

BAB III

LANDASAN TEORI

3.1 Metode Elemen Hingga

Dalam merencanakan suatu bangunan, perlu sekali untuk memperhatikan adanya faktor-faktor gaya/reaksi yang muncul pada struktur bangunan akibat adanya aksi. Aksi tersebut dapat berupa gaya yang diakibatkan oleh pengaruh luar, antara lain : gempa bumi, pergerakan tanah, pengaruh angin, dan sebagainya, maupun dari dalam yaitu beban tetap seperti beban berat sendiri dan beban hidup.

Untuk menghitung besarnya gaya-gaya tersebut banyak metode (teori) yang didapat di perkuliahan maupun perangkat lunak yang dapat digunakan, salah satu perangkat lunak yang digunakan adalah program SAP90.

Dasar metode yang digunakan dalam SAP90 adalah Metode Elemen Hingga (*FEM/Finite Elemen Method*). Metode ini sekarang sedang populer digunakan baik oleh para praktisi maupun para peneliti karena metode ini merupakan pendekatan terbaik yang dapat digunakan dalam analisa numerik suatu kontinum, baik karena kepraktisannya serta keakuratannya, maupun dalam hal banyaknya referensi yang dapat dijadikan sebagai rujukan pemecahan.

Sebagai suatu metode yang dapat memecahkan kerumitan-kerumitan mendasar seperti faktor-faktor geometri yang tidak teratur, tidak homogen, sifat tak linier dan kondisi pembebanan yang sembarang. Metode Elemen Hingga dalam proses perumusan dan penerapannya ada beberapa langkah yang harus ditempuh.

3.2 Langkah-langkah Dalam Metode Elemen Hingga

Terdapat beberapa langkah dalam merumuskan dan menerapkan Metode Elemen Hingga, yang antara lain seperti disebutkan berikut ini.

3.2.1 Diskritisasi dan pemilihan konfigurasi elemen

Konsep yang mendasari Metode Elemen Hingga bukanlah hal yang baru. Prinsip “*descretization*” dipergunakan hampir pada semua bentuk usaha manusia. Langkah yang diambil sehingga digunakannya “*discretizing*” atau membagi sesuatu menjadi bentuk yang lebih kecil dan dapat dimengerti timbul dari keterbatasan manusia, karena manusia tidak dapat menjangkau sekelilingnya dalam totalitasnya. Langkah ini akan menghasilkan suatu harga pendekatan terhadap keadaan sesungguhnya, jadi bukan merupakan solusi eksak.

Seberapa kecil ukuran pembagian ini harus ditentukan tergantung dari macam elemen yang dipakai, misalnya untuk suatu struktur yang berbentuk batang maka elemen yang dipakai adalah elemen garis, sedangkan untuk massa berbentuk plat maka bentuk elemen dapat berupa segi tiga atau segi empat (Winarni H, Ir., Paulus PR, Ir., MSCE., 1985).

Reaktor nuklir sebagai bangunan yang dirancang dengan konfigurasi yang khas dan dengan struktur yang kompleks sehingga dalam mendiskritisasi elemennya dipilih bentuk elemen yang cocok yaitu elemen SHELL berbentuk segi empat, sehingga diharapkan dalam perhitungannya dapat dihasilkan nilai aproksimasi yang mendekati sempurna.

3.2.2 Pemilihan model atau fungsi pendekatan

Dipilih sebuah pola atau bentuk untuk distribusi dari besaran yang dicari (misalnya u , T , ϕ , dll.). Titik-titik nodal elemen merupakan titik yang dipilih sebagai fungsi matematis atau menggambarkan bentuk distribusi dari besaran yang dicari pada suatu elemen. Pada umumnya fungsi polinom dipergunakan sebagai fungsi pendekatan karena sederhana untuk perumusan pada “*finite element*”.

Bila deformasi (u) sebagai besaran yang dicari, maka fungsi interpolasi polinom dapat dinyatakan :

$$u = N_1u_1 + N_2u_2 + \dots + N_mu_m \quad (1.1)$$

Di sini u_1, u_2, \dots, u_m adalah deformasi yang dicari pada titik-titik nodal dan N_1, N_2, \dots, N_m merupakan fungsi interpolasi. Dengan demikian untuk elemen shell segi empat dengan empat titik nodal pada ujung-ujungnya, dapat dipergunakan u_1, u_2, u_3 , dan u_4 sebagai besaran yang dicari. Untuk selanjutnya besaran tersebut didefinisikan sebagai derajat kebebasan (*DOF/Degress Of Fredom*).

