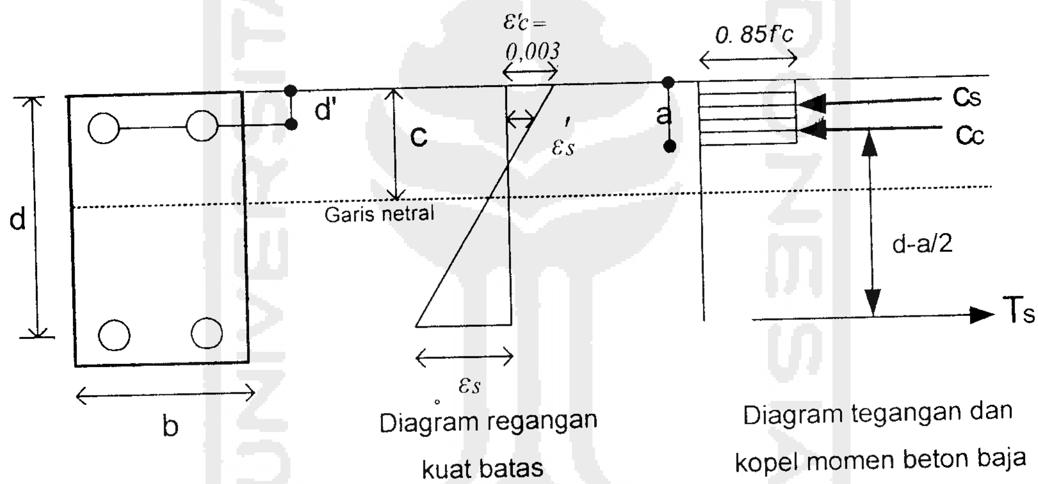
# BAB III

# LANDASAN TEORI

## 3.1 Kapasitas Lentur Balok Persegi Tulangan Rangkap

Park dan Paulay (1975) mengemukakan analisis momen kapasitas balok tulangan rangkap dengan mengacu pada Gambar 3.1 adalah sebagai berikut :




**Gambar 3.1** Blok tegangan ekuivalen whitney tulangan rangkap

Ada dua kemungkinan yang akan dialami oleh penampang balok tulangan rangkap :

a. Apabila $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_y$ dan $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$, maka baja tekan dan tarik telah leleh.

b. Apabila $\varepsilon'_s < \varepsilon_y < \varepsilon_s$ , maka baja tarik leleh, tetapi baja tekan belum leleh.

dengan : $\varepsilon'_s$ = regangan baja tekan , $\varepsilon_s$ = regangan baja tarik,

$\varepsilon_y$ = regangan leleh baja

**1 . Kemungkinan a**

Menganggap semua tulangan telah leleh, sehingga gaya-gaya dalam dari Gambar 3.1 dihitung dengan rumus :

$$C_c = 0{,}85 f'_c .\ a.b \quad \text{.......................................................(3.1)}$$

$$C_s = A'_s . f_y \quad \text{.......................................................(3.2)}$$

$$T_s = A_s . f_y \quad \text{.......................................................(3.3)}$$

Dengan : $C_c$ = gaya tekan pada beton, $C_s$ = gaya tekan pada baja,

$T_s$ = gaya tarik pada baja, $f'_c$ = kuat tekan beton,

a = tinggi blok tegangan, b = lebar balok, $A'_s$ = luas baja desak,.

