

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

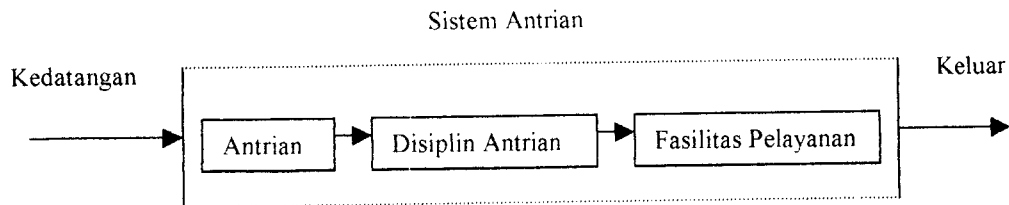
2.1. Teori Antrian

Menurut Agus Ahyari, (1986) ; Teori antrian atau sering disebut sebagai *waiting line theory*, atau *queuing theory* mulai dikembangkan oleh ahli matematik Denmark yang bernama A. K. Erlang, teori antrian mempunyai aplikasi yang luas untuk alat operasi manajemen/perusahaan. Persoalan-persoalan yang dapat diselesaikan dengan *waiting line theory* adalah bagaimana perusahaan dapat menentukan waktu dan fasilitas yang sebaik-baiknya agar dapat melayani langganan dengan efisien. Didalam hal ini tentu saja diperhitungkan antara ekstra biaya yang dikeluarkan perusahaan untuk menambah fasilitas *service* baru dengan kerugian-kerugian konsumen karena harus menunggu apabila tidak diadakan penambahan fasilitas *service* yang baru.

2.2. Konsep dasar teori antrian

Menurut Pangestu Subagyo, dkk, (1984) ; Model antrian yang paling sederhana dibagi menjadi dua bagian dasar, yaitu suatu antrian tunggal dan sebuah pelayanan tunggal yang bisa juga disebut sebagai *single channel*.

Model *single channel* ini menerima individu-individu dari suatu populasi khusus, lebih jelasnya *single channel* bisa ditunjukkan pada gambar dibawah ini.



Gambar 11.1. Proses Sistem Antrian

2.3. Elemen-elemen pokok dalam sistem antrian

Elemen-elemen pokok dalam sistem antrian menurut **Pangestu Subagyo, dkk, (1984)** ;

a. Sumber Masukan

Sumber masukan dari sistem antrian dapat terdiri atas suatu populasi orang, barang, komponen atau kertas kerja yang datang pada sistem untuk dilayani.

b. Pola Kedatangan

Cara dengan mana individu-individu dari populasi memasuki sistem pola kedatangan (*arrival pattern*). Individu-individu mungkin datang dengan tingkat kedatangan (*arrival rate*) yang konstan ataupun acak/random (yaitu berapa banyak individu-individu per periode waktu).

c. Disiplin Antrian

Disiplin antrian menunjukkan pedoman keputusan yang digunakan untuk menyeleksi individu-individu yang memasuki antrian untuk dilayani terlebih dahulu (prioritas).

d. Kapanjangan Antrian

Banyaknya sistem antrian dapat menampungkan jumlah individu-individu yang relatif besar, tetapi ada beberapa sistem yang mempunyai kapasitas yang terbatas.

e. Pola Pelayanan

Waktu yang digunakan untuk melayani individu-individu dalam suatu sistem disebut waktu pelayanan (*service time*).

f. Keluaran (*exit*)

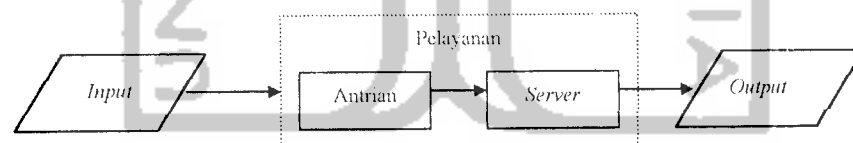
Sesudah seseorang (individu) selesai dilayani, dia keluar dari sistem.