3.2.3 Menentukan hubungan tegangan-regangan atau gradien besaran yang dicari.

Digunakan suatu prinsip (misalnya prinsip energi potensial minimum) untuk mendapatkan persamaan elemen dengan mendefinisikan besaran-besaran yang tercakup yang akan muncul dalam prinsip tersebut. Untuk “*stress deformation problem*” besaran tersebut adalah regangan dari peralihan titik, misalnya untuk deformasi yang terjadi hanya dalam satu arah y , regangan ϵ_y dianggap cukup kecil dan dapat dinyatakan :

$$\epsilon_y = \frac{dy}{dy} \quad (1.2)$$

dimana v deformasi dalam arah y .

Sebagai ilustrasi, hukum Hooke dapat dipakai untuk mendefinisikan hubungan tegangan-regangan pada suatu massa yang masif.

$$\sigma_y = E_y \cdot \epsilon_y \quad (1.3)$$

dimana :

σ_y = Tegangan dalam arah vertikal

E_y = Modulus elastisitas

Dengan substitusi diperoleh :

$$\sigma_y = E_y \cdot \frac{dv}{dy} \quad (1.4)$$

3.2.4 Menurunkan persamaan elemen

Dengan menggunakan hukum-hukum atau prinsip yang berlaku, dapat diperoleh persamaan yang menentukan tingkah laku (*behavior*), sifat-sifat serta keadaan elemen. Persamaan yang diperoleh dalam bentuk umum sehingga dapat digunakan untuk semua elemen dalam massa yang telah dibagi-bagi (*discretized body*).

Cara yang dipakai untuk menurunkan persamaan tersebut adalah cara Energi. Prosedur pada cara ini didasarkan pada ide memperoleh kondisi yang konsisten dari suatu massa atau struktur sehubungan dengan nilai-nilai stationer dari besaran skalar yang dimiliki oleh massa/struktur yang dibebani. Dalam ilmu teknik besaran ini adalah suatu ukuran energi atau usaha.

Istilah stationer dapat diterapkan pada suatu fungsi $F(y)$ dalam arti nilai maksimum, minimum atau titik baliknya. Untuk mendapatkan nilai stationer, secara matematik diberikan suatu syarat :

$$\frac{dF}{dx} = 0 \quad (1.5)$$

Dalam kasus analisa Stress-Deformasi, fungsi F dinyatakan sebagai suatu fungsi energi. Pada sebuah massa yang dibebani, F dapat didefinisikan sebagai energi potensial (simbol Φ_p).

Energi potensial Φ_p adalah jumlah energi regangan dalam (*internal strain energy*) U dan potensial dari beban luar W_p , dimana W menunjukkan kerja yang dilakukan oleh kapasitas beban sebesar p sehingga terjadi deformasi sebesar V , misalnya pada pemendekan kolom akibat beban aksial.

$$\Phi_p = U + W_p \quad (1.6)$$

Bila diterapkan prinsip energi potensial minimum pada hakekatnya menurunkan Φ_p dan menyamakan turunan tersebut berharga = 0

$$\partial \Phi_p = \partial U - \partial W_p = 0 \quad (1.7)$$

Simbol ∂ menunjukkan variasi dari energi potensial Φ_p yang terjadi dari penurunan partial. Sehingga dapat digunakan hubungan antara variasi dari potensial akibat beban luar serta kerja yang dilakukan sebagai,

$$\partial U = - \partial W_p \quad (1.8)$$

Selanjutnya akan diperoleh persamaan :

$$[K]\{q\} = \{Q\} \quad (1.9)$$

dimana :

$[K]$ = matrik kekakuan

$\{q\}$ = vektor peralihan titik nodal

$\{Q\}$ = vektor gaya titik nodal

3.2.5 Penggabungan persamaan-persamaan elemen untuk memperoleh persamaan global dan memasukkan syarat-syarat batas

Tujuan akhir adalah untuk memperoleh persamaan-persamaan untuk seluruh sistem yang menentukan pendekatan tingkah laku struktur secara keseluruhan.