$f_y$ = tegangan leleh baja, $A_s$ = luas baja tarik

Persamaan keseimbangan didapat :

$$C_c + C_s = T_s \quad \text{.......................................................(3.4)}$$

$$0{,}85 f'_c .\ a.b + A'_s . f_y = A_s . f_y \quad \text{..........................................(3.5)}$$

sehingga dari persamaan 3.5 didapat nilai a :

$$a = \frac{(A_s - A'_s)f_y}{0{,}85 . f'_y . b} \quad \text{.......................................................(3.6)}$$

sehingga momen nominal untuk tulangan rangkap dapat dihitung dengan persamaan :

$$M_n = (A_s - A'_s) . f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) + A'_s . f_y . (d - d') \quad \text{...........................(3.7)}$$

dengan : $M_n$ = momen nominal, d = tinggi efektif balok,

d' = jarak dari tepi serat tertekan ke pusat tulangan tekan

**2. Kemungkinan b**

Apabila $\varepsilon'_s < \varepsilon_y < \varepsilon_s$, baja tekan belum leleh maka dicari nilai a dari persamaan keseimbangan dan diagaram tegangan pada Gambar 3.1 sehingga didapat nilai a :

$$\left(0{,}85\,f'_c.b\right).a^2 + \left(600.A'_s - A_s.f_y\right).a - \left(600.0{,}85.d'.A'_s\right) = 0 \quad \text{..........(3.8)}$$

nilai dari tegangan baja tekan dicari dengan persamaan :

$$f'_s = \varepsilon'_s.E_s = 0{,}003.\frac{a - \beta_1.d'}{a}.E_s \quad \text{......................................(3.9)}$$

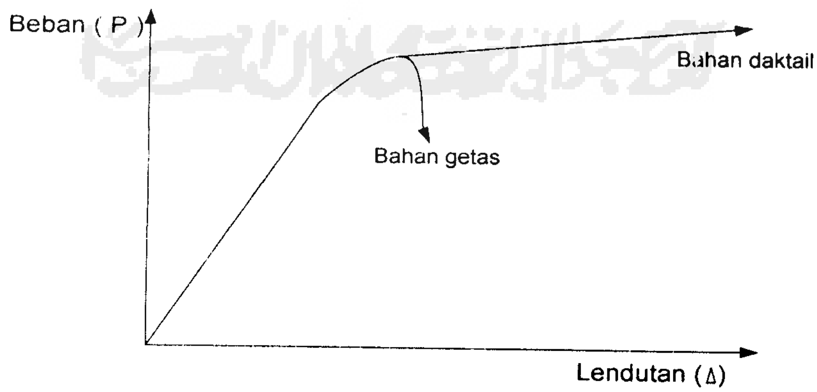
dengan : $f'_s$ = tegangan baja tekan, $\beta_1$ = konstanta yang merupakan fungsi dari kelas kuat beton.

maka momen nominal dapat dicari dengan persamaan :

$$M_n = 0{,}85f'_c.a.b\left(d - \frac{a}{2}\right) + A'_s.f'_s.\left(d - d'\right) \quad \text{..........................(3.10)}$$

**3.2 Hubungan Beban dan Lendutan**

Park dan Paulay (1975) mengemukakan hubungan beban dan lendutan akibat beban seperti ditunjukkan pada Gambar 3.2