2.4. Struktur Teori Antrian

Menurut Pangestu Subagyo, dkk, (1984) ; ada 4 metode struktur antrian yang terjadi dalam sistem antrian :

1) *Single Channel Single Phase*

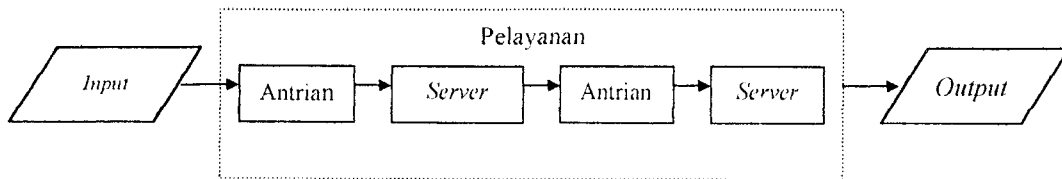
Model ini berarti hanya ada satu jalur untuk memasuki sistem pelayanan atau ada satu fasilitas pelayanan.



Gambar 11.2. *Single Channel - Single Phase*

2) *Single Channel – Multiple Phase*

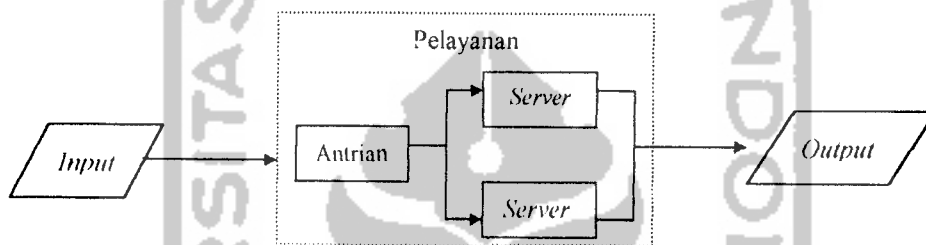
Model ini menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan namun hanya memiliki satu jalur untuk memasuki sistem.



Gambar II.3. *Single Channel - Multiple Phase*

3) *Multiple Channel - Single Phase*

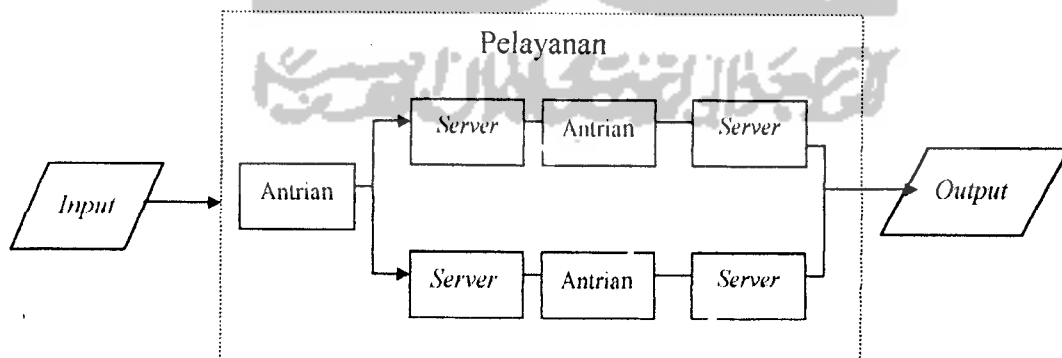
Artinya ada dua atau lebih fasilitas pelayanan yang dapat melayani secara bersama dengan satu stasiun pelayanan.



Gambar II.4. *Multiple Channel - Single Phase*

4) *Multiple Channel - Multiple Phase*

Bentuk ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahap dengan beberapa stasiun pelayanan.



Gambar II.5. *Multiple Channel - Multiple Phase*

2.5. Model Teori Antrian

Menurut **Sandi S, (1991)** ; Model teori antrian adalah suatu model matematika dari antrian atau baris-baris penungguan yang diberikan, kadang-kadang model antrian dimungkinkan untuk memperoleh informasi tentang sistem ini secara analitis. Bila cara analitis ini tidak dimungkinkan, digunakan metode komputasi numerik untuk memecahkan persamaan-persamaan yang ada. Metode analitik menghasilkan solusi yang umum (*general*), sedangkan metode numerik memberikan hasil untuk setiap satu langkah penghitungan, dan kalkulasi akan terus diulang untuk memperluas rentang (*range*) solusi.