Proses penggabungan ini berdasarkan pada hukum kompatibilitas atau kontinuitas/kesinambungan. Dalam hukum tersebut diisyaratkan bahwa sistem harus tetap berkesinambungan, artinya titik-titik yang bersebelahan akan tetap berada berdampingan setelah beban luar dikenakan. Dengan perkataan lain peralihan dua buah titik yang bersebelahan harus tetap sama. Pada akhirnya diperoleh persamaan yang dinyatakan dengan matrik :

$$[K] \{r\} = \{R\} \quad (1.10)$$

dimana :

$[K]$ = matrik penggabungan

$\{r\}$ = vektor penggabungan dari besaran yang dicari

$\{R\}$ = vektor penggabungan dari beban luar

Syarat batas adalah kondisi fisik yang membatasi struktur sehingga sistem tersebut dapat berdiri dalam suatu ruang (*space*). Macam-macam syarat batas :

1. Syarat batas paksa atau syarat batas geometri ialah syarat batas yang dinyatakan oleh besarnya peralihan.

2. Natural bounday condition terjadi bila turunan kedua dari peralihan = 0

Untuk menunjukkan syarat batas dalam pendekatan Metode Elemen Hingga perlu dilakukan modifikasi terhadap sistem persamaan yang telah digabungkan, hingga akhirnya didapat persamaan yang telah dimodifikasi menjadi :

$$[\bar{K}]\{\bar{r}\} = \{\bar{R}\} \quad (1.11)$$

3.2.6 Menyelesaikan primary unknown

Persamaan gabungan yang telah dimodifikasi dengan memasukkan syarat-syarat batas itu akan merupakan sistem persamaan linier. Sistem persamaan ini dapat diselesaikan dengan cara eliminasi Gauss atau iterasi

3.2.7 Analisis dinamis

Rumus yang digunakan dalam analisis dinamis adalah :

$$K\delta = M\delta\Omega^2 \quad (1.12)$$

dengan :

K = matrik kekakuan

M = massa diagonal matrik

Ω^2 = matrik eigen value

3.2.8 Analisis kekuatan bahan

Analisis terhadap kekuatan bahan dilakukan setelah didapat hasil/*running program*. Dari beberapa *file* keluaran hasil perhitungan SAP'90, *file* yang memuat gaya-gaya yang diperlukan dalam tahap analisa kekuatan bahan terdapat pada *file* dengan *extention* F4F (RECALC.F4F).

Format keluaran *file* RECALC.F4F tersebut adalah sebagai berikut :