**Gambar 3.2** Hubungan beban dan lendutan

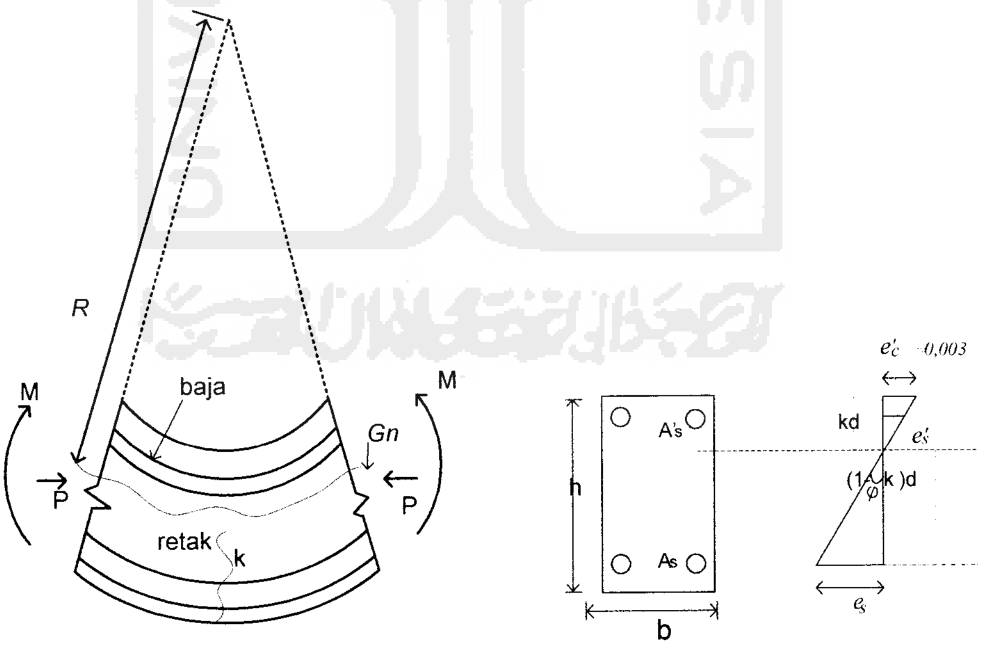
Dari hubungan antara kekuatan (P) dan lendutan (Δ) pada Gambar 3.2 didapat kekakuan balok ($k$), sebagai berikut :

$$k = \frac{P}{\Delta} \quad \text{..........................................................(3.11)}$$

## 3.3 Momen dan Kelengkungan

### 3.3.1 Kelengkungan Balok

Park dan Paulay (1975) mengemukakan, kelengkungan balok didapat dengan mengambil sebuah elemen lurus dari sebuah balok beton bertulang dengan momen-momen ujung dan gaya aksial yang sama seperti Gambar 3.3. Jari-jari kelengkungan ($R$) diukur dari garis netral. Retak-retak pada beton akibat penambahan tegangan akan merubah jari-jari kelengkungan *(R)*, tinggi netral (kd), regangan beton $(\varepsilon_c)$ dan regangan tarik baja $(\varepsilon_s)$.




**Gambar 3.3** Kelengkungan balok

Menganggap sebuah elemen kecil dengan panjang *dx* dari balok dan menggunakan notasi seperti pada Gambar 3.3 maka rotasi diantara ujung-ujung dari elemen diberikan oleh :

$$\frac{dx}{R}=\frac{\varepsilon_c.dx}{k.d}=\frac{\varepsilon_s.dx}{d.(1-k)} \quad \text{.....(3.12)}$$

$$\frac{1}{R}=\frac{\varepsilon_c}{k.d}=\frac{\varepsilon_s}{d.(1-k)} \quad \text{.....(3.13)}$$

dengan : $\frac{1}{R}=\varphi$

dari Gambar 3.3 jika regangan dijumlahkan diperoleh :

$$\varphi=\frac{\varepsilon_c}{k.d}=\frac{\varepsilon_s}{d.(1-k)}=\frac{\varepsilon_c+\varepsilon_s}{d} \quad \text{.....(3.14)}$$