2.6. Model Antrian secara Analitis

Model antrian yang sering terjadi menurut **Richard I. Levin, et. all., (1993)** ;

A. Model jalur antrian tunggal, distribusi kedatangan Poisson, dan waktu pelayanan yang didistribusikan secara Eksponensial.

Model antrian ini akan berguna pada kondisi-kondisi berikut ini :

- 1) Jumlah kedatangan perunit waktu, berdistribusi Poisson.
- 2) Waktu pelayanan, berdistribusi Eksponensial.
- 3) Disiplin antrian, FCFS.
- 4) Pemanggilan populasi tak terbatas.
- 5) Ada satu saluran.
- 6) Tingkat rata-rata kedatangan lebih kecil daripada tingkat rata-rata pelayanan.
- 7) Ruang tunggu yang tersedia untuk pelanggan dalam antrian tak terbatas.

Persamaannya adalah :

$$Lq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \quad Ls = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$Wq = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad Ws = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$Pw = \frac{\lambda}{\mu}$$

B. Model antrian saluran tunggal, distribusi kedatangan Poisson, dan distribusi waktu pelayanan.

Model antrian ini akan berguna pada kondisi-kondisi sebagai berikut :

- 1) Waktu pelayanannya tak terikat satu sama lain (lama pelayanan untuk pelanggan tertentu tidak mempengaruhi pelayanan untuk pelanggan lain).
- 2) Distribusi waktu pelayanan yang diterapkan untuk semua pelanggan selalu sama.
- 3) Rata-rata waktu pelayanan ($1/\mu$) dan varians waktu pelayanan (σ^2) diketahui.

Persamaannya adalah :

$$Lq = \frac{\lambda^2 \mu^2 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}{2\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)} \quad Ls = Lq + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$Wq = \frac{Lq}{\lambda} \quad Ws = Wq + \frac{1}{\mu}$$

$$Pw = \frac{\lambda}{\mu}$$

C. Model antrian saluran tunggal, distribusi kedatangan Poisson, dan waktu pelayanan yang didistribusikan secara Eksponensial, serta kapasitas tunggu yang terbatas.

Sehingga bila pelanggan dalam sistem mencapai jumlah maksimum kapasitas maka pelanggan berikutnya yang datang akan meninggalkan antrian dan tak kembali. Persamaan untuk model ini adalah :

$$\begin{aligned}
 P_0 &= \frac{1 - (\lambda/\mu)}{1 - (\lambda/\mu)^{M+1}} & P_M &= (\lambda/\mu)^M \cdot P \\
 L_s &= \frac{P_w - M (\lambda/\mu) P_M}{1 - (\lambda/\mu)} & L_q &= L_s - \frac{\lambda(1 - P_M)}{\mu} \\
 W_s &= \frac{L_s}{\lambda(1 - P_M)} & W_q &= W_s - \frac{1}{\mu}
 \end{aligned}$$

D. Model antrian saluran ganda, distribusi kedatangan Poisson dan waktu pelayanan didistribusikan Eksponensial.

Model antrian ini berguna pada kondisi-kondisi berikut :

- 1) Jumlah kedatangan per unit waktu, berdistribusi Poisson.
- 2) Waktu pelayanan, berdistribusi Eksponensial.
- 3) Disiplin antrian, FCFS.
- 4) Pemanggilan populasi tak terbatas.
- 5) Antrian tak terbatas hanya pada satu saluran.
- 6) Rata-rata tingkat kedatangan lebih kecil daripada tingkat pelayanan keseluruhan atau penjumlahan rata-rata tingkat pelayanan tiap saluran.
- 7) Ruang tunggu yang tersedia tak terbatas.

Persamaannya adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 P_w &= \frac{1}{k!} \left[\frac{\lambda}{\mu} \right]^k \frac{k\mu}{k\mu - \lambda} P_0 & L_q &= L_s - \frac{\lambda}{\mu} \\
 L_s &= \frac{\lambda\mu(\lambda/\mu)^k}{(k-1)!(k\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu} \\
 W_s &= \frac{L_s}{\lambda} & W_q &= \frac{L_q}{\lambda}
 \end{aligned}$$

2.7. Model Antrian secara Numeris

Menurut **Sandi S, (1991)** ; Bila model matematika dari suatu sistem antrian tidak dapat dimungkinkan untuk memperoleh informasi secara analitis, maka model tersebut dapat diselesaikan secara numeris, teknik khusus yang disebut simulasi akan memecahkan persamaan-persamaan model langkah demi langkah. Hasilnya adalah nilai pada setiap langkah penghitungan menggambarkan keadaan sistem yang dimodelkan pada saat itu.