S H E L L E L E M E N T F O R C E S

MEMBRANE FORCES ARE IN FORCE PER UNIT LENGTH
BENDING MOMENTS ARE IN MOMENTS PER UNIT LENGTH

```

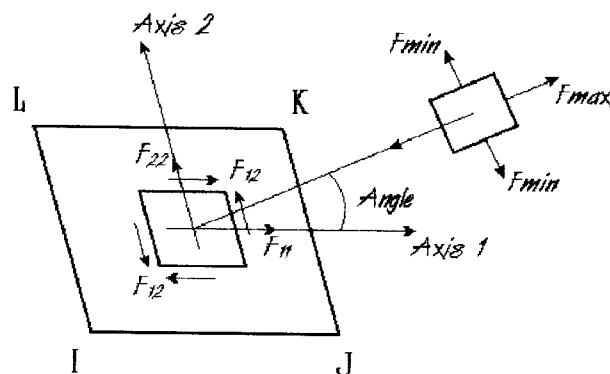
ELEMENT ID      75 -----
LOAD COMBO      1 -----
JOINT           F11           F22           F12           FMAX           FMIN           ANGLE
2212 -1.4487E+02 -1.4206E+01  3.0270E+00 -1.4136E+01 -1.4494E+02  88.67
2213 -1.4319E+02 -5.8149E+00  2.8855E+00 -5.7543E+00 -1.4325E+02  88.80
2277 -1.4556E+02 -1.4344E+01  1.4918E+00 -1.4327E+01 -1.4558E+02  89.35
2278 -1.4388E+02 -5.9533E+00  1.3520E+00 -5.9400E+00 -1.4389E+02  89.44
JOINT           M11           M22           M12           MMAX           MMIN           ANGLE
2212  6.3576E-01  1.3368E-01  3.4648E-02  6.3814E-01  1.3130E-01  3.93
2213  4.2511E-01  5.5450E-02  5.1901E-02  4.3226E-01  4.8302E-02  7.84
2277  2.4015E-01  -5.2032E-01  4.7720E-02  2.4313E-01  -5.2330E-01  3.58
2278  6.6590E-01  -1.8785E-01  6.4978E-02  6.7082E-01  -1.9276E-01  4.33
MIDPT           V1           V2           VMAX           ANGLE
3.0311E-01 -2.9851E+00  3.0004E+00 -84.20
LOAD COMBO      2 -----
JOINT           F11           F22           F12
2212 -1.1584E+02 -1.3289E+01  8.9478E+00
2213 -1.1447E+02 -4.5427E+00  8.2923E+00
2277 -1.1644E+02 -1.3610E+01  5.8379E+00
2278 -1.1508E+02 -4.6562E+00  5.1730E+00
JOINT           M11           M22           M12
2212  1.0928E+00  1.8629E-01  8.3473E-02
2213  9.4015E-01  1.0213E-01  8.9062E-02
2277  6.8237E-01  -4.7417E-01  9.4558E-02
2278  1.1918E+00  -7.1284E-02  9.6897E-02
MIDPT           V1           V2
4.7691E-01 -2.9261E+00
LOAD COMBO      3 -----
JOINT           F11           F22           F12
2212 -1.7390E+02 -1.5123E+01 -2.8938E+00
2213 -1.7190E+02 -7.0870E+00 -2.5212E+00
2277 -1.7467E+02 -1.5078E+01 -2.8543E+00
2278 -1.7268E+02 -7.2504E+00 -2.4690E+00
JOINT           M11           M22           M12
2212  1.7870E-01  8.1061E-02 -1.4178E-02
2213 -8.9922E-02  8.7698E-03  1.4740E-02
2277 -2.0207E-01 -5.6647E-01  8.8117E-04
2278  1.3996E-01 -3.0441E-01  3.3059E-02
MIDPT           V1           V2
1.2931E-01 -3.0440E+00
    
```

Keterangan :

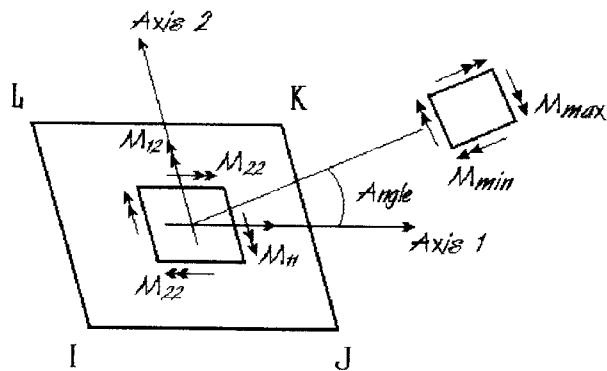
1. *Shell Element Force* menunjukkan, bahwa data keluaran memuat gaya-gaya yang ditimbulkan oleh shell akibat beban yang bekerja pada shell.
2. *Element ID 75*, data yang ditunjukkan adalah gaya-gaya yang timbul pada elemen dengan nomor shell 75.
3. *Load Combo 1,2,3*, adalah variasi beban yang bekerja pada elemen shell, dimana bila 1, kondisi pembebanan 1 (1.4xbeban statis)

- 2, kondisi pembebanan 2 (1.6x beban dinamis)
- 3, kondisi pembebanan 3 (1.2x beban statis + 1.6x beban dinamis).
4. *Joint* merupakan titik-titik sudut yang membentuk shell dimaksud.
5. F_{11} , F_{22} , F_{12} , menunjukkan arah gaya yang ditimbulkan oleh shell dengan berpedoman pada koordinat lokal.
6. M_{11} , M_{22} , M_{12} , menunjukkan arah momen yang ditimbulkan oleh shell dengan berpedoman pada koordinat lokal.
7. F_{max} , F_{min} , M_{max} , M_{min} , adalah gaya dan momen maximum dan minimum yang terjadi pada shell yang ditunjukkan.
8. *Angle* adalah arah datangnya gaya gempa dengan sudut yang ditunjukkan.
9. *Midpt* dan $V1$ serta $V2$ menunjukkan besarnya gaya pada *midpoint* atau titik tengah shell.