dengan : $\varphi$ = kelengkungan, $\varepsilon_c$ = regangan beton

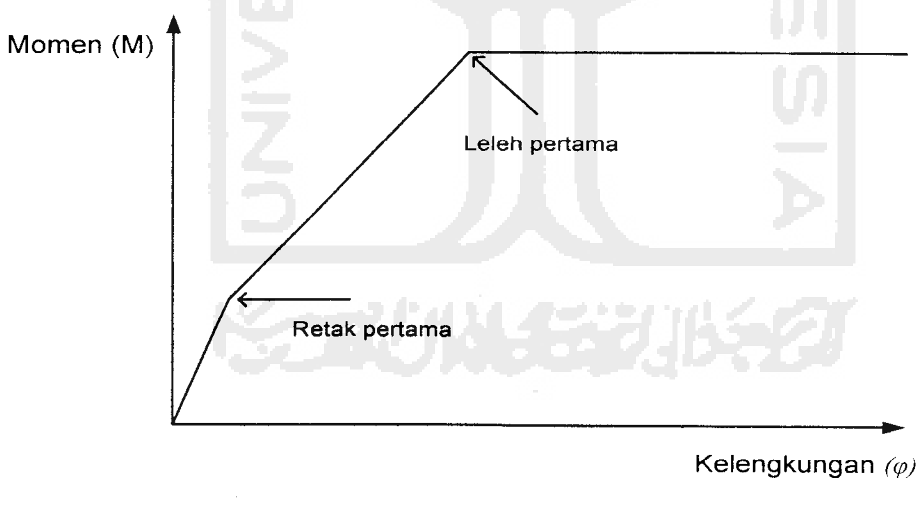
$\varepsilon_s$ = regangan baja, d = tinggi efektif penampang

Dari persamaan 3.14 diatas dapat dilihat bahwa untuk memperoleh kelengkungan *(φ)* diperlukan data regangan pada balok beton dan baja dengan cara memberikan *strain gauge*, dimana kemudian kelengkungan *(φ)* diperoleh dari hasil membandingkan jumlah regangan beton dan baja $(\varepsilon_c + \varepsilon_s)$ dengan tinggi efektif balok (d).

Ini menunjukkan bahwa kelengkungan *(φ)* adalah gradient dari regangan elemen seperti dalam Gambar 3.3. Kelengkungan akan benar-benar berubah sepanjang bentang balok karena naik-turunnya garis netral dan regangan-regangan diantara retak-retak. Jika panjang elemen adalah kecil dan sebuah retak berakhir, kelengkungan dihitung dengan Persamaan 3.14 untuk penampang ijin yang diperoleh dari perhitungan balok bertulangan sebelah adalah lurus/linear diawal dan hubungan antara momen dan kelengkungan diberikan oleh persamaan :

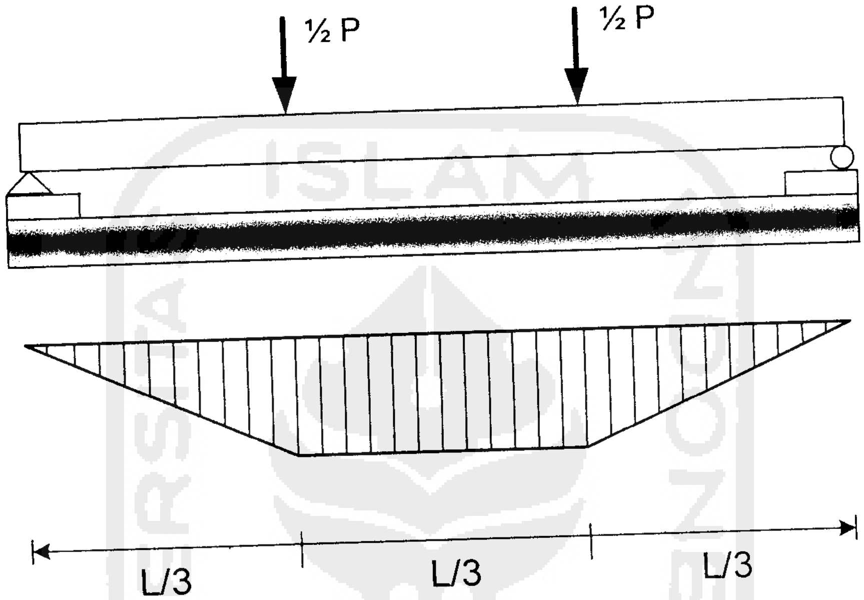
$$EI = M.R = \frac{M}{\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.15)$$

dengan EI adalah factor kekakuan dari penampang. Peningkatan momen, retak pada beton mengurangi factor kekakuan penampang. Perilaku penampang setelah retak bergantung dari jumlah tulangan pokok. Balok bertulangan sedikit menghasilkan sebuah kurva linear M-$\varphi$ diatas titik leleh baja. Ketika baja leleh, terjadi peningkatan kelengkungan yang besar pada momen hamper konstan, seperti ditunjukkan pada Gambar 3.4.




