kita mengalami kesalahan pada pencoretan. Dengan sendirinya data tersebut mengalami perubahan.

Tujuan perubahan data ada 3 poin penting yang nantinya merupakan penulisan tugas akhir ini yaitu: penambahan data, pengurangan data dan penggantian nilai data. Penyederhanaan persamaan yang dipengaruhi oleh ketiga faktor diatas adalah dengan pemakaian matrik sebagai model penyesuaian persamaan matematika sebagai berikut:

Matriks A terdiri dari n obyek (data) dan m buah variabel pengukuran.



Matriks A

- Perubahan nilai data
- Pengurangan data
- Penambahan data

2.2.1 Pada penambahan data

Penambahan data terjadi apabila jumlah data sebanyak 6 kemudian ditambah 1 maka jumlah keseluruhan data sebanyak 7 buah.

Persamaan matiks penambahan data maka:

$$\begin{pmatrix} X \\ \\ s^T \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} X \\ \\ s^T \end{pmatrix} a = \begin{pmatrix} X \\ \\ s^T \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} Y \\ \\ B \end{pmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.13)$$

$$\begin{pmatrix} X^T \\ \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ \\ s^T \end{pmatrix} a = \begin{pmatrix} X^T \\ \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y \\ \\ B \end{pmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.13a)$$

$$X^T X + s\, s^T \quad a = X^T Y + s\, B \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2.14)$$

$$a = \{(X^T X + s\, s^T)^{-1}\}\{X^T Y + s\, B\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.15)$$

Jika dari data dalam tabel 2.2 ditambah dengan:

$s\begin{bmatrix}7\\8\end{bmatrix}$ dan B [12]

maka $a_{(baru)}$ atau a_0, a_1, a_2 disubtitusikan ke dalam rumus dalam persamaan (2.17)

$$\begin{bmatrix}a_0\\a_1\\a_2\end{bmatrix}=\left[\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1\\1&2&3&4&5&6\\1&3&5&6&8&10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&5\\1&4&6\\1&5&8\\1&6&10\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\7\\8\end{bmatrix}[1\,7\,8]\right]^{-1}\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1\\1&2&3&4&5&6\\1&3&5&6&8&10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}6\\10\\15\\16\\20\\25\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\7\\8\end{bmatrix}[12] \quad (2.16)$$

Hasil Perkalian X^T dengan X , s dengan s^T, X^T dengan Y dan s dengan B dari (2.16)

$$\begin{bmatrix}a_0\\a_1\\a_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6&21&33\\21&91&146\\33&146&235\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&7&8\\7&49&56\\8&56&64\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}92\\385\\617\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}12\\84\\96\end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2.16a)$$

hasil Penjumlahan dari (X^T X + s s^T) dan (X^T Y + s B) dari persamaan (2.16a)

$$\begin{bmatrix}a_0\\a_1\\a_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7&28&41\\28&140&202\\41&202&299\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}104\\469\\713\end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots (2.16b)$$

Hasil invers Penjumlahan (X^T X + s s^T) dari persamaan (1.16b)

$$\begin{bmatrix}a_0\\a_1\\a_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0,7395&-0,0630&-0,0588\\-0,0630&0.2885&-0,1863\\-0,0588&-0,1863&0,1372\end{bmatrix}\begin{bmatrix}104\\469\\713\end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots (2.16c)$$

maka koefisien regresi $a_{(baru)}$ atau a_0, a_1, a_2 hasil perkalian dari persamaan (1.16c)

$$\begin{bmatrix}a_0\\a_1\\a_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5,4366\\-4,0774\\4,3337\end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots (2.16d)$$

Persamaan regresi setelah nilai data tabel 2.2 ditamabah 1 data dengan s dan B menjadi:

$$Y = 5{,}4266 + (-3{,}7174)X_1 + (221{,}0857)X_2 \qquad (2.17)$$

2.2.2 Pada penggantian data

Proses terjadinya penggantian data dalam model matriks A dapat digambarkan sebagai berikut:

Matriks A

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 3 & 5 \\ \boxed{4 \quad 6} \\ 5 & 8 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$$

(2 2) pengganti

Data yang akan diganti

kondisi awal terhadap model regresi jika terjadi penggantian data matriks menjadi

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 8 \\ 1 & 6 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 5 & 8 \\ 1 & 6 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [146]} \qquad \boxed{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [122]}$$

dari $(X^T_n) = [4\ \ 6]$ dirubah menjadi $(s^{*T}_n) = [2\ \ 2]$ dan $Y = [16]$ menjadi $B^* = [4]$ maka perumusan dalam model persamaan matriks dapat ditulis sebagai berikut:

$$a_{(baru)} = \left[\left[X - \begin{bmatrix}0\\ .\\ .\\ 1\\ .\\ .\\ 0\end{bmatrix}(X^T_n + s^{*T}_n)\right]^T \left[X - \begin{bmatrix}0\\ .\\ .\\ 1\\ .\\ .\\ 0\end{bmatrix}(X^T_n + s^{*T}_n)\right]\right]^{-1}$$

$$\left[X - \begin{bmatrix}0\\ .\\ .\\ 1\\ .\\ .\\ 0\end{bmatrix}(X^T_n + s^{*T}_n)\right]^T \left[Y - \begin{bmatrix}0\\ .\\ .\\ 1\\ .\\ .\\ 0\end{bmatrix}(Y + B^*)\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.18)$$

jika tabel 2.2 disubtitusikan ke dalam rumus menjadi seperti pada persamaan 2.19

$$a_{(baru)} = \left[\left[\begin{bmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&5\\1&4&6\\1&5&8\\1&6&10\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\\0\\0\end{bmatrix}\{(1\,4\,6)+(1\,2\,2)\}\right]^T \left[\begin{bmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&5\\1&4&6\\1&5&8\\1&6&10\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\\0\\0\end{bmatrix}\{(1\,4\,6)+(1\,2\,2)\}\right]\right]^{-1}$$

$$\left[\begin{bmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&5\\1&4&6\\1&5&8\\1&6&10\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\\0\\0\end{bmatrix}\{(1\,4\,6)+(1\,2\,2)\}\right]^T \left[\begin{bmatrix}6\\10\\15\\16\\20\\25\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\\0\\0\end{bmatrix}(16) + \begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\\0\\0\end{bmatrix}(4)\right] \quad \ldots\ldots\ldots(2.19)$$

Hasil perkalian matriks [0 0 0 1 0 0] dengan $((X^{T}_{n}) + (s^{*T}_{n}))$ dan matriks [0 0 0 1 0 0] dengan $(Y + B^{*})$ dari persamaan (2.19)

$$a_{(baru)} = \left[\left[\begin{bmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&5\\1&4&6\\1&5&8\\1&6&10\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\1&4&6\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\1&2&2\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}\right]^{T}\left[\begin{bmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&5\\1&4&6\\1&5&8\\1&6&10\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\1&4&6\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\1&2&2\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}\right]\right]^{-1}$$

$$\left[\begin{bmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&5\\1&4&6\\1&5&8\\1&6&10\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\1&4&6\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\1&2&2\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}\right]^{T}\left[\begin{bmatrix}6\\10\\15\\16\\20\\25\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0\\0\\0\\16\\0\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\0\\0\\4\\0\\0\end{bmatrix}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.20)$$

Hasil dari penjumlahan dan pengurangan matriks dari persamaan (2.20)

$$a_{(baru)} = \left[\begin{bmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&5\\1&2&2\\1&5&8\\1&6&10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&5\\1&2&2\\1&5&8\\1&6&10\end{bmatrix}\right]^{-1}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&5\\1&2&2\\1&5&8\\1&6&10\end{bmatrix}^{T}\begin{bmatrix}6\\10\\15\\4\\20\\25\end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.20a)$$