Secara grafis, pengalokasian dan arah gaya serta momen dapat dilihat pada gambar berikut ini.

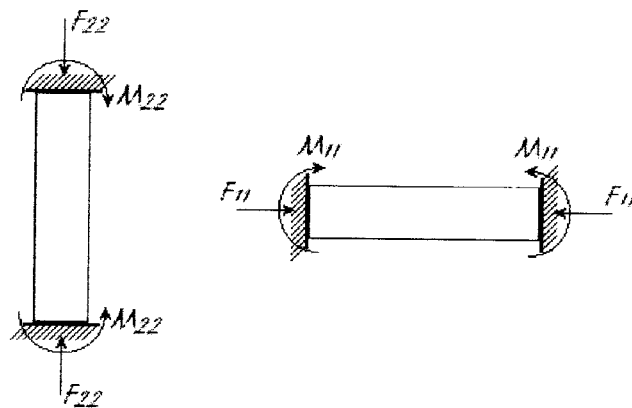


Gambar 3.1 Alokasi dan arah gaya pada shell



Gambar 3.2 Alokasi dan arah momen pada shell

Perhitungan kekuatan shell terhadap momen dan gaya yang terjadi, shell diasumsikan sebagai kolom yang terjepit di atas dan di bawah. Kombinasi yang digunakan adalah gaya desak serta momen terbesar yang dapat menimbulkan kerusakan.



Gambar 3.3 Distribusi gaya dan momen

Dalam perhitungan pembebanan, F_{11} berpasangan dengan M_{11} dan F_{22} berpasangan dengan M_{22} .

Pada dasarnya kolom dibedakan atas kolom pendek dan kolom langsing (Struktur Beton Bertulang, 1985), dimana kolom dikatakan langsing apabila memenuhi ketentuan,

$$\frac{Klu}{r} \geq 20 \quad (1.13)$$

dengan :

K = faktor panjang efektif komponen struktur tekan

lu = panjang struktur tekan yang tidak ditopang

r = jari-jari putaran (*radius of gyration*).

Pada perhitungan, hasil yang didapatkan jauh lebih kecil dari 20, maka shell dianalisa sebagai kolom pendek.

Ketentuan lain yang digunakan dalam analisa kekuatan bahan adalah,

a. Untuk menghitung kolom dengan beban sentris digunakan rumus :

$$P_{n(max)} = 0,80 \times \{0,85 \times f'c \times (Ag + Ast) + fy \times Ast\} \quad (1.14)$$

0,8 = faktor reduksi kekuatan (untuk kolom dengan sengkang digunakan 0.65)

$f'c$ = kuat tekan beton (Mpa)

Ag = luas kotor penampang lintang kolom (mm^2)

Ast = luas total penampang penulangan memanjang (mm^2)

fy = tegangan luluh baja (Mpa)

b. Untuk menghitung kolom dengan eksentrisitas atau kolom dengan beban eksentris, anggapan-anggapan pada keadaan batas runtuh adalah :

1. regangan beton maksimum (ϵ_c) = 0,003,

2. bila regangan baja tarik (ϵ_s) < regangan luluh baja (ϵ_y), maka $f_s < f_y$,

3. bila $\epsilon_s \geq \epsilon_y$, maka $f_s = f_y$,

4. bila $\epsilon_s' < \epsilon_y$, maka $f_s' < f_y$,

5. bila $\epsilon_s' \geq \epsilon_y$, maka $f_s' < f_y$.