**Gambar 3.4** Hubungan momen dan kelengkungan

Bila berat balok sendiri diabaikan, maka diagram momen lentur disajikan pada Gambar 3.5. Diantara kedua beban P, momen lentur M konstan, sehingga bagian balok ini mendapat beban lentur murni.

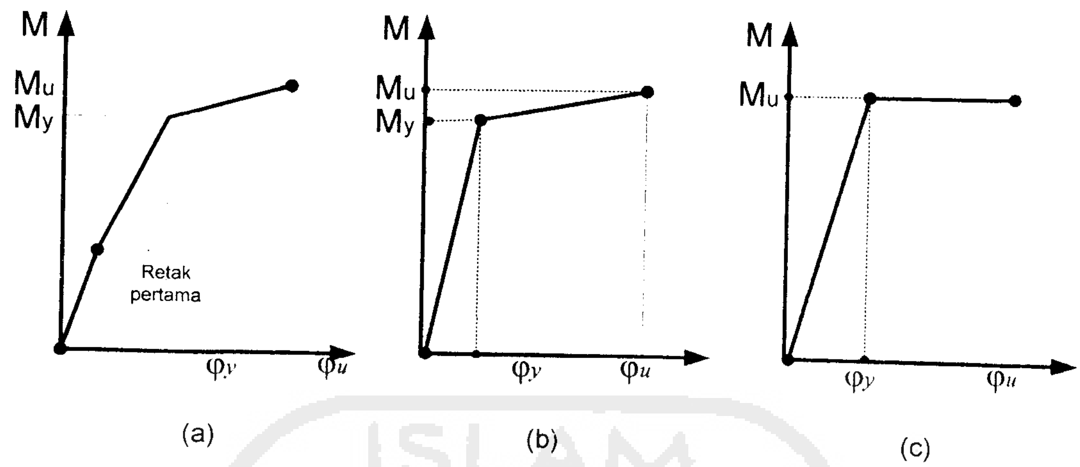



**Gambar 3.5** Lendutan akibat beban

Mengacu pada Gambar 3.5 diperoleh momen (M) :

$$M = \frac{1}{6}.P.L \qquad (3.16)$$

Menurut Park dan Paulay (1975) hubungan M-$\varphi$ yang ideal pada balok beton bertulang dapat digambarkan dengan grafik trilinear dan bilinear seperti ditunjukkan pada Gambar 3.6.




**Gambar 3.6** Kurva idealisasi momen dan kelengkungan

Mengacu pada Gambar 3.6 (a) garis pertama menunjukkan retak awal, garis kedua adalah tegangan leleh baja dan garis ketiga merupakan regangan ultimit dari beton sehingga grafik ini disebut grafik trilinear. Gambar 3.6 (c) merupakan grafik bilinear yang dihasilkan dari pendekatan Gambar 3.6 (b) karena pada saat hubungan M-$\varphi$ terjadi dari beban 0 KN hingga baja leleh, garis pertama dan kedua hampir linear sehingga grafik hubungan M-$\varphi$ digambarkan dalam bentuk bilinear.

### 3.3.2 Perhitungan Momen-Kelengkungan Retak

Momen-kelengkungan retak menurut Park dan Paulay (1975), dinyatakan dengan rumus sebagai berikut :

$$M_{crack} = \frac{f_y . I}{Y_{bottom}} \qquad \text{.........................................................(3.17)}$$

$$\Phi_{crack} = \frac{f_r}{E_c . Y_{bottom}} \qquad \text{....................................................(3.18)}$$

dengan : $M_{crack}$ = momen retak (KNm), $\Phi_{crack}$ = kelengkungan retak (rad/m)

$f_r$ = modulus retak beton = $8\sqrt{0{,}00689 f'_c}$ (Mpa),

I = inersia balok = $\frac{1}{12}.b.h^3$, $E_c$ = modulus elastis beton

$Y_{bottom}$ = jarak garis netral ke serat tepi tertarik.