2.8. Simulasi

- 1) Menurut **Richard I. Levin, et. all., (1993)** ; Simulasi merupakan prosedur kuantitatif yang menggambarkan suatu proses dengan mengembangkan modelnya dan menetapkan serangkaian uji coba terencana untuk memprediksi tingkah laku proses sepanjang waktu. Pengamatan uji coba ini mirip dengan pengamatan atas proses yang sesungguhnya akan bereaksi terhadap perubahan tertentu, kita dapat merekayasa perubahan itu dalam model dan mensimulasi reaksinya, sebagai contoh dalam kegiatan manufaktur simulasi digunakan untuk memecahkan masalah penjadwalan produksi, model inventori dan prosedur perawatan, untuk perencanaan kapasitas, merencanakan kebutuhan sumber daya dan perencanaan proses. Dalam kegiatan jasa simulasi digunakan secara lebih untuk menganalisa sistem antrian.
- 2) Menurut **Pangestu Subagyo, dkk, (1984)** ; Simulasi adalah duplikat atau abstraksi dari persoalan dalam kehidupan nyata ke dalam model-model matematika. Dalam hal ini biasanya dilakukan penyederhanaan, sehingga pemecahan dengan model-model matematika bisa dilakukan. Simulasi sering

digunakan dalam pemecahan masalah antrian dengan mengimitasi garis tunggu dengan menggunakan angka-angka sehingga keputusan yang dibuat bisa mendekati dunia nyata. Pemecahan masalah dengan model simulasi biasanya dilakukan dengan memakai komputer, sebab banyak hal-hal atau perhitungan-perhitungan yang terlalu rumit dihitung dengan tangan. Namun untuk masalah yang sangat sederhana bisa juga diselesaikan tanpa komputer.

3) Menurut **Muslich, (1993)** ; Simulasi adalah suatu alat yang fleksibel dari metode kuantitatif. Umumnya simulasi ini cocok bila diterapkan untuk menganalisa masalah yang rumit dari sistem, sedangkan penggunaan teknik analisis yang ada sangat terbatas. Simulasi juga berguna untuk mengetahui pengaruh atau akibat suatu keputusan dalam jangka waktu tertentu. Simulasi juga banyak dimanfaatkan untuk melakukan analisis “ *What-if* ” dari seperangkat parameter dan keputusan. Ditambahkan oleh Muslich (1993), ada 5 tahapan dalam melakukan simulasi, yaitu :

- a) **Formulasi masalah** : Tahap pertama ini adalah menentukan tujuan, asumsi dan kendala-kendalanya.
- b) **Menentukan apakah simulasi layak dilakukan** : setelah memformulasikan masalah, kemudian memeriksa metode yang penyelesaian layak seperti deciontree, linear proqraming dan lain-lain, tetapi jika pendekatan metode tersebut tidak memenuhi tujuannya, mungkin simulasi merupakan alternatif yang lebih baik.
- c) **Menyusun modelnya** : model simulasi dapat dimulai dengan suatu representasi sistem, yaitu dengan mengidentifikasi komponen-

komponen pokok sistem kedalam formulasi matematik atau program komputer.

- d) **Menvalidasi model** : meyakinkan model simulasi mencerminkan suatu sistem yang sebenarnya yaitu dengan jalan mengetesnya dengan data historis dan membandingkan hasil simulasi dengan hasil sebenarnya.
 - e) **Menerapkan model dan menganalisa hasilnya** : setelah validasi model dilakukan, model simulasi perlu dicoba dengan memberikan nilai terhadap parameternya. Dan jika *ouput* dari simulasi ini setelah dianalisis sesuai dengan tujuannya, maka model simulasi dapat diperlukan. Tetapi jika tujuan tidak terpenuhi mungkin perlu mengubah desain dan formulasi modelnya.
- 4) Alasan terpenting dalam menggunakan simulasi menurut **Richard I. Levin, et. all., (1993)** adalah :
- a) Simulasi adalah merupakan satu-satunya metode yang tersedia karena lingkungan sangat kompleks.
 - b) Model simulasi lebih sederhana untuk digunakan dan dimengerti dan biayanya tidak terlalu mahal.
 - c) Simulasi memungkinkan pembuatan keputusan untuk mengatur percobaan-percobaan dari suatu model yang akan membantu dalam memahami perilaku proses.
 - d) Bila dilakukan observasi yang mendalam akan terlalu banyak memakan waktu.

- 5) Menurut **Richard I. Levin, et. all., (1993)** ; Penggunaan simulasi sebagai pengisi kekosongan teknik lain yang lebih baik seperti apapun, memiliki sejumlah kelemahan-kelemahan, antara lain :
- a) Simulasi tidak persis, karena bukan merupakan proses optimasi dan tidak menghasilkan jawaban tetapi hanya memberikan suatu kumpulan tanggapan sistem atas berbagai kondisi operasi. Kelemahan ini sulit diukur.
 - b) Model simulasi yang bagus mungkin sangat mahal. Sering diperlukan waktu bertahun-tahun untuk mengembangkan model perencanaan usaha yang berguna.
 - c) Tidak semua situasi dapat dievaluasi dengan simulasi. Hanya situasi yang melibatkan ketidakpastian dan tanpa komponen acak yang dapat disimulasikan.
 - d) Model memberikan suatu cara observasi pemecahan tetapi tidak memberikan teknik pemecahan. Manajer harus mencari sendiri pendekatan pemecahan yang mereka ingin uji.

2.9. Model simulasi

Menurut **Sandi S. (1991)** ; ada beberapa macam model simulasi, diantaranya sebagai berikut :

- a) Model Simulasi Tipe *Stochastic*

Model ini kadang-kadang juga disebut sebagai simulasi Monte Carlo. Di dalam proses stochastic sifat-sifat keluaran (*output*) dari proses ditentukan

berdasarkan dan merupakan bagian hasil dari konsep random (acak). Meskipun *output* yang diperoleh dapat dinyatakan dengan rata-rata, namun kadang-kadang ditunjukkan pula pola penyimpangan.

b) Model Simulasi yang *Deterministik*

Pada model ini tidak diperhatikan unsur random, sehingga pemecahan menjadi sederhana. Contoh aplikasi dari model ini adalah dalam *dispatching*, *sequencing*, dan *plant layout*.

Model *Stochastic* adalah kebalikan dari model deterministik, sehingga keduanya bersifat saling meniadakan.

2.10. Model-model keputusan antrian

Menurut Hamdy A. Taha, (1997) ; Penggunaan teori antrian dalam praktek melibatkan dua aspek utama, yaitu :

- 1) Pemilihan model matematis yang sesuai yang akan mewakili sistem secara memadai dengan tujuan menentukan ukuran kinerja sistem tersebut.
- 2) Penerapan sebuah model keputusan yang didasari oleh ukuran kinerja sistem tersebut untuk maksud perancangan sarana pelayanan tersebut.

2.11. Biaya – biaya dalam sistem antrian

Menurut Hamdy A. Taha (1997) ; Dalam sistem antrian dikenal dua biaya yang berkaitan yaitu biaya tidak langsung (*indirect cost*) pada individu-individu yang menunggu dan biaya langsung (*direct cost*) untuk penyediaan pelayanan.

Komponen-komponen dari kedua biaya tersebut adalah :

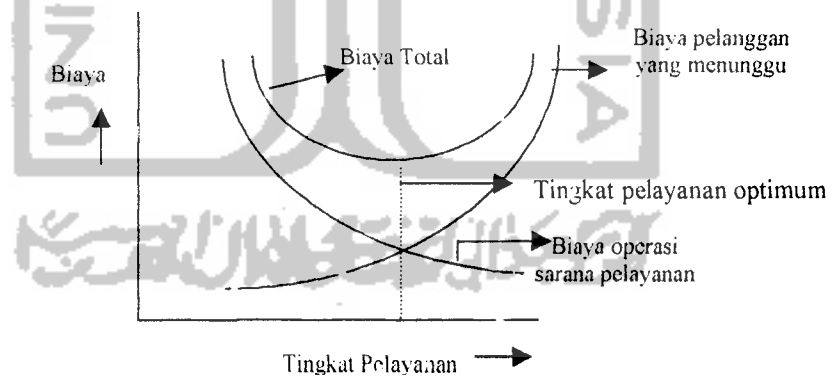
a) Biaya menunggu.

Biaya-biaya menunggu mencakup biaya menganggurnya karyawan, kehilangan pelanggan, kehilangan penjualan, kemacetan sistem atau kehilangan kepercayaan. Biaya menunggu tidak selalu mudah ditentukan bahkan sangat sulit pada kasus-kasus tertentu.

b) Biaya pelayanan

Biaya pelayanan meliputi semua biaya yang dikeluarkan untuk melayani pelayanan, biaya ini mencakup biaya investasi fasilitas, biaya pemeliharaan, biaya latihan dan biaya variabel seperti gaji karyawan. Penambahan fasilitas pelayanan dapat mengurangi biaya menunggu.

Gambar di bawah ini menunjukkan hubungan antara tingkat pelayanan dengan biaya menunggu.



Gambar II.6. Total biaya menunggu dan biaya pelayanan (Hamdy A. Taha, 1997)

2.12. Model Tingkat Aspirasi

Pendapat **Hamdy A. Taha, (1997)** ; Model tingkat aspirasi menyadari kesulitan dalam mengestimasi parameter biaya, dan karena itu model ini didasari oleh

analisis yang lebih sederhana. Model ini secara langsung memanfaatkan karakteristik yang terdapat dalam sistem yang bersangkutan dalam memutuskan nilai-nilai optimal dari parameter perancangan. Optimalitas disini dipandang dalam arti memenuhi tingkat aspirasi tertentu yang ditentukan oleh pengambil keputusan. Tingkat aspirasi didefinisikan sebagai batas atas dari nilai-nilai ukuran yang saling bertentangan yang ingin diseimbangkan oleh pengambilan keputusan tersebut.

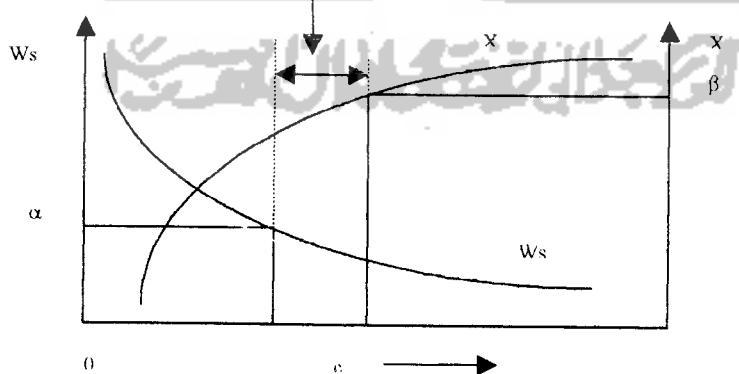
Dalam model pelayan berganda dimana kita perlu menentukan jumlah pelayan c yang optimum, dua ukuran yang saling bertentangan adalah :

- 1) Waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem W_s .
- 2) Prosentase waktu menganggur para pelayan X .

Kedua ukuran ini mencerminkan aspirasi pelanggan dan pelayan. Anggaphlah tingkat aspirasi (batas atas) untuk W_s dan X diketahui α dan β . Maka metode tingkat aspirasi dapat diekspresikan secara matematis sebagai berikut :

$$W_s \leq \alpha \text{ dan } X \leq \beta$$

Kisaran c yang dapat diterima



Gambar II.7. Jumlah Optimal Pelayan dengan menggunakan Tingkat Aspirasi (Hamdi A.Taha, 1997)

2.13. Simulasi Monte Carlo

Menurut **Muslich (1993)** ; Simulasi Monte Carlo ini hakekatnya adalah suatu metode yang digunakan untuk menghasilkan outcome dari suatu distribusi probabilitas. Bilangan random yang digunakan dalam metode ini dapat berasal dari berbagai sumber yang menunjukkan kerandoman yang diperlukan. Khususnya dapat diperoleh dari 2 sumber, yaitu :

- 1) Untuk penyelidikan yang luas bergantung pada komputer yang dapat menampilkan bilangan random.
- 2) Untuk penyelidikan yang sederhana biasanya menggunakan bilangan-bilangan dari suatu tabel bilangan random.

2.14. Distribusi Probabilitas

Menurut **Montgomery, D.C., (1990)** ; Distribusi probabilitas adalah model matematika yang menghubungkan nilai variabel dengan probabilitas terjadinya nilai itu didalam populasi. Ada dua macam distribusi probabilitas, yaitu :

1) Distribusi Kontinyu

Apabila variabel yang diukur dinyatakan dalam skala kontinyu, distribusi probabilitasnya dinamakan distribusi kontinyu.

2) Distribusi Diskrit

Apabila variabel yang diukur hanya dapat menjalani nilai-nilai tertentu, seperti bilangan bulat 0, 1, 2, 3...dst, distribusi probabilitasnya dinamakan distribusi diskrit.

2.15. Macam-macam distribusi Diskrit dan Kontinyu

Menurut **Richard I. Levin, et. all., (1993)** ; ada beberapa jenis distribusi probabilitas, baik yang diskrit maupun yang kontinyu yang sering digunakan dalam Ilmu Manajemen dan Operasional Riset diantaranya, yaitu :

1) Distribusi Poisson

Distribusi ini digunakan untuk menggambarkan distribusi kedatangan per unit waktu pada fasilitas produksi meliputi kedatangan kendaraan pada gerbang tol, kedatangan pengendara sepeda motor pada pompa bensin. Situasi tersebut dapat digambarkan dengan variabel acak diskrit berupa bilangan bulat bernilai non negatif 0, 1, 2, 3,... dst.

$$P(X) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$P(X)$ = probabilitas tepat terjadinya x .

λ = jumlah kejadian per interval waktu.

2) Distribusi Eksponensial

Bila jumlah kedatangan per unit waktu digambarkan oleh distribusi poisson, maka interval waktu (waktu selang dua kedatangan berurutan) dapat digambarkan dengan distribusi eksponensial. Meskipun distribusi poisson adalah diskrit, distribusi eksponensial adalah kontinyu. Hal ini karena waktu selang kedatangan tidak harus merupakan jumlah unit waktu yang bulat. Karakteristik distribusi eksponensial adalah digunakan untuk menggambarkan distribusi waktu pada fasilitas produksi dengan mengasumsikan bahwa waktu pelayanan bersifat acak. Artinya waktu untuk melayani pendaang tidak tergantung dari banyaknya

waktu yang telah dihabiskan untuk melayani pendatang sebelumnya, dan tidak tergantung pada jumlah pendatang yang sedang menunggu untuk dilayani.

$$P(t) = \mu e^{-\mu t}$$

$$P(T < t) = 1 - e^{-\mu t}$$

$P(T < t)$ = probabilitas pelayanan akan kurang atau sama dengan t

3) Distribusi Normal

Distribusi ini mempunyai kedudukan penting dalam Ilmu Manajemen, hal ini karena distribusi normal mempunyai sifat yang membuatnya dapat digunakan pada berbagai situasi manajerial dimana pengambil keputusan harus membuat keputusan berdasarkan sampel, selain itu distribusi ini dapat menangani distribusi yang didapat dari observasi.

2.16. Distribusi Frekuensi

- 1) Menurut **Sudjana, (1992)** ; Data yang diperoleh dari hasil penelitian atau hasil pengujian terhadap suatu obyek biasanya dibuat dalam bentuk angka-angka yang pada umumnya tidak tersusun dan masih merupakan bahan mentah yang perlu pengolahan. Penyebaran angka-angka yang masih mentah, tidak dapat memberikan informasi kepada yang melihatnya sehingga diperlukan teknik pengolahan supaya data yang terkumpul memberikan arti. Oleh karena itu data yang terkumpul perlu disusun skor yang dimulai dari skor yang paling rendah sampai ke skor yang paling tinggi.