Dalam perhitungan kolom dengan beban eksentris dalam perhitungan dibedakan menjadi tiga macam menurut jenis keruntuhan yang terjadi, yaitu :

1. Keruntuhan seimbang (*balanced*)

$$\frac{cb}{d} = \frac{0,003}{0,003 - \frac{fy}{Es}} \quad (1.15)$$

dengan harga $Es = 2E+05$ Mpa, maka

$$cb = \frac{600}{600 + fy} d \quad (1.16)$$

$$ab = \beta l \times cb = \beta l \times d \frac{600}{600 + fy} \quad (1.17)$$

Beban aksial pada kondisi *balanced* (P_{nb}) dan eksentrisitas (e_b) dapat ditentukan dengan menggunakan ab :

$$P_{nb} = 0,85 \times f_c' \times b \times ab + A_s' f_s' - A_s f_s \quad (1.18)$$

$$M_{nb} = 0,85 \times f_c' \times b \times ab \times (\bar{y} - \frac{1}{2}a) + A_s' \times f_s' \times (\bar{y} - d') + A_s \times f_y \times (d - \bar{y}) \quad (1.19)$$

dimana harga $f_s' = 0,003 \times E_s \times \frac{cb - d'}{cb} \leq f_y$ (1.20)

2. Keruntuhan tarik

Awal keruntuhan pada eksentrisitas yang besar dapat terjadi dengan lelehnya tulangan baja yang menderita beban tarik. Peralihan dari keruntuhan tekan ke keruntuhan tarik terjadi pada $e = e_b$. Dimana jika e lebih besar dari e_b atau $P_n < P_{nb}$, maka yang terjadi adalah keruntuhan tarik yang diawali oleh lelehnya tulangan tarik. Apabila tulangan tekan diasumsikan telah leleh, dan $A_s' = A_s$, maka persamaan menjadi :

$$P_n = 0,85 \times f_c' \times b \times a \quad (1.21)$$

$$M_{nb} = 0,85 \times f_c' \times b \times a \times (\bar{y} - \frac{1}{2}a) + A_s \times f_s' \times (\bar{y} - d') + A_s \times f_y \times (d - \bar{y}) \quad (1.22)$$

Atau

$$M_{nb} = 0,85 \times f_c' \times b \times a \times (\frac{1}{2}h - \frac{1}{2}a) + A_s \times f_y \times (d - d') \quad (1.23)$$

Karena $a = \frac{P_n}{0,85 \times f_c' \times b}$ maka diperoleh

$$\frac{P_n^2}{1,7 \times f_c'} - P_n \left(\frac{h}{2} - e \right) - A_s \times f_y \times (d - d') = 0 \quad (1.24)$$

$$P_n = 0,85 \times f_c' \times b \times \left[\left(\frac{h}{2} - e \right) + \sqrt{\left(\frac{h}{2} - e \right)^2 + \frac{2 \times A_s \times f_y \times (d - d')}{0,85 \times f_c' \times b}} \right] \quad (1.25)$$

apabila tulangan belum luluh, maka digunakan rumus :

$$P_{nb} = 0,85 \times f_c' \times b \times a + A_s \times f_s' - A_s \times f_s \quad (1.26)$$

dimana $f_s' = 0,003 \times E_s \times \frac{c - d'}{c} \leq f_y$ dan $c < c_b$

3. Keruntuhan tekan

Pada kolom yang mendapat beban dengan eksentrisitas lebih kecil dari eksentrisitas *balanced* ($e < e_b$) dan tegangan tariknya lebih kecil dari tegangan leleh ($f_s < f_y$) akan mengalami runtuh karena tekan. Untuk menyelesaikan perhitungan dipakai cara coba-coba dan penyesuaian serta adanya keserasian regangan di seluruh bagian penampang, rumus yang digunakan adalah :

$$P_{nb} = 0,85 \times f_c' \times b \times a + A_s \times f_s' - A_s \times f_s \quad (1.27)$$

Dengan M_{nb} sama dengan rumus (1.21)

$$\text{dimana harga } f_s' = 0,003 \times E_s \times \frac{d - c}{c} \leq f_y \quad (1.28)$$

3.2.9 Analisis pergeseran maksimum

Pada analisis ini disumsikan bahwa atap/puncak menara merupakan atap datar yang tidak menahan/berhubungan dengan komponen nonstruktural yang mungkin akan rusak akibat lendutan yang besar. Dengan demikian pada kondisi tersebut syarat pergeseran maksimum yang terjadi adalah $L/180$ (Tata Cara Perhitungan Struktur Beton Untuk Bangunan Gedung, 1991).