Hasil Transfus matriks X dari persamaan (2.20a)

$$a_{(baru)} = \left[\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1\\1&2&3&2&5&6\\1&3&5&2&8&10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&5\\1&2&2\\1&5&8\\1&6&10\end{bmatrix}\right]^{-1}\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1\\1&2&3&2&5&6\\1&3&5&2&8&10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}6\\10\\15\\4\\20\\25\end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(2.20b)$$

Hasil perkalian X^T dengan X dan X^T dengan Y dari persamaan (2.20b)

$$a_{(baru)} = \begin{bmatrix} 6 & 19 & 29 \\ 19 & 79 & 126 \\ 29 & 126 & 203 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 80 \\ 329 \\ 529 \end{bmatrix} \quad \text{.......... (2.20c)}$$

hasil invers matriks X^TX dari persamaan (2.20c)

$$a_{(baru)} = \begin{bmatrix} 1,6771 & -2,1146 & 1,0729 \\ -2,1146 & 3,9271 & -2,1354 \\ 1,0729 & -2,1354 & 1,1771 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 80 \\ 329 \\ 529 \end{bmatrix} \quad \text{.......... (2.20d)}$$

maka koefisien regresi $a_{(baru)}$ atau a_0, a_1, a_2 hasil perkalian dari persamaan (2.20d)

$$a_{(baru)} = \begin{bmatrix} 6,0287 \\ -6,8845 \\ 5,9583 \end{bmatrix} \quad \text{.......... (2.20e)}$$

persamaan regresi setelah data dirubah dari (X^T_n) menjadi (s^{*T}_n) dan Y menjadi B*

$Y = 6,0287 + (-6,8845\,)X_1 + (5,9583)X_2$ .... (2.21)

2.2.3 Pada pengurangan data

pengurangan data terjadi apabila jumlah data sebanyak 6 dikurangi 1 buah data maka jumlah keseluruhan data menjadi 5 buah data. Jika baris tersebut dikurangi maka baris tersebut akan diisi dengan matriks baris sama dengan 0. Maka perumusan penguragurangan data secara umum sebagai berikut:

$$a_{(baru)} = \left[\left[X - \begin{bmatrix} 0 \\ . \\ . \\ 1 \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix} [s_n^T] \right] \left[X - \begin{bmatrix} 0 \\ . \\ . \\ 1 \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix} [s_n^T] \right] \right]^{-1} \left[X - \begin{bmatrix} 0 \\ . \\ . \\ 1 \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix} [s_n^T] \right]^T \left[Y - \begin{bmatrix} 0 \\ . \\ . \\ 1 \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix} [s] \right] \quad \text{...... (2.22)}$$

Misal dalam table 2.2 dikurangi 1 baris, pada baris ke-3 jika disubtitusikan ke dalam rumus maka menjadi persamaan (2.22)

$$
a_{(baru)} = \left[\left[\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 8 \\ 1 & 6 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [1\ 3\ 5] \right]^{T} \left[\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 8 \\ 1 & 6 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [1\ 3\ 5] \right] \right]^{-1}
$$

$$
\left[\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 8 \\ 1 & 6 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [1\ 3\ 5] \right]^{T} \left[\begin{bmatrix} 6 \\ 10 \\ 15 \\ 16 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (15) \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.23)
$$

Hasil perkalian Matriks [0 0 1 0 0 0] dengan baris semula dari persamaan (2.23)

$$
a_{(baru)} = \left[\left[\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 8 \\ 1 & 6 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right]^{T} \left[\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 8 \\ 1 & 6 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right] \right]^{-1}
$$

$$
\left[\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 8 \\ 1 & 6 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right]^{T} \left[\begin{bmatrix} 6 \\ 10 \\ 15 \\ 16 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 15 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.23a)
$$