2) Menurut **J. Supranto, (1998)** : Untuk membuat daftar distribusi frekuensi dengan panjang kelas interval yang sama, maka dilakukan langkah sebagai berikut :

1) Menentukan rentang (R) ;

$$R = X_n - X_1$$

Ket ;

X_n = nilai observasi terbesar

X_1 = nilai observasi terkecil

2) Menentukan jumlah kelas interval yang diperlukan.

Banyaknya kelas sebaiknya antara 7 dan 15, paling banyak 20. (tidak ada aturan umum yang menentukan jumlah kelas). Seseorang bernama **H.A. Sturges** pada tahun 1926 menulis artikel dengan judul : *“The choice of a class interval”* dalam *Journal of the American Statistical Association*, mengemukakan suatu rumus untuk menentukan banyaknya kelas, sebagai berikut ;

$$K = 1 + 3,322 \log N$$

Ket ;

K = banyaknya kelas

N = banyaknya nilai observasi

Rumus tersebut diberi nama **Kriterium Sturges** dan merupakan suatu ancar-ancar tentang banyaknya kelas.

3) Menentukan interval kelas yaitu :

$$I = \frac{R}{K}$$

Dengan, I = interval kelas

2.17. Distribusi frekuensi relatif kumulatif

Menurut **Sudjana, (1992)** ; Daftar distribusi frekuensi dengan banyak data biasanya tidak dinyatakan dalam frekuensi sebenarnya atau frekuensi mutlak, melainkan dinyatakan dalam persen. sehingga didapat daftar distribusi frekuensi relatif. Dan bila dijumlahkan selangkah demi selangkah maka dinamakan distribusi frekuensi kumulatif untuk frekuensi mutlak dan frekuensi relatif kumulatif untuk distribusi frekuensi relatif.

2.18. Histogram dan Poligon frekuensi

Perbedaan Histogram dan Poligon menurut **Spiegel M.R., (1996)**, adalah :

1. Histogram frekuensi terdiri dari himpunan siku empat yang mempunyai :
 - a) Alas pada sumbu mendatar (sumbu X) dengan pusat markah kelas dan panjang sama dengan ukuran kelas.
 - b) Luas sebanding terhadap frekuensi kelas.
2. Poligon frekuensi adalah grafik dari frekuensi kelas yang dirajah terhadap markah kelas. Ini dapat diperoleh dengan cara menghubungkan titik tengah dari puncak siku empat dalam histogram.

2.19. Uji Chi Kuadrat

Langkah-langkah melakukan uji Chi Kuadrat, dikelompokkan oleh **Spiegel M.R., (1996)**, sebagai berikut :

1. Membuat distribusi frekuensi pada data hasil penelitian.
2. Menentukan frekuensi yang diharapkan dari sampel (n_i).

Yaitu menghitung nilai tengah dari distribusi frekuensi hasil pengamatan (n_i) kemudian dilakukan penyamaan antara nilai tengah yang diperoleh dengan distribusi probabilitas teoritis yang diharapkan sehingga didapatkan frekuensi yang diharapkan (e_i). Peraturan umum yang harus dipenuhi jika frekuensi yang diharapkan/frekuensi teoritis (e_i) dalam setiap interval tidak lebih besar dari 5 maka dilakukan penggabungan beberapa interval sampai peraturan ini dipenuhi.

3. Melakukan test kebaikan suai dengan Uji Chi Kuadrat, adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

a) Menentukan pengujian distribusi (hipotesa) terhadap distribusi tertentu.

b) Taraf signifikansi α

Nilai taraf signifikansi yang digunakan adalah 5 %.

c) Derajat kebebasan

$$v = K - 1$$

ket ; v = derajat kebebasan

K = banyaknya sampel (kelas)

d) Nilai kritis

$$X^2_{(tabel)} = X_{\alpha, v} \Rightarrow \text{tabel statistik}$$

e) Nilai Uji Chi Kuadrat.

$$X^2_{(hitung)} = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - e_i)^2}{e_i}$$

Ket ;

n_i = frekuensi observasi

e_i = frekuensi harapan

K = banyaknya kelas

Jika dalam hipotesa X^2 yang dihitung lebih besar dari suatu nilai kritis tertentu, maka frekuensi yang diobservasikan berbeda nyata dari frekuensi yang diharapkan.