### 3.3.3 Kondisi Leleh dan Batas Momen-Kelengkungan

Persamaan momen-kelengkungan pada saat leleh pertama dicari dengan persamaan :

$$M_y = A_s.f_y.jd \quad \text{..........(3.19)}$$

$$\Phi_y = \frac{\frac{f_y}{E_s}}{d.(1-k)} \quad \text{..........(3.20)}$$

$$K = \left[(\rho+\rho')^2.n^2 + 2\left(\rho + \frac{\rho'.d'd}{d}\right).n\right]^{1/2} - (\rho+\rho')n \quad \text{..........(3.21)}$$

dengan : $M_y$ = momen leleh pertama, $\varphi_y$ = kelengkungan leleh pertama,

k = faktor tinggi garis netral, $A_s$ = luas tulangan tarik,

$A'_s$ = luas tulangan tekan, d = tinggi efektif penampang,

d' = jarak dar serat tekan ke titik berat baja tekan,

$f_y$ = tegangan leleh baja,

$E_c$ = modulus elastis beton, $E_s$ = modulus elastis baja,

Jd = lengan dari titik berat dari baja tekan dan beton ke titik berat tulangan tarik, n = rasio modulus elastisitas.

$\rho$ = rasio tulangan terhadap luas efektif

$$n = \frac{E_s}{E_c}\ ,\ \rho = \frac{A_s}{b.d}\ ,\ \rho = \frac{A'_s}{b.d}$$

Momen-kelengkungan batas dari penampang bertulangan rangkap dicari dengan persamaan :

$$M_u = 0{,}85f'_c.a.b.\left(d - \frac{a}{2}\right) + A'_s.f_y\left(d - d'\right) \quad \text{..........................(3.22)}$$

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_c.\beta_1}{a} \quad \text{......................................................(3.23)}$$

$$a = \frac{A_s.f_y - A'_s.f_y}{0{,}85f'_c.b} \quad \text{.................................................(3.24)}$$

Regangan baja tekan yang ditunjukkan pada Gambar 3.3 dicari dengan persamaan :

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_c.\left(\frac{c - d'}{c}\right) = \varepsilon_c.\left(1 - \frac{\beta_1.d'}{a}\right) \quad \text{.....................................(3.25)}$$

Dengan substitusi Persamaan 3.24 ke Persamaan 3.25 menunjukkan bahwa gaya tekan akan leleh ketika :

$$\varepsilon_c.\left[1 - \beta_1.d'\left(\frac{0{,}85.f'_c.b}{(A_s.f_y) - (A'_s f_y)}\right)\right] \geq \frac{f_y}{E_s} \quad \text{.................................(3.26)}$$

Jika Persamaan 3.26 tidak memenuhi, baja tekan tidak leleh maka nilai nyata dari tegangan baja dicari dengan Persamaan 3.9 :

$$f'_s = \varepsilon'_s.E_s = 0{,}003.\frac{a - \beta_1.d'}{a}.E_s$$

dengan a (Persamaan 3.8) :

$$(0{,}85\,f'_c.b).a^2 + (600.A'_s - A_s.f_y).a - (600.0{,}85.d'.A'_s) = 0$$

maka momen batas dapat dicari dengan persamaan :

$$M_u = 0{,}85f'_c.a.b.\left(d - \frac{a}{2}\right) + A'_s.f'_s.(d - d') \quad \text{..........................(3.27)}$$

dan kelengkungan batas $\varphi_u$ dicari dengan Persamaan 3.